

PTR의 붓스트랩 신뢰구간

장무성 · 김상부[†]

창원대학교 산업시스템공학과

Bootstrap Confidence Intervals of Precision-to-Tolerance Ratio

Mu-Seong Chang · Sang-Boo Kim[†]

Department of Industrial and Systems Engineering, Changwon National University

ANOVA is widely used for measurement system analysis. It assumes that the measurement error is normally distributed, which may not be seen in certain industrial cases. In this study, the exact and bootstrap confidence intervals for precision-to-tolerance ratio (PTR) are obtained for the cases where the measurement errors are normally and non-normally distributed and the reproducibility variation can be ignored. Lognormal and gamma distributions are considered for non-normal measurement errors. It is assumed that the quality characteristics have the same distributions of the measurement errors. Three different bootstrap methods of SB (Standard Bootstrap), PB (Percentile Bootstrap), and BCPB (Biased-Corrected Percentile Bootstrap) are used to obtain bootstrap confidence intervals for PTR. Based on a coverage proportion of PTR, a comparative study of exact and bootstrap methods is performed. Simulation results show that, for non-normal measurement error cases, the bootstrap methods of SB and BCPB are superior to the exact one.

Keywords : Nonnormal Measurement Error, Precision-to-tolerance Ratio, Bootstrap Confidence Interval

1. 서 론

1980년 후반부터 시작된 Six Sigma 경영혁신 방법론은 이전의 직관과 경험에 의한 의사 결정방식을 상당부분 데이터에 근거한 객관적인 방법으로 변화시켰다. 이러한 변화는 미국 등 선진 외국기업 뿐만 아니라 현재 Six Sigma 경영혁신방법을 도입한 우리나라의 많은 기업에서도 일어나고 있다. Six Sigma 경영혁신방법은 데이터에 기반을 둔 의사결정을 추구하기 때문에 객관적이고 신뢰성 있는 데이터를 얻는 것은 매우 중요하며 이를 위하여 일반적으로 측정시스템 분석(Measurement System Analysis)을 실시하고 있다. 측정시스템 분석 중 특히 Gage R&R(Repeatability & Reproducibility) Study는 측정시스템 변동의 총 변동 혹은 규격과 비교하여 이를 근거로 측정시스템의 사용여부를 판단한다. Gage R&R

Study는 측정시스템의 재현성과 반복성에 대한 지표를 제공하며, 대표적인 평가지표로 %R&R과 PTR를 사용한다. 만일 이러한 지표 값들이 높게 나타나는 경우에는 공정의 상태를 바르게 판단할 수 없거나 혹은 제품의 합격판정에 있어서 불합격품을 합격품으로, 합격품을 불합격품으로 잘못 판단하는 비율이 높아지게 된다. 일반적으로 측정시스템의 평가지표는 대부분 점 추정 값으로 판단하게 되는데, 다른 통계적 의사결정의 경우와 마찬가지로 측정시스템의 변동을 판단하는데 신뢰구간을 사용할 수 있는 바, 측정시스템 변동의 신뢰구간에 관한 연구는 다음과 같다.

Montgomery and Runger(1993-94a, 1993-94b)는 전통적인 게이지 R&R 분석방법($\bar{X}-R$ 방법)의 대안으로서 실험계획법(ANOVA 방법)을 이용한 접근법을 제안하고 측정시스템 분석의 전반적인 계획(부품의 수, 부품 당

[†] 교신저자 sbkim@sarim.changwon.ac.kr

측정횟수, 실험계획, 부품과 작업자간의 교호작용)에 대한 지침과 반복성, 재현성 등 관심 있는 변동에 대한 신뢰구간을 구하는 방법과 지분실험계획법의 사용에 대해 언급하였다. Pan(2004)은 게이지 R&R 분석에서 결정해야할 부품 수(n), 작업자 수(p), 부품 당 측정횟수(k)의 최적 값을 측정변동에 대한 신뢰구간의 최소 길이를 이용하여 구하였다. 그리고 Burdick, Borrer, and Montgomery (2003)는 분산분석 관점에서 측정지표, 측정변동에 대한 2가지 신뢰구간, False Failures(양품을 불량품으로 처리)와 Missed Faults(불량품을 양품으로 처리), 게이지 R&R 설계, 기타 측정시스템 분야(혼합 모형, 2개의 측정시스템 비교, 계수형 측정시스템분석, 절단된 데이터, 파괴 검사, 2차원 데이터)에 대해 정리하였다.

Burdick and Larsen(1997)은 측정시스템 변동에 대한 MLS(Modified Large Sample), SATT(Satterthwaite's approach), AIAG(Automotive Industry Action Group), REML(Restricted Maximum Likelihood) 방법을 이용하여 신뢰구간을 구하고, 명목 값의 포함비율과 신뢰구간의 평균길이를 기준으로 비교한 결과 MLS 방법이 우수함을 보였다. Borrer, Montgomery, and Runger(1997)는 측정시스템 변동에 대한 신뢰구간으로 MLS와 REML 방법을 명목 값에 대한 포함비율과 신뢰구간의 평균길이를 가지고 비교하였는데, 포함비율 면에서는 MLS 방법이 더 우수하였으며, 신뢰구간의 평균길이의 경우 측정자의 수가 적은 경우에는 REML 방법이 우수하였다. 반면에 측정자의 수가 증가하면 두 방법의 결과는 비슷하게 나타났다. Chiang(2001)은 이원배치 변량모형에서 변동에 대한 신뢰구간을 구하기 위해 간단하고 일반적인 방법을 제안하였으며, 명목 값에 대한 포함비율과 신뢰구간의 평균길이를 MLS 방법과 비교하면 비슷한 결과를 나타남을 보였다. 그리고 Chiang(2002)은 Burdick and Larsen(1997)의 연구에서 MLS와 SATT 방법은 $\delta = \sigma_p^2 / (\sigma_o^2 + \sigma_{op}^2 + \sigma_e^2)$ 의 값이 작을 때 δ 의 포함비율이 좋지 않았는데 이러한 경우에 $\delta \geq 0.5$ 이면 MLS 방법을 추천하였으며, δ 의 정보가 없는 경우 변환하는 방법을 제시하였다. Dolezal, Burdick, and Birch(1998)는 1개의 모수인자(작업자)와 1개의 변량인자(부품)로 이루어진 이원배치 혼합모형의 변동에 대한 신뢰구간을 계산하는 방법을 제시하고, 변량모형에 비해 혼합모형에서의 신뢰구간 길이가 짧다는 것을 밝혔다. Daniels, Burdick, and Quiroz(2005)는 1개의 모수인자와 1개의 변량인자로 이루어진 이원배치 모형의 변동에 대한 신뢰구간을 일반화(Generalized) 신뢰구간 방법을 이용하여 구하고 Dolezal, Burdick, and Birch(1998)의 연구결과와 비교한 결과 비슷하거나 일반화 신뢰구간이 우수한 경우가 존재함을 보였다. Gong, Burdick, and Quiroz(2005)은 부품 당 측정횟수가 다른 경우에 이

원배치 모형(변량모형과 혼합모형)에서 변동에 대한 신뢰구간을 가중치가 다른 제곱합을 이용하여 계산하였다. Hamada and Weerahandi(2000)는 일반화 신뢰구간을 이용하여 측정변동과 비율에 대한 신뢰구간을 구하였으며, MLS 방법과 비슷한 결과를 나타내며, 또한 복잡한 모형에도 쉽게 적용할 수 있었다. Wang and Li(2003)는 측정시스템 분석에서 $\bar{X}-R$ 방법으로 반복성, 재현성, 측정시스템 변동을 점추정하고, 붓스트랩 방법을 이용하여 신뢰구간을 구하였다.

이제까지 앞에서 언급한 연구들은 측정오차의 분포가 정규분포를 가정하고 있다. 반면 Lohr and Divan(1997)은 반복수가 일정하지 않은 일원배치 변량모형에서 4가지 변동에 대한 5가지 신뢰구간의 성능을 비교하였으며, 부품과 측정오차의 분포는 정규분포, 지수분포, 2-모수 지수분포를 고려하였다. Lai and Chew(2000-01)는 측정오차의 분포가 절단된 분포일 때, PTR에 대한 비모수적 방법을 제안하고 모의실험을 통해서 분산분석 방법보다 더 좋은 추정 값을 얻을 수 있음을 보였다. Senoglu and Tiku(2001)는 측정오차의 분포는 location-scale 비정규분포이며, 교호작용이 있는 이원배치 모형에서 수정된 최우추정량을 이용하여 변동을 추정하였다.

본 연구에서는 측정 오차의 분포가 비정규분포이며 측정자의 변동이 없거나 자동측정장비를 사용하는 경우에 PTR에 대한 3가지 붓스트랩 신뢰구간(표준 붓스트랩, 백분위수 붓스트랩, 편의 수정된 백분위수 붓스트랩)을 구하고, 기존의 정규분포를 가정한 PTR의 신뢰구간과 비교하였다. 신뢰구간의 비교는 모의실험을 통해서 PTR을 포함하는 비율을 판단기준으로 사용하였다. 품질특성의 분포는 정규분포, 대수정규분포, 그리고 감마분포를 대상으로 하였으며, 측정오차의 분포는 품질특성의 분포와 동일한 분포를 사용하였다.

2. 측정시스템 분석

Gage R&R 분석에서 가장 기본적인 모형은 부품인자와 측정자인자가 포함된 이원배치 변량모형이다. 모형의 구조식은 아래와 같다.

$$Y_{ijk} = \mu + P_i + O_j + (OP)_{ij} + E_{ijk}$$

$$i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, o, \quad k = 1, \dots, r$$

여기서, P_i , O_j , $(OP)_{ij}$, E_{ijk} 는 각각 부품의 효과, 측정자의 효과, 부품과 측정자간의 교호작용 효과, 반복성에 기인한 오차를 말하며, 평균이 0이고 분산이 각각 σ_p^2 , σ_o^2 , σ_{op}^2 , σ_e^2 인 정규분포를 따르며 서로 독립이라고 가정한다. 위의 모형에서 반복성, 재현성, 그리고 측정

변동(MS)의 추정 값은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{rpt.}^2 &= \hat{\sigma}_E^2 \\ \hat{\sigma}_{rpd.}^2 &= \hat{\sigma}_O^2 + \hat{\sigma}_{OP}^2 \\ \hat{\sigma}_{MS}^2 &= \hat{\sigma}_{rpt.}^2 + \hat{\sigma}_{rpd.}^2\end{aligned}$$

그리고 PTR은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$PTR = \frac{k \cdot \sigma_{MS}}{USL - LSL} \times 100$$

여기서, $k=5.15$ 혹은 6을 사용할 수 있으며, USL은 규격상한, LSL은 규격하한이다. 측정시스템의 사용여부에 대한 기준은 Montgomery and Runger(1993a)가 제안한 10% 기준을 사용할 수 있으며, Barrentine(1991)도 PTR이 10%이내이면 측정시스템이 우수하며, 11~20%이면 적절하고, 21~30%이면 부분적으로 사용할 수 있으며, 30% 이상이면 사용불가라고 말한다.

본 연구에서는 측정오차의 분포가 비정규분포이며, 측정자의 변동이 없거나 자동측정장비를 사용하는 경우로 가정하였다. 따라서 측정변동과 PTR은 아래와 같이 주어지며, PTR 계산식에 필요한 k 는 6으로 하였다.

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{rpt.}^2 &= \hat{\sigma}_{MS}^2 \\ PTR &= \frac{k \cdot \sigma_{rpt.}}{USL - LSL} \times 100\end{aligned}$$

그리고 PTR의 $100(1-\alpha)\%$ Exact 신뢰구간이 다음과 같이 구해지는 것을 쉽게 보일 수 있다. 단 $\chi_{(\alpha,k)}^2$ 는 자유도가 k 인 χ^2 분포의 상위 $100\alpha\%$ 백분위수이다.

$$\left(\frac{6 \cdot 100}{USL - LSL} \cdot \sqrt{\frac{n(r-1)MSE}{\chi_{(\alpha/2, n(r-1))}^2}}, \frac{6 \cdot 100}{USL - LSL} \cdot \sqrt{\frac{n(r-1)MSE}{\chi_{(1-\alpha/2, n(r-1))}^2}} \right)$$

3. 붓스트랩 신뢰구간

3.1 붓스트랩 방법

붓스트랩 방법은 고성능 컴퓨터의 등장으로 많은 관심을 갖는 중요한 비모수 통계적기법이다. 주어진 확률 표본 x_1, x_2, \dots, x_n 으로부터 복원 추출방법으로 붓스트랩 표본 $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ 을 얻는다. 추출 가능한 붓스트랩 표본의 총 수는 n^n 개이다. n^n 개의 붓스트랩 표본에 대한 PTR의 추정 값 \widehat{PTR}^* 를 얻는다. 또한 이들은 추정량 \widehat{PTR} 에 대한 붓스트랩 분포를 구성한다.

Efron and Tibshirani(1986)는 정확한 신뢰구간 추정 값을 계산하기 위해서 최소한 1000개의 붓스트랩 표본이 적절하다고 제안하였고, Wang and Li(2003)는 측정시스템 분석에서 $\bar{X}-R$ 방법의 측정 변동에 대한 붓스트랩 신뢰구간을 구하기 위해 붓스트랩 표본으로 2000개를 사용하였다. 본 연구에서는 PTR에 대한 붓스트랩 신뢰구간을 구하기 위해 2000개의 붓스트랩 표본으로부터 \widehat{PTR}^* 를 구하고, 크기가 작은 것부터 순서를 매긴다. 그리고 \widehat{PTR} 과 $\widehat{PTR}^*(i)$ 는 각각 PTR의 추정량과 순번이 정해진 붓스트랩 추정 값이다. 이러한 붓스트랩 추정 값을 이용하여 PTR에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 붓스트랩 신뢰구간을 다음과 같이 구할 수 있다.

3.2 표준 붓스트랩(SB; Standard Bootstrap)

2000개의 붓스트랩 추정값 $\widehat{PTR}^*(i)$ 로부터, 표본 평균 \overline{PTR}^* 과 표본 표준편차 S_{PTR}^* 는

$$\begin{aligned}\overline{PTR}^* &= \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \widehat{PTR}^*(i) \\ S_{PTR}^* &= \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B [\widehat{PTR}^*(i) - \overline{PTR}^*]^2}\end{aligned}$$

이다. S_{PTR}^* 는 실제로 \widehat{PTR} 의 표준편차의 추정량이고, 따라서(만약 \widehat{PTR} 의 분포가 근사적으로 정규분포이면) PTR에 대한 $100(1-\alpha)\%$ SB 신뢰구간은 다음과 같다.

$$\widehat{PTR} \pm z_{\alpha/2} S_{PTR}^*$$

여기서, z_{α} 는 표준정규분포의 상위 $100\alpha\%$ 백분위수이며, B는 붓스트랩 표본의 수이다.

3.3 백분위수 붓스트랩(PB; Percentile Bootstrap)

순서화된 추정값 $\widehat{PTR}^*(i) (\widehat{PTR}^*(1) \leq \dots \leq \widehat{PTR}^*(B))$ 로부터 누적비율이 $\alpha/2$ 가 되는 $\widehat{PTR}^*(\alpha/2 \cdot B)$ 와 누적비율이 $(1-\alpha/2)$ 가 되는 $\widehat{PTR}^*((1-\alpha/2) \cdot B)$ 를 이용하여 PTR에 대한 $100(1-\alpha)\%$ PB 신뢰구간을 아래와 같이 구한다.

$$[\widehat{PTR}^*(\frac{\alpha}{2} B), \widehat{PTR}^*((1-\frac{\alpha}{2}) B)]$$

3.4 편이 수정된 백분위수 붓스트랩(BCPB; Biased-Corrected Percentile Bootstrap)

전체 붓스트랩 분포에서 하나의 표본만 이용하여 얻

어진 붓스트랩 분포는 기대한 것보다 한쪽으로 치우칠 수 있다. BCPB 방법은 이러한 편의를 수정하기 위해 개발되었다(Efron, 1982). 우선, \widehat{PTR}^* 의 (순서화된)분포를 이용하여 다음의 확률을 계산한다.

$$p_0 = \Pr[\widehat{PTR}^* \leq PTR]$$

그 다음으로, 아래의 값들을 계산한다.

$$\begin{aligned} z_0 &= \Phi^{-1}(p_0) \\ P_L &= \Phi(2z_0 - z_{\alpha/2}) \\ P_U &= \Phi(2z_0 + z_{\alpha/2}) \end{aligned}$$

여기서, $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포의 누적분포함수이다. 이때, PTR에 대한 $100(1-\alpha)\%$ BCPB 신뢰구간은 다음과 같다.

$$[\widehat{PTR}^*(P_L B), \widehat{PTR}^*(P_U B)]$$

4. 모의실험 연구

4.1 모의실험

본 연구에서 사용한 품질특성의 분포는 $\mu = 50, \sigma^2 = 4$ 인 정규분포, $\mu = 0, \sigma^2 = 0.2, 0.5$ 인 대수정규분포, 척도모수 = 1, 형상모수 = 0.8, 2인 감마분포이다. 또한 측정오차의 분포는 품질특성의 분포와 동일한 분포를 사용하였다. 각 분포에 대한 왜도는 <표 1>과 같다. PTR은 10%, 20%, 30%를 사용하였다. 공차(USL-LSL)는 모든 분포에 대해 30단위를 사용하였으며, 부품수는 10, 20을, 반복수는 6, 9, 12, 15를 사용하였다. 붓스트랩 표본의 수는 2000으로 하였다.

<표 1> 모의실험에 사용되는 분포 및 왜도

분 포	왜 도
N(50, 4)	0
LN(0, 0.2)	1.516
LN(0, 0.5)	2.939
G(0.8, 1)	2.236
G(2, 1)	1.414

품질특성 및 측정오차의 분포가 정규분포, 대수정규분포, 그리고 감마분포인 경우에 대해서 PTR의 신뢰구간을 Exact 방법과 3가지 붓스트랩 방법(SB, PB, BCPB)을 이용하여 계산하였다. 모의실험 절차는 다음과 같다.

(1) 1단계 : 품질특성의 분포로부터 부품 수만큼 데이터

를 생성하여 각 데이터를 y_i 라고 한 후, y_i 를 평균으로 하고 $\sigma_{rpt.}^2$ 을 분산으로 하는 측정오차 분포의 모수를 결정한다. 여기서 구한 모수를 이용하여 반복수만큼 데이터를 생성한다. $\sigma_{rpt.}^2$ 는 아래와 같이 구할 수 있다.

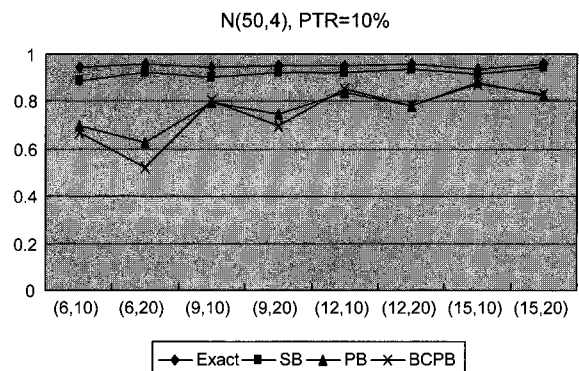
$$\sigma_{rpt.}^2 = \left(\frac{PTR \cdot (USL - LSL)}{6 \cdot 100} \right)^2$$

- (2) 2단계 : 원시표본을 이용하여 PTR의 Exact 신뢰구간을 구한 후 주어진 PTR을 포함하는지 확인하고, 이 원시표본으로부터 B(=2000)개의 붓스트랩 표본들을 생성한다.
- (3) 3단계 : 2단계에서 생성된 표본들을 이용하여 PTR에 대한 3가지 95% 양측 붓스트랩 신뢰구간을 구하고 주어진 PTR을 포함하는지 확인한다.

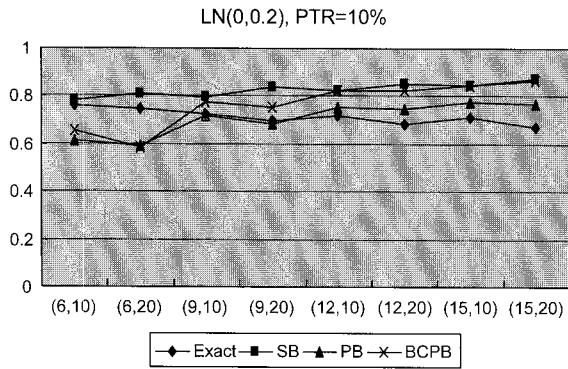
그리고 각 분포에 대해 위의 3단계로 이루어진 한 번의 모의실험 절차를 각각 1000회씩 반복하였다. 이러한 모의실험으로부터 95% 양측 붓스트랩 신뢰구간이 PTR을 포함하는 비율을 계산하였다. 이러한 모든 모의실험은 MATLAB 프로그램을 이용하였다.

4.2 정규분포의 경우

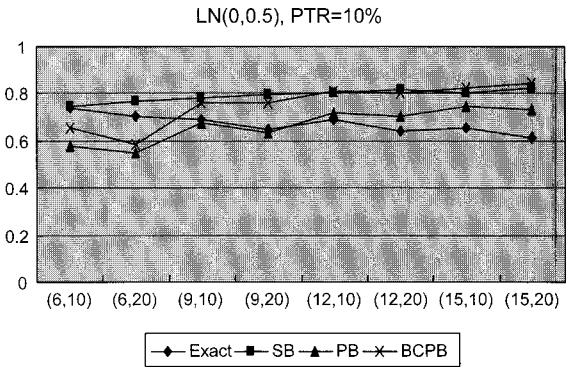
품질특성 및 측정오차의 분포가 정규분포인 경우의 결과를 살펴보면, Exact 신뢰구간이 모든 조건에서 PTR을 포함하는 비율이 일관되게 기대 값 0.95에 가까운 값을 갖는 것으로 나타났다. 포함빈도는 $p = 0.95$ 이고 $N = 1000$ 인 이항확률변수이므로 포함비율(참값 PTR을 포함하는 비율)에 대한 99% 신뢰구간은 $0.95 \pm 2.576 \sqrt{(0.95 \cdot 0.05)/1000} = (0.933, 0.967)$ 이 된다. 즉, Exact 신뢰구간의 포함비율은 모든 조건에서 이 범위를 벗어나지 않았다. 붓스트랩 신뢰구간 중에서는 SB 신뢰구간의



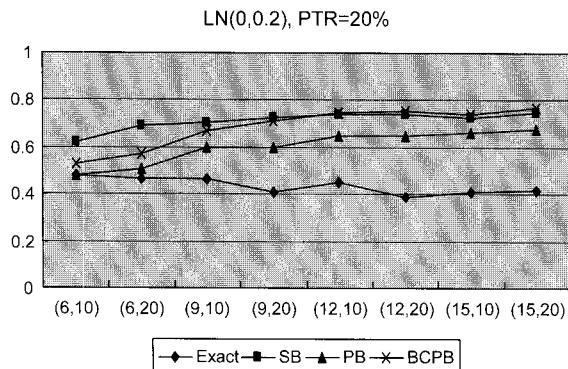
<그림 1> 95% 양측 신뢰구간의 포함비율 : N(50,4)



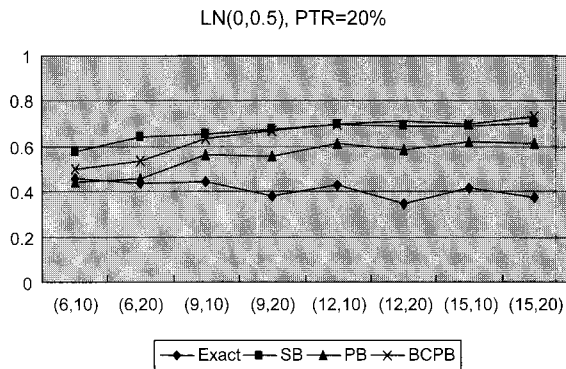
<그림 2> 95% 양측 신뢰구간의 포함비율 : LN(0, 0.2), PTR=10%



<그림 4> 95% 양측 신뢰구간의 포함비율 : LN(0,0.5), PTR=10%



<그림 3> 95% 양측 신뢰구간의 포함비율 : LN(0,0.2), PTR=20%



<그림 5> 95% 양측 신뢰구간의 포함비율 : LN(0,0.5), PTR=20%

포함비율이 가장 높게 나타났으며, 4가지 신뢰구간 모두 PTR의 차이에 따른 포함비율의 변화는 크지 않았다. <그림 1>은 PTR이 10%인 경우에 4가지 신뢰구간이 PTR을 포함하는 비율을 나타내고 있다. <그림 1>의 X축에 나타나는 괄호 안의 숫자는 각각 반복수와 부품수를 나타낸다.

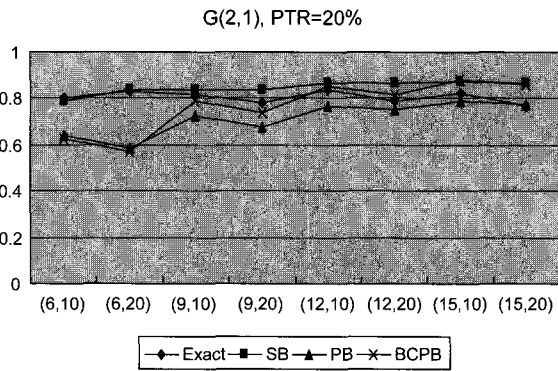
4.3 대수정규분포의 경우

품질특성 및 측정오차의 분포가 대수정규분포인 경우의 결과를 살펴보면, 반복수가 6, 9인 경우에는 SB 신뢰구간의 포함비율이 가장 높게 나타났으며, 반복수가 12, 15인 경우에는 SB와 BCPB 신뢰구간이 비슷하거나 BCPB 신뢰구간의 포함비율이 높게 나타났다. 그리고 PTR이 증가할수록 포함비율은 감소하였으며, 그 감소폭은 Exact 신뢰구간이 붓스트랩 신뢰구간보다 크게 나타났다. 또한, 왜도가 증가할수록 포함비율은 감소하였다. <그림 2>와 <그림 3>은 LN(0,0.2)에서 PTR이 10%와 20%인 경우에 4가지 신뢰구간이 PTR을 포함하는 비율을

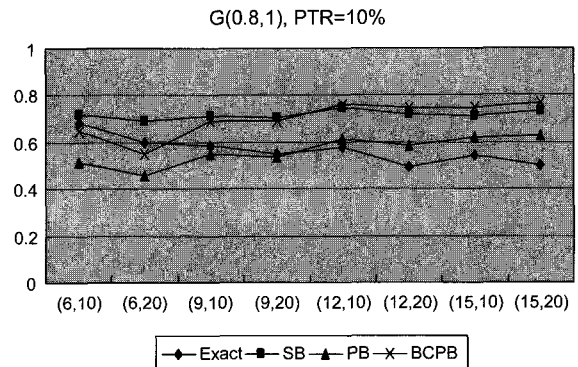
나타내며, <그림 4>와 <그림 5>는 LN(0,0.5)에서 PTR이 10%와 20%인 경우에 4가지 신뢰구간이 PTR을 포함하는 비율을 나타낸다.

4.4 감마분포의 경우

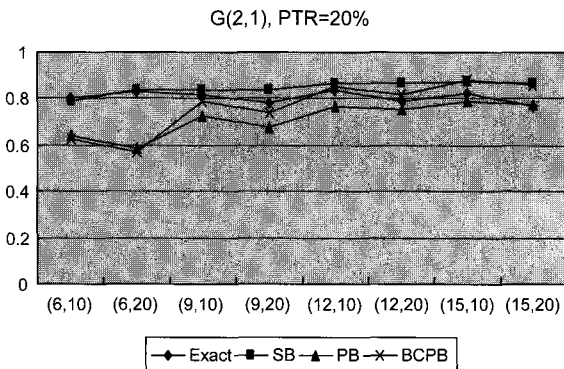
품질특성 및 측정오차의 분포가 감마분포인 경우의 결과를 살펴보면, 왜도가 작은 G(2,1)의 경우에는 정규분포의 결과와 같이 Exact 신뢰구간과 SB 신뢰구간의 포함비율이 높게 나타났다. 반면, 왜도가 높은 G(0.8,1)인 경우에는 반복수가 6, 9일 때, SB 신뢰구간의 포함비율이 가장 높게 나타났으며, 반복수가 12, 15인 경우에는 SB와 BCPB 신뢰구간이 비슷하거나 BCPB 신뢰구간의 포함비율이 높게 나타났다. 감마분포 역시 왜도가 증가할수록 포함비율은 감소하였다. <그림 6>과 <그림 7>은 G(2,1)에서 PTR이 10%와 20%인 경우에 4가지 신뢰구간이 PTR을 포함하는 비율을 나타내고 있다. <그림 8>과 <그림 9>는 G(0.8,1)에서 PTR이 10%와 20%인 경우에 4가지 신뢰구간이 PTR을 포함하는 비율을 나타내고 있다.



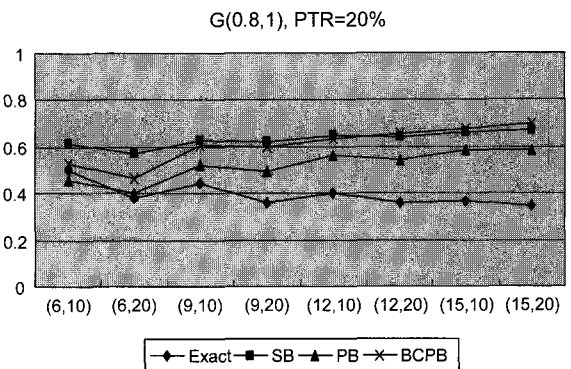
<그림 6> 95% 양측 신뢰구간의 포함비율 :
G(2,1), PTR=10%



<그림 8> 95% 양측 신뢰구간의 포함비율 :
G(0.8,1), PTR=10%



<그림 7> 95% 양측 신뢰구간의 포함비율 :
G(2,1), PTR=20%



<그림 9> 95% 양측 신뢰구간의 포함비율 :
G(0.8,1), PTR=20%

5. 결 론

일반적으로 측정시스템 분석을 실시함에 있어서 실험 계획법을 이용하여 분석하는 경우에 측정오차의 분포는 정규분포를 가정하고 있다. 하지만 산업현장에는 측정 오차의 분포가 비정규분포를 따르는 경우가 존재한다. 본 연구에서는 측정오차의 분포가 비정규분포이며, 측정자의 변동이 없거나 자동측정장비를 사용하는 경우에 PTR에 대한 붓스트랩 신뢰구간을 구하여 Exact 신뢰구간과 비교 분석하였다.

모의실험 결과를 살펴보면, 품질특성 및 측정오차의 분포가 정규분포의 경우에는 붓스트랩 신뢰구간 방법보다 일반적인 Exact 신뢰구간 방법이 더 우수하였으며, 붓스트랩 신뢰구간 중에서는 SB 신뢰구간이 가장 높은 포함비율을 가지는 것으로 나타났다. 반면, 품질특성 및 측정오차의 분포가 비정규분포인 경우에는 SB 신뢰구간과 BCPB 신뢰구간의 포함비율이 높게 나타났으며, 반복수가 커짐에 따라 BCPB 신뢰구간이 좋아짐을 알 수 있다. PTR의 값에 따라 포함비율의 차이를 살펴보면

정규분포의 경우에는 PTR이 증가할수록 포함비율의 차이는 없었으며, 비정규분포에서는 PTR이 증가할수록 포함비율이 감소하였다. 특히 Exact 신뢰구간이 가장 큰 영향을 받았다. 그리고 왜도가 증가할수록 포함비율은 감소하는 추세를 보였으며, 반복수가 증가함에 따라 붓스트랩 신뢰구간의 포함비율은 증가하는 경향을 보여주었다.

측정오차의 분포가 비정규분포를 따르고 재현성의 효과가 없는 경우, PTR에 대한 구간추정은 일반적으로 붓스트랩 신뢰구간이 PTR 포함비율에서 우수한 것으로 나타난다.

참고문헌

- [1] Barrentine, L. B., *Concepts for R&R Studies*, ASQ Quality Press, Milwaukee, WI., 1991.
- [2] Burdick, R. K., Borror, C. M. and Montgomery, D. C. "A Review of Methods for Measurement Systems Capability Analysis," *Journal of Quality Technology*,

- 35(4) : 342-354, 2003.
- [3] Burdick, R. K. and Larsen, G. A., "Confidence Intervals on Measures of Variability in R&R Studies," *Journal of Quality Technology*, 29(3): 261-273, 1997.
- [4] Borrer, C. M., Montgomery, D. C. and Runger, G. C., "Confidence intervals for Variance Components from Gauge Capability Studies," *Quality and Reliability Engineering International*, 13(6) : 361-369, 1997.
- [5] Chiang, A. K. L., "A Simple General Method for Constructing Confidence Intervals for Functions of Variance Components," *Technometrics*, 43(3) : 356-367, 2001.
- [6] Chiang, A. K. L., "Improved Confidence Intervals for a Ratio in an R&R Study," *Communications in Statistics - Simulation & Computation*, 31(3) : 329-344, 2002.
- [7] Daniels, L., Burdick, R. K. and Quiroz, J., "Confidence Intervals in a Gauge R&R Study with Fixed Operators," *Journal of Quality Technology*, 37(3) : 179-185, 2005.
- [8] Dolezal, K. K., Burdick, R. K. and Birch, N. J., "Analysis of a Two-Factor R&R Study with Fixed Operators," *Journal of Quality Technology*, 30(2) : 163-170, 1998.
- [9] Efron, B., *The Jackknife, the Bootstrap and Other Resampling Plans*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA., 1982.
- [10] Efron, B. and Tibshirani, R., "Bootstrap Methods for Standard Errors, Confidence Intervals, and Other Measures of Statistical Accuracy," *Statistical Science*, 1(1) : 54-75, 1986.
- [11] Gong, L., Burdick, R. K. and Quiroz, J., "Confidence Intervals for Unbalanced Two-factor Gauge R&R Studies," *Quality and Reliability Engineering International*, 21(8) : 727-741. 2005.
- [12] Hamada, M. and Weerahandi, S., "Measurement System Assessment Via Generalized Inference," *Journal of Quality Technology*, 32(3) : 241-253, 2000.
- [13] Lai, Y. W. and Chew, E. P., "Gauge Capability Assessment for High-yield Manufacturing Processes with Truncated Distribution," *Quality Engineering*, 13(2) : 203-210, 2000-01.
- [14] Lohr, S. L. and Divan, M., "Comparison of Confidence Intervals for Variance Components with Unbalanced data," *Journal of statistical computation and simulation*, 58(1) : 83-97, 1997.
- [15] Montgomery, D. C. and Runger, G. C., "Gauge Capability and Designed Experiments Part 1 : Basic Methods," *Quality Engineering*, 6(1) : 115-135, 1993-94.
- [16] Montgomery, D. C. and Runger, G. C., "Gauge Capability and Designed Experiments Part 2: Experimental Design Models and Variance Component Estimation," *Quality Engineering*, 6(2) : 289-305, 1993-94.
- [17] Pan, J. N., "Determination of the optimal allocation of parameters for gauge repeatability and reproducibility study," *The International Journal of Quality & Reliability Management*, 21(6) : 672-682, 2004.
- [18] Senoglu, B. and Tiku, M. L., "Analysis of Variance in Experimental Design with Nonnormal Error Distributions," *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 30(7) : 1335-1352, 2001.
- [19] Wang, F. K. and Li, E. Y., "Confidence Intervals in Repeatability and Reproducibility using the Bootstrap method," *Total Quality Management*, 14(3) : 341-354, 2003.