

# 비선형 채널에서 임의의 2차원 변조 신호의 SER 분석

정회원 이재윤\*, 종신회원 윤동원\*, 정회원 조경국\*

## SER Analysis of Arbitrary Two-Dimensional Signaling over Nonlinear AWGN Channels

Jaeyoon Lee\* *Regular Member*, Dongweon Yoon\* *Lifelong Member*, Kyongkuk Cho\* *Regular Member*

### 요약

본 논문에서는 비선형 특성을 갖는 고출력 증폭기(high power amplifier : HPA) 및 I/Q 진폭/위상 불균형과 위상 오류를 갖는 비이상적인 수신기가 고려된 APSK 뿐만 아니라 임의의 2차원 신호를 갖는 변조방식에 대한 오류 확률을 표현을 유도하고, 그 표현의 수치적 결과로부터 비선형 특성 및 비이상적인 특성이 오류 확률에 미치는 영향을 분석한다. HPA의 모델로는 가장 많이 사용되는 Saleh 모델을 적용하며, 한 신호점에서의 오류 확률 분석을 2차원 결합 가우시안 Q함수(2-dimensional joint Gaussian Q-function)의 표현으로 간편히 할 수 있는 방법을 통하여 정확한 오류 확률의 유도 및 분석을 수행한다.

**Key Words :** Non-linearity, HPA, I/Q Unbalances, Phase Error, 2-D Signaling

### ABSTRACT

The non-linearity of HPA(high power amplifier) which is an important component in modern communications systems introduces AM/AM and AM/PM distortion so that the transmitted signal is deteriorated. And, the I/Q unbalances and phase error which are generated by non-ideal components are inevitable physical phenomena and lead to performance degradation when we implement a practical two-dimensional (2-D) modulation system. In this paper, we provide an exact and general expression involving the 2-D Gaussian Q-function for the error probabilities of arbitrary 2-D signaling with I/Q amplitude and phase unbalances in nonlinear additive white Gaussian noise (AWGN) channels by using the coordinate rotation and shifting technique.

### I. 서론

디지털 통신 시스템의 성능은 변·복조기의 I/Q 위상 및 진폭 불균형, AWGN, 페이딩, 위상 오류, 고출력 증폭기(High Power Amplifier : HPA)의 비선형성 등으로 인하여 영향을 받는다. 그 중 HPA는 현대 통신 시스템의 중요한 요소로서, 송신기와 수신기 사이의 전송 손실을 극복하기 위한 전송 신호 레벨을 제공한다. 그러나 HPA가 가지고 있는 비선형성, 즉, AM/AM 및 AM/PM 특성은 전송 신

호를 왜곡시켜, 결국 오류 성능 저하를 발생시킨다. 디지털 통신 시스템에서는 이러한 증폭기의 비선형 특성 뿐만 아니라 I/Q 위상 및 진폭 불균형과 위상 오류 같은 수신기의 비이상적 특성에 의하여 수신 오류 성능이 영향을 받는다. I/Q 위상 불균형은 위상 천이기(phase shifter)가 정확히  $90^{\circ}$ 로 천이시키지 못하여 발생하며, I/Q 진폭 불균형은 복조기 I/Q 경로 상에서 서로 다른 필터 삽입 손실 또는 혼합기(mixer)의 서로 다른 이득 등으로 생긴다. 또한 위상 오류는 동기 복조를 위해 위상동기 루프(phase

\* 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부 (dwyoon@hanyang.ac.kr),  
논문번호 : KICS2007-04-193, 접수일자 : 2007년 4월 25일,

최종논문접수일자 : 2007년 6월 21일

locked loop)를 사용하여 국부적으로 만들어낸 기준 신호(reference signal)와 수신된 신호와의 위상이 같지 않기 때문에 발생한다.

이러한 특성들로 인한 여러 디지털 변조 방식들의 성능 변화에 관하여 많은 연구가 활발히 진행되고 있는데<sup>[1-7]</sup>, 특히, 최근 들어 임의의 2차원 신호를 갖는 변조 방식에 대한 정확한 오류 성능을 구하는 방법에 대하여 [1]에서는 새로운 결정 영역 분할 방법을 제안하고 Craig의 방법을 확장 적용함으로써 임의의 2차원 신호에 대한 SER 및 BER을 제공하였다며, [2]에서는 [1]에서와는 다르게 잘 알려진 이변량 가우시안 (bivariate Gaussian : BVG) 누적 분포 함수 (cumulative distribution function : CDF)을 사용하여 수치적인 적분 없이 SER 및 BER을 구할 수 있는 일반적인 방법을 제안하였다. [2]보다 조금 앞서서 두 축 간의 상관관계를 직접 정량적으로 해석하여 수신기의 I/Q 불균형 존재 시 한 신호 점에서의 오류 확률 분석을 2차원 결합 가우시안 Q-함수(2-dimensional joint Gaussian Q-function)의 표현으로 간편히 할 수 있는 방안이 도출되어, 수치적분이 필요 없는 closed-form 표현을 유도할 수 있는 방법이 제시되었다<sup>[3]</sup>. 또한 이를 적용하여 I/Q 불균형 시 MPSK의 SER이 closed-form으로 유도되었으며<sup>[4]</sup>, 가장 최근에는 위 방법을 확장하여 임의의 2차원 M진 신호에 대한 오류 확률을 closed-form으로 구할 수 있는 방법이 도출되어 임의의 2차원 변조 방식의 오류 확률이 정확한 closed-form 표현으로 제시되었다<sup>[5]</sup>. [6]에서는 비선형 채널에서 16-APSK 변조 방식들의 SER 성능 및 총 감쇠량(total degradation)을 분석하여 4+12 APSK 변조 방식이 가장 우수한 성능을 보임을 나타내었으며, [7]에서는 OFDM 시스템에서 I/Q 불균형, 주파수 offset, 위상 잡음(phase noise)에 대한 QAM계열 변조 방식의 BER 성능을 제시하였다.

본 논문에서는 각 신호점의 사전확률(priori probability)<sup>[6]</sup> 동일하지 않은 경우에 대해 적용할 수 있고, APSK 뿐만 아니라 임의의 2차원 M진 신호를 갖는 변조방식에 대해 HPA의 비선형 특성과 수신기의 I/Q 불균형 및 위상 오류 등이 고려된 정확하고 일반화된 closed-form 형태의 비트 및 심볼 오류 확률 표현을 도출한다. 또한 도출된 오류 확률 표현으로부터 HPA의 비선형 특성과 수신기의 I/Q 불균형 및 위상 오류가 비트 및 심볼 오류 성능에 얼마나 영향을 미치는지 분석한다. 본 논문의 구성

은 다음과 같다. 2장에서는 송신부 HPA의 모델로 가장 많이 사용되는 Saleh 모델을 기술하고, 비선형 특성 및 I/Q 불균형을 갖는 시스템 모델에 대하여 살펴본다. 3장에서는 각 2차원 신호의 사전확률이 서로 다르다고 가정한 후, 이전 연구 결과인 I/Q 불균형을 갖는 임의의 2차원 M진 신호에 대한 오류 확률을 구할 수 있는 방법을 토대로 중폭기의 비선형 특성 및 수신기의 비이상적인 특성들을 갖는 시스템에 대한 정확한 closed-form 형태의 오류 확률식을 도출한다. 4장에서는 중폭기의 입력 back-off (input back-off : IBO)와 진폭 불균형 및 위상 불균형 값, 그리고 위상 오류를 적용하여 오류 성능을 측정하고, HPA의 비선형 특성 및 수신기의 비이상적인 특성들이 오류 성능에 얼마나 영향을 미치는지를 분석하며, 5장에서 분석한 결과를 바탕으로 결론을 맺는다.

## II. 시스템 모델

본 논문에서는 그림 1에서 나타낸 것과 같이 임의의 2차원 신호가 AWGN 채널 하에서 HPA를 통해 전송된 후 비이상적인 수신기로 수신되는 시스템에 대하여 정확한 오류 확률을 구할 수 있는 방법을 제시한다.

그림 2는 본 논문에서 고려되는 HPA 모델과 수신기 모델을 나타내었는데, a)에는 HPA의 직교 비선형 모델<sup>[8]</sup>을, b)에는 비이상적인 수신기 모델을 나타내고 있다. a)에서 볼 수 있듯이 HPA의 비선형 특성은 입력신호의 진폭과 위상에서 신호를 왜곡시킨다. 이러한 왜곡을 각각 AM/AM, AM/PM이라 하는데, 이는 대역(in-band) 및 대역 외(out-of-band)에서 원하지 않는 신호를 생성하는 결과를 초래하게 되고, 이로 인하여 대역 내에 생성된 신호는 송신 신호의 왜곡을, 대역 외에 생성된 신호는 인접 채널 간 간섭을 야기하게 되어, 결국 오류 성능의 저하를 가져오게 된다.

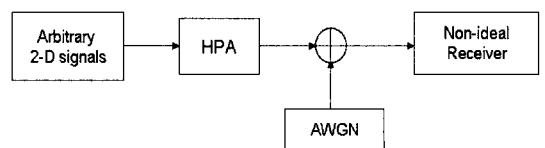
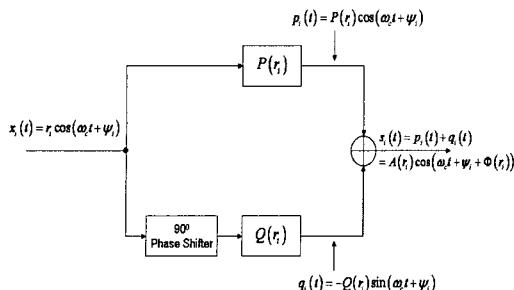
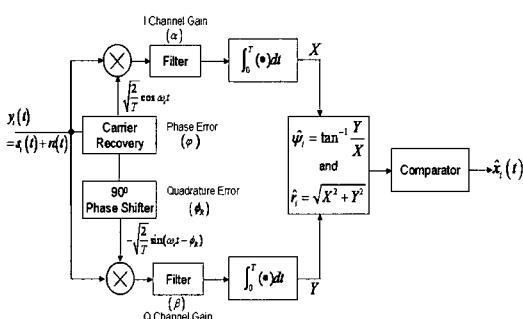


그림 1. 시스템 모델



(a) HPA의 직교 비선형 모델



(b) 비이상적 수신기 모델

그림 2. HPA 및 수신기 모델

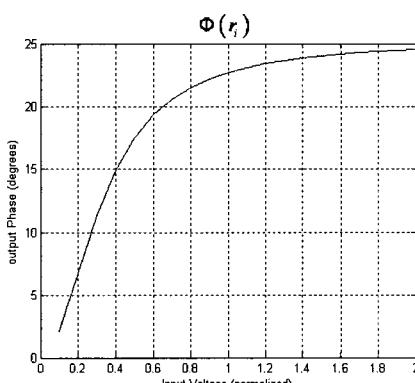
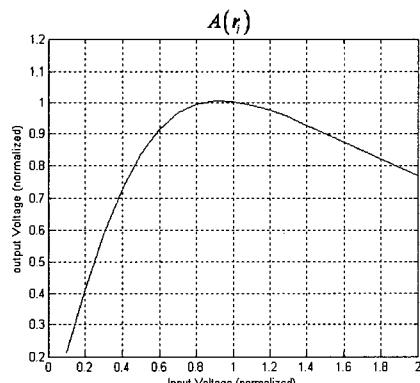


그림 3. 살레 모델의 AM/AM 및 AM/PM 특성 그래프

HPA는 위성의 중계기, 위성 지구구국의 송신단, 지상 이동통신 시스템의 기지국, 무선 이동 단말기 등의 다양한 무선 통신기기에서 사용된다. 적용되는 시스템에 따라 서로 다른 HPA가 적용되는데, 본 논문에서는 위성의 중계기 및 위성 지구국의 송신 단 등에서 주로 사용되는 고출력 고주파 진행파관 증폭기(Travelling Wave Tube Amplifier : TWTA)를 증폭기의 모델로 한다. 이러한 TWTA의 AM/AM 및 AM/PM의 비선형 특성에 대하여 여러 이론적 모델이 제시되었는데, 그 중 대표적인 것이 그림 3에 나타낸 것과 같은 Saleh가 제안한 모델이다<sup>[8]</sup>. 그림 2의 a)에서처럼 증폭기의 입력 신호가  $x_i(t) = r_i \cos(2\pi f_c t + \psi_i)$  일 경우, HPA 출력, 즉 송신 신호는 다음과 같다.

$$s_i(t) = A(r_i) \cos(2\pi f_c t + \psi_i + \Phi(r_i)) \quad (1)$$

여기서  $A(r_i)$ 은 AM/AM 비선형 특성을,  $\Phi(r_i)$ 는 AM/PM 비선형 특성을 나타내며, 다음과 같은 값을 갖는다.

$$A(r_i) = 2r_i / (1 + r_i^2) \quad (2)$$

$$\Phi(r_i) = \pi r_i^2 / 6(1 + r_i^2)$$

### III. 일반화된 오류 확률

#### 3.1 비선형 특성 및 I/Q 불균형으로 인한 신호점 성상도 및 결정영역 변화

그림 4는 모든 신호점의 발생률이 동일한 경우 4+12 APSK에서 송신단 HPA의 비선형 특성과 수

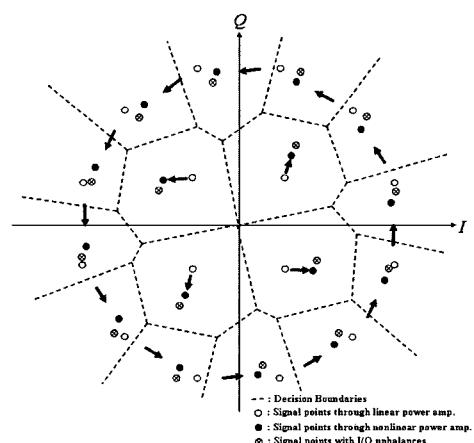


그림 4. HPA의 비선형 특성과 비이상적인 수신기로 인한 4+12 APSK 신호점의 변화 및 결정 영역

신단의 I/Q 불균형 특성으로 인한 신호점 성상도의 변화를 나타내고 있다. 각 신호에 대한 결정 영역은 HPA를 통과한 신호점에 대하여 결정되는데, HPA의 AM/AM 및 AM/PM 특성은 신호점을 변화시킨다. 따라서 각 신호점에 대한 심벌 결정 영역은 변화되고, 그로 인하여 수신 성능이 변화한다. 또한 그림 4에서와 같이 각 신호점은 비이상적인 수신기로 인하여 변화된다. 변화된 신호점은 비이상적 특성이 심각해질수록 점점 심벌 결정 경계에 가까워지게 되고 수신 성능에 심각한 영향을 미치게 된다.

### 3.2 임의의 2차원 신호에 대한 정확한 오류 확률 표현

#### 3.2.1 임의의 두 2차원 신호에 대한 결정 경계( $\gamma_0$ ) 및 원점과 결정 경계 간 거리( $d$ )

그림 5와 같이 두 신호점  $s_1, s_2$ 에 대한 결정 경계  $\gamma_0$ 를 보다 쉽게 구하기 위하여 본 논문에서는 축 회전기법을 이용하여 구한다. 먼저, 두 신호점  $s_1$ 과  $s_2$ 를 지나는 새로운  $I'$ 축을 설정한 후 두 신호점의  $I'$ 축에 대한 값을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}s_{1,I'} &= s_{1,I} \cos \varphi + s_{1,Q} \sin \varphi \\ s_{2,I'} &= s_{2,I} \cos \varphi + s_{2,Q} \sin \varphi\end{aligned}\quad (3)$$

[9]에 의하여 신호점  $s_1$ 과 결정 경계  $\gamma_0$ 까지의 거리  $\mu$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mu = \left( \sigma_0^2 / D_{s_1 s_2} \right) \ln \eta + \frac{D_{s_1 s_2}}{2} \quad (4)$$

여기서  $D_{s_1 s_2}$ 는 신호점  $s_1$ 과  $s_2$  간의 거리이며,  $\sigma_0^2$ 은

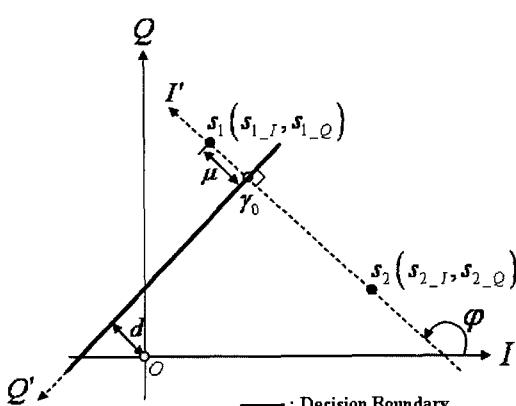


그림 5. 평면상의 두 신호점에 대한 결정 경계

잡음의 분산을,  $\eta = P(s_1)/P(s_2)$ 는 두 신호점의 사전확률 비(ratio)를 나타낸다. 따라서  $D_{s_1 s_2} = (s_{1,I'} - s_{2,I'})$  이므로, 결정 경계  $\gamma_0$ 의  $I'$ 축에 대한 표현  $\gamma_{0,I'}$ 은 다음과 같이 구할 수 있고,

$$\begin{aligned}\gamma_{0,I'} \\ = s_{1,I'} - \left( \sigma_0^2 / (s_{1,I'} - s_{2,I'}) \right) \ln \eta - \frac{(s_{1,I'} - s_{2,I'})}{2}\end{aligned}\quad (5)$$

따라서 원점으로부터 두 신호점  $s_1, s_2$ 의 결정 경계가 되는  $Q'$ 축까지의 거리인  $d$ 는 다음과 같다.

$$d = \gamma_{0,I'} \quad (6)$$

#### 3.2.2 임의의 2차원 신호에 대한 정확한 오류 확률 표현

HPA의 비선형 특성과 수신기의 비이상적인 특성을 고려한 경우, 정확한 오류 확률을 구하기 위해서는 그림 6과 같이 이전 연구<sup>[9]</sup>에서 제시된 것과 유사한 기본 형태를 이용한다. 먼저 신호 HPA를 통과한 송신 신호  $s_i$ 가 전송되었다고 가정하였을 때 비이상적인 수신기 특성에 의하여 영향을 받은 수신 신호 벡터  $S_r$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}I &= \alpha(s_i + n_i) \\ Q &= \beta(s_Q + n_Q)\end{aligned}\quad (7)$$

여기서 비선형 증폭기로 증폭되어 전송된 신호  $s_i$ 가 그림 2의 (b)와 같은 비이상적인 수신기를 통과하였을 경우, 그 수신신호의 동상 성분(inphase component)과 직교 성분(quadrature component)은 각각

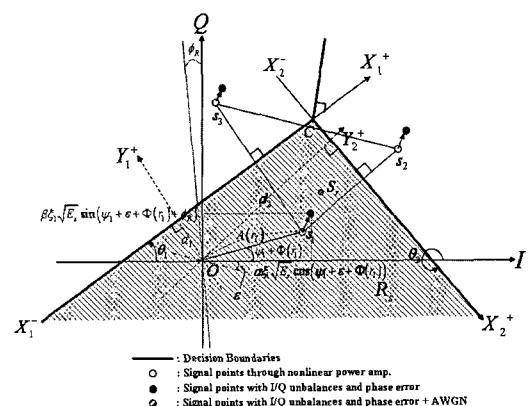


그림 6. 임의의 2차원 신호에 대한 오류 확률을 구하기 위한 기본 형태

$s_{r,I} = \sqrt{\frac{2}{T}} \alpha A(r_i) \cos(\psi_i + \varepsilon + \Phi(r_i))$ ,  
 $s_{r,Q} = \sqrt{\frac{2}{T}} \beta A(r_i) \sin(\psi_i + \varepsilon + \Phi(r_i) + \phi_R)$ 이다. 여기서  $\psi_i$ 와  $r_i$ 는 전송된 신호의 위상과 진폭이며,  $A(r_i)$ 는 증폭기의 비선형 특성으로 인한 진폭 왜곡율,  $\Phi(r_i)$ 는 위상 왜곡율을 나타낸다. 또한  $E_s$ 는 평균 심벌 에너지이다.  $\phi_R$ 은 I/Q 위상 불균형의 정도를,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 I/Q 진폭 불균형의 정도를, 그리고  $\varepsilon$ 는 위상 오류의 정도를 나타내는 파라미터들이다.  $n_I, n_Q$ 는 동상 축과 직교 축 상의 AWGN 성분으로 평균은 0이고 분산이  $\sigma^2$ 인 그리고  $E[n_I n_Q] = \rho_{IQ} \sigma^2$ 인 결합 가우시안 분포를 갖는다. 여기서  $\rho_{IQ} = \sin\phi_R$ 은 동상 축(inphase axis)과 직교 축(quadrature axis) 간의 상관계수이다<sup>[10]</sup>. 따라서 동상 축과 직교 축은 다음과 같은 값을 갖는 결합 가우시안 분포를 따르게 된다.

$$\begin{aligned} E[I] &= \alpha \xi_i \sqrt{E_s} \cos(\psi_i + \varepsilon + \Phi(r_i)), \\ E[Q] &= \beta \xi_i \sqrt{E_s} \sin(\psi_i + \varepsilon + \Phi(r_i) + \phi_R) \\ Var[I] &= \alpha^2 \sigma^2, \quad Var[Q] = \beta^2 \sigma^2, \\ COV[IQ] &= \alpha \beta \rho_{IQ} \sigma^2 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\xi_i = \left( \sqrt{\frac{2}{T}} A(r_i) \right) / \sqrt{E_s}$ 는 비선형 증폭기를 통과한 후 각 신호점에서의 평균 심벌 에너지에 대한 비례 상수 값을 나타낸다.

그림 6에서 비선형 증폭기를 통과한 신호  $s_1$ 이 전송되었다고 하자. 본 논문에서는 채널을 통과한 수신 신호  $s_r$ 이 그림 6에서 빛금 친 부분  $R_s = X_1^- CX_2^-$ 에 들어갈 확률  $P\{s_r \in R_s | s_t = s_1\}$ 를 구하기 위하여 이전 연구<sup>[5]</sup>에서 제시된 방법인 좌표축 회전 기법을 사용한다. 따라서 먼저 동상 축과 직교 축을  $\theta_j$  만큼 회전시킨 후,  $Y_j$  축을 따라  $d_j$  만큼 이동시켜야 한다.

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j + d_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_j) & \sin(\theta_j) \\ -\sin(\theta_j) & \cos(\theta_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ Q \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2 \quad (9)$$

여기서  $d_j$ 는 원점과 결정 경계를 나타내는  $X_j$  축 간의 거리를 나타내고, 그림 6의 세 신호점  $s_i, i = 1, 2, 3$ 에 대한  $d_j, j = 1, 2$ 는 식 (6)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} d_1 &= s_{3,I} \cos\varphi + s_{3,Q} \sin\varphi \\ &\quad - \frac{\sigma_0^2 \ln\eta_1}{(s_{3,I} \cos\varphi + s_{3,Q} \sin\varphi - s_{1,I} \cos\varphi - s_{1,Q} \sin\varphi)} \\ &\quad - \frac{(s_{3,I} \cos\varphi + s_{3,Q} \sin\varphi - s_{1,I} \cos\varphi - s_{1,Q} \sin\varphi)}{2} \\ d_2 &= s_{2,I} \cos\varphi + s_{2,Q} \sin\varphi \\ &\quad - \frac{\sigma_0^2 \ln\eta_2}{(s_{2,I} \cos\varphi + s_{2,Q} \sin\varphi - s_{1,I} \cos\varphi - s_{1,Q} \sin\varphi)} \\ &\quad - \frac{(s_{2,I} \cos\varphi + s_{2,Q} \sin\varphi - s_{1,I} \cos\varphi - s_{1,Q} \sin\varphi)}{2} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $\varphi_j = \theta_j + \frac{\pi}{2}, j = 1, 2$ 고,  $\eta_j, j = 1, 2$ 는 각 신호점의 사전 확률 비로서 각각 다음과 같은 값을 갖는다.

$$\eta_1 = P(s_3)/P(s_1), \quad \eta_2 = P(s_2)/P(s_1) \quad (11)$$

또한  $\theta_j$ 는  $X_j$  축의 기울기  $m_{X_j}$ 를 구한 후 다음과 같은 기준으로 결정된다.

$$\begin{aligned} m_{X_1} &= \frac{-(\xi_1 \cos(\psi_1 + \Phi(r_1)) - \xi_3 \cos(\psi_3 + \Phi(r_3)))}{\xi_1 \sin(\psi_1 + \Phi(r_1)) - \xi_3 \sin(\psi_3 + \Phi(r_3))} > 0 \\ m_{X_2} &= \frac{-(\xi_1 \cos(\psi_1 + \Phi(r_1)) - \xi_2 \cos(\psi_2 + \Phi(r_2)))}{\xi_1 \sin(\psi_1 + \Phi(r_1)) - \xi_2 \sin(\psi_2 + \Phi(r_2))} < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} i) \quad \theta_j &= \begin{cases} \tan^{-1} m_{X_j}, & \text{if } m_{X_j} > 0 \\ \pi + \tan^{-1} m_{X_j}, & \text{if } m_{X_j} < 0 \end{cases}, \quad j = 1, 2, \\ \text{for } \xi_i \cos(\psi_i + \Phi(r_i)) &\leq \xi_1 \cos(\psi_1 + \Phi(r_1)) \\ ii) \quad \theta_j &= \begin{cases} \pi + \tan^{-1} m_{X_j}, & \text{if } m_{X_j} > 0 \\ 2\pi + \tan^{-1} m_{X_j}, & \text{if } m_{X_j} < 0 \end{cases}, \quad j = 1, 2, \\ \text{for } \xi_i \cos(\psi_i + \Phi(r_i)) &\geq \xi_1 \cos(\psi_1 + \Phi(r_1)) \end{aligned} \quad (13)$$

따라서 위 식들의 결과에 따라  $Y_1, Y_2$ 는 다음과 같은 결합 가우시안 분포를 갖는다.

$$\begin{cases} E[Y_j] = \sqrt{E_s} \left( \beta \xi_j \cos\theta_j \sin(\psi_1 + \varepsilon + \Phi(r_1) + \phi_R) \right) - d_j \\ , \quad j = 1, 2 \\ Var[Y_j] = \sigma^2 \left( \alpha^2 \sin^2(\theta_j) + \beta^2 \cos^2(\theta_j) \right), \quad j = 1, 2 \\ \rho_{Y_1 Y_2} = \frac{\sigma^2 \left( \alpha^2 \sin\theta_1 \sin\theta_2 + \beta^2 \cos\theta_1 \cos\theta_2 \right)}{\sqrt{Var[Y_1]} \sqrt{Var[Y_2]}} \end{cases} \quad (14)$$

여기서,  $Var[Y_j] = \sigma_{Y_j}^2$ 는  $Y_j$ 의 분산이고,  $\rho_{Y_1 Y_2}$ 와  $COV[Y_1 Y_2]$ 는  $Y_1$ 과  $Y_2$ 의 상관계수와 공분산이다. 그러므로 위에서 구한 식 (14)의 값들을 이용하면 확률  $P\{s_r \in R_s | s_t = s_1\}$ 은 다음과 같이 구할 수 있다<sup>[5]</sup>.

$$\begin{aligned} P\{s_r \in R_s | s_t = s_1\} &= P\{Y_1 \leq 0, Y_2 \geq 0\} \\ &= \int_{-\infty}^0 \int_0^\infty f(y_1, y_2, \rho_{Y_1 Y_2}) dy_2 dy_1 \\ &= Q\left(\frac{E[Y_1]}{\sqrt{Var[Y_1]}}, -\frac{E[Y_2]}{\sqrt{Var[Y_2]}}; -\rho_{Y_1 Y_2}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $f(y_1, y_2, \rho_{Y_1 Y_2})$ 는  $Y_1, Y_2$ 의 결합 가우시안 확률 밀도 함수이고,  $Q(a, b; \rho)$ 는 2차원 결합 가우시안 Q함수이다.

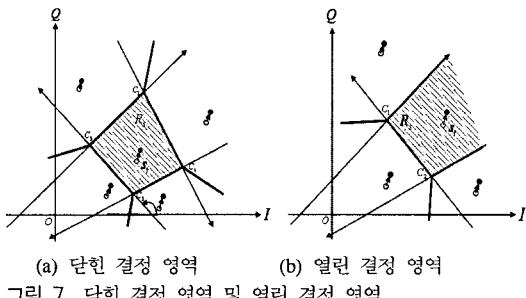


그림 7. 닫힌 결정 영역 및 열린 결정 영역

임의의 신호점을 갖는 M진 신호에 대한 일반화된 오류 확률을 구하기 위하여는 이전 연구에서 볼 수 있듯이 결정 영역을 두 가지 경우로 나누어서 생각 할 수 있다. 즉, 그림 7의 a), b)에 나타낸 것과 같이 닫힌 영역과 열린 영역으로 나눌 수 있다. 따라서 [5]에서처럼 위에서 살펴본 기본 형태를 사용하여 두 영역에 대한 오류 확률을 다음과 같이 하나의 식으로 일반화하여 구할 수 있다. 만약 임의의 신호점을 갖는 M진 신호들이  $U$ 개의 닫힌 영역과  $V$ 개의 열린 영역의 결정 영역을 갖는다면, 그러한 신호들의 평균 심벌오류확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{SER} &= P_{SER}^c + P_{SER}^o \\ &= \sum_{j=1}^U [(1 - P\{s_r \in R_j^c | s_t = s_j^c\}) P\{s_j^c\}] \\ &\quad + \sum_{j=1}^V [(1 - P\{s_r \in R_j^o | s_t = s_j^o\}) P\{s_j^o\}] \\ &= \left\{ \sum_{j=1}^U \left[ \left( 1 - P\{s_r \in R_{X_1^c G_1 X_1^-} | s_t = s_j^c\} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - P\{s_r \in R_{X_1^+ G_1 X_1^-} | s_t = s_j^c\} \right) \cdot P\{s_j^c\} \right] \right\} \\ &\quad + \left\{ \sum_{j=1}^V \left[ \left( 1 - P\{s_r \in R_{X_1^+ G_2 X_2^-} | s_t = s_j^o\} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + \sum_{i=2}^{m-1} P\{s_r \in R_{X_i^+ G_{i+1} X_{i+1}^-} | s_t = s_j^o\} \right) \cdot P\{s_j^o\} \right] \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $P_{SER}^c$ 은 결정 영역이 닫힌 영역인 신호들에 대한 평균 심벌오류확률이고,  $P_{SER}^o$ 는 결정 영역이 열린 영역인 신호들에 대한 평균 심벌오류확률이다.

#### IV. 수치적 결과

본 논문에서는 HPA의 비선형 특성과 수신기의 I/Q 진폭 및 위상 불균형, 그리고 위상 오류가 심벌 오류 성능에 얼마나 영향을 미치는지를 분석하기 위하여 식 (16)을 다양한 APSK 변조 방식에 적용 한다. 이 때 각 신호점의 사전화률은 서로 동일하다고 가정한다. 또한 [6]에서 제시된 각 변조 방식의 최소 IBO(minimum input backoff)에 따라 적용하는 IBO 값을 3dB 이상으로 한다.

그림 8은 IBO=3dB로 하여 여러 16-APSK 변조 방식들에 대하여 선형 채널과 비선형 채널에서의 SER 성능을 비교하여 나타내었으며, 그림 9는 수신기의 비이상적인 특성 존재 시 선형 및 비선형 채널에서의 다양한 APSK 변조 방식에 대한 SER 성능을 보여주고 있다. 이 때  $\gamma (= \alpha/\beta)$ 는 1.1로 두어 I/Q 진폭 불균형을 10%로 하였으며,  $\phi_R$ 을  $5^\circ$ 로 두어 I/Q 위상 불균형을  $5^\circ$ 로 하였다. 또한 위상 오류는 같은  $\varepsilon = 1^\circ$ 를 적용하였고, IBO는 그림 8에서와 같은 3dB로 설정하여 수치적 결과를 얻었다. 그림 8에서 볼 수 있듯이 선형 채널에서는 1+5+10 APSK의 SER 성능이 가장 우수하고 8+8 star QAM의 SER 성능이 가장 열화되며, 비선형 채널에서는 알려진 것과 같이 4+12 APSK가 가장 좋은 성능을 보인다. 하지만 그림 9에서 보듯이 수신기에서 I/Q 불균형과 위상 오류만이 고려되었을 경우에는 1+5+10 APSK와 6+10 APSK가 가장 좋은 성능을 보이고, 4+12 APSK는 I/Q 불균형과 위상 오류에 가장 심한 영향을 받는다. 각 변조 방식마다 이러한 성능을 보이는 이유는 다음과 같다.

a) 4+12 APSK는 바깥 ring에 더 많은 신호점이 존재하여 수신기의 비이상적인 특성들에 의한 위상 변화에 더 민감하다.

b) 또한, 내부 링(ring)과 외부 링 사이의 비율인 ring ratio가 다른 변조 방식보다 상대적으로 크기 때문에 비선형 증폭기의 영향으로 인한 ring ratio의 감소가 덜하여 비선형성에 덜 민감하다.

c) 1+5+10과 6+10 APSK는 ring ratio가 4+12 APSK보다 작아 비선형성에 의한 영향은 심각 하나,

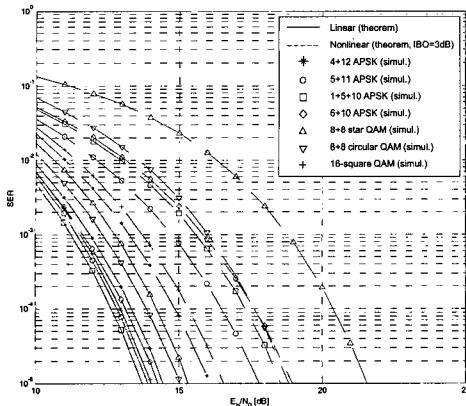


그림 8. 선형 채널과 비선형 채널에서의 다양한 APSK 변조 방식에 대한 SER 성능

내부 링의 신호점과 외부 링의 신호점이 적절히 배분되어 있어 다른 변조 방식보다 I/Q 불균형과 위상 오류에 대한 영향을 덜 받는다.

HPA의 비선형 특성과 I/Q 불균형, 그리고 위상 오류가 동시에 적용되면 그 특성들에 의한 영향은 각 변조 방식마다 가변적이 된다. 그림 9에서처럼 비선형 특성으로 인한 영향이 I/Q 불균형과 위상 오류로 인한 영향보다 우세할 경우에는 여전히 4+12 APSK가 가장 우수한 성능을 보인다. 그러나 그림 10에 나타내었듯이 IBO=5dB로 하여 비선형 특성의 영향을 줄이고,  $\varepsilon = 2^\circ$ 로 하여 수신기 비이상적인 특성의 영향을 늘리면 6+10 APSK가 다른 변조 방식 보다 좋은 성능을 갖는다. 또한 그림 8, 9, 10을 통해 현재 디지털 통신 시스템에서 널리 사용되는 16-square QAM은 HPA의 비선형 특성보다는 수신기의 I/Q 불균형 및 위상 오류에 더 민감함을 확인할 수 있다. 이러한 결과로부터 HPA의 비선형 특성과 수신기의 비이상적인 특성들이 각 변조 방식에 미치는 영향의 정도가 다르며, HPA의 비선형 특성이 우세할 시에는 4+12 APSK 변조 방식이, 수신기의 비이상적인 특성으로 인한 영향이 더 심각할 경우에는 6+10 APSK 변조 방식이 최적의 변조 방식임을 알 수 있다.

## V. 결론

최근 표준으로 제정된 DVB-S2와 같이 고출력 증폭기를 사용하는 시스템에서는 증폭기의 비선형 특성으로 인한 송신신호의 왜곡 및 비이상적인 수신

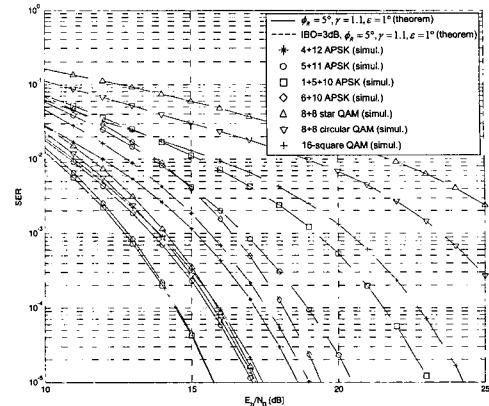


그림 9. 수신기의 비이상적인 특성 존재 시 선형 및 비선형 채널에서의 다양한 APSK 변조 방식에 대한 SER 성능

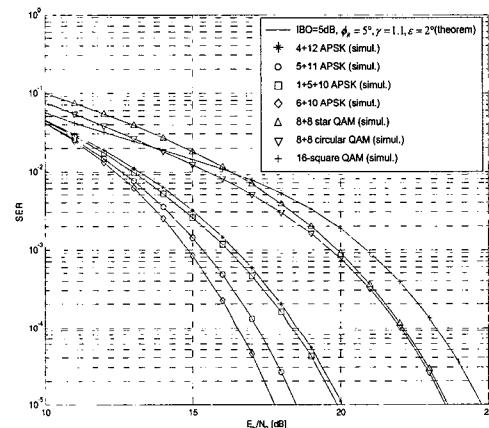


그림 10. 수신기의 비이상적인 특성 및 HPA의 비선형 특성 존재 시 다양한 APSK 변조 방식의 SER 성능

기로 인한 수신신호의 왜곡이 같이 존재하기 때문에 수신 성능에 심각한 영향을 미친다. 따라서 본 논문에서는 이러한 신호 왜곡 요인들을 고려한 경우에 대한 정확한 오류 확률 표현을 closed-form으로 유도하였으며, 각 요인들이 얼마나 영향을 미치는지 수치적 결과로서 분석하였다. 분석 결과 변조 방식에 따라 비선형 특성 및 I/Q 불균형 특성, 그리고 위상 오류에 의해 받는 영향이 서로 동일하지 않기 때문에 각 시스템이 갖는 특성들에 따라 적합한 변조 방식을 선택하여야 함을 확인하였다. 본 논문에서 새롭게 유도된 오류 확률 식의 결과는 임의의 2 차원 변조 방식과 고출력 증폭기를 사용하는 많은 시스템으로의 적용이 용이할 뿐만 아니라, 성능 감쇠 요소를 고려한 시스템의 성능 분석 시 정확한 이론적 성능 기준을 제공할 것으로 기대된다.

## 참고문헌

- [1] X. Dong, N. C. Beaulieu, and P. H. Wittke, "Error probabilities of two-dimensional M-ary signaling in fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 3, pp. 352-355, Mar. 1999.
- [2] L. Szczecinski, S. Aissa, C. Gonzalez and M. Bacic, "Exact Evaluation of BER for Arbitrary Modulation and Signaling in AWGN Channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 6, pp. 1049-1056, June 2006.
- [3] S. Park and D. Yoon, "An Alternative Expression for the Symbol Error Probability of MPSK in the Presence of I/Q Unbalance," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, issue 12, pp. 2079-2081, Dec. 2004.
- [4] J. Lee, D. Yoon and S. Park, "Further Result on the Symbol Error Probability of MPSK with I/Q Phase Unbalance," *IEICE Trans. on Commun.*, vol. E89-B, no. 5, pp. 1675-1677, May 2006.
- [5] J. Lee, D. Yoon and K. Hyun, "Exact and General Expression for the Error Probability of Arbitrary Two-Dimensional Signaling with I/Q Amplitude and Phase Unbalances," *IEICE Trans. on Commun.*, vol. E89-B, no. 12, pp. 3356-3362, Dec. 2006.
- [6] H. A. Alasad and M. Ibnkahla, "Performance Evaluation and Total Degradation of 16-QAM Modulations over Satellite Channels," *CCECE 2004-CCGEI 2004*, Niagara Falls, pp. 1187-1190, May 2004.
- [7] J. Tubbax, L. V. Perre, S. Donnay, M. Engels, M. Moonen and H. D. Man, "Joint compensation of I/Q imbalance, frequency offset and phase noise in OFDM receivers," *Euro. Trans. Telecomm.*, vol. 15, pp. 283-292, 2004.
- [8] A. Saleh, "Frequency-Independent and Frequency-Dependent Nonlinear Models of TWT Amplifiers," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 29, no. 11, pp. 1715~1720, Nov. 1981.
- [9] M. K. Simon, S. M. Hinedi and W. C. Lindsey, *Digital Communication Techniques, Signal Design and Detection*, New Jersey, Prentice Hall, 1995.
- [10] M. K. Simon and D. Divsalar, "Some New Twists to Problems Involving the Gaussian Probability Integral," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 2, pp. 200-210, Feb. 1998.

이재윤(Jaeyoon Lee)



정희원

2002년 2월 대전대학교 정보통신  
신공학과 공학사2004년 2월 대전대학교 정보통신  
신공학과 공학석사2004년 3월~현재 한양대학교 전자  
통신컴퓨터공학부 박사과정  
<관심분야> 디지털 통신, OFDM  
시스템

윤동윤(Dongweon Yoon)

종신회원

한국통신학회논문지 제31권 제9C호

조경국(Kyongkuk Cho)

정희원

한국통신학회논문지 제27권 제10호

현재 한양대학교 전자통신컴퓨터공학부 박사과정