

# 인간 뼈의 구조 해석

## Structural Analysis of Human bone



이 경 찬\*

\*서울대학교 지구환경시스템공학부 박사 후 과정

### 1. 머리말

최근에 전산구조 해석 기술의 발전에 힘입어 일반 구조물만이 아닌 다양한 대상체에 대한 구조 해석이 세계적으로 활발히 연구가 진행되고 있다. 이러한 전산구조 공학과 기타 다른 학문간의 학제간의 연계가 활발히 진행되고 있는 가운데, 국내에서도 이에 대한 기대치가 증가하고 있는 추세이다. 이 기사에서는 외국의 사례를 토대로 의학 분야와 연계된 연구를 소개하고자 한다.

인간의 뼈는 뼈간기둥(trabeculae, 骨小柱)와 골수(bone marrow) 등으로 구성되어 있다. 특히 골다공증으로 인하여 뼈간기둥의 밀도가 감소하게 되면, 전체적으로 뼈의 강도가 감소하게 된다. 이러한 뼈간기둥의 강도와 거동을 산정함에 있어 구조해석적인 방법이 외국에서는 널리 사용되고 있다. 특히 전산구조공학자들의 인체 구조의 해석에 대한 접근은 이미 해외에서는 상당히 활발한 편이다. 국내에서는 현재 이 분야에 대한 연구가 미미하나 향후 여러 연구자들의 많은 관심을 기대하는 바이다. 필자 역시 이 분야에 대한 경험이 있는 것은 아니나, 두 편의 외국 논문의 내용을 토대로 미약하나마 그 사례를 소개를 하고자 한다.

뼈에 대한 구조해석이 주로 이루어 지는 부분은 인간의 뼈 전체를 해석하는 것이 아니라, 구조적으로 크게 취약하고 의학적으로 위험한 부분에 대해서 수행되고 있다. 특히 척추와 둔부에서의 골다공증에 의한 골절이 점차 증가하

는 추세이다. 미국에서만, 골다공증이 대략 4천 4백만 명의 미국인에게 영향을 주었고, 이로 인한 의료보험 수당은 연간 170억 달러를 넘고 있다. 뼈의 두 가지 형태인 피질(cortical)과 뼈간기둥(trabecular)은 일상적인 생활에서나 혹은 추락과 같은 긴급한 상황에서 발생하는 응력을 지지하는 기능을 한다. 따라서 뼈가 파괴에 이르게 되는 메커니즘을 이해하는 것은 임상적으로 매우 중요하다. 특히 인간의 뼈에 대한 역학적 특성을 밝히는 연구가 난해한 이유는 뼈의 역학적 특성이 해부학적 위치와 개인간의 차이 그리고 시간과 질병 유무에 따라서 모두 상이하기 때문이다. 특히 뼈간기둥은 역학적 하중 환경에 따라 스스로의 형태를 바꾸면서 적응하는 미세구조이고, 공극률이 매우 높기 때문에, 정형외과의 생체역학분야에서는 뼈간기둥의 역학적 거동을 밝히는 것을 주요 연구분야로 하고 있다.

뼈의 주요 구조체인 뼈간기둥은 대퇴골이나 척추등과 같은 생물학적 구조의 주요한 하중 지지체이다. 이러한 뼈간기둥은 대부분의 해부학적 영역에서 공극률이 80%가 넘기 때문에 매우 복잡한 구조체를 구성하고 있다. 이에 대한 구조적 응답을 연구하는 방법 중 가장 널리 알려진 것은 정해진 원추형 시편에 대한 3D micro-CT로 부터 얻어진 고해상도 유한요소 모델을 사용하여 해석하는 것이다. 그림 1에서 보는 바와 같은 특정한 뼈간기둥 시편에 대한 micro-CT로 부터 그림 2에서와 같은 유한 요소 모델을 얻을 수 있다. 이 과정은 micro-CT의 한 화적소(voxel)를 하나의 육면체 요

소로 변환하여 모델을 구성하게 된다. 여기서 화적소란 2차원 공간상에서의 디지털 이미지의 한 점을 의미하는 화소(pixel)의 3차원 공간적인 개념이며, 3차원 공간상의 한 점을 정의하는 그래픽 정보의 단위이다. CT나 MRI로부터 얻어진 영상들은 이러한 화적소들로 구성되게 된다. 화적소를 통하여 유한요소 메쉬를 구성하는 방법은 뼈잔기둥의 복잡한 기하학적 구조를 완벽하게 구현할 수 있는 좋은 방법이지만, 상당히 많은 양의 요소를 요구하게 된다. 예를 들면, 하나의 척추체(vertebral body)를 40 $\mu$ m의 해상도로 모델링하기 위해서는 대략 5천7백만개 이상의 요소가 필요하다.

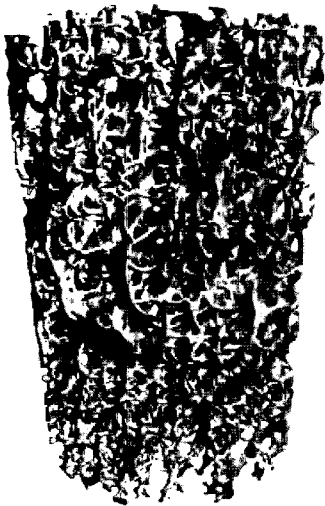


그림 1 micro-CT 영상 @ 22 $\mu$ m 해상도 (지름 8mm 높이 15mm)

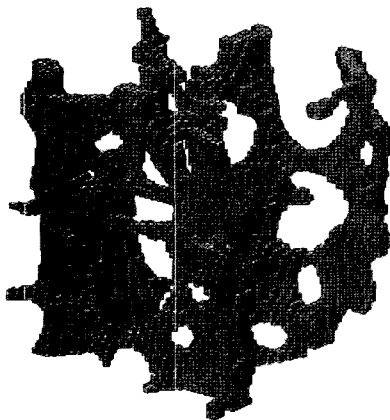


그림 2 micro-FE mesh, 2.5 $\times$ 2.5 $\times$ 2.5mm<sup>3</sup>, 44 $\mu$ m 육면체 solid 요소

## 2. 뼈의 micro-FE 모델링

뼈잔기둥의 역학적 거동을 밝히는데 주로 사용되는 연

구 방법은 미세 유한요소법(micro-FE)이다. 이 방법은 시편에 대한 기하적으로 정밀한 유한요소 모델을 얻기 위해서 고해상도 micro-CT 스캔을 사용한다. Micro-CT에서의 화적소를 이용한 메쉬는 필연적으로 불연속적인 면을 가지게 되는데, 초기에는 여러 연구자들이 이에 대한 우려를 나타냈었지만, 이 모델에 대한 정밀성이 여러 연구에서 밝혀진바 있다. 뼈잔기둥의 한 개의 보 구조 혹은 판 구조에서의 두께에 대해서 적어도 3개에서 4개 정도의 요소가 존재하도록 해상도를 설정하면 어느 정도의 정밀성을 담보한다고 일반적으로 알려져 있다. 현재까지 micro-FE에 의한 접근 방법은 세 가지 수준에서 뼈의 역학적 특성을 연구하는데 성공적으로 사용되어 왔다. 그 세 가지 수준은 다음과 같다.

- 1) 뼈잔기둥의 조직 수준에서 시편 실험을 통한 탄성과 항복 거동 파악
- 2) 연속체 수준에서 뼈잔기둥의 정형외과적 탄성 거동, 기하 비선형 변형의 효과 그리고 다축 하중에 대한 항복 거동 파악
- 3) 전체 뼈 수준에서 건강한 뼈와 골다공증이 있는 뼈에서의 하중 전달 특성과 응력 분포 규명

Micro-FE를 사용하는 현재 연구 추세는 주로 기하적 또는 재료적 비선형 문제와 뼈의 구조와 기능 사이의 관계에 대한 개념을 파악하기 위한 뼈 전체의 해석에 초점을 맞추고 있다.

거의 대부분의 뼈 micro-FE 해석에서 사용하는 선형 방정식 solver는 EBE-PCG(element by element - preconditioned conjugate gradient) 방법이다. 이 방법은 화적소로부터 만들어진 메쉬에서 각각의 요소가 모두 동일한 강성행렬을 가진다고 본다. 따라서 전체 강성행렬(global stiffness matrix)을 사용하지 않는 알고리즘을 취하기 때문에 메모리 효율성이 매우 좋은 장점이 있다. 현재로서는 EBE-PCG solver를 사용한 선형 탄성 유한요소법이 micro-CT 스캐너 소프트웨어와 연계되어 있기 때문에, 화적소에 기반한 메쉬 모델이 계속해서 인기를 모으고 있다. 반면에 이 방법은 요소의 개수가 1백만개 이하인 경우와 선형 탄성 문제에 대해서만 장점을 가지고 있기 때문에, 기하학적 또는 재료적 비선형 문제에서나 요소가 1천만개가 넘어가는 모델에 대해서는 수렴성이 나쁘고 확정성도 좋지 않은 문제가 있다.

최근에 뼈잔기둥의 전체 구조를 고해상도로 찍을 수 있는 micro-CT 스캔 장비의 등장과 병렬 컴퓨터의 활용이 증대에 따라 수 천만개의 요소를 가지는 유한요소 해석이 가능

해졌다. 또한 생체역학 분야는 1차 수준의 solver를 사용하는 방법에 대한 수치적 한계점에 빠르게 다다르고 있다. 예를 들면, 근위 대퇴부(proximal femur)의 고해상도 유한요소 모델은 대략 9천 6백만개의 요소로 구성되며, 수렴기준을  $10^{-3}$ 으로 하고, EBE-PCG solver를 사용하여 선형 탄성 해석을 수행 할 경우 17GB의 메모리와 250MHz-R1000 CPU 30개를 가진 SGI-Origin2000 컴퓨터에서 약 25,000의 CPU 시간을 필요로 한다. 메모리 요구량은 비교적 감당 할 수 있는 수준이지만, 해석 시간은 실제 해석 시간으로 약 5주 정도가 소요되게 된다. 따라서 더 빠르고 확장성이 좋은 solver가 필요하게 되었다. 이에 Adams<sup>2)</sup>의 연구에서는 smoothed aggregation 멀티 그리드 solver를 사용해서, 사람의 전체 척추체를 5천 7백만개의 요소로 micro-FE 모델링하여 구조 해석을 수행하였다. 그의 연구에서는 수렴 기준을  $10^{-6}$ 을 취하였다. 해석에 사용된 시스템은 Lawrence Livermore National Laboratory(LLNL)에 있는 64노드에 960개의 CPU를 가진 IBM SP3 병렬 컴퓨터이며, 각 노드에 RS6000-375MHz 16GB의 메모리를 장착하였다. 이 시스템에서 수행한 결과 CPU시간은 144시간이 걸렸으며, 실제 해석 시간은 9분 이내의 결과를 주었다.

### 3. 뼈잔기둥의 다축 하중 해석

인간의 뼈에 대한 구조 해석을 수행함에 있어서 재료의 물성치를 어떻게 결정하느냐 하는 문제가 매우 중요하다. 이러한 물성치는 주로 일축 하중에 대한 실험값으로부터 결정하게 되는데, 실제 뼈 구조가 받게 되는 하중은 일축 하중이 아니며, 뼈 자체가 등방성이고 균질한 재료임을 보장할 수 없기 때문에, 다축 하중을 고려한 해석에 대한 Harun H. Bayraktar<sup>1)</sup>의 연구 사례를 소개하고자 한다.

다축 하중을 받는 뼈잔기둥의 파괴를 이해하는 것은 임상적으로 매우 중요하다. 특히 근위 대퇴골내에 있는 뼈잔기둥은 필연적으로 다축 하중을 받게 된다. 이러한 하중은 추락과 같은 외상적 상황에서 전체 뼈의 체내 골절을 유발할 수 있으며, 뼈 생체 이식시의 접착면에서도 역시 이러한 다축 하중이 발생할 수 있다. 이러한 뼈잔기둥의 파괴점을 파악하게 되면 다양한 하중 상황에서의 파괴 하중과 골절 부위를 예상할 수 있게 된다. 이를 통하여 골다공증 환자의 골절 위험을 보다 잘 예측할 수 있게 되며, 수술 전 계획 과정에도 도움을 줄 수 있다. 더불어서 다양한 약물 처방의 효과를 파악함에 있어 도움을 줄 수도 있으며, 인공 뼈의 설계에 있어서도 다축 하중에 대한 파괴 기준이 기본적인 역학적 특성을 결정하는데 필수적이기 때문에

생체역학 분야에서 많은 관심의 대상이다.

뼈잔기둥의 항복 기준으로 폰 미세스(von Mises) 응력이 주로 사용되어 왔으나, 이 방법은 뼈잔기둥의 인장 강도와 압축 강도가 상이한 특성을 반영하지 못하는 문제가 있다. 이에 Cowin은 2차 Tsai-Wu 항복 기준을 아래와 같은 형식으로 제안하였다.

$$f = f(\sigma, H, V_f) = 0 \quad (1)$$

$\sigma$ : 응력 텐서

H: 구조적 비등방성(anisotropy)에 대한 Tsai-Wu 계수를 나타내는 섬유(fabric) 텐서

$V_f$ : 부피 차지율(Volume fraction)

Keaveny 등<sup>3)</sup>은 소(牛) 정강이뼈의 뼈잔기둥에 삼축 압축응력을 가하여 Tsai-Wu이론을 적용하였고, 실험적 결과와 어느 정도 수준에서 일치함을 확인하였다. 이러한 실험적 방법 대신에 고해상도 유한요소 모델을 실험적으로 검증하여 사용할 수도 있다. Niebur 등<sup>4)</sup>은 소 정강이뼈의 뼈잔기둥에 이축 하중을 재하여 축방향 파괴와 전단 파괴가 서로 독립적임을 확인하였다. 이것은 소 정강이뼈의 삼축압축 응력 실험에서 보인 것과 동일한 결과이다. 일축 하중과 전단 하중 그리고 이를 동시에 재하한 이축 하중에 대해서는 항복 변형률이 뼈잔기둥의 부피 차지율과 무관함이 이미 밝혀져 있다. 나아가서 인장과 전단 하중이 복합된 경우에 최대 주항복 변형률은 일축 인장 항복 변형률과 매우 유사한 것이 발견되었다. 이러한 결과로부터 다축 하중에 대한 뼈잔기둥의 주항복응력 기준을 적절히 산정할 수 있는 대략의 예측값을 알 수 있다.

사람의 뼈잔기둥에 대해서 다축 하중이 가해진 상태에서의 항복 응력 기준을 실험으로 규명하는 연구는 현재까지 수행된 바가 없다. 다축 하중에 대한 실험적 해석적 연구 결과는 모두 사람 뼈가 아닌 소 뼈에 대해서만 수행되었다. 인간 뼈는 소 뼈와는 구조가 상이하며, 조직의 물성치 역시 차이를 보인다. Bayraktar 등의 연구에서는 인간 대퇴골 목 부분의 뼈잔기둥에 초점을 맞춰서 연구를 수행하였다. 이 부분은 엉덩이 골절의 주요 원인이 되는 곳이다. 이 연구에서는 실험적으로 보정된(experimentally calibrated) 고해상도 비선형 유한요소 모델을 사용하였다. 실험적 연구가 그 동안 수행되지 못했던 이유는 다축 하중을 실제적으로 재하하는데 있어 역학적 어려움이 있고, 생물학적 이종성으로 인해서 상당히 많은 수의 시편을 테스트해야 하기 때문이다. 따라서 인간 뼈의 다축 하중에 대한 항복 기준을 산정하는 것은 해석적 연구로 접근하는 것이 적절하다고 할 수 있다. Bayraktar의 연구에서

다축 하중 해석을 통해 얻고자 한 것은 다음 세 가지로 요약할 수 있다.

- 1) 3차원 수직 변형률(normal strain)의 항복면(yield surface) 결정
- 2) 총 9개의 normal-shear 평면에서의 이축 항복면 결정
- 3) 위의 2가지 결과로부터 연속체 수준의 유한요소 모델에서 사용할 수 있는 대략의 다축 항복기준 결정

앞에서 이미 언급한대로 뼈잔기둥의 다축 하중에 대한 강도를 산정하는 것은 하중 재하와 응력 산정 등의 문제로 인하여 실험적 연구를 수행하는데 어려움이 있다. 따라서 실험적 연구로 보정된 고해상도 micro-mechanical 비선형 유한요소법을 사용한다. 해석 모델은 고해상도 연속 단면 영상이나 micro-CT로부터 구성된다. 이렇게 얻어진 해석 모델은 소(牛)의 뼈잔기둥에 있어서 일축과 이축 재하 조건에 대해서 실험 결과와 상당히 일치한다고 밝혀져 있다. 이러한 접근법은 하나의 시편에 대해 실험적 방법으로는 구현할 수 없는 하중 조건에 대해서 수백 가지의 다축 파괴점을 구할 수 있다.

### 3.1 시편과 유한요소 모델

62세 여성, 63세 남성, 72세 남성의 세 주검으로부터 대퇴골 목부분의 시편에 대한 micro-CT 촬영을 한다. 장비는 스위스 Bassersdorf의 Medial AG에서 개발된 micro-CT-20을 사용하며 공간 해상도는 22 $\mu$ m이다. 각 시편의 영상은 아래 그림 3에 도시된 바와 같다. 해석에 사용된 시편의 크기는 5mm이다. 그림 3에 나타난 각 시편의 부피 차지율( $V_f$ )은 전체 부피 중에서 뼈잔기둥이 차지하는 부피를 나타낸다. 즉 부피 차지율이 클수록 골밀도가 높은 뼈라고 할 수 있다. 각 시편의 구조적 특성은 표 1에 제시된 바와 같다.

전체 5mm 크기를 가지는 직육면체 시편을 해석하는데 있어서, 수치 해석 시간을 줄이기 위하여 66 $\mu$ m 크기의 육면체 요소를 사용하였다. 수치적 수렴성에 관한 연구에서 밝혀진 바에 따르면, 해당 뼈잔기둥을 해석하는데 이 정도 크기의 요소를 사용하는 것이 충분하다고 알려져 있다. 재료의 주축과 벌어진 오일러각을 계산하기 위해서 6개의 일축하중에 대한 선형 탄성 해석이 우선적으로 수행된다. 각 영상들을 얻어진 오일러각 만큼 회전시키고, 직교하는 축들과의 차이가 5도 이하가 될 때까지 이 과정을 반복한다. 각 요소에 대해서는 재하속도에 영향을 받지 않는 bilinear 주축 변형률 기반의 비대칭 재료 모델이 사용되

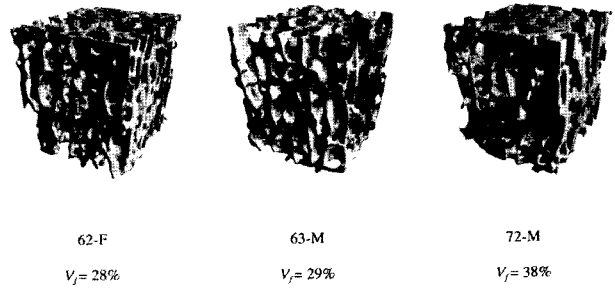


그림 3 5mm 다축 항복 기준 산정에 사용된 세 가지 시편의 직육면체 뼈잔기둥시편의 렌더링 영상. 나이, 성별, 부피 차지율( $V_f$ ) 도시.

표 1 각 시편의 물리적 특성과 수행된 유한요소해석 개수

성별	나이	$V_f$	Tb.Th mean $\pm$ S.D.	Tb.Sp mean $\pm$ S.D.	DA	SMI	3D 수직 변형률 해석	수직- 전단 해석
F	62	0.28	0.18 $\pm$ 0.06	0.58 $\pm$ 0.20	1.91	-0.13	266	81
M	63	0.29	0.19 $\pm$ 0.07	0.64 $\pm$ 0.20	1.63	0.11	114	81
M	72	0.38	0.25 $\pm$ 0.09	0.63 $\pm$ 0.20	1.86	-0.82	266	81
Total							646	243

$V_f$ : 부피 차지율 (BV/TV)

Tb. Th: 평균 뼈잔기둥 두께 mm (trabecular thickness)

Tb. Sp: 평균 뼈잔기둥 공극거리 mm (trabecular spacing)

DA: 비균질도 (degree of anisotropy)

SMI: structural model index

었다. 각 조직의 인장 항복 변형률은 0.41% 압축 변형률은 -0.83%로 모두 동일하게 사용하였다.

### 3.2 항복면 산정

각 시편을 다양한 하중 경로에 대해서 구조 해석을 수행함으로써 3차원 수직변형률 공간을 구할 수 있다. 그림 4는 그 방법을 도식적으로 표현하고 있다. 3차원 수직 변형률의 경우, 한 평면이 각(angular) 증분  $\theta$ 에 확장된 후, 그 평면이 x축에 대해서 동일한 각으로 회전한다. 동일한 방식으로 9개의 수직-전단 평면에 대해서도 수행한다. 여기에서는 9개 조합 중 한 가지 경우만 도시하였다.

유사-정적(quasi-static) 비선형 유한요소 해석을 각 시편에 대해서 수행하고, 각 방향 별로 최대 변형률에 의해서 하중 경로가 각각 결정된다. 총 3개의 시편 중에서 2개는 각(angular) 증분이 15도였고, 나머지 하나는 22.5도로 나타났다. 그리고 이들은 각각 226개와 114개의 하중 경로를 각각 보였다. 각 하중 경로에 대해서 응력-변형률 곡선이 얻어지고, 0.2% 오프셋(off-set)의 항복 변형률이 계산된다. 전체 하중 이력에서 첫 번째 발생한 항복점이 항복

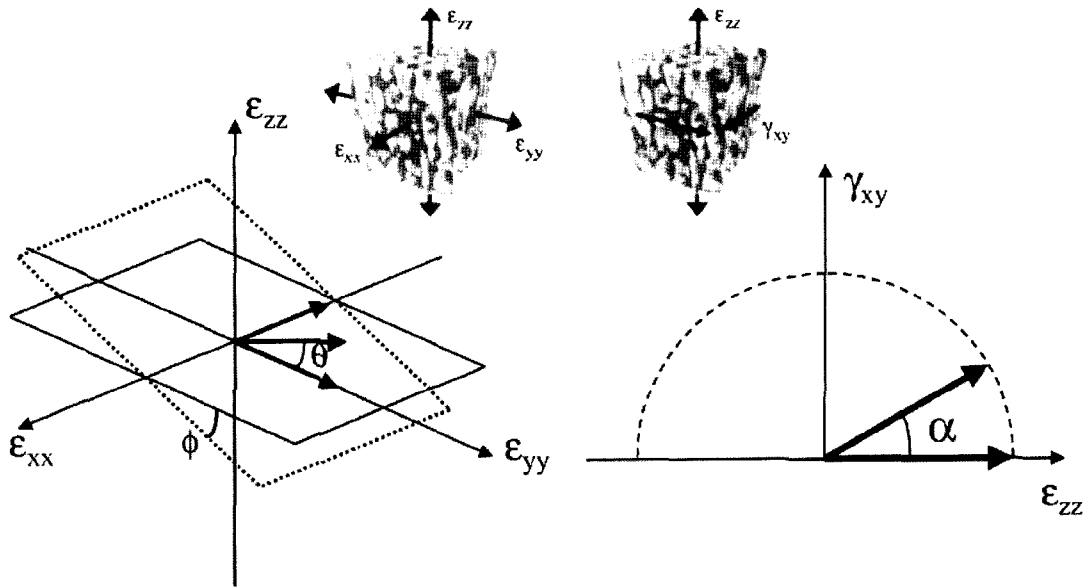


그림 4 3차원 수직 변형률장(좌)과 수직-전단 변형률 평면(우)으로부터 하중 경로 결정법

면을 구성하는데 사용된다. 그림 5에서 가는 점선으로 표시된 0.2%-오프셋으로 각 하중 축에 대한 항복 변형률을 계산한다. 그래프의 가로축인 normalized 변형률은 각 방향에 대한 변형률을 최대 변형률로 나눈 값이며, 이 값으로 세 방향에 대한 항복점을 a, b, c로 표시하였다. 이 경우에 첫 번째 항복은 x축 (a)에서 발생하고, 그 다음에 y축 (b), 그리고 마지막으로 z축 (c)에서 발생한다. 첫 번째 항복점 (a)에서 나머지 두 방향에 대한 변형률도 구하고, 이로부터 3차원 항복면에 대한 항복점을 계산한다.

세 개의 시편으로부터 총 9개의 수직-전단 변형률 평면에서의 항복 포락선을 구하며, 각 평면에 대한 9개의 하중 경로는 18도의 증분과 총 81개의 해석으로 얻어졌다. 모두 합해서 889개의 해석이 수행되었으며, IBM SP2와 SP3의 병렬 슈퍼 컴퓨터에서 총 41,500 시간의 CPU time이 소요되었다.

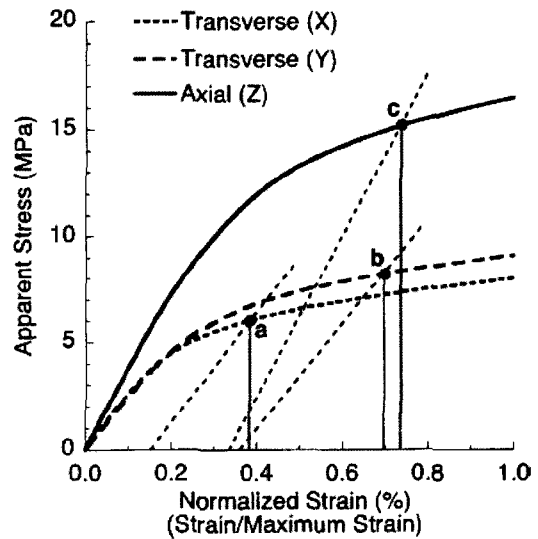


그림 5 3차원 수직 변형률장에서 하나의 하중 경로에 대한 응력-normalized 변형률 곡선

### 3.3 수학적 모델링 (Mathematical modeling)

항복 포락선이 결정된 다음에는 연속체 수준의 유한요소소에서 사용 할 수 있는 수학적 모델을 구성해야 한다. 주축에 대한 변형률 기준이 성공적이었던 것에 착안하여, 3차원 주축 변형률 공간상에 수정된 슈퍼 타원(modified super-ellipsoid, MSE) 항복면을 다음과 같이 구성한다.

$$g(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = \left[ \left| \frac{\varepsilon_1 - c_1}{r_1} \right|^{2/n_2} + \left| \frac{\varepsilon_2 - c_2}{r_2} \right|^{2/n_2} \right]^{n_2/n_1} + \left| \frac{\varepsilon_3 - c_3}{r_3} \right|^{2/n_1}$$

$$+ \left| \frac{t(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{r_1 + r_2 + r_3} \right|^{2/n_1} - 1 \quad (2)$$

여기서,  $\varepsilon_i$  ( $i=1,2,3$ ) 은 주축 변형률

$r_i$  ( $i=1,2,3$ ) 은 반지름

$c_i$  ( $i=1,2,3$ ) 는 원점에 대한 중앙 좌표계에서의 차이

$n_1$ 과  $n_2$ 는 직각도(squareness) 변수

$t$ 는 편평도(flattening) 변수

여기에서  $r_1 = r_2 = r_3$ ,  $c_1 = c_2 = c_3$  이고,  $n_1 = n_2$  인 경우에는 항복면이 3개의 이축 주 변형률 면과 동일해진다. 이

와 같이 단순화하게 되면 등방성 재료에 대한 항복면이 되며, 4개의 변수 ( $r, c, n, t$ )를 가지는 식으로 다음과 같이 간략하게 표현된다.

$$g(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = \sum_{i=1}^3 \left| \frac{\varepsilon_i - c}{r} \right|^{2/n} + \left| t \frac{\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})}{3r} \right|^{2/n} - 1 \quad (3)$$

위에서 결정된 항복 함수 (2)와 (3)을 이용한 항복점에 대한 오차의 놈(norm)을 유한요소해석에서 결정된 항복점과 비교한다. 표준 벡터 놈은 다음과 같이 계산된다.

$$\text{Error norm (\%)} = \frac{\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{surface}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{FEA}}\|}{\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{FEA}}\|} \times 100 \quad (4)$$

여기에서,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{surface}}$ 는 항복면의 가장 가까운 점에서 유한요소해석에서 결정된 항복점  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{FEA}}$ 로의 벡터이다.

식 (2)에서의 9개 변수와 식 (3)에서의 4개의 변수는 표준 비선형 최적화 알고리즘으로 구한다. 이 알고리즘은 MatlabMATLAB을 이용하여 구현하였으며, 3개의 시편

에 대한 3차원 수직 응력 공간에서 646개의 항복점에 대한 평균 오차놈을 최소화하는 변수를 결정하였다. 해석 모델은 이와 같은 변수들을 결정함으로써 다축하중에 대해서 정밀한 결과를 얻도록 보정될 수 있다.

### 3.4 항복면의 검증

일반적인 하중 상태에서 제안된 항복함수가 재료의 항복을 적절히 평가하는지 확인하기 위해서, 각각의 하중 경로와 시편에 대한 주항복 변형률을 계산하는데 수직-전단 항복점을 사용하였다. 이 경우에는 주변형률의 방향이 재료의 주축과 일치하지 않기 때문에, 다축 항복이 실제로 주변형률과 관계되는지 그리고 등방성인지 확인하는 방법을 제시한다. 수직-전단 하중에서부터 구해진 주축에 대한 항복 변형률 ( $\varepsilon_{\text{principal}}$ )을 식 (3)에 의해 구한 항복면과 비교하였다. 둘 사이의 차이는 다음과 같이 정량화하였다.

$$\text{Prediction Error (\%)} = \frac{\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{eq}(3)} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{principal}}\|}{\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{principal}}\|} \times 100 \quad (5)$$

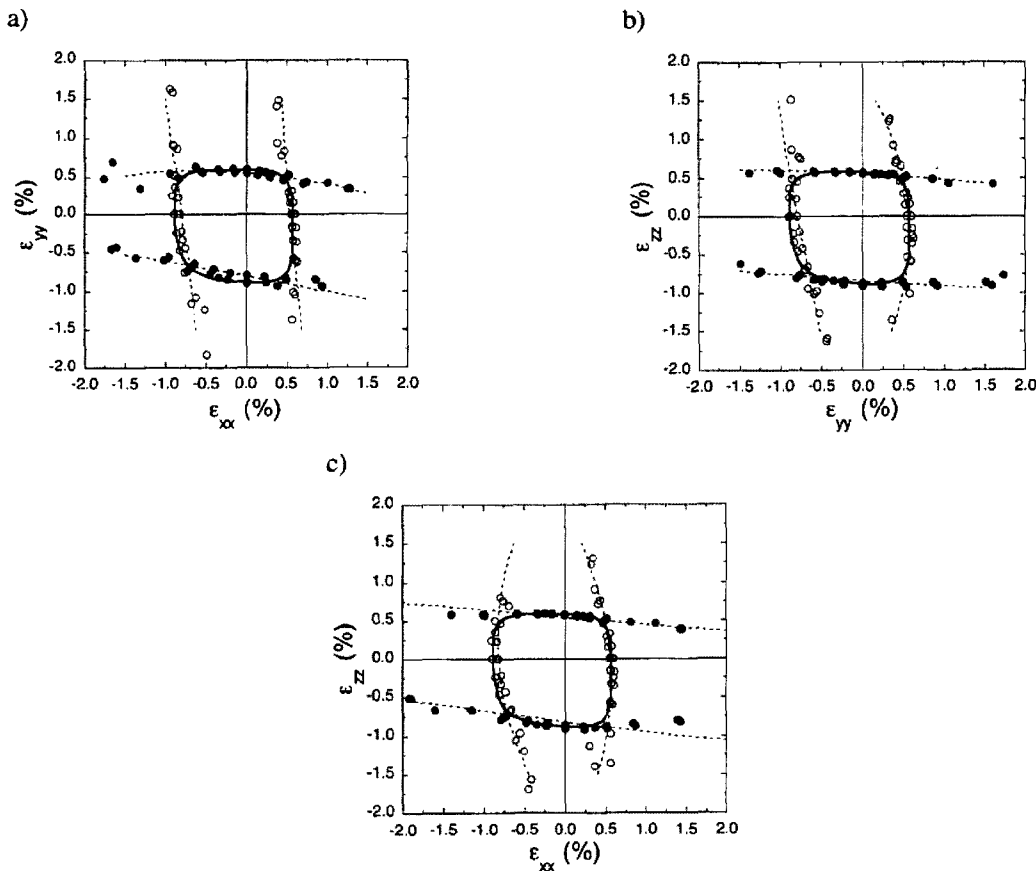


그림 6 세 개의 2축 수직 변형률 평면에 대한 항복 포락선 : (a)  $\varepsilon_{xx}$ - $\varepsilon_{yy}$ , (b)  $\varepsilon_{yy}$ - $\varepsilon_{zz}$ , (c)  $\varepsilon_{xx}$ - $\varepsilon_{zz}$

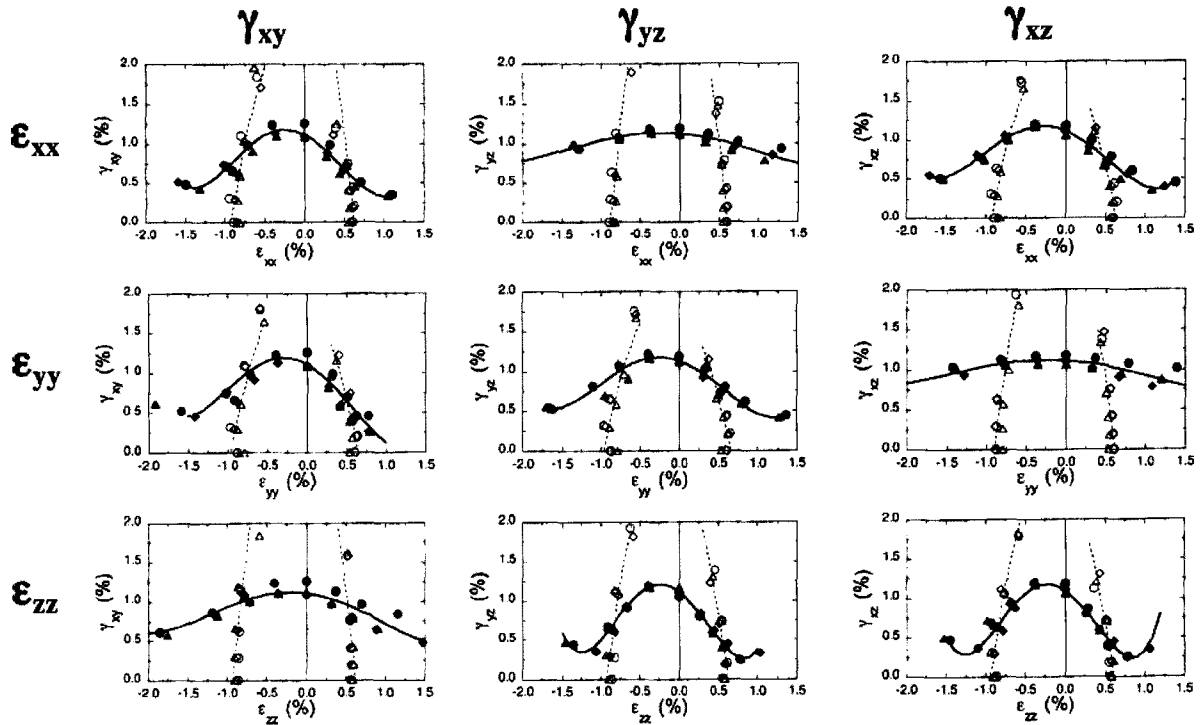


그림 7 9개의 수직-전단면에서의 항복 포락선: ( $\epsilon_{xx}-\gamma_{yz}$ ,  $\epsilon_{yy}-\gamma_{xz}$ ,  $\epsilon_{zz}-\gamma_{xy}$ ,  $\epsilon_{xx}-\gamma_{xy}$ ,  $\epsilon_{xx}-\gamma_{xz}$ ,  $\epsilon_{yy}-\gamma_{xy}$ ,  $\epsilon_{yy}-\gamma_{yz}$ ,  $\epsilon_{zz}-\gamma_{yz}$ ,  $\epsilon_{zz}-\gamma_{xz}$ )

### 3.5 결 과

다축 하중에 대한 항복 거동은 균질(homogeneous)하고 대체로 등방성(isotropic)인 특징을 보인다. 변형률 공간상에서의 항복점은 세가지 시편에서 거의 동일하였고, 세 개의 이축 평면에서도 동일한 결과를 보였다. 그림 6에서 검은 점과 흰 점은 각각 수직 축과 수평 축에 대한 항복점이고, 점선은 각 축에 대한 항복점들의 2차 추세선이다. 여기서 단힌 타원은 제안된 식 (3)으로 구한 항복면이며, 결과 값에 대한 2차 추세선으로부터 판단해 보건데, 각 축에 대한 항복은 약간의 상호작용이 있지만 대체로 거의 독립적인 거동을 보인다. 상호작용이 가장 큰 경우는 삼축 압축인 경우에 나타났으며, 이때 항복 변형률은 일축 압축 변형률보다 39% 작은 값을 보였다. 이러한 효과는 전체 이축 평면에서 순수 압축 4분면에서도 역시 나타났다.

그림 7은 수직-전단 평면상에서의 항복 포락선을 나타낸다. 여기서 마름모, 삼각형, 원은 각각의 시편을 나타낸다. 속이 빈 기호는 수직 방향에 대한 그리고 속이 찬 기호는 전단에 대한 항복점을 나타낸다. 점선은 수직 축에 대한 2차 추세선이며, 실선은 전단에 대한 항복점들의 4차 추세선이다. 이 그림에서 보듯이 수직-전단 항복 거동은 특정한 수직과 전단의 조합에 크게 의존적이다. 이러한 사실은 파괴 거동의 비등방성적인 특성을 나타낸다. 축하중

과 전단의 조합( $\epsilon_{xx}-\gamma_{yz}$ ,  $\epsilon_{yy}-\gamma_{xz}$ ,  $\epsilon_{zz}-\gamma_{xy}$ )에서 전단축에 대한 항복 변형률은 조합에 의한 효과가 거의 없다. 하지만, 수직 변형률과 전단 변형률이 같은 평면에 있을 경우 ( $\epsilon_{xx}-\gamma_{xy}$ ,  $\epsilon_{xx}-\gamma_{xz}$ ,  $\epsilon_{yy}-\gamma_{xy}$ ,  $\epsilon_{yy}-\gamma_{yz}$ ,  $\epsilon_{zz}-\gamma_{yz}$ ,  $\epsilon_{zz}-\gamma_{xz}$ )에는, 수직-전단 상호효과가 상당히 중요하다. 이것은 수직 변형률이 동시에 작용하는 경우에 전단 항복 변형률이 크게 감소하는 것으로 나타난다.

이 연구에서 사용한 MSE 항복면에 대한 9개의 변수는 아래 표 2에 도시하였다. 이 항복면은 3차원 항복 변위 공

표 2 MSE 항복면의 계수

변수 9개를 사용한 경우		변수 4개를 사용한 경우*	
$r_1$	0.728	$r$	0.738
$r_2$	0.719	$c$	-0.157
$r_3$	0.753	$n$	0.414
$c_1$	-0.145	$t$	1.417
$c_2$	-0.152		
$c_3$	-0.169		
$n_1$	0.426		
$n_2$	0.347		
$t$	1.396		

\*  $r_1=r_2=r_3$ ,  $c_1=c_2=c_3$ ,  $n_1=n_2$  가정

간에 일치하도록 보정하였다. 이때 에러는  $3.7 \pm 3.1\%$ 였으며 최대  $15.6\%$ 였다. 4개의 변수를 사용한 경우에도 마찬가지로 보정작업을 하였으며 이 때의 에러는  $3.9 \pm 3.3\%$ 였으며 최대  $17.3\%$ 였다. 결과적으로 항복면은 다음과 같이 구성된다. 여기서, 각 변형률  $\epsilon$ 은 %값이다.

$$g(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3) = 4.33 \sum_{i=1}^3 |\epsilon_i| + 0.16 \left[ \epsilon_1^{4.83} + 0.12 |\text{tr}(\epsilon)| \right]^{4.83} - 1 \quad (6)$$

마지막으로 항복면 (6)은 보정되지 않은 수직-전단 하중에 대한 항복면을 예측하는데 매우 성공적이었다. 세 개의 시편에 대한 243개의 하중 경우에 대해서 예측 오차의 norm은  $5.5 \pm 4.2\%$ 였고, 최대  $18.2\%$ 였다.

이와 같은 결과에서 알 수 있듯이 4개의 변수를 사용한 항복면 예측이 상당히 좋은 결과를 주고 있음을 알 수 있다. 이는 임상적으로 두 가지 이유에서 의미가 있다. 첫째, 이 항복면은 연속체 수준의 유한요소 해석에 구현되어서 전체 뼈 또는 인공 뼈의 파괴를 보다 정확하게 예측 할 수 있다. 제안된 항복 함수는 convex하고 미분 함수가 연속이기 때문에 소성 알고리즘을 구현하는데 있어서 수치적으로 좋은 특성을 가지고 있다. 둘째로 4개의 변수를 사용함으로 단지 4번의 실험으로 MSE 항복면의 변수 ( $r, n, c, t$ )를 구해서 모델을 구성할 수 있다는 것이다. 변수  $c$ 와  $r$ 은 일축 압축 그리고 인장 실험으로 구할 수 있다. 변수  $t$ 를 구하기 위해서는 삼축 압축 또는 인장 하중을 재하할 필요가 있다. 마지막으로 변수  $n$ 은 이축실험에서 구한다. 비록 이 모든 실험들이 실험실에서 실제로 수행되기는 어려울지라도, 고해상도 유한요소 해석으로도 필요한 값을 얻는데 충분하다.

이 장에서는 Bayraktar의 연구를 토대로 뼈잔기둥의 삼축 항복면을 구하는 연구에 대해서 소개하였다. 뼈 자체가 비등방성인 특징을 가지고 있기 때문에 그의 연구에서는 이를 몇 가지 간단한 해석적 방법으로 보정할 수 있는 방법을 제안하였다. 이 과정에서 재료 역학적 접근과 유한요소적인 접근이 충실하게 시행 된 것을 확인할 수 있다. 다음 장에서는 뼈에 대한 구조해석에 있어 또 하나의 걸림돌이 되는 해석 시간을 해결하기 위한 노력으로 병렬 처리 기법에 대한 연구를 소개한다.

#### 4. 병렬 유한요소법의 소개

앞서 기술한 바와 같이 뼈에 대한 전산 구조 해석은 굉장히 많은 수의 요소를 요구하기 때문에 연산 속도가 큰 이슈가 된다. 이 문제를 해결하기 위해서 병렬처리 기법이

주로 사용되기 때문에 여기에서는 그 일례로 Mark F. Adams<sup>2)</sup>의 논문을 토대로 간략하게 소개하고자 한다.

생체역학 분야에의 연구에서 비선형 micro-FE 해석은 주요한 연구 분야이다. 이 해석은 Newton-Raphson 방법의 한 단계에서 100개 이상의 선형 연산을 요구한다. 이를 간단히 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$Ax = b \quad (7)$$

여기서,  $A$ 는 강성행렬,  $x$ 는 풀어야 할 해를 나타내는 벡터,  $b$ 는 하중이다.

반복계산에서 해의 근사값  $\hat{x}$ 을 구하게 되고, 수렴 기준은 불명형 하중  $r = b - A\hat{x}$ 이  $\|r\|_2 / \|b\|_2 < 10^{-6}$ 을 만족할 때 해가 수렴한 것으로 간주한다.

이러한 해를 풀기 위한 해석 시스템 중에서 여기에서는 미국 Sandia 연구소의 Adams가 사용한 전산 시스템의 구조에 대해서 소개하고자 한다. 전체 구조는 다음의 3개의 부분으로 이루어진다: 메쉬와 결과 후처리기 관련한 뼈 micro-FE 모델링 과정(4.1), 병렬 유한요소 구현(4.2) 그리고 병렬 그리드 선형 solver(4.3)이다.

##### 4.1 뼈의 micro-FE modeling (BOBCAT)

시뮬레이션의 첫 번째 단계는 유한요소 메쉬를 구성하는 것이다. 뼈 시편에 대한 화적소 기반의 고해상도 유한요소 메쉬는 다음의 세 단계로 만들어진다.

a. 해부학적 위치와 시편의 크기에 따라  $13 \sim 90 \mu\text{m}$ 의 해상도를 가지는 micro-CT 스캔을 해당 뼈시편에 대해 시행한다. 촬영된 영상의 3차원 화적소는 1바이트(0-검정, 255-흰색)의 크기를 가지게 된다.

b. 촬영된 micro-CT 영상을 이미지 처리 소프트웨어 (IDL v5.6, Research Systems Inc., Boulder, CO)에 로드한다. 이 영상의 이미지를 수렴성이 좋도록 최적의 해상도로 낮게 조정한다. 이 과정은 지역 평균법에 따르며, 원하는 수준의 이산화를 만족하도록 화적소의 개수를 줄인다. 촬영된 영상에서 흰부분은 뼈이고, 검은 부분은 공백으로 인식하여 뼈의 형상을 이진(binary)영상으로 추출해 낸다.

c. 전처리기인 Bobcat 프로그램을 이용하여 얻어진 이진 영상으로부터 8노드 6면체 유한요소 메쉬를 생성한다. 이때 하중 및 변위 경계조건은 사용자가 입력한다. 최종 메쉬 파일은 물성치를 포함하고 있지 않기 때문에, 메쉬 정보를 갖고 있는 입력 파일은 다양한 형태의 재료에 대해서 해석을 수행할 수 있다.



화적소 기반의 메쉬는 Adams가 개발한 병렬 처리 기반의 유한요소 해석 시스템인(Athena/FEAP)에 해석된다.

#### 4.2 병렬처리 유한요소 소프트웨어 (Athena/FEAP)

전체 시스템의 구성도는 그림 8에 보인 바와 같다. BOBCAT에서 생성된 유한요소 입력 파일을 Athena에 넣어 병렬화 한다. Athena는 각 프로세서에 대입할 유한요소 문제로 분화한다. 분화된 각 문제들은 각각의 프로세서에 강성행렬의 모든 행과 불평형 하중전체를 처리하도록 설계된다. 이러한 과정은 적은 연산 비용으로 각 프로세서간의 통신을 최소화할 수 있게 한다. 물성치와 solution script를 포함한 두 개의 작은 글로벌 입력파일과 분화된 문제들은 각 프로세서에서 직렬 연산으로 처리된다. 여기에서 구조해석 프로그램인 FEAP 자체는 병렬 연산을 전혀 수행하지 않으며, 병렬 연산을 처리하는 Prometheus와의 인터페이스 과정만 거치게 된다.

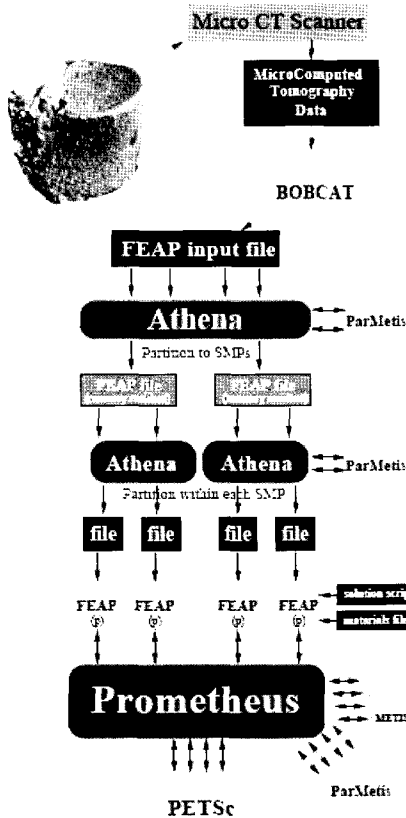


그림 8 화적소 기반의 메쉬 생성과 병렬 유한요소 처리의 구현

#### 4.3 병렬 멀티 그리드 선형 solver(Prometheus)

뼈의 micro-FE 해석에서 해석 시간을 가장 많이 요하는 과정은 전형적인 선형 연산과정이다. 선형 연산에 대한

solver로 Prometheus가 사용된다. Prometheus는 각 프로세서에 최소 500개의 방정식이 할당되도록 재분배 과정을 수행한다. 이렇게 분배하는 이유는 한 프로세서에 너무 적은 방정식이 할당되면 프로세서간의 통신에 소요되는 부담이 그만큼 커지기 때문이다.

#### 4.4 결 과

최대 2억 3천 7백만개의 자유도를 가지는 복잡한 기하 형상을 가진 고해상도 뼈 모델에 대한 유한요소 해석에 멀티 그리드 방법이 효율적임을 확인하였다. 이 연구에서는 뼈의 micro-mechanics 문제에 대한 선형 해석 알고리즘을 제안하였으며, 1000개 이상의 프로세서를 가지는 병렬 처리 컴퓨터에 적용하였다. 이 연구에서 제안된 방법은 기하적 재료적 비선형 문제에 적용이 가능함을 확인하였다. 기하적 재료적 비선형성을 고려한 이 연구의 예제에서 약 3%정도가 극한 응력을 넘어서고 있었다. 이 연구에서 사용한 smoothed aggregation 방법은 2억 3천 7백만개의 자유도를 가지는 문제를 해결하는데 있어서 full-Newton 반복계산에서 하나의 프로세서에 265,000개의 자유도를 풀도록 할당하여 각 프로세서당 약 3.5분 정도의 시간만이 소요되었다. 이 연구를 토대로 기하적으로 극도로 복잡한 유한요소 모델을 일반적인 병렬 컴퓨터에 적용해서 효율적으로 계산할 수 있음을 확인하였다.

#### 4.5 맺음말

이 기사에서는 국내에서는 다소 생소한 생체 역학 분야에의 전산구조 역학적 접근법을 해외의 연구 사례를 토대로 소개하였다. 인간의 뼈를 구조 해석하는데 있어서 크게 중요시 되는 두 가지 주제에 대해서 문헌을 조사하여 소개하였다. 첫째로는 재료적 비등방성을 고려한 재료의 항복 면을 보정하는 방법을 Bayraktar<sup>1)</sup>의 논문을 토대로 소개하였다. 둘째로는 인간 뼈의 구조해석이 매우 많은 자유도를 가지는 문제이기 때문에 문제가 되는 해석 시간을 해결하기 위한 병렬처리 기법을 Adams<sup>2)</sup>의 논문을 토대로 간략히 소개하였다.

저자도 해당 분야에 대한 경험이 미미해서 연구 내용을 매우 거칠게 소개하게 된 점을 독자들에게 사과드리며, 이 기사를 계기로 많은 연구자들이 생체 역학에 분야에 관심을 기울이고, 위에 소개한 것과 같은 연구가 국내에서도 진행 될 수 있는 기회가 있었으면 하는 작은 바람을 가져 본다.

## 참고 자료

1. Harun H. Bayraktar, Atul Hupta, Ron Y. Kwon, Panayiotis Papadopoulos, and Tony M. Keaveny. (2004) "The modified Super-Ellipsoid Yield Criterion for Human Trabecular Bone", *ASME Journal of Biomechanics Engineering*, 126 pp.677~684
2. Mark F. Adams, Harun H. Bayraktar, Tony M. Keaveny, and Panayiotos Papadopoulos. (2003) "Applications of algebraic multigrid to large-scale finite element analysis of whole bone micro-mechanics of the IBM SP", Association for Computing Machinery.
3. Keaveny, T.M., Wachtel, E. F., Zadesky, S. P., and Arramon, Y. P., (1999) "Application of the Tsai-Wu quadratic multiaxial failure criterion to bovine trabecular bone." *J. Biomech. Eng.*, 121, pp.99~107
4. Niebur, G. L., Feldstein, M. J. and Keaveny, T. M., (2003) "Biaxial failure behavior of bovine tibial trabecular bone", *J. Biomech. Eng.*, 124, pp. 699~705
5. S.C. Cowin, ed., (2002) "Bone Mechanics Handbook". CRC Press, Boca Raton, 2 ed.,
6. FEAP. [www.ce.berkeley.edu/~rlt](http://www.ce.berkeley.edu/~rlt).
7. Prometheus. [www.cs.berkeley.edu/~madams](http://www.cs.berkeley.edu/~madams). 