

# 다단 기어장치의 설계법(체적 감소 및 신뢰성 향상)

박재희<sup>+</sup>, 이정상<sup>+</sup>, 정태형\*

(논문접수일 2007. 3. 12, 심사완료일 2007. 6. 14)

## Design Method of Multi-Stage Gear Drive (Volume Minimization and Reliability Improvement)

Jae Hee Park<sup>+</sup>, Joung Sang Lee<sup>+</sup>, Tae Hyong Chong\*

### Abstract

This paper is focused on the optimum design for decreasing volume and increasing reliability of multi-stage gear drive. For the optimization on volume and reliability, multi-objective optimization is used. The genetic algorithm is introduced to multi-objective optimization method and it is used to develop the optimum design program using exterior penalty function method to solve the complicated subject conditions. A 5 staged gear drive(gear motor) is chosen to compare the result of developed optimum design method with the existing design. Each of the volume objective, reliability objective, and volume-reliability multi-objectives are performed and compared with existing design. As a result, optimum solutions are produced, which decrease volume and increase reliability. It is shown that the developed design method is good for multi-stage gear drive design.

**Key Words** : Gear(기어), Design Method(설계법), Reliability(신뢰성), Genetic Algorithm(유전알고리즘), Multi-Objective function (다중목적함수)

## 1. 서론

다단 기어장치는 요구되는 회전력을 얻기 위한 필수 기계 요소로서 산업 전반에 널리 사용되며 기계장치의 소형화 추세에 따라 그 사용범위 또한 증가되고 있다. 현재 다단기어

의 설계는 각 단에서의 작용 하중에 적절한 강도를 유지하는 차원에서의 접촉 및 굽힘 강도 설계에 치중되어 있으며, 이와 관련된 연구로서 단일 기어쌍의 자동 제원 설계에 관한 연구<sup>(1,2)</sup>, 다단 기어의 강도, 진동 및 부피 최적설계에 관한 연구 등이 수행되어 왔다. 또한 기계 시스템의 파손에 대한 확

+ 한양대학교 대학원 기계설계학과  
\* 교신저자, 한양대학교 기계공학부 (thchong@hanyang.ac.kr)  
주소: 133-791 서울 성동구 행당동 17

물론적인 설계개념<sup>(3)</sup>이 중요해짐에 따라 기어 장치의 설계에 있어서도 확률론적 설계 개념이 도입되었으며<sup>(4)</sup>, Lundberg<sup>(5)</sup>와 Coy<sup>(6)</sup> 등은 구름접촉 요소인 베어링과 고강도 기어의 이(tooth)의 내구 수명은 허용 응력 이하에서도 파손됨을 보였다. 또한 Cockerham<sup>(7)</sup>은 동력전달에 가장 많이 쓰이는 스피어 기어와 헬리컬 기어의 설계에 신뢰성 이론을 적용하였다 또한 Chong<sup>(8)</sup> 등은 다단 기어장치의 신뢰성 평가를 위한 방법론을 제시하였다.

이상과 같은 연구는 다단기어열을 구성하는 한 단의 기어 쌍의 설계에 있어서 강도와 신뢰성의 평가가 주된 연구대상이었으며 실제로 신뢰성 문제가 크게 고려되어야 하는 여러 쌍의 기어들로 구성된 다단 기어장치에 대한 수명 및 신뢰성 평가에 관한 연구는 미흡한 실정이며, 파손확률을 고려한 실제적 설계방법의 개발이 필요한 시점이다. 따라서 본 연구에서는 다단기어 장치의 설계에 있어서, 파손 확률과 강도를 동시에 고려하여 최적설계를 수행함으로써 각 단의 기어장치에 적절한 강도 및 수명을 배분하기 위한 설계 방법을 개발하며 이를 통해서 요구되는 신뢰수명을 만족하는 설계를 얻을 수 있도록 한다.

## 2. 기어장치의 강도 및 신뢰성 평가 방법

### 2.1 면압 강도

면압 강도는 파괴적 피팅이 발생하지 않을 응력 상태에 대한 지표로서 진행성 피팅에 대하여 필요 충분한 안전도를 주기 위하여 규정된 부하 용량이다.  $\sigma_H$ 는 접촉응력(contact stress number)이며, 식 (2.1)와 같이 나타낸다<sup>(9)</sup>.

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{F_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_w 1 b} \frac{Z_R}{Z_I}} \quad (2.1)$$

$$\sigma_H \leq \frac{\sigma_{HP}}{S_H} \frac{Z_N}{Y_\theta} \frac{Z_W}{Y_Z} \quad (2.2)$$

여기서, 접촉 응력과 허용 접촉 응력(allowable contact stress number)  $\sigma_{HP}$ 의 관계는 식 (2.2)의 관계를 가진다.  $Z_I$ 는 면압 강도에 대한 기하계수(geometry factor)로서 이(tooth)의 형상에 기초하여 물리고 있는 이의 형상의 곡률반경들을 평가한다.

### 2.2 굽힘 강도

굽힘 강도식은 외접 기어에 있어서 이뿌리 필릿(fillet)부에서의 굽힘 응력(bending stress number)  $\sigma_F$ 로 평가하며

식 (2.3)과 같다. 굽힘 응력과 허용 굽힘 응력(allowable bending stress number)  $\sigma_{FP}$ 의 관계는 식 (2.4)로 주어진다<sup>(9)</sup>.

$$\sigma_F = F_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J} \quad (2.3)$$

$$\sigma_F \leq \frac{\sigma_{FP} Y_N}{S_F Y_\theta Y_Z} \quad (2.4)$$

여기서,  $m_t$ 는 정면 모듈(transverse metric module)이고,  $Y_J$ 는 굽힘 강도에 대한 기하계수로서 이의 형상, 위험 하중의 위치, 그리고 헬리컬 기어에서 접촉선들 사이의 하중분담을 평가하는 계수이다.

### 2.3 기어의 신뢰도 함수

신뢰도(reliability)란 “시스템, 기기 및 부품 등이 정해진 사용조건에서 의도하는 기간 동안 정해진 기능을 발휘할 확률(probability)”로 정의한다. 즉 신뢰도란 고장 나지 않을 확률이라고 말할 수 있으며, 신뢰도의 값은 확률로 표현되는 값이기 때문에 0~1까지의 수치를 가진다. 즉 특정 장치나 부품의 신뢰도가 1이면 그 사용시간이 증가되어도 고장이 나지 않는다는 의미이다. 이와 같이 신뢰성은 신뢰도라고 하는 확률로 표시함으로써 정량적으로 나타낼 수 있는 것이다. 실제 기어의 고장률을 결정하는 방법은 쉽지 않으며 곤란한 경우가 많다. 또한 실험적으로 추정하는 것도 힘들어, 적용하기 편리하여 자주 이용되고 있는 방법으로는 Weibull분포로서 여러 실험 데이터를 정리하여 경험식으로서 제안한 것이 시초가 되었으며, 그 후 많은 실제 예에 적용되고 있다. 본 연구에서는 Weibull분포를 따르는 것으로 가정한 NASA의 연구 중 베어링 파손데이터를 통계적으로 분석하여 만든 Palmgren-Lundberg 파손모델을 적용하여 기어의 치면이 파손되는 것으로 하였다. Palmgren-Lundberg 모델은 식 (2.5)와 같다.

$$c_{10} = \left( \frac{C}{F_t} \right)^P \quad (2.5)$$

$$C = \left( \frac{B_1 b \sin \phi}{1/r_1 + 1/r_2} \right)^P \quad (2.6)$$

여기에서,  $c_{10}$ 은 기어 이 표면에 반복하중이 작용하여 전체 모집단 표면의 90%가 잔존할 때의 수명을 나타내며 90% 신뢰도 수명이라 한다.  $c$ 는 기어 재질의 동적 부하용량이며,  $P$ 는 하중-수명 계수로서 볼베어링과 유사한 값인 3.0을 도입할 수 있다.

Weibull분포에서의 신뢰도함수  $R_{(c)}$ (식 (2.7))의 양변에 로그를 취한 후 정리하면 식 (2.8)과 같다.

$$R_{(c)} = e^{-\left(\frac{c}{\alpha}\right)^\beta} \quad (2.7)$$

$$\ln\left(\frac{1}{R(c)}\right) = \left(\frac{c}{\alpha}\right)^\beta \quad (2.8)$$

여기에서,  $\alpha$ 는 기어 이(tooth) 표면의 10%가 파손되는 특성 수명이다.  $\beta$ 는 형상계수(shape parameter)로 2.5이며,  $c$ 는 작동 사이클을 나타낸다. 식 (2.8)의 식에 모집단 기어 치면의 10%가 파손될 확률에 대해  $R_{(c)} = 0.9$ 이며, 이때  $c = c_{10 \text{ tooth}}$ 인 관계를 적용하면 식 (2.9)와 같이 표현 할 수 있고, 특성수명의 항으로 표시하면 식 (2.10)과 같다.

$$\ln\left(\frac{1}{0.9}\right) = \left(\frac{c_{10 \text{ tooth}}}{\alpha}\right)^\beta \quad (2.9)$$

$$\alpha = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot c_{10 \text{ tooth}} \quad (2.10)$$

식 (2.8)과 식 (2.10)에서 기어 이의 특성수명  $\alpha$ 를 나타내는 항을 소거하여 정리하면 식 (2.11)과 같이 된다.

$$\ln\left(\frac{1}{R(c)}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \left(\frac{c}{c_{10 \text{ tooth}}}\right)^\beta \quad (2.11)$$

식 (2.11)은 기어 시스템 회전수 즉, 작동 회전수가  $c$ 일 때 기어 이의 신뢰도  $R_{(c)}$ 를 나타내는 Palmgren-Lundberg 피팅-피로 수명 모델에 의한 기어 이(tooth)의 신뢰도 함수이다. 여기서는 작동회전수에 대한 신뢰도를  $R$ 로 표시하기로 한다.

피니언과 기어의 90% 신뢰도에 대한 특정 회전수에서 기어 치면이 정상작동하게 될 작동 회전수에 대한 식은 피니언과 기어 각각에 대해 (2.12), (2.13)과 같다.

$$c_{10 \text{ pinion}} = \left(\frac{1}{(N_T)_{\text{pinion}}}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot c_{10 \text{ tooth}} \quad (2.12)$$

$$c_{10 \text{ gear}} = \left(\frac{1}{(N_T)_{\text{gear}}}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot c_{10 \text{ tooth}} \quad (2.13)$$

피니언과 기어에서 90% 신뢰도에 대한 신뢰수명을 구하기 위해서는 피니언과 기어는 기어비(gear ratio)에 따라서 동일 입력회전에 대해서도 회전수가 달라져 기어비가 피니

언과 기어의 회전수에 영향을 주게 되므로, 피니언을 먼저 시간당 회전수로 변환해준 다음에 기어는 기어비로 나누어 주면 된다. 피니언과 기어의 신뢰수명에 대한 신뢰도 함수는 식 (2.14)와 식 (2.15)와 같다.

$$\ln\left(\frac{1}{R_{10 \text{ pinion}}}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \left(\frac{\text{hour}}{L_{10 \text{ pinion}}}\right)^\beta \quad (2.14)$$

$$\ln\left(\frac{1}{R_{10 \text{ gear}}}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \left(\frac{\text{hour}}{L_{10 \text{ gear}}}\right)^\beta \quad (2.15)$$

다단 기어장치는 다수의 피니언과 기어의 조합으로 구성되며, 각 단을 구성하는 피니언과 기어의 직렬결합에 의해 전체 신뢰도 함수는 식 (2.16)과 같이 표현할 수 있다.

$$\ln\left(\frac{1}{R_{\text{sys}}}\right) = \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) \left[ \left(\frac{L_{\text{hour}}}{L_{10 \text{ pinion}}}\right)^\beta + \left(\frac{L_{\text{hour}}}{L_{10 \text{ gear}}}\right)^\beta + \dots + \left(\frac{L_{\text{hour}}}{L_{10 \text{ gear}}}\right)^\beta \right] \quad (2.16)$$

### 3. 최적설계를 위한 유전 알고리즘

#### 3.1 설계변수 선정 및 범위

최적설계의 설계변수로는 각 단의 피니언과 기어의 잇수, 모듈, 전위계수, 치폭으로 정하였으며, 피치원 직경에 대한 치폭의 비인 중형비를 사용하여 구한 후 치폭으로 변환한다. 각 단에서의 주요 설계변수의 상, 하한값과 모듈과 같은 이산변수의 경우 그 각각의 값을 Table 1에 나타낸다.

#### 3.2 다단 기어장치 최적설계 프로세스

전체 설계 프로세스는 2단계의 최적설계과정으로 나누어져 있다. 먼저 최대 반복부하횟수, 전달 동력, 입력 회전수, 다단 기어장치의 단수, 기어 형태 등의 데이터를 입력 받아

Table 1 Setting of design variables for cylindrical gear systems

	Pinion	Gear
Number of teeth	10 ~ 50	10 ~ 500
Normal metric module	0.5, 0.6, 0.8, 1, 1.25, 1.5, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50	
Aspect ratio	0.2 ~ 1.5	
Addendum modification coefficient	-0.50 ~ 1.50	

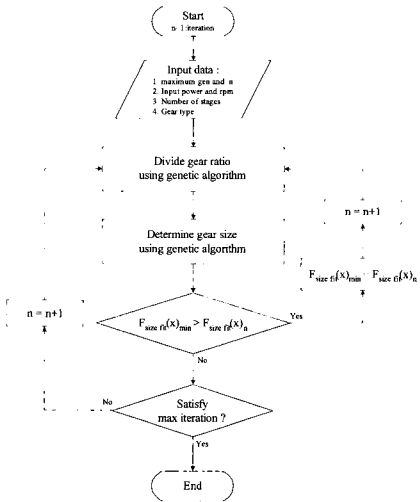


Fig. 1 Flow chart of optimum design for multi-stage gear drive

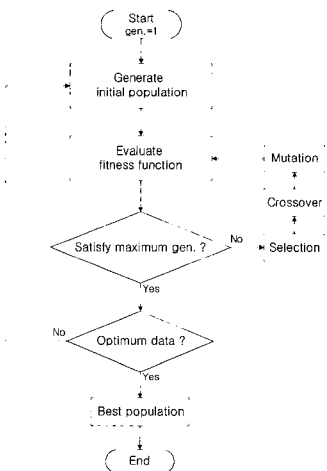


Fig. 2 Process of genetic algorithm for optimization

기어비 분할을 위한 최적설계 과정을 수행한다. 그리고 기어 부피 및 신뢰도를 고려한 최적설계 과정을 거친 후에, 평가 함수의 크기를 이전의 값과 비교, 판단하여 최적의 값을 가지는 최적설계 데이터를 저장하게 된다. 전체 다단 기어장치 설계 프로세스는 초기에 지정된 최대 반복횟수를 수행 후 종료하도록 설정하였다.

### 3.3 유전 알고리즘의 메커니즘

전체 설계 프로세스 내에서 기어비 분할을 위한 최적설계

와 기어 부피 및 신뢰도 최적설계는 각각 Fig. 2와 같이 유전 알고리즘<sup>(10)</sup>을 사용하며, 3000번의 세대교체 후 종료하도록 설정하였다.

### 3.4 최적 기어비 분할을 위한 평가함수

기어비 분할 과정의 설계변수는 각 단의 피니언과 기어의 잇수로 하고 목적함수는 설계명세의 전 기어비와 계산으로 구한 전 기어비와의 차의 절대값을 취했다. 설계 전 기어비 오차를 2%이내로 한정했으며, 설계 구속조건으로는 각 단의 기어비의 상한값과 하한값, 각 단의 기어비 관계 등을 고려하였다.

구성된 기어비 분할에 대한 목적함수  $F_{ratio\ obj}$ 는 식 (3.1)과 같다.

$$F_{ratio\ obj} = w \cdot \left| u - \prod_{i=1}^n m_G \right| + \sum_{j=1}^m r_j (\max(G_j, 0))^2 \quad (3.1)$$

구속조건은 식 (3.2)와 같다.

$$\begin{aligned} G_{1-n} : m_G^{lower} - m_G &\leq 0 \\ G_{2-n} : m_G - m_G^{upper} &\leq 0 \\ G_{3-(n-1)} : m_{G(i+1)} - m_{G(i)} &\leq 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

여기서  $n$ 은 다단 기어장치의 단수를 나타낸다.

적합도에 음의 값이 나타나지 않도록 설정한 적절한 값인  $C_{max}$ 에서 앞에서 구한 목적함수를 빼주는 것으로 평가함수  $F_{ratio\ fitness}$ 를 구성하며, 식 (3.3)과 같다.

$$F_{ratio\ fitness} = C_{max} - F_{ratio\ obj} \quad (3.3)$$

### 3.5 기어 부피 및 신뢰도 평가함수

다단 기어장치의 부피 및 신뢰도 최적설계에 있어서는 외 부벌칙함수법(exterior penalty function method)과 가중치 합법(weighted sum method)을 사용하여 최적설계를 수행하였다. 설계변수로는 각 단의 피니언과 기어의 모듈, 종횡비(치폭), 전위계수로 정하고 설계 구속조건으로는 굽힘 강도, 면압 강도, 물림률, 물림 피치점에서의 점선속도, 전위계수의 상·하한치, 기어의 이끝 두께 및 신뢰수명 등을 고려하였다.

구성된 목적함수는 식 (3.4)와 같다.

$$F_{size\ obj} = w_1 \cdot F_{vol} + w_2 \cdot F_{rel} + \sum_{j=1}^n r_j (\max(G_j, 0))^2 \quad (3.4)$$

여기서,  $F_{vol}$ 은 체적에 대한 목적함수로서 식 (3.5)과 같고,  $F_{rel}$ 은 신뢰성에 대한 목적함수로서 식 (3.6)과 같다.  $w_1$ 와  $w_2$ 는 각각의 목적함수에 대한 가중치이다.

본 연구에서 수행하게 될 신뢰성 목적함수만을 고려한 최적설계의 경우에는 식 (3.7)의 요구수명에 대한 신뢰성 목적함수  $F_{lifetime\ rel}$ 를 적용해 최적설계를 수행한다.

$$F_{vol} = \sum_{i=1}^n m_{n(i)}^2 \cdot b_{(i)} \cdot (z_{1(i)}^2 + z_{2(i)}^2) \quad (3.5)$$

$$F_{rel} = \left[ \sum_{i=1}^n \left( (L_{10\ pinion})_{(i)}^{-\beta} + (L_{10\ gear})_{(i)}^{-\beta} \right) \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (3.6)$$

$$F_{lifetime\ rel} = \left| \text{life time} - \frac{1}{F_{rel}} \right| \quad (3.7)$$

여기서  $z_{1(i)}$ 과  $z_{2(i)}$ 는 각각 각 단의 피니언과 기어의 잇수이고,  $(L_{10\ pinion})_{(i)}^{-\beta}$ 와  $(L_{10\ gear})_{(i)}^{-\beta}$ 는 각 단에서의 피니언과 기어의 신뢰수명을 각각 나타낸다. 요구수명(life time)은 기어장치가 작동하게 될 최대시간을 말하며, 설계자가 작동수명을 결정한다. 본 논문에서는 상용 기어장치의 평균 수명을 근로 작업시간을 기준으로 가정하여, 1일 12시간 연간 365일 10년의 43800시간으로 목표 최대 작동 수명을 가정했다.

기어 부피 및 신뢰도 최적설계를 위한 구속조건은 식 (3.8)과 같다.

$$\begin{aligned} G1_{1-n} : \sigma_H - \frac{\sigma_{HP}}{S_H} \frac{Z_N}{Y_\theta} \frac{Z_W}{Y_Z} &\leq 0 \\ G2_{1-n} : \sigma_F - \frac{\sigma_{FP}}{S_F} \frac{Y_N}{Y_\theta} \frac{Y_Z}{Y_Z} &\leq 0 \\ G3_{1-n} : \sum x - \sum x^{upper} &\leq 0 \\ G4_{1-n} : \sum x^{lower} - \sum x &\leq 0 \\ G5_{1-n} : \varepsilon_\alpha^{lower} - \varepsilon_\alpha &\leq 0 \\ G6_{1-n} : \varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha^{upper} &\leq 0 \\ G7_{1-n} : z_{1\ min} - z_1 &\leq 0 \\ G8_{1-n} : z_{2\ min} - z_2 &\leq 0 \\ G9_{1-n} : t_\alpha - 0.3m_n &\leq 0 \\ G10_{1-n} : v_i - v_{i\ max} &\leq 0 \\ G11_{1-(n-1)} : m_{n(i)} - m_{n(i+1)} &\leq 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

여기서  $n$ 은 다단 기어장치의 단수를 나타내며, 기어 크기에 대한 평가함수  $F_{size\ fitness}$ 는 식 (3.9)와 같다.

$$F_{size\ fitness} = C_{max} - F_{size\ obj} \quad (3.9)$$

## 4. 설계 결과 및 고찰

### 4.1 기존의 5단 기어장치 해석

설계 및 설계결과 비교를 위한 기존 기어드 모터의 설계명세는 Table 2와 같으며, 모터의 전달 동력은 25W, 회전 속도는 1550rpm의 소형 기어드 모터이다. Table 3은 기어드 모터의 기어 감속부 각 단의 설계 제원을 나타내며, Table 4는 기존 설계제원에 따른 면압 강도, 굽힘강도와 신뢰수명을 계산한 값을 나타낸다.

**Table 2 Specifications of the gear drive of the geared motor**

Transmitted power	[W]	25
Input speed	[rpm]	1550
Total gear ratio		120
Number of stages		5
Efficiency of a stage	[%]	95
Gear type		Spur
Pressure angle	[deg.]	20
AGMA quality number		11
Gear material		Steel
Heat treatment		Carburized & case hardened
Minimum hardness	[HRC]	55
Allowable contact stress	[MPa]	1250
Allowable bending stress	[MPa]	380

**Table 3 Dimensional specifications of the existing gear drive**

Stage		1	2	3	4	5
Normal module [mm]		0.8	0.8	1	1.5	1.5
Number of teeth	pinion	10	12	12	10	12
	gear	30	36	32	24	25
Gear ratio		3.00	3.00	2.67	2.40	2.08
Total gear ratio		120.00				
Face width [mm]	pinion	8.0	8.0	8.0	9.0	14.0
	gear	7.0	7.0	7.0	8.0	13.0
Volume	[mm <sup>3</sup> ]	59750				

**Table 4 Reliability, strength and durability rating of the existing gear drive**

Stage		1	2	3	4	5
Allowable bending stress [MPa]		386.7	386.7	386.7	386.7	386.7
Bending stress [MPa]	pinion	36.2	74.4	134.5	181.5	190.6
	gear	24.2	53.9	99.3	127.0	147.5
Allowable contact stress [MPa]	pinion	1239.8	1239.8	1239.8	1239.8	1239.8
	gear	1318.5	1318.5	1309.8	1302.1	1291.9
Contact stress [MPa]		666.1	838.5	1134.1	1502.7	1367.8
Normal tooth load [N]		38.5	91.5	208.5	422.6	802.9
Dynamic capacity [N]		969.6	1163.6	1410.4	1955.6	3650.1
$c_{10}$ tooth [ $10^6$ cycles]		15968.0	2059.7	309.5	99.1	93.7
$c_{10}$ pinion [ $10^6$ cycles]		6357.0	762.3	114.5	39.5	34.8
$c_{10}$ gear [ $10^6$ cycles]		4096.4	491.2	77.4	27.8	25.9
Reliability [hour]	pinion	68355.0	24591.0	11085.0	10182.0	21539.0
	gear	132140.0	47539.0	19967.0	17217.0	33457.0
System reliability [hour]		6937.2				

설계결과와 신뢰성을 검증하고 가중치에 따른 설계결과를 보기 위하여 체적감소와 신뢰성향상의 각각을 단일 목적 함수로 취하여 설계를 수행하고 최종적으로 체적감소와 신뢰성을 모두 포함하는 다중목적함수 최적화를 수행하였다.

**4.2 체적 감소만을 고려한 최적설계**

먼저 체적 목적함수만을 고려한 최적설계를 수행하여 얻은 기본 제원을 Table 5에 나타낸다. Table 6은 설계된 기본 제원의 강도 평가 및 각 단의 90% 신뢰도 수명과 다단 기어 장치의 90% 시스템 신뢰도 수명을 나타낸다.

설계된 제원을 보면 전 기어비는 121.37로서 설계 전 기어비와 1.14%의 차이를 보이고 있다. 체적은 49206mm<sup>3</sup>으로 기존 5단 기어드 모터보다 17.6% 감소한 것을 볼 수 있다. 또한 굽힘 강도와 면압 강도가 허용 강도보다 작게 설계되어 강도 구속조건을 만족시킴을 알 수 있다. 각 단의 90% 신뢰도 수명 계산에 있어서는 2단의 피니언과 기어가 가장 짧은 수명을 가지는 것으로 설계되었으며, 이는 2단의 경우 가장 먼저 피팅손상이 일어날 확률이 클 것으로 예상할 수 있다. 90% 시스템 신뢰도 수명은 1300.2시간으로 체적만을 최적화 시킬 경우 체적의 현저한 감소를 볼 수 있지만 90% 시스템 신뢰도 수명이 낮아지는 결과를 얻었다.

**Table 5 Dimensional specifications of the optimum design considering volume objective**

Stage		1	2	3	4	5
Normal module		0.6	1	1	1.5	2
Number of teeth	pinion	11	11	16	15	12
	gear	44	38	34	31	24
Gear ratio		4.0	3.45	2.13	2.01	2.0
Total gear ratio		121.37				
Face width		3.3	3.3	4.8	4.5	7.5
Aspect ratio		0.5	0.3	0.3	0.2	0.3
Addendum modification coefficient	pinion	0.27	0.27	0.20	0.27	0.27
	gear	-0.37	-0.37	0.33	0.01	-0.24
Volume [mm <sup>3</sup> ]		49206				

**Table 6 Reliability and rating on strength and durability of the optimum design considering volume objective**

Stage		1	2	3	4	5
Allowable bending stress [MPa]		386.7	386.7	386.7	386.7	386.7
Bending stress [MPa]	pinion	82.1	112.6	172.1	167.1	153.2
	gear	88.8	126.3	172.1	167.1	153.2
Allowable contact stress [MPa]	pinion	1239.8	1239.8	1239.8	1239.8	1239.8
	gear	1339.9	1329.0	1293.3	1291.3	1299.9
Contact stress [MPa]		920.9	1089.8	1106.3	1150.5	1229.0
Normal tooth load [N]		46.8	106.9	235.4	340.7	633.4
Dynamic capacity [N]		389.4	626.5	1396.7	1726.2	2697.0
$c_{10}$ tooth [ $10^6$ cycles]		574.3	201.5	208.8	103.1	77.2
$c_{10}$ pinion [ $10^6$ cycles]		220.0	77.2	68.9	44.0	28.5
$c_{10}$ gear [ $10^6$ cycles]		126.4	47.0	50.9	32.9	21.6
Reliability [hour]	pinion	2594.8	1532.5	5812.3	17630.0	29612.0
	gear	5961.3	3224.3	9136.1	27252.0	44884.0
System reliability [hour]		1300.2				

**4.3 신뢰성 향상만을 고려한 최적설계**

신뢰성 향상만을 목적으로 한 최적설계를 수행하여 얻은 기본 제원을 Table 7에 나타낸다. Table 8은 설계된 기본 제원의 강도 평가 및 각 단의 90% 신뢰도 수명과 다단 기어 장치의 90% 시스템 신뢰도 수명을 나타낸다.

Table 7에서 전 기어비는 121.67로서 설계명세의 전 기어비와 1.39% 차이가 있다. 기존 5단 기어드 모터의 경우보다 모듈이 전반적으로 커진 것을 알 수 있으며 치폭의 경우도

크기가 대체적으로 커졌다. 그 결과로 체적은 196620mm<sup>3</sup>으로 기존 다단장치보다 크게 증가한 것을 알 수 있다.

Table 8과 같이 굽힘 강도와 면압 강도가 허용 굽힘 강도와 허용 면압 강도보다 작게 설계되어 대체적으로 안전계수가 크게 설계된 것을 알 수 있으며, 특히 1단의 굽힘 강도의 경우는 안전계수가 10정도로 매우 높은 설계치가 얻어진 것

을 볼 수 있다. 식 (3.19)에 목적함수를 적용하여 얻은 90% 시스템 신뢰도 수명은 43802시간으로 43800시간의 목표 수명에 거의 오차 없이 설계되었다. 신뢰성만을 고려한 최적 설계의 경우에는 기존 기어드 모터의 다단기어장치보다 체적은 229.1% 증가하였으며 90% 시스템 신뢰도 수명은 531.4%가 증가하는 결과를 보여준다.

**Table 7 Dimensional specifications of the optimum design considering reliability objective**

Stage		1	2	3	4	5
Normal module		0.6	0.8	1	2	2
Number of teeth	pinion	14	15	15	16	14
	gear	48	48	45	36	23
Gear ratio		3.43	3.2	3	2.25	1.64
Total gear ratio		121.67				
Face width		5.9	8.4	13.5	16.0	16.8
Aspect ratio		0.7	0.7	0.9	0.5	0.6
Addendum modification coefficient	pinion	0.33	0.27	0.27	0.27	0.27
	gear	-0.5	0.33	0.33	0.2	-0.11
Volume [mm <sup>3</sup> ]		196620.0				

**Table 8 Reliability and rating on strength and durability of the optimum design considering reliability objective**

Stage		1	2	3	4	5
Allowable bending stress [MPa]		386.7	386.7	386.7	386.7	386.7
Bending stress [MPa]	pinion	31.7	37.0	47.3	29.7	66.5
	gear	40.4	33.6	42.9	28.7	78.4
Allowable contact stress [MPa]	pinion	1239.8	1239.8	1239.8	1239.8	1239.8
	gear	1328.4	1323.3	1318.5	1297.4	1274.8
Contact stress [MPa]		518.3	518.4	587.7	462.8	772.6
Normal tooth load [N]		36.9	82.1	199.6	267.1	658.1
Dynamic capacity [N]		842.4	2294.1	4422.3	8668.2	7306.5
c <sub>10</sub> tooth [10 <sup>6</sup> cycles]		11920.0	21785.0	10876.0	34179.0	1368.6
c <sub>10</sub> pinion [10 <sup>6</sup> cycles]		4147.8	7374.5	3681.6	11275.0	476.2
c <sub>10</sub> gear [10 <sup>6</sup> cycles]		2533.8	4631.0	2372.4	8151.5	390.5
Reliability [hour]	pinion	46846	281220	439060	4089000	384220
	gear	98117	565120	848780	6651700	517540
System reliability [hour]		43802.0				

**4.4 체적감소와 신뢰성 향상을 동시에 고려한 최적설계**

체적감소와 신뢰성 향상을 동시에 고려한 다중 목적함수 최적설계를 수행하여 얻은 기본 제원은 Table 9와 같다.

Table 10에서 최적설계된 후 계산된 굽힘 강도와 면압 강도를 허용 면압, 굽힘 강도와 비교해보면 모두 허용치를 만족하고 있으며, 각 단에 균일하게 강도가 배분 된 것을 알 수 있다. 체적은 기존 설계보다 2.47% 감소하였으며 다단 기어장치의 90% 시스템 신뢰 수명은 49.65% 증가 한 결과를 얻었다. 체적이 줄었음에도 다단 기어장치의 90% 시스템 신뢰 수명이 증가한 사실로 보아 기존 5단 기어드 모터보다 체적과 신뢰수명에서 동시에 향상된 결과를 최적설계를 통하여 얻을 수 있음을 알 수 있다.

**4.5 결과 검토 및 고찰**

체적과 신뢰성 목적함수의 각각을 단일 목적함수로서 최적설계를 수행했으며, 체적과 신뢰성을 동시에 고려한 최적설계를 초기 실행 후에, 체적 목적함수의 가중치를 높인 경우와 신뢰성 목적함수의 가중치를 높인 경우로 각각 나누어 설계한 결과를 Fig. 3에 비교하였다. 시스템 전체의 체적과

**Table 9 Dimensional specifications of the optimum design considering multi-objective**

Stage		1	2	3	4	5
Normal module		0.8	0.8	1	1.5	1.5
Number of teeth	pinion	13	15	16	15	16
	gear	45	45	45	31	32
Gear ratio		3.46	3.0	2.81	2.07	2.0
Total gear ratio		120.72				
Face width		3.1	3.6	4.8	6.7	7.2
Aspect ratio		0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Addendum modification coefficient	pinion	0.27	0.27	0.20	0.33	0.27
	gear	-0.04	0.40	-0.30	-0.37	0.20
Volume		58277				

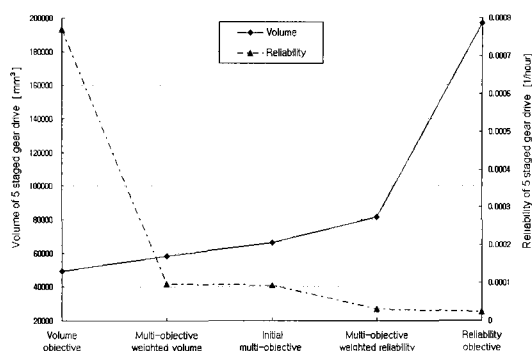
**Table 10 Reliability and rating on strength and durability of the optimum design considering multi-objective**

Stage		1	2	3	4	5
Allowable bending stress [MPa]		386.7	386.7	386.7	386.7	386.7
Bending stress [MPa]	pinion	47.9	84.8	102.0	109.5	205.5
	gear	48.1	75.6	112.7	150.9	199.2
Allowable contact stress [MPa]	pinion	1239.8	1239.8	1239.8	1239.8	1239.8
	gear	1329.1	1318.5	1313.8	1291.3	1288.9
Contact stress [MPa]		637.9	786.3	875.5	975.3	1226.0
Normal tooth load [N]		29.3	82.6	181.0	343.3	619.3
Dynamic capacity [N]		509.1	994.8	1481.9	2168.8	2845.6
$c_{10}$ tooth [ $10^6$ cycles]		5196.7	1742.1	548.6	252.1	97.0
$c_{10}$ pinion [ $10^6$ cycles]		1862.7	589.7	180.9	85.3	31.9
$c_{10}$ gear [ $10^6$ cycles]		1133.5	380.0	119.6	63.8	24.2
Reliability [hour]	pinion	20029	21950	20208	26802	20768
	gear	42192	42433	37582	41431	31478
System reliability [hour]		10381				

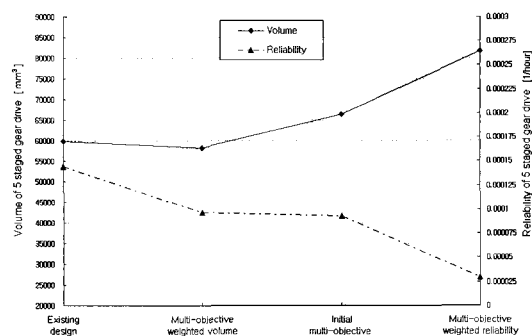
신뢰성을 동시에 만족시키기 위해서는 적절한 가중치의 배분이 필요함을 알 수 있다. 다중목적함수의 초기 실행의 결과를 바탕으로 체적 목적함수의 가중치를 높인 경우의 결과를 보면, 초기 설계보다 체적은 줄었고 신뢰수명은 감소하였으며, 신뢰성 목적함수의 가중치를 높인 결과는 그 반대의 결과를 보임을 알 수 있으며, 따라서 체적과 신뢰성의 상관관계를 알 수 있다.

Fig. 4는 기존 기어드 모터의 해석결과와 다중 목적 최적 설계 결과와의 비교 그래프로서 초기 최적설계의 결과는 기존 5단 기어드 모터보다 90% 시스템 신뢰도 수명은 증가하였지만 체적 또한 증가하였다. 따라서 이로부터 체적 목적함수에 가중치를 높여 적용하여 4.3의 결과와 같이 기존의 설계보다 체적과 신뢰성이 모두 향상된 값을 얻을 수 있었다.

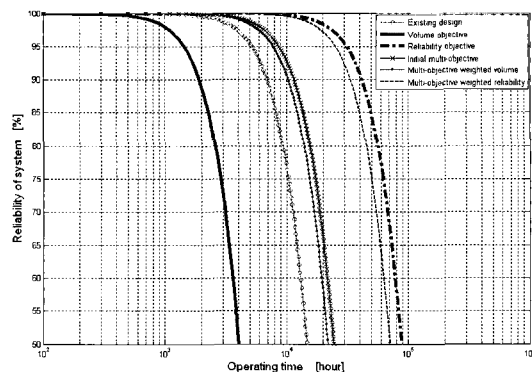
Fig. 5는 기존 5단 기어드 모터의 기어장치와 새로이 설계된 설계값들의 90% 시스템 신뢰도 그래프를 나타낸다. 이 그래프로 작동 시간에 따른 시스템 신뢰도를 알 수 있다. 체적 목적함수만을 고려한 최적설계인 경우 기존 설계보다 신뢰수명이 낮아진 것을 확인할 수 있으며, 두 목적함수의 가중치 배분에 따라 신뢰도 그래프가 좌우로 이동함을 확인할 수 있다.



**Fig. 3 Variation of volume and reliability by optimization method**



**Fig. 4 Comparisons of volume and reliability for the existing design and those for multi-objective function optimization methods**



**Fig. 5 Reliability of 5 staged gear drive systems**



## 5. 결론

본 연구에서는 다단 기어장치 설계 시, 파손확률을 고려하지 않은 기존 설계법의 파손에 대한 불확실성을 보완하기 위해 체적과 신뢰성을 동시에 고려한 최적설계방법을 개발하고 이를 이용한 설계시스템을 개발하였다.

- (1) 강도 평가 및 신뢰성 평가 프로그램을 개발하였으며, 여 최적화 프로그램과는 독립적으로 설계의 해석을 위하여 사용할 수 있도록 하였다.
- (2) 체적과 신뢰성을 동시에 고려한 다단 기어장치의 최적설계 프로세스와 설계 프로그램을 개발하였고, 각 목적함수의 중요도에 따라 초기시행을 거친 후에 체적 또는 신뢰성의 가중치를 변화시켜 설계자가 만족할 수 있는 최적해를 얻을 수 있었다.
- (3) 개발된 최적설계 프로세스와 프로그램을 통하여 설계 시간을 단축시키고 체적과 신뢰수명을 동시에 만족시키는 설계 해를 얻을 수 있다.
- (4) 개발된 설계 프로세스는 소형 다단기어장치 뿐만 아니라 신뢰성이 중요시되는 자동차 및 산업용 기기의 변속장치 등에 적용할 수 있으며, 제품의 신뢰성을 향상시키는데 이바지할 수 있을 것으로 기대된다.

## 참고 문헌

- (1) Jog, C. S. and Pande, S. S., 1989, "Computer-Aided Design of Compact Helical Gear Sets," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 111, pp. 285~289.
- (2) Carroll, R. K. and Johnson, G. E., 1989, "Dimensionless

Solution to the Optimal Design of Spur Gear Sets," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 111, pp. 290~296.

- (3) Haugen, E. G., 1980, *Probabilistic Mechanical Design*, Wiley, NewYork.
- (4) Rao, S. S., 1979, "Reliability Analysis and Design of Epicyclic Gear Trains," *Journal of Mechanical Design, Trans. ASME*, Vol. 101, No. 3, pp. 625~632.
- (5) Lundberg, G. and Palmgren, A., 1952, "Dynamic Capacity of Rolling Bearings," *ACTA Polytechnic, Mechanical Engineering series*, Vol. 2, No. 4.
- (6) Coy, J. J., Townsend, D. P. and Zaretsky, E. V., 1976, "Dynamic Capacity and Surface Fatigue life for Spur and Helical Gears," *Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME*, Vol. 98, No. 2, pp. 267~276.
- (7) Cockerham, G. and Waite, D., 1975, "Computer-Aided Design of Spur or Helical Gear Train," *Computer Aided Design*, pp. 84~88.
- (8) Chong, T. H., Kim, Y. J. and Park, S. H., 2006, "Reliability Evaluation of Multi-Stage Gear Drive," *Trans. of Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 15, No. 2, pp. 16~23.
- (9) ANSI/AGMA 2101-C95, 1995, *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*.
- (10) Goldberg, D. E., 1989, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Professional.