

< 논문 >

수중익 주위의 2차원 비정상 공동 현상 해석

이세영* · 이창진† · 박수형**

(2007년 1월 25일 접수, 2007년 7월 19일 심사완료)

Numerical Simulation of Unsteady Cavitating Flow Around 2D Hydrofoil

Seyoung Lee, Changjin Lee and Soohyung Park

Key Words: Cavitation(공동현상), Re-Entrant Jet(재 진입영역), Hydrofoil(수중익).

Abstract

Due to the difficulty raised from the coupling of cavitation modeling with turbulent flow, numerical simulation for two phase flow remains one of the challenging issues in the society. This research focuses on the development of numerical code to deal with incompressible two phase flow around 2D hydrofoil by combing the cavitation model suggested by Kunz et al. with k-ε turbulent model. The simulation results are compared to experimental data to verify the validity of the developed code. Also, the comparison of the calculation results is made with LES results to evaluate the capability of k-ε turbulence model. The calculation results show very good agreement with experimental observations even though this code can not grasp the small scaled bubbles in the calculation wheres LES can hold the real physics. This code will be extended to 3D compressible two phase flow for the study on the fluid dynamics in the inducers and impellers.

기호설명

C_{dest}	증발항에서의 경험적 상수
C_{prod}	응축항에서의 경험적 상수
μ_t	난류 점성 계수
α	부피비
ρ_m	혼합 밀도
k	난류 운동에너지
ϵ	난류 소산률
t	시간
V	셀의 부피
ρ'	밀도 보정량
σ	캐비테이션 수
P	압력
P'	압력 보정량

1. 서론

수중 운동체의 속도가 증가하게 되면, 물체 주위의 유체 압력이 증기의 압력보다 낮아지게 되어 액상과 기체가 동시에 공존하게 된다. 이러한 현상을 공동 현상(cavitation)이라고 하며 공동 현상은 난류 유동을 수반하고 다상 유동이라는 물리적 특성 때문에 실험 및 수치적 해석에 어려움을 갖게 된다. 또한 불연속적인 이상(two phase) 경계면을 갖기 때문에 경계면 포착을 위한 별도의 수치적 모델링이 필요하게 된다.

공동 현상은 기본적으로 비정상 유동으로 공동의 생성과 소멸이 주기적인 순환을 이루게 된다. 수중 운동체의 앞전 쪽에서 발달하기 시작한 공동은 시간이 지나면서 재진입 영역(re-entrant jet)의 발달에 따라 작은 기포들이 떨어져 나가기 시작한다. 이렇게 떨어져 나간 공동은 자유류를 따라 흐르게 되고 후류 쪽으로 진행할수록 유체의 압력이 회복되면서 마침내 소멸하게 된다. 이와

† 책임저자, 회원, 건국대학교 항공우주공학과

E-mail : cjlee@konkuk.ac.kr

TEL : (02)450-3533 FAX : (02)444-6670

* 건국대학교 대학원 항공우주공학과

** 건국대학교 항공우주공학과

동시에 앞전에서는 남아있던 공동이 다시 성장하여 재진입 영역을 생성하게 되며 다시 커진 재진입 영역에 의해 공동들이 떨어져 나가기 시작한다. 이러한 현상을 가리켜 구름 공동 현상(cloud cavitation)이라고 한다. 구름 공동 현상이 발생하게 되면 반복적 주기를 통해 떨어져 나간 기포들은 붕괴되면서 소음을 발생시키기도 하고, 수중 운동체에 부착되어 침식(erosion)을 일으키기도 한다. 또한 공동의 소멸과 생성에 의한 주기적 반복은 물체의 진동 문제를 발생시키기도 한다. 이러한 문제점으로 인해, 공동현상의 해석은 선박의 스크류나 수중 어뢰, 터보 펌프의 임펠러등 수중 운동체의 성능을 결정하는 데에 매우 중요한 역할을 하게 된다.

따라서 비정상 상태에서의 주기적인 상변화(phase change)를 수치적으로 모사하는 것은 공동 현상 연구에서 핵심이라 할 수 있다. 유체의 밀도 변화와 관련된 여러 방정식의 표현에 따라 공동 현상 모델링 방법은 다양하게 제시된다.

첫 번째로 상태 방정식을 이용하여 혼합 밀도를 표현하는 방법이 있다. 이 방법은 혼합 밀도의 변화를 압력과 함수 관계로 나타내는 방법으로, Delannoy와 Kueny⁽²⁾ 등이 사용하였다. 이들은 순수 액체와 증기는 비압축성으로 가정하였으며 두 상 사이의 혼합 밀도의 변화는 순압형(barotropic) 법칙을 이용하여 표현하였다. 이 모델은 얇은 층 공동현상(sheet cavitation)과 같이 안정적인 형태의 공동 현상의 모사에는 적합한 장점이 있다.

다른 방법으로는, 주 유체의 부피나 밀도의 변화를 통해 공동의 성장과 붕괴를 모델링 하는 기법으로, 이를 위해 상 수송 방정식(volume fraction transport equation)을 사용하는 방법이다. Singhal과 Sauer⁽³⁾ 등은 증기의 생산률을 추정하여 Rayleigh Plesset 방정식을 수정하여 생성 항을 제안하였다. 이 방법은 기포 하나 하나의 생성 패적을 추적할 수 있는 장점이 있지만, 증기의 부피비가 매우 작은 곳에서만 정확한 모사를 할 수 있다는 단점이 있다.

Kunz⁽⁴⁾ 등은 상 수송방정식의 생성 항을 압력과 부피의 함수로 모사하였다. 이 방법은 기포의 레적 자체를 쫓을 수는 없지만 부피비의 제한을 덜 받으며 정상, 비정상 공동 현상 모사에 모두 다 잘 맞는 경향을 보여준다.

또한 공동 현상을 해석하기 위한 수치적 기법도 다양한 연구자들에 의해 개발되어 왔다. 특히 Shyy⁽⁵⁾ 등은 압력기반(pressure based) 알고리즘을 이용하였고, Kunz⁽⁴⁾ 등은 밀도기반(density based) 알고리즘을 이용하여 해석 코드를 개발하였다.

이 두 알고리즘의 가장 큰 차이점은 압력 변화량(pressure gradient)의 항을 처리하는데 있다. 밀도기반 알고리즘에서는 압력 변화량이 플럭스(flux)항으로 처리하지만, 압력 기반 알고리즘에서는 생성 항(source term)의 일부로 처리하게 된다. 또한 밀도 기반 알고리즘은 주로 압축성 영역의 해석을 위해 개발되었기 때문에 저속의 비압축성 영역을 해석하기 위해서는 예조건화 기법이 필요하게 된다. 그러나 압력기반 알고리즘은 비압축성 영역을 해석하기 위해 개발된 알고리즘이므로 예조건화 같은 처리 방법은 필요 없게 되므로 밀도 기반 알고리즘에 비해 적용하기에 간단한 이점이 있다.

따라서 저속의 비압축성 영역만을 해석 대상으로 고려하는 본 연구에서는 압력 기반 알고리즘을 해석기법에 적용하였다. 공동의 주기적 생성과 소멸을 모사하기 위해서 해석범위가 넓은 Kunz⁽⁴⁾의 상 수송 방정식 모델을 이용하여 공동 현상을 모델링하였다. 이렇게 개발된 코드를 바탕으로 2차원 수중의 주위의 시간의 흐름에 따른 구름 공동현상을 모사하여 공동의 주기적 생성과 소멸에 관한 특성을 살펴보았다. 또한 공동 현상 모델이 해석에 끼치는 영향과 난류 모델의 차이에 따른 해석 결과의 차이를 알아보았다.

2. 지배 방정식과 모델링

2.1 지배 방정식과 모델링

물체 주위의 유체 흐름과 공동 현상의 해석을 위하여 연속 방정식, 운동량 방정식으로 지배 방정식을 구성하였고, 공동 현상의 수치적 모사를 위해 상 수송 방정식을 이용하였다. 직교 좌표계에서 각 방정식은 다음과 같다.⁽⁶⁾

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho_m dV + \int \rho_m \bar{v} \cdot \bar{n} dS = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho_n \bar{v} dV + \int \rho_n \bar{v} \bar{v} \cdot \bar{n} dS = \int \bar{F} \cdot \bar{n} dS + \int \rho \bar{b} dV \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \alpha_i dV + \int \alpha_i \bar{v} \cdot \bar{n} dS = \int (\dot{m}^- + \dot{m}^+) dV \quad (3)$$

여기서,

$$T_{ij} = - \left(p + \frac{2}{3} (\mu + \mu_i) \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} + (\mu + \mu_i) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

이고, 혼합물의 밀도는 다음과 같이 정의된다.

$$\rho_m = \rho_l \alpha_l + \rho_v (1 - \alpha_l) \quad (4)$$

여기서 아래 첨자 l 은 액체, v 는 증기, 그리고 m 은 혼합물을 나타낸다.

2.2 공동 현상 모델링 및 난류 모델링

공동 현상을 수치적으로 해석하기 위해 필요한 공동 현상 모델링은 Kunz⁽⁴⁾ 등이 제안한 모델을 사용하였다. 상 수송 방정식에서 생성 항은 다음과 같다.

$$\dot{m}^- = \frac{C_{dest} \rho_v \alpha_l \text{MIN}[0, p - p_v]}{\rho_l \left(\frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2 \right) t_\infty} \quad (5)$$

$$\dot{m}^+ = \frac{C_{prod} \rho_v \alpha_l^2 (1 - \alpha_l)}{\rho_l t_\infty}$$

식 (5)에서의 시간 단위는 특성 길이 (characteristic length)와 참고 속도(reference velocity)의 비(l/U)로 정의된다. 공동의 소멸과 생성은 식 (5)의 응축(\dot{m}^-)과 증발(\dot{m}^+)의 항으로 모델링 하였는데 응축항은 부피비를, 증발항은 압력을 통해 표현하였다. 대부분의 경우에서 표면 장력과 부력효과는 무시한다. C_{dest} 와 C_{prod} 값은 각 모델별로 다른 경험에 의한 상수 값으로 이 값의 결정은 각 모델들마다 다르게 된다. 상수의 결정은 실험값과 해석 값의 비로 결정되는데 여기서는 Kunz⁽⁴⁾가 사용한 값인 9×10^5 와 3×10^4 를 사용하였다. 액체와 증기의 밀도비는 1000으로 가정하였다.

난류 해석을 위해서 일반적으로 널리 사용되고 있는 표준 k- ϵ 난류 모델을 사용하였다. 난류 모델에 사용되는 상수들은 Table 1⁽⁷⁾과 같다.

Table 1 turbulence modeling constant⁽⁷⁾

	C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ϵ	σ_h	σ_i
Standard k- ϵ	0.09	1.4	1.92	1.0	1.3	0.9	0.9

3. 수치해석 방법

3.1 지배방정식의 차분화

본 연구에서 지배방정식의 수치해석은 유동현상에 쉽게 적용할 수 있는 유한 체적법을 이용하였다. 속도 성분과 종속 변수들의 배열을 위한 격자계는 비 엇갈림 격자계(collocated grid)를 이용하였다. 계산의 알고리즘은 SIMPLE를 이용하였고, 격자 면에서의 대류 항은 상류 차분 도식(upwind scheme)을 사용하여 차분화 하였다. 앞서 열거한 지배방정식을 일반화하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\bar{U}\phi) - \text{div}(\Gamma_\phi \text{grad}\phi) = S_\phi \quad (6)$$

유한 체적법을 식 (6)에 적용하면,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho\phi dV + \int_S \rho\phi\bar{U} \cdot \bar{n} dS = \int_S \Gamma_\phi \text{grad}\phi \cdot \bar{n} dS + \int_V S_\phi dV \quad (7)$$

ϕ 는 종속변수, Γ_ϕ 는 확산계수, S_ϕ 는 생성항, S는 면적, V는 제어체적을 나타낸다. Fig. 1에서 보는 바와 같이 면 'e'에서의 질량 유속은 아래와 같이 비 직교 좌표계에 대한 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{m}_e = \int_e \rho\bar{U} \cdot \bar{n} dS \approx (\rho\bar{U} \cdot \bar{n})_e S_e = \rho_e (S^x u + S^y v) \quad (8)$$

임의의 종속변수에 대한 대류 유속과 확산 유속은 각각 다음식과 같이 표현된다.

$$F_e^c = \int_e \rho\phi\bar{U} \cdot \bar{n} dS \approx \dot{m}_e \phi_e \quad (9)$$

$$F_e^d = \int_e \Gamma_\phi \text{grad}\phi \cdot \bar{n} dS \approx (\Gamma_\phi \text{grad}\phi \cdot \bar{n})_e S_e \quad (10)$$

이를 정리하면 최종 차분식은 다음과 같이 단순 식으로 표현된다.

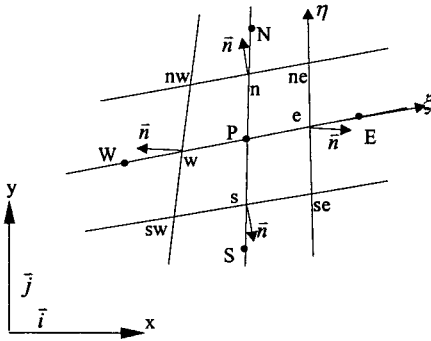


Fig. 1 Generalized control volume and notation

$$A_p^{\phi} \phi_p = A_E^{\phi} \phi_E + A_W^{\phi} \phi_W + A_N^{\phi} \phi_N + A_S^{\phi} \phi_S + b_p \quad (11)$$

3.2 압력 보정 방정식

비 엇갈림 격자계는 압력과 속도 해에서 심각한 비 물리적 진동 현상을 초래할 수 있다. 이를 해결하기 위하여 모멘트 보간법을 적용한 압력방정식을 이용하며 운동량 방정식은 다음과 같이 차분화 된다.

$$A_p^u \bar{u} = \sum A_{nb}^u \bar{u}_{nb} - V_p (\nabla_d P)_p + b_p \quad (12)$$

여기서 A_p^u 와 A_{nb}^u 는 셀 중심과 이웃 노드에서 대류와 확장 항으로 인해 나타나는 계수이다. V_p 는 셀의 부피를 의미하고, b_p 는 생성 항을 나타낸다. SIMPLE 알고리즘과 같이, 추측에 의한 반복을 기반으로 하는 계산 순서에서 차분화된 운동량 방정식은 다음과 같이 계산된다.

$$A_p^{\bar{u}^*} \bar{u}^* = \sum A_{nb}^{\bar{u}^*} \bar{u}_{nb}^* - V_p (\nabla_d P^*)_p + b_p \quad (13)$$

모든 위치에서의 속도장은 이웃한 셀의 속도와 압력을 기반으로 보정된다. 식 (12)와 식 (13)을 기반으로, 속도 보정은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\bar{u}' = \bar{u} - \bar{u}^* = -D_p (\nabla_d P')_p \quad (14)$$

여기서 $D_p = \begin{bmatrix} V_p/A_p^u & 0 \\ 0 & V_p/A_p^v \end{bmatrix}$ 이다. 압력장을 보정

하기 위해, 연속 방정식인 식 (1)을 보정된 속도로 치환하여 압력 보정식으로 바꾼다.

$$\nabla_d \cdot (\rho D \nabla_d P') = \nabla_d \cdot (\rho \bar{u}^*) \quad (15)$$

공동 현상 모델에서 식 (3)은 밀도 장을 결정하기 위하여 쓴다. 이 식에서 압력에 의존하는 생성 항이 나타나기 때문에 압력과 밀도가 서로 상호 연관(couple)되고, 이로 인해 압력 보정 방정식을 다시 사용하여야 한다. 속도, 압력, 밀도의 변동 항을 식 (16)라 할 때 연속방정식에서 플럭스 항은 식 (17)이 되며 이때, m 과 m^* 은 반복계산의 순서를 나타낸다.

$$u^m = u^{m*} + u', p^m = p^{m*} + p', \rho^m = \rho^{m*} + \rho \quad (16)$$

$$\bar{\rho} u = (\rho^* + \rho')(\bar{u}^* + \bar{u}') = \rho^* \bar{u}^* + \rho^* \bar{u}' + \rho' \bar{u}^* + \rho' \bar{u}' \quad (17)$$

SIMPLE 알고리즘은 비압축성의 유체를 해석하기 위해 개발된 알고리즘이다. 압력에 관한 별도의 방정식이 없기 때문에 연속 방정식과 운동량 방정식을 통해 압력 보정 방정식을 도출하여 압력의 변화량을 구해낸다. 또한 본 연구에서 사용된 공동 현상 모델은 압력의 변화로써 부피비(volume fraction)를 구하게 되고 구해진 부피비로 밀도장을 결정한다. 따라서 압력과 밀도가 서로 연관되어 있으므로 압력 변화에 따른 밀도 변화를 고려하여야 한다. 밀도의 보정은 식 (18)과 같이 압력 보정량을 이용하여 이루어지며 이 식에 대한 자세한 내용은 참고 문헌⁽⁵⁾을 이용하였다.

$$\rho' = C(1 - \alpha_t) P' \quad (18)$$

여기에서 C 는 임의의 상수이다. 이 값의 결정은 압력 보정 방정식의 특성 때문에 최종 해 수렴성에 영향을 주지 않는다. C 값의 변화는 단지 수렴되는 해에 이르는 경로가 달라짐을 의미한다. 그러나 C 의 값이 너무 크면 반복계산의 초기 과정에서 계산을 불안정하게 만드는 특성이 있다. C 값 또한 경험적 상수이며 본 계산에서는 $C = O(1)$ 의 값을 사용하였다.

3.3 시간 적분 방법

본 연구에 적용한 시간 적분 방법은 TTL(Three Time Level) 방법으로써 내재적 후방 차분(implicit

backward scheme)기법을 기반으로 하였다. 2차의 정확도를 가지며 진동 해를 방지할 수 있으며 적용하기 쉬운 장점이 있다. 그러나 내재적(implicit) 기법을 기반으로 하기 때문에 각 시간 간격마다 iteration이 필요하게 된다.

ϕ 를 변수로 하는 시간 항에 대한 TTL방법의 적용은 다음과 같다.⁽⁸⁾

$$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{n+1} = \frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} \quad (19)$$

여기서 n+1은 현재의 시간을, n과 n-1은 이전 시간(old time)을 뜻한다. 위의 식을 수송 방정식인 (6)에 적용하면 식 (20)과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{3}{2} \frac{\rho \phi_i^{n+1}}{\Delta t} - \frac{\rho}{2\Delta t} (4\phi_i^n - \phi_i^{n-1}) = (-\text{div} \rho \vec{U} \phi + \text{div}(\Gamma \text{grad} \phi) + S) \Delta t \quad (20)$$

위 식의 우변 항인 대류 항과 확산 항, 생성 항들은 공간 차분을 통해 구하게 되는데, 현재 시간인 n+1에서의 공간 차분 항을 의미한다. 이전 시간(old time)에서 구해진 값들은 공간 차분 항들과는 상관없이 상수 취급하게 되며, 이렇게 구한 시간 적분 항들을 식 (11)에 대입하면 시간 증분 Δt 만큼의 시간이 흐르는 동안의 공간적, 시간적 변화량은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$A_p^\phi \phi_p = A_E^\phi \phi_E + A_W^\phi \phi_W + A_N^\phi \phi_N + A_S^\phi \phi_S + b_\phi + Q_n^c + Q_u^c + Q_u^p + (1 - \alpha') A_p^{old} \phi_p^{old} \quad (21)$$

단, $A_p^\phi = A_N + A_S + A_E + A_W + A'_p$

$$A'_p = \left. \frac{3\rho}{2\Delta t} \right)_p, \quad Q_n^c = \left. \frac{\rho}{2\Delta t} (4\phi_p^n - \phi_p^{n-1}) \right)_p$$

Q_u^p : 압력 변화량

Q_u^c : 이전 iteration에서 계산된 플럭스(flux)

α' : Relaxation Factor

4. 해석 결과

4.1 해석 코드 검증 : 실험 결과와의 비교

본 연구에서 개발된 수치 해석 코드를 검증하기 위해 실험 결과와의 비교를 실시하였다. 해석

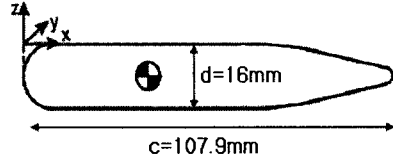


Fig. 2 Geometry of CLE hydrofoil

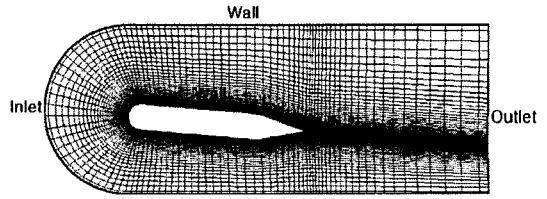


Fig. 3 Grid and boundary condition

대상은 참고 문헌⁽⁹⁾의 CLE(circular leading edge)수중익이며 그 형상은 Fig. 2와 같다.

수중익의 실험 조건은 자유류 속도가 16m/s이며 캐비테이션 수는 2.7이고 받음각은 5도이다. 또한 자유류 속도에 의한 레이놀즈 수는 1.6×10^6 으로 상온에서의 물을 주유체로 사용하였다. 해석에서 사용된 조건은 실험 조건과 동일한 조건을 그대로 적용하였다. 계산을 위한 격자 형상 및 경계조건은 Fig. 3과 같으며, 사용된 격자의 개수는 130x50이다. 입구에서는 자유류의 속도가 일정하게 들어오며 벽에서는 점착(no-slip) 조건이 적용되었다. 또한 출구에서는 압력은 자유류의 압력으로 고정시켰으며, 다른 변수들은 외삽법(extrapolation)을 이용하였다.

실험 결과⁽⁹⁾와 본 연구의 해석결과를 비교하여 Fig. 4에 나타내었다. 공동이 생성하여 소멸하고 다시 자라나는 한 주기를 보여주고 있다. 주기의 시작은 시간이 6.80ms이며 주기의 종료는 6.36ms이다. 또한 공동의 이동 위치를 명확하게 보기 위해 실험에서 사용하였던 압력센서 4개를 같은 위치로 해석 결과에 표시하였다. 각각 x/L_{ref} 가 0.15, 0.27, 0.37, 0.51인 지점으로 L_{ref} 는 0.1m이다.

익형의 앞전 쪽에서 빨라진 속도로 인해 주 유체의 압력이 증기압보다 낮아지게 되면서 공동 현상이 발생하기 시작한다. 실험결과에서는 주공동이 대략 두 번째 압력센서가 위치한 지점까지 자라나게 되며 본 연구의 해석결과에서도 비슷한

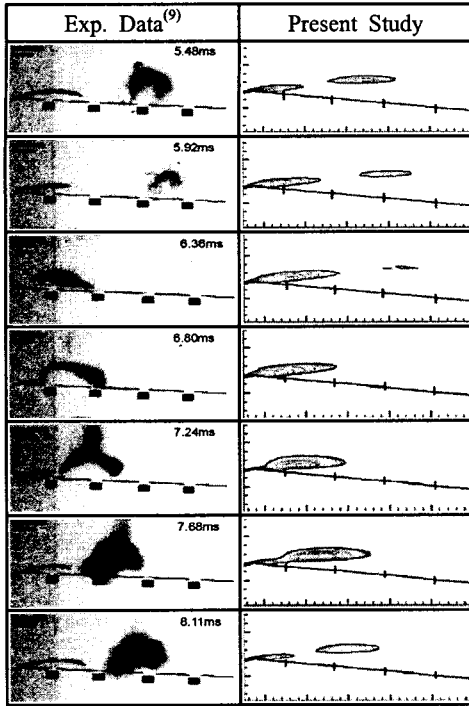


Fig. 4 Experimental⁽⁹⁾ and numerical simulation around CLE foil

위치까지 주공동이 사라나는 것을 확인할 수 있다. 앞전 쪽에서 사라나던 공동은 재진입 영역이 발달하면서 작은 기포들이 공동으로부터 떨어져 나가기 시작한다. 실험에서는 대략 7.68ms쯤에 공동이 떨어지기 시작하지만 본 연구 결과에서는 8.11ms가 되어야 주 공동에서 공동이 완전히 분리되는 것을 볼 수 있다.

떨어져 나간 공동은 자유류의 흐름에 따라 후류 쪽으로 이동다가 후류 쪽에서 잃었던 압력을 회복하게 되면서 점차 소멸하게 된다. 대략 6.36ms쯤에서 공동의 검은 구름 형상이 거의 사라진 것을 실험 결과에서 확인할 수 있다. 본 연구의 해석결과에서도 역시 6.36ms에 공동이 매우 작아서 거의 없어지는 것을 확인할 수 있다. 또한 실험 결과에서 공동이 소멸하는 위치는 4번째 압력센서 지점이고 해석 결과에서는 3번째 압력센서와 4번째 압력센서의 사이이다. 약간의 차이는 있지만 공동의 소멸하는 위치 역시 비슷한 지점이라 할 수 있다.

실험 결과에서 보이는 검은 선은 공동 내부가

Table 2 Strouhal number

	$f(\text{Hz})$	$l(m)$	Str.
Exp. Data ⁽⁹⁾	300	0.026	0.25
Present Study	324.7	0.025	0.26

순수증기로 이루어진 공동을 의미하며 검은 구름 형상의 공동은 공동 내부가 액체와 증기의 혼합 영역으로 이루어져 있음을 의미한다. 본 연구의 공동 현상 모델은 공동 내부가 순수증기로만 이루어져 있다고 가정한 모델이므로 실험에서 보이는 혼합 영역으로 이루어진 공동의 모사에는 어려움이 따르게 된다. 따라서 공동 현상 모델링의 한계로 인하여 실험 결과에서 보이는 실질적인 공동의 형상을 본 연구에서는 완벽하게 모사하지 못하였다.

다음은 비정상 공동 현상에서 중요한 물리적 의미를 지니고 있는 Strouhal 수를 비교한 결과이다. Strouhal 수는 전체 주기 중 재진입 영역이 발달하는 시간을 의미하는 것으로 Strouhal 수를 구하는 방법은 다음과 같이 정의된다.

$$Str = \frac{f \cdot l_{c,mean}}{V_c} \quad \text{단, } V_c = V_0 \cdot \sqrt{1 + \sigma} \quad (22)$$

여기서 f 는 주기(Hz)를 뜻하며 $l_{c,mean}$ 은 평균 공동 길이(m)를 뜻한다. V_0 는 자유류 속도를, σ 는 캐비테이션 수를 뜻하는데, 캐비테이션 수는 다음과 같이 정의 된다.

$$\sigma = \frac{P_\infty - P_v}{0.5 \cdot \rho_\infty \cdot V_0^2} \quad (23)$$

P_∞ 는 자유류의 압력을, P_v 는 증기의 압력을, ρ_∞ 는 자유류의 밀도를 나타낸다. 캐비테이션 수가 공동 발생 조건(cavitation inception condition)보다 작을수록 공동 현상이 크게 발달한다.

Table 2는 실험 결과와의 Strouhal 수의 비교이다. Strouhal 수의 비교를 통해 보면, 본 연구를 통해 얻은 결과를 실험결과와 비교해 보면 약 4%정도의 차이가 나는데 이는 해석 결과에서도 확인했듯이 기포가 떨어져 나가는 시간 차이에 의해 평균 공동 길이의 차이에서 비롯되었다 할 수 있다.

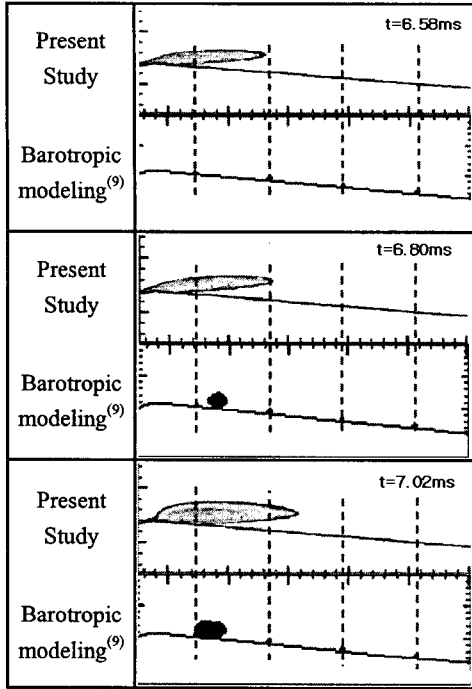


Fig. 5 Numerical simulation result :Volume transport model vs. Barotropic model

4.2 공동 현상 모델링 기법 차이 비교

다음은 공동 현상 모델링 기법의 차이가 해석 결과에 어떤 영향을 끼치는지 알아보기 위해 실시한 해석 결과이다. 해석 대상은 참고문헌⁽⁹⁾과 같은 대상을 이용하였으며, 해석조건 역시 동일하다. 또한 참고 문헌⁽⁹⁾의 수치적 해석 역시 본 연구와 같이, URANS를 이용하였으며 난류 모델인 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였고 같은 알고리즘인 SIMPLE 알고리즘을 사용하였다.

Fig. 5는 참고 문헌⁽⁹⁾의 해석 결과와 본 연구의 해석 결과를 비교한 그림이다. 참고 문헌⁽⁹⁾은 공동 현상 모델링 기법으로 순압형 모델을 이용하였다. 순압형 모델과 본 연구의 상수송 방정식 모델링 기법에 따른 해석 결과에서 보이는 가장 큰 차이점은 앞전에서의 공동의 존재 유무이다.

순압형 모델을 사용한 결과에서는 재진입 영역의 발달 후에 주 공동에서 작은 공동이 떨어져 나간 후, 주공동이 완전히 소멸한 것으로 확인된

다. 그러나 실험결과에서는 앞전 쪽의 공동은 계속적으로 존재하며 상수송 방정식을 이용한 본 연구에서도 여전히 남아 있는 앞전 쪽의 주 공동을 확인할 수 있다. 이것은 본 연구에서도 마찬가지로 확인 할 수 있다. 또한, 참고 문헌의 해석 결과는 실험 결과나 본 연구 결과에 비해 공동이 작게 형성 되는 것을 확인할 수 있었다. 이를 통해 공동 현상의 모델링 방법의 비교에서 순압형 모델을 이용한 공동 현상을 해석한 결과보다 본 연구의 해석결과가 좀 더 실험에 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

4.3 난류 해석 기법에 따른 결과 비교

난류 모델의 차이가 공동 현상의 해석에 끼치는 영향을 알아보기 위해 본 연구의 URANS(Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes) 해석과 참고 문헌⁽¹⁰⁾의 DES(Detached Eddy Simulation) 해석을 비교해보았다.

본 연구에서는 URANS 방정식을 이용하여 비정상 난류 유동 계산을 실시하였다. URANS 계산은 적절한 시간 간격에 대한 평균을 취함으로써 작은 난류 소용돌이를 무시하게 되므로, 격자 개수의 이점을 갖게 되는 동시에 계산 시간의 이점도 갖게 된다. 이와 달리 LES(Large Eddy Simulation)를 이용한 난류 계산은 큰 난류 소용돌이는 모델링 없이 직접 계산하고, 작은 난류 소용돌이 들은 모델링을 통해 계산하게 되므로, 시간에 대한 평균을 취할 필요가 없게 되므로 좀 더 비정상 계산의 물리적 의미에 적합하다고 할 수 있겠다. 그러나 LES는 URANS 계산에 비해 격자가 더 많이 소모되게 되며 이에 따른 계산시간의 증대라는 단점을 갖게 된다.

참고 문헌⁽¹⁰⁾은 예조건화 기법을 이용하여 압축성까지 계산할 수 있는 코드를 개발하였으며, 3차의 정확도를 갖는 MUSCL 기법을 이용 대류항을 차분화 하였다. 난류 모델은 DES 모델을 사용하였는데, 모델은 RANS 계산과 LES 계산의 장점을 모아 개발된 모델로 벽 근처와 같이 격자가 조밀할 필요가 있는 곳은 RANS를 통해 계산하고 그렇지 않은 곳은 LES를 모델링하여 순수 LES 모델에 비해 격자의 개수를 줄일 수 있는 장점이 있다.

본 계산에서 사용한 익형은 참고 문헌⁽¹¹⁾에서 제안된 식 (21)을 통해 그 형태를 얻을 수 있다.

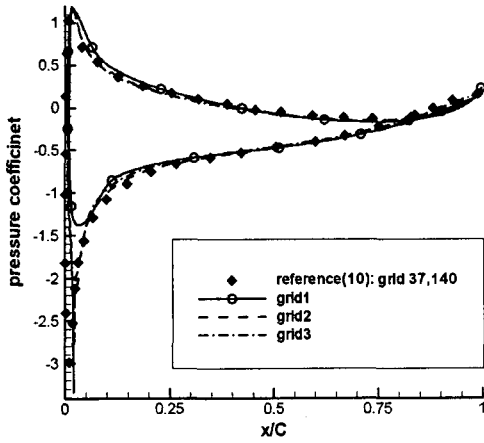


Fig. 6 Grid resolution

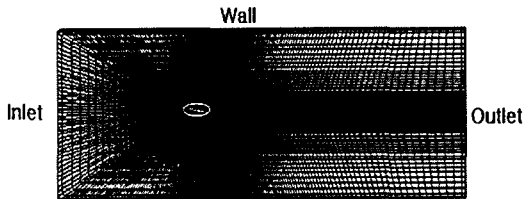


Fig. 7 Grid and boundary condition

$$\frac{y}{c} = a_0 \sqrt{\frac{x}{c}} + a_1 \frac{x}{c} + a_2 \left(\frac{x}{c}\right)^2 + a_3 \left(\frac{x}{c}\right)^3 + a_4 \left(\frac{x}{c}\right)^4 \quad (21)$$

단, $a_0=0.11858, a_1=-0.02972,$

$a_2=0.00593, a_3=-0.07272, a_4=-0.002207$

계산 조건은 참고문헌⁽¹⁰⁾의 조건과 같은 조건을 사용하였다. 수중익의 코드 길이는 0.1m이고 자유류의 속도는 6m/s이다. 캐비테이션 수는 0.8이며 익형의 받음각은 7도이다.

Fig. 6은 해석에 사용할 격자를 결정하기 위해 실시한 해석의 결과이다. 위의 해석조건과 동일한 조건을 사용하였으며 정상상태(steady state)의 단상(single phase)유동으로 가정하여 익형 주위의 압력분포를 비교하였다.

격자 1은 27,000개의 격자를 사용하였고 격자 2는 37,000개, 격자 3은 47,000개의 격자를 사용하였다. 격자 1은 참고 문헌의 결과와 비교해 보았을 때, 해석 결과에 있어 앞전 쪽의 압력 계수 값에서 상당한 차이가 나는 것을 확인할 수 있

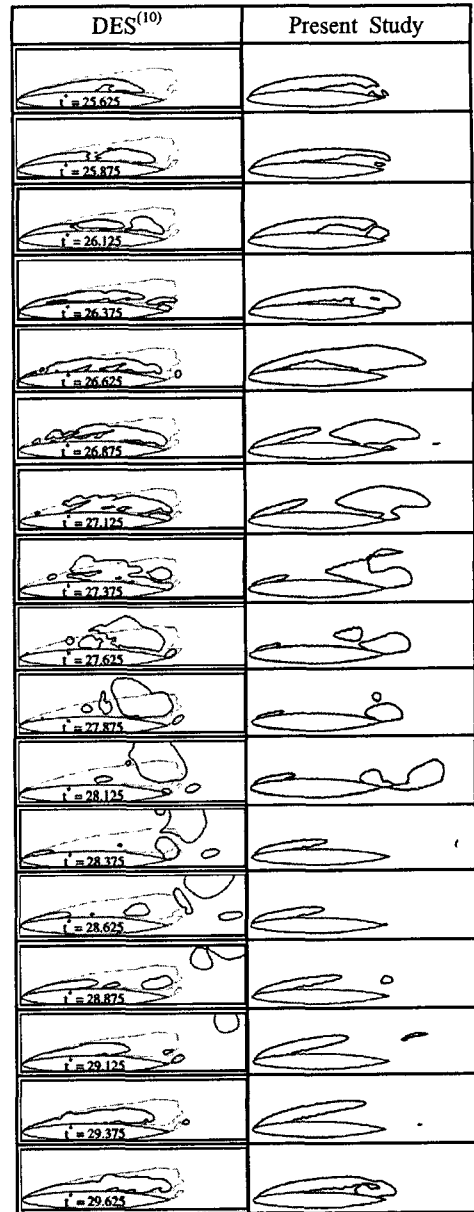


Fig. 8 Predicted volume fraction contour

다. 따라서 앞전 쪽의 격자를 늘려 해석해 본 결과, 격자 2의 상태에서 참고 문헌과 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 또한 격자 2와 3의 해석 결과를 비교해 보았을 때 격자 2의 상태에서 격자의 개수가 늘어나더라도 해석 결과에 큰 영향을 끼치지 않음을 확인하였다. 따라서 격자의 개수에 의해 해석결과가 변하지 않고 참고문헌⁽⁹⁾의 결과

Table 3 Mean lift and drag coefficient

	Mean C_L	Mean C_D
DES ⁽¹⁰⁾	0.5005	0.0971
Present Study	0.4752	0.0787

에 가장 근접한 결과를 보이는 격자 2의 형상을 해석에 채택하였다. 그 형상은 다음의 Fig. 7과 같으며 경계조건은 다음과 같이 적용하였다.

Fig. 8은 참고문헌⁽¹⁰⁾의 DES를 이용한 해석결과와 본 연구의 해석결과를 비교한 결과이다. URANS를 이용한 본 연구에 비해 DES를 이용한 결과에서는 주 공동에서 떨어져 나간 기포들의 크기가 훨씬 큰 것을 확인할 수 있다. 또한 DES 계산에서는 보다 작은 크기의 기포들을 더 잘 잡아내는 것을 확인할 수 있었다. 이는 URANS 계산이 시간에 대한 평균을 통해 공동의 크기를 계산하게 되므로 DES계산에 비해 URANS 계산에서 공동의 크기가 작게 계산되기 때문이다. 또한 공동이 떨어져나가 소멸되는 시간도 URANS 계산이 DES의 계산결과보다 약간 더 빠른 것을 확인할 수 있다. 그러나 전체적인 경향, 즉 공동이 떨어지는 시간이나 공동의 소멸 시간 등은 대체적으로 일치하는 것을 확인할 수 있다.

Table 3은 DES를 이용한 계산과 본 연구에서의 해석 결과를 요약하고 있다. 평균양력 계수와 평균 항력 계수 모두 DES 해석 결과에 비해 본 연구의 해석 결과가 더 적게 계산됨을 확인할 수 있다. 이것은 난류 모델의 차이로 인해 발생하는 오차로 여겨진다.

5. 결 론

Kunz가 제안한 상 수송 방정식모형을 바탕으로 2차원 비압축성 공동 현상을 해석할 수 있는 코드를 개발하여 수중익 주위의 시간의 흐름에 따른 공동 현상의 거동을 모사하였다. 저속의 영역을 해석대상으로 삼았기 때문에 압력기반 알고리즘을 사용하였다. 개발된 코드의 검증은 위해 실험 결과와 본 연구의 해석 결과를 비교해보았다. 이때 실험결과에 시간의 흐름에 따른 공동 모사가 대략적으로 일치하는 결과를 확인할 수 있었다. 또한 공동 현상 모델링 기법의 차이에 따른 해석결과를 다른 모델링 기법을 사용한 참고 문

헌과의 결과와 비교해 보았다. 이때, 참고문헌의 순압형 모델보다 본 연구의 상 수송 방정식 모델이 실험 결과에 더 가깝게 비정상 공동 현상의 거동을 모사하는 것을 확인할 수 있었다. 그러나 난류 모델의 차이에 따른 해석 결과를 비교해 보았을 때 같은 공동 현상 모델을 이용했으나 DES를 이용하여 난류 유동을 해석한 참고 문헌의 결과보다 본 연구의 결과가 공동의 비정상 거동을 잘 모사하지 못하는 것을 확인하였다. 따라서 향후 좀 더 정확한 공동의 거동 모사를 위해서는 난류 모델의 수정이 필요하다고 할 수 있겠다.

향후 열전달 현상이 포함되는 보다 넓은 범위의 유동에서 발생하는 공동 현상을 해석할 예정이며 상업용 터보 펌프의 임펠러 주위의 유동 해석에 응용할 예정이다.

참고 문헌

- (1) Rebound, J. L., Countier-Delgosha, O., Pouffary, B. and fortes-Patella, R., 2003, "Numerical Simulations of Unsteady Cavitating Flows: Some Applications and Open Problems," *5th International Symposium on Cavitation(CAV2003)*, Osaka, Japan, November, 1~4,
- (2) Delannoy, Y. and Kueny, J. L., 1990, "Two Phase Approach in Unsteady Cavitating Modelling," *ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum*, vol 109, pp.153~159
- (3) Singhal, A. K. M., Athavale, M. H. Li and Jiang, Y., 2004, "Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model," in *ECCOMAS, European Congress on Computational Methods in Applied Science and Engineering*
- (4) Kunz, R. F., Boger, D. A., Stinebring, D. R., Chyczewski, T. S. and Gibeling, H. J., 1999, "A Preconditioned Navier-Stokes Method for Two-Phase Flows with Application to Cavitation Prediction," *AIAA-99-3329*.
- (5) Inanc Senocak and Wei Shyy, 2002, "A Pressure-Based Method for Turbulent Cavitating Flow Computations," *Journal of Computational Physics* 176, pp. 363~383,
- (6) Chang, S. Y., Lee, C. J., 2004, "Numerical Study of Cavitating Flow Using Pressure-Based Algorithm," *Aerospace Weapon system development*

- seminar*, Daejun, Korea, October 29.
- (7) Launder, B. E. and Sharma, B. I., 1974, "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc," *Letters in Heat and Mass transfer*, Vol.1, No. 2, pp.131~138.
- (8) Ferziger, J. H. and Peric, M. 2002, "Computational Methods for Fluid Dynamics," *Springer*, 3rd edition
- (9) Hofmann, M., Lohrberg, H., Ludwig, G., Stoffel, B. and Rebound, J. L., 1999, "Numerical and Experimental Investigation on the Self Oscillating Behaviour of Cloud Cavitation," *3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, July 18~38.
- (10) Kunz, R. F., Lindau, J. W. Kaday T. A. and Peltier, L. J., 2003, "Unsteady RANS and Detached Eddy Simulations of Cavitating Flow Over a Hydrofoil," *5th International Symposium on Cavitation(CAV2003)*, Osaka, Japan, November 1-4.
- (11) Franc, J. P. and G. H. Schnerr, 2003, "Workshop on Physical Models and CFD Tools for Computation of Cavitating Flows," *Call for participation in present workshop, 5th International Symposium on Cavitation(CAV2003)*, Osaka, Japan, November 1-4.