포화된 다공성매체에서 파동의 전파특성 I. 이론해의 유도

Wave Propagation Characteristics in Saturated Porous Media I. Theoretical Solution

김 선 훈† 김 광 진*
Kim, Sun-Hoon Kim, Kwang-Jin
(논문접수일 : 2006년 9월 27일 ; 심사종료일 : 2007년 4월 2일)

요 지

본 논문에서는 포화된 다공성매체에서 파동의 전파속도와 감쇠를 구할 수 있는 해석적 이론해를 유도하여 제시하였다. 이론해의 유도를 위하여 압축성의 고체입자와 간극수를 고려하는 완전 연계 Field모델을 사용하였다. 완전 포화된 다공성매체의 해석을 위한 공학적인 접근방법이 채택되었으며, 균질 영역에서 1차원 파동의 전파를 위한 이론해가 유도되었다. 본 논문에서 유도한 이론해는 고체입자의 압축성, 간극수의 압축성, 다공성입자의 변형, 공간의 감쇠(Spatial damping) 등을 고려할 수 있어 매우 다양하게 사용될 수 있다. 또한 다양한 지반체에서 두 가지 종류의 파속(Wavespeed)과 감쇠계수를 계산하는데 이용가능하다. 본 논문에서 제시한 이론해를 전산코드화하여 파동의 전파속도와 감쇠에 대한 파라미터연구를 수행한 결과는 본 연구의 II부에 제시할 예정이다.

핵심용어 : 파동 전파, 포화된 다공성 매체, 이론해, 압축파, 연계 모델

Abstract

An analytical closed-form solution for wave propagation velocity and damping in saturated porous media is presented in this paper. The fully coupled field model with compressible solid grains and pore water were used to derive this solution. An engineering approach for the analysis of fully saturated porous media was adopted and closed-form solutions for one dimensional wave propagation in a homogeneous domain were derived. The solution is highly versatile in that it considers compression of the solid grains, compression of the pore water, deformation of the porous skeleton, and spatial damping and can be used to compute wavespeeds of first and second kind and damping coefficients in various geologic materials. This solution provides a means of analyzing the influence of material property variations on wavespeed and attenuation. In Part 2 of this work the theoretical solution is incorporated into the numerical code and the code is used in a parametric study on wave propagation velocity and damping.

Keywords *: wave propagation, saturated porous media, theoretical solution, compression wave, coupled model*

1. 서 론

지진이나 충격파와 같은 외적하중이 작용할 때 포화된 다공성매체인 토사와 암반의 동적반응(dynamic response)에 대한 연구는 많은 관련 기술자들에게 큰 관심사가 되고 있다(김선훈 등, 2001; 박대효 등, 2003; Lewis 등, 1998; Prevost, 1986; Schrefler 등, 2001; Zienkiewicz 등, 1984; Zienkiewicz 등, 1999). 예를 들어 지진동이나 발파충격으로 인한 댐, 제방, 사면, 구조물 기초에 국부적인 손상을 일으킬 수 있는 잠재적인 요인으로 취급할 수 있다.

본 논문에서는 포화된 다공성매체에 대한 완전연계 Field 방정식(fully coupled field equation)(Blouin 등, 1984; Kim 등, 1986)을 사용하여 완전 포화된 다공성매체(fully saturated porous media)에서 파동의 전파속도(wave propagation velocity) 이론해를 해석적방법으로 유도하였다. 이를 위해 완전 포화된 다공성매체의 해석을 위한 공학

† 책임저자, 정회원 · 영동대학교 토목환경공학과 부교수
Tel: 043-740-1171 ; Fax: 043-740-1179
E-mail: kimsh@youngdong.ac.kr
* COMTEC RESEARCH, Principal Engineer

• 이 논문에 대한 토론을 2007년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2007년 8월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

적인 접근방법(Prevost, 1986)이 채택되었으며, 균질 영역(homogeneous domain)에서 1차원 파동의 전파를 위한 이론해가 유도되었다.

본 논문에서 얻어진 이론해는 매우 다양하게 사용될 수 있어서 고체입자의 압축성, 간극수의 압축성, 다공성입자의 변형, 공간감쇠(spatial damping) 등을 고려할 수 있다. 또한 다양한 다공성매체에서 두 가지 종류의 파속(wavespeed)과 감쇠계수를 계산하는데 이용가능하다. 일반적으로 고전적인 방법에서는 파동의 전파특성을 3가지 형태로 나타내고 있다. 이에 비하여 본 논문에서는 파동의 전파특성을 2가지 형태로 나타내어 파속을 계산할 수 있는 이론해의 유도에 대해 자세히 설명하였다.

2. 포화된 다공성매체의 관계식

포화된 다공성매체의 거동은 2개의 운동방정식과 2개의 보조방정식으로 나타낼 수 있다. 2개의 운동방정식 중에서 첫 번째 운동방정식은 혼합체(bulk mixture)의 운동을 나타내며, 두 번째 운동방정식은 다공성입자(porous skeleton)에 대한 간극수(pore fluid)의 상대적인 운동을 나타낸다. 또한 첫 번째 보조방정식은 흐름의 연속방정식이고 두 번째 보조방정식은 유효응력식이다.

2.1 혼합체의 지배방정식

혼합체를 지배하는 미분방정식은 다음과 같다.

$$\sigma_{ij,j} = (1-n)\rho_g \ddot{u}_i + n\rho_f \ddot{U}_i \tag{1}$$

여기서 $\sigma_{ij,j}$는 임의의 시간에 포화체(saturated material)의 미소면적에 작용하는 전응력 변화(total stress gradient)를 의미하며, 3개의 직각방향으로 응력변화를 의미한다(Mendelson, 1968). n과 ρ_g는 각각 간극률(porosity)과 고체입자의 밀도를 의미하며, 따라서 $(1-n)\rho_g$는 포화체의 단위체적당 고체입자의 질량을 나타낸다. u_i는 i방향 입자의 변위를 의미하므로, $\ddot{u}_i$는 i방향 입자의 가속도를 나타낸다. 또한 ρ_f는 간극수의 밀도이므로 $n\rho_f$는 포화체의 단위체적당 간극수의 질량을 의미한다. U_i는 i방향 간극수의 절대변위이므로 $\ddot{U}_i$는 i방향 간극수의 절대가속도를 의미한다.

포화체의 혼합밀도(bulk mass density of saturated material) ρ는 다음 식과 같다.

$$\rho = (1-n)\rho_g + n\rho_f \tag{2}$$

식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\sigma_{ij,j} = (\rho - n\rho_f)\ddot{u}_i + n\rho_f \ddot{U}_i \tag{3}$$

고체입자에 상대적인 i방향 유체의 변위 w_i는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$w_i = n(U_i - u_i) \tag{4}$$

그리고 토사입자와 간극수 사이의 상대가속도 $\ddot{w}_i$는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\ddot{w}_i = n(\ddot{U}_i - \ddot{u}_i) \tag{5}$$

간극률이 일정하지 않기 때문에 식 (5)는 상대 가속도의 근사식이며, 실제로 시간에 따라 변화하게 된다. 따라서 선형해석의 가정을 도입하면 식 (3)은 상대 유체가속도로 다음과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{ij,j} = \rho\ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i \tag{6}$$

2.2 간극수의 지배방정식

간극수를 지배하는 운동방정식은 Biot에 의해 유도되었으며(Biot, 1956), 간극수압의 변화 $\pi_{,i}$를 다음과 같이 나타내었다.

$$\pi_{,i} = \rho_f \ddot{U}_i + D_i \tag{7}$$

여기서 $\rho_f \ddot{U}_i$는 간극수의 단위체적당 관성력이며, D_i는 간극수의 단위체적당 간극수와 고체입자 사이의 점성마찰력(viscous friction force)을 의미한다. U_i에 대해 식 (5)를 풀고 식 (7)에 대입하면 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\pi_{,i} = \frac{\rho_f}{n}\ddot{w}_i + \rho_f \ddot{u}_i + D_i \tag{8}$$

동적 층류흐름(dynamic laminar flow)에서 Biot는 원형관로(circular duct)와 Flat 관로에 대한 점성마찰력 D_i를 다음과 같이 유도하였다(Biot, 1956).

$$D_i = \gamma_f \frac{F(x)}{k}\dot{w}_i \tag{9}$$

여기서 γ_f는 간극수의 단위중량, $F(\chi)$는 점성마찰수정계수(viscous friction correction factor), k는 투수계수(coefficient of permeability)를 각각 의미한다. $F(\chi)$는 다음과 같이 복소함수로 나타낼 수 있다.

$$F(\chi) = f_{1(\chi)} + if_{2(\chi)} \tag{10}$$

식 (10)에서 실수영역의 크기인 $f_1(\chi)$와 허수영역의 크기인 $f_2(\chi)$는 무차원계수인 χ의 함수로 그림 1에 나타낸 바와 같다.

$$\chi = \bar{r}\chi_0 \tag{11}$$

여기서

$$\chi_0 = ((\frac{8}{ng} \omega k)^{1/2} \tag{12}$$

식 (12)에서 g는 중력가속도, ω는 외력주파수(excitation frequency), $\bar{r}$는 흐름경로의 형상(shape of flow path)에 관계된 상수를 각각 의미한다. 일반화시킨 Darcy흐름(generalized Darcy's flow)의 경우 $f_1(\chi)$와 $f_2(\chi)$는 χ와 $\bar{r}=0$에 무관하다. 원형관로의 경우 $\bar{r}$는 1이고, Flat 관로의 경우 $\bar{r}$는 $\sqrt{2/3}$와 근사한 값을 갖는다.

수식화 과정을 간단하게 만들기 위하여 수정된 투수계수를 다음과 같이 도입하였다.

$$\bar{k} = \frac{k}{F(\chi)} \tag{13}$$

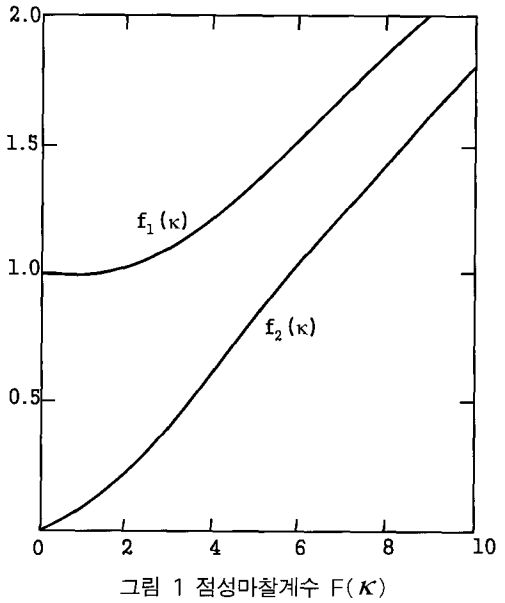

그림 1 점성마찰계수 F(κ)

식 (13)을 식 (9)에 대입하면 다음과 같다.

$$D_i = \frac{\gamma_f}{k} \dot{w}_i \tag{14}$$

식 (10)에서 볼 수 있듯이 $\bar{k}$는 χ의 복소함수이다.

식 (14)의 근사적인 형태는 다음 식과 같이 제안된 바 있다(Kim 등, 1986).

$$D_i = \frac{\gamma_f}{k} \dot{w}_i + \frac{\rho_f}{n} r\dot{w}_i \tag{15}$$

여기서 γ_f는 간극수의 단위중량을 의미하고, r은 경험적 질량증분계수(empirical mass increment factor)를 의미한다.

r의 이론값은 원형관로에서는 1/3, Flat 관로에서는 1/5이다. 식 (15)는 무차원계수 χ가 2보다 작을 경우 적합한 근사식이다.

수학적 표현의 편리와 정확해와 근사해의 비교를 위해서 두 종류의 해를 유체마찰에 대한 하나의 수식에 포함시키면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D_i = \frac{\gamma_f}{k} \dot{w}_i + \frac{\rho_f}{n} r\dot{w}_i \tag{16}$$

식 (16)을 사용하는 경우 근사해에는 $\bar{r}=0$와 $\bar{k}=k$, 정확해에서는 $r=0$와 $\bar{k}=\bar{k}$임을 주목해야 한다. 식 (16)을 식 (8)에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\pi_{,i} = \frac{\rho_f}{n}(1+r)\dot{w}_i + \rho_f \dot{u}_i + \frac{\gamma_f}{k} \dot{w}_i \tag{17}$$

2.3 흐름의 연속방정식

간극수 흐름의 연속방정식은 질량보존관계식으로부터 유도할 수 있다. 간극수의 체적변형도 ε_f는 다음과 같다.

$$d\varepsilon_f = -\frac{d\rho_f}{\rho_f} = c_f d\pi \tag{18}$$

여기서 c_f는 간극수의 압축성이고, π는 간극수압을 각각 의미한다.

고체입자의 체적변형도 ε_g는 다음과 같다.

$$d\varepsilon_g = -\frac{d\rho_g}{\rho_g} = c_g d\pi + \frac{c_g}{1-n} dp' \tag{19}$$

여기서 c_g는 고체입자의 체적압축성(bulk compressibility of solid grain)을 의미하고, p'는 유효평균압력을 의미한다.

건조밀도 ρ_d는 다음과 같다.

$$\rho_d = \frac{m_g}{V_t} = (1-n)\rho_g \tag{20}$$

여기서 m_g는 고체입자의 질량을 의미한다.

건조밀도의 변화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\rho_d = -\rho_d d\varepsilon_V \tag{21}$$

여기서 ε_V는 입자의 체적변형도(volumetric strain of skeleton)를 의미한다. 식 (20)을 n과 ρ_g에 대하여 미분하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$d\rho_d = (1-n)\rho_g - \rho_g dn \tag{22}$$

식 (21)과 식 (22)에서 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$d\varepsilon_V = \frac{-dn}{(1-n)} - \frac{d\rho_g}{\rho_g} \tag{23}$$

초기상태에서 포화된 다공성매체내의 간극수에 대한 질량 보존은 다음과 같이 나타낼 수 있다(그림 2 참조).

$$n\rho_f V_t = n'\rho_f' V_t' \tag{24}$$

식 (24)에서 좌측 항은 초기조건에서 간극수 질량을 나타내고, 우측 항은 변형된 조건에서 간극수 질량을 나타낸다.

Conservation of Fluid Mass

$n\rho_f V_t = n'\rho_f' V_t'$

V_t = apparent fluid volume before compression

$V_t' = (1+\varepsilon_F)V_t$: apparent fluid volume after compression

ε_V = volumetric strain of porous skeleton

ε_F = volumetric diffusion of porous fluid

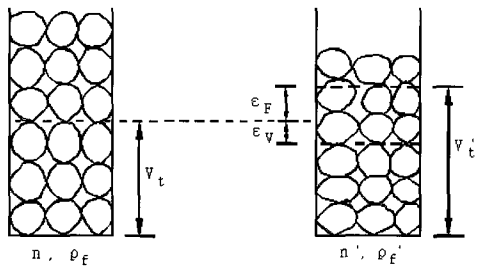

그림 2 포화된 다공성매체에서 간극수의 질량 보존

식 (24)를 미소증분형태로 나타내면 다음과 같다.

$$n\rho_f V_t = (n+dn)(\rho_f + d\rho_f)(1+d\varepsilon_F)V_t \tag{25}$$

여기서 ε_F는 그림 2에서 간극수의 체적발산(volumetric diffusion of pore fluid)을 의미한다.

식 (25)를 $d\varepsilon_F$에 대해 풀고 2차항 이상을 무시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\varepsilon_F = -\frac{dn}{n} - \frac{d\rho_f}{\rho_f} \tag{26}$$

식 (26)과 식 (23)에서 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$(1-n)d\varepsilon_V + nd\varepsilon_F + (1-n)\frac{d\rho_g}{\rho_g} + n\frac{d\rho_f}{\rho_f} = 0 \tag{27}$$

또한 식 (18), 식 (19), 식 (27)에서 다음 식을 유도할 수 있다.

$$n(d\varepsilon_F - d\varepsilon_V) + d\varepsilon_V - \frac{1}{K_m}d\pi - c_g dp' = 0 \tag{28}$$

여기서 K_m은 고체-유체 혼합체의 체적계수로서 다음과 같이 나타낸다.

$$K_m = \frac{1}{nc_f + (1-n)c_g} \tag{29}$$

유효평균압력의 변화는 다음과 같다.

$$dp' = K_s(d\varepsilon_V - c_g d\pi) \tag{30}$$

식 (30)을 식 (28)에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} n(d\varepsilon_F - d\varepsilon_V) + (1-c_g K_s)d\varepsilon_V \\ + (c_g^2 K_s - \frac{1}{K_m})d\pi = 0 \end{aligned} \tag{31}$$

2.4 유효응력법칙

유효응력법칙으로부터 전응력의 변화는 유효응력의 변화와 간극수압의 변화로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\sigma_{ij} = d\sigma_{ij}' + \delta_{ij}d\pi \tag{32}$$

여기서 σ_{ij}는 전응력, σ'_{ij}는 유효응력, δ_{ij}는 Kronecker

delta를 각각 의미한다.

3. 포화된 탄성다공성매체에서 평면압축파의 전파속도

앞에서 유도한 4개의 일반적인 관계식을 사용하면 1축방향의 변형도 하중(uniaxial strain loading)에 대한 동적응답 방정식을 쉽게 유도할 수 있다. 이 방정식은 포화된 다공성매체에서 평면 또는 구형 압축파(planar or spherical compressional wave)를 발생시키는 발파하중에 일반적으로 적용가능하다.

3.1 축방향 변형도하중의 지배방정식

수직방향으로 평면파 전파의 경우는 혼합체에 대한 식 (6)에서 다음과 같이 표현된다.

$$\rho\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t}+\rho_f\frac{\partial \dot{w}_z}{\partial t}-\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}=0 \tag{33}$$

마찬가지로 간극수의 운동을 지배하는 식 (17)은 다음과 같다.

$$\rho_f\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t}+\frac{\gamma_f}{k}\dot{w}_z +\frac{\rho_f}{n}(1+r)\frac{\partial \dot{w}_z}{\partial t}-\frac{\partial \pi}{\partial z}=0 \tag{34}$$

흐름의 연속방정식을 나타내는 식 (31)은 시간에 대해 미분하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n(\dot{\varepsilon}_F-\dot{\varepsilon}_V)+(1-c_gK_s)\dot{\varepsilon}_V +(c_g^2K_s-\frac{1}{K_m})\dot{\pi}=0 \tag{35}$$

그림 2에서 변형도차 $(\varepsilon_F-\varepsilon_V)$는 고체입자에 대한 상대적인 간극수의 발산을 나타낸다. 따라서 간극수의 상대속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n(\dot{\varepsilon}_F-\dot{\varepsilon}_V)=\frac{\partial \dot{w}_z}{\partial z} \tag{36}$$

다공성입자의 체적변형도율 $(\dot{\varepsilon}_V)$은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\varepsilon}_V=\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial u_z}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial u_z}{\partial t} \tag{37}$$

식 (36)과 식 (37)을 식 (35)에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \dot{w}_z}{\partial z}+(1-c_gK_s)\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} +(c_g^2K_s-\frac{1}{K_m})\frac{\partial \pi}{\partial t}=0 \tag{38}$$

식 (32)로 부터 유효응력법칙은 축방향변형도에 대해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d\sigma_z=d\sigma_z'+d\pi \tag{39}$$

유효수직응력은 수직변형도 ε_Z와 고체입자에 작용하는 간극수압 π의 함수로 다음과 같이 나타낸다.

$$d\sigma_z'=M_s(d\varepsilon_z-c_gK_sd\pi) \tag{40}$$

여기서 M_S는 다공성입자의 제한계수(constrained modulus)이다(Blouin 등, 1984). 식 (40)을 식 (39)에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$d\sigma_z=M_sd\varepsilon_z+(1-c_gK_s)d\pi \tag{41}$$

식 (41)을 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{\sigma}_z=M_s\dot{\varepsilon}_z+(1-c_gK_s)\dot{\pi} \tag{42}$$

일축방향 변형도의 경우는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\dot{\varepsilon}_z=\dot{\varepsilon}_v \tag{43}$$

식 (37), 식 (42), 식 (43)에서 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$M_s\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z}+(1-c_gK_s)\frac{\partial \pi}{\partial t}-\frac{\partial \sigma_z}{\partial t}=0 \tag{44}$$

3.2 조화 외부하중(Harmonic Excitation)에 대한 파동속도

간극수와 다공성 입자를 가지고 1차원의 진동이 수직방향으로 전파한다고 가정하면 포화된 다공성매체의 응답은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{u}_z=\dot{u}_{z0}e^{\alpha z}e^{i\omega(t+\frac{-z}{c})} \tag{45}$$

$$\dot{w}_z = \dot{w}_{z0} e^{az} e^{i\omega(t+\frac{z}{c})} \tag{46}$$

$$\pi = \pi_0 e^{az} e^{i\omega(t+\frac{z}{c})} \tag{47}$$

$$\sigma_z = \sigma_{z0} e^{az} e^{i\omega(t+\frac{z}{c})} \tag{48}$$

여기서 c와 a는 각각 외력의 주파수 ω에 대한 파동속도와 감쇠상수를 의미한다.

수학적으로 간단하게 나타내기 위하여 다음과 같이 c'을 정의하였다.

$$\frac{1}{c'} = \frac{1}{c} - i\frac{a}{\omega} \tag{49}$$

식 (49)를 식 (45)~(48)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{u}_z = \dot{u}_{z0} e^{i\omega(t+\frac{z}{c'})} \tag{50}$$

$$\dot{w}_z = \dot{w}_{z0} e^{i\omega(t+\frac{z}{c'})} \tag{51}$$

$$\pi = \pi_0 e^{i\omega(t+\frac{z}{c'})} \tag{52}$$

$$\sigma_z = \sigma_{z0} e^{i\omega(t+\frac{z}{c'})} \tag{53}$$

식 (50)~(53)를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} = i\omega \dot{u}_z \tag{54}$$

$$\frac{\partial \dot{w}_z}{\partial t} = i\omega \dot{w}_z \tag{55}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = i\omega \pi \tag{56}$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = i\omega \sigma_z \tag{57}$$

또한 식 (50)~(53)를 z에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = \frac{i\omega}{c'} \dot{u}_z \tag{58}$$

$$\frac{\partial \dot{w}_z}{\partial z} = \frac{i\omega}{c'} \dot{w}_z \tag{59}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial z} = \frac{i\omega}{c'} \pi \tag{60}$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{i\omega}{c'} \sigma_z \tag{61}$$

식 (54)~(61)까지를 일축방향 변형도하중의 지배방정식인 식 (33), (34), (38), (44)에 대입하면 다음과 같은 행렬식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \rho & \rho_f & 0 & -\frac{1}{c'} \\ \rho_f & \frac{\gamma_f}{i\omega k} + \frac{\rho_f}{n}(1+r) & -\frac{1}{c'} & 0 \\ \frac{(1-c_g K_s)}{c'} & \frac{1}{c'} & -(\frac{1}{K_m} - c_g^2 K_s) & 0 \\ \frac{M_s}{c'} & 0 & 1-c_g K_s & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_z \\ w_z \\ \pi \\ \sigma_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{62}$$

식 (62)에서 행렬식의 행렬값을 0으로 놓고 풀면 해를 구할 수 있다. 따라서 이를 풀어서 대수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$a^4 (c')^4 - b^2 (c')^2 + 1 = 0 \tag{63}$$

여기서

$$a^4 = \frac{b_1 + b_2 i}{M_s} \tag{64}$$

$$b^2 = \frac{-b_3 + b_4 i}{M_s} \tag{65}$$

$$b_1 = \overline{b_1} - \overline{b_2} f_2(x) \tag{66}$$

$$b_2 = \overline{b_2} f_1(x) \tag{67}$$

$$b_3 = \overline{b_3} + \overline{b_4} f_2(x) \tag{68}$$

$$b_4 = \overline{b_4} f_1(x) \tag{69}$$

$$\overline{b_1} = \rho a_2 a_3 - \rho_f^2 a_3 \tag{70}$$

$$\overline{b_2} = \rho a_1 a_3 \tag{71}$$

$$\overline{b_3} = 2\rho_f a_4 - a_2 a_4^2 - a_2 a_3 M_s - \rho \tag{72}$$

$$\overline{b_4} = a_1 a_4^2 + a_1 a_3 M_s \tag{73}$$

$$a_1 = -\frac{\gamma_f}{k\omega} \tag{74}$$

$$a_2 = \frac{\rho_f}{n}(1+r) \tag{75}$$

$$a_3 = \frac{1}{K_m} - c_g^2 K_s \tag{76}$$

$$a_4 = 1 - c_g K_s \tag{77}$$

식 (63)의 해는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(c')^2 = \frac{b^2 \pm (b^4 - 4a^4)^{1/2}}{2a^4} \tag{78}$$

식 (78)은 실수부분과 허수부분으로 나눌 수 있다.

$$(c')^2 = d_3 + id_4 \tag{79}$$

c'에 대한 해는 다음과 같은 형식으로 나타낼 수 있다.

$$c' = d_1 + id_2 \tag{80}$$

여기서 d_1과 d_2는 다음과 같이 d_3와 d_4와 관계가 성립한다.

$$d_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[(d_3^2 + d_4^2)^{1/2} + d_3]^{1/2} \tag{81}$$

$$d_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}[(d_3^2 + d_4^2)^{1/2} - d_3]^{1/2} \tag{82}$$

식 (49)와 식 (80)을 파동속도 c와 감쇠계수 α에 대하여 풀면 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$c = d_1 + \frac{d_2^2}{d_1} \tag{83}$$

$$\alpha = \frac{d_2}{d_1}\frac{\omega}{c} \tag{84}$$

식 (78)은 2차식이므로 각 매계변수에 대하여 2개의 해를 구할 수 있다. 이들 2개의 해는 2종류의 파동(첫번째 파동, 두 번째 파동)를 의미하고 있다. 다음 절에서는 앞에서 유도한 수식들의 검증작업을 제시하였다.

3.3 특수한 경우의 파동전파

본 절에서는 다음과 같은 3가지 특수한 경우에 대해 평면파동전파속도를 구해 보았다.

- 일반화한 Darcy 흐름 ($r=0$)과 비감쇠 ($\alpha=0$)인 비압축성입자의 경우
- 투수성과 외력 주파수의 곱이 0에 근접하는 경우
- 투수성과 외력 주파수의 곱이 무한값에 근접하는 경우

위의 3가지 경우 중에서 두 번째와 세 번째 경우는 파동속도에 미치는 투수성의 영향과 외력주파수의 영향이 동일하고, 이들 값의 곱의 하한값은 파동의 하한 경계치를 나타내며, 이들 값의 상한값은 상한 경계치를 나타냄을 보여주기 위해 수행하였다.

가. 비압축성 입자, 일반화된 Darcy 흐름

미소의 강성입자는 $K_g \to \infty$또는 $c_g = 0$이고, 일반화된 Darcy 흐름은 질량증가계수 γ값이 0과 같다. 유체마찰은 상대유체속도에 간단하게 비례하고, 외력주파수와는 무관하다. 식 (74)~(77)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$a_1 = \frac{\gamma_f}{k\omega} \tag{85}$$

$$a_2 = \frac{\rho_f}{n} \tag{86}$$

$$a_3 = \frac{1}{K_m} \tag{87}$$

$$a_4 = 1 \tag{88}$$

또한 식 (66)~(69)에서 다음을 얻을 수 있다.

$$b_1 = (1-n)\frac{\rho_f \rho_g}{K_f} \tag{89}$$

$$b_2 = -\frac{n\rho_f}{k\omega K_f} \tag{90}$$

$$b_3 = -\frac{(1-n)^2 K_f \rho_f + n(1-n)K_f \rho_g + n\rho_f M_s}{nK_f} \tag{91}$$

$$b_4 = \frac{K_f + nM_s}{k\omega K_f} \tag{92}$$

식 (89)와 식 (90)을 식 (64)에 대입하면 다음을 구할 수 있다.

$$a^4 = \frac{(1-n)\rho_g \rho_f}{M_s K_f} + \frac{n}{i\omega k}\frac{n\rho_f + (1-n)\rho_g}{K_f M_s} \tag{93}$$

또한 식 (91)과 식 (92)를 식 (65)에 대입하면 다음을 얻을 수 있다.

$$b^2 = \frac{n(1-n)\rho_g K_f + (1-n)^2 \rho_f K_f + n\rho_f M_s}{nM_s K_f} \Big/ \frac{n}{i\omega k}\left(\frac{K_f + nM_s}{nM_s K_f}\right) \tag{94}$$

식 (93)과 식 (94)는 van der Kogel(1977)에 의해 유도된 수식과 동일하며, 이 수식들은 본 연구에서 구한 수식들의 기본적인 응용을 검토하는데 사용되었다. 이 수식들을 식 (78)과 식 (83)에 대입하고 $\alpha = 0$를 대입함으로서 비압

축성입자와 일반화된 Darcy흐름에 대한 첫 번째 파동과 두 번째 파동을 구할 수 있다.

나. 하한 경계 파동속도

투수성 또는 외력주파수가 0에 근접할 때 마다 간극수와 다공성입자 사이에 상대운동은 없으며 비배수하중상태가 존재하게 된다. $k\omega=0$을 식 (74)~(77)에 대입하면 다음과 같은 값을 얻을 수 있다.

$$a_1=\infty \tag{95}$$

$$a_2=\frac{\rho_f}{n} \tag{96}$$

$$a_3=\frac{n}{K_f}+\frac{(1-n)}{K_g}-\frac{K_s}{K_g^2} \tag{97}$$

$$a_4=1-\frac{K_s}{K_g} \tag{98}$$

식 (95)~(98)을 식 (66)~(69)에 대입하면 b_1과 b_3에 대한 수식은 변화가 없으나, b_2와 b_4는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$b_2=\infty \tag{99}$$

$$b_4=\infty \tag{100}$$

b_1에서 b_4까지의 값을 식 (64), (65), (63), (83)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$c^2[c^2-\frac{a_4^2+a_3M_s}{\rho}a_3]=0 \tag{101}$$

식 (101)의 해를 구하면 식 (102)와 (103)과 같이 얻을 수 있다.

$$c^2=0 \tag{102}$$

$$c^2=\frac{a_4^2+a_3M_s}{\rho a_3} \tag{103}$$

식 (102)는 두 번째 파동의 전파속도가 비배수상태에서 0과 같음을 보여주고 있다. 또한 식 (97)과 식 (98)을 식 (103)에 대입하면 다음을 얻을 수 있다.

$$c^2=(\frac{1}{\rho})M_f \tag{104}$$

여기서 M_f는 완전연계비배수제한계수(Fully coupled undrained constrained modulus)로서 다음 식으로 정의된다.

$$M_f=K_m+M_s-\frac{K_mK_s}{K_g}+\left[\frac{K_m+K_s-\frac{K_mK_s}{K_g}-K_g}{K_g^2-K_mK_s}\right] \tag{105}$$

이 식은 비배수일축압축상태에 대하여 Blouin 등(1984)에 의해 유도된 완전연계제한계수(Fully coupled constrained modulus)와 동일하다.

다. 상한경계 파동속도

투수성 또는 외력주파수가 무한값에 가까워질 때 마다 식 (67), (69), (74)에서 다음을 구할 수 있다.

$$b_2=0 \tag{106}$$

$$b_4=0 \tag{107}$$

$$a_1=0 \tag{108}$$

b_1, b_3, a_2, a_3, a_4에 대한 수식은 변화가 없음을 알 수 있다. 이들 수식을 식 (63)과 식 (83)에 대입하면 다음을 구할 수 있다.

$$c^2=-\frac{b_3}{2b_1}\pm[\frac{b_3^2}{4b_1^2}-\frac{M_s}{b_1}]^{1/2} \tag{109}$$

여기서 (+)부호이면 첫 번째 파동의 속도를 구할 수 있고, (-)부호이면 두 번째 파동의 속도를 구할 수 있다. 식 (109)에서 상수 b_1과 b_3는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$b_1=(\frac{\rho}{n}\rho_f-\rho_f^2)[\frac{n}{K_f}+\frac{(1-n)}{K_g}-\frac{K_s}{K_g^2}] \tag{110}$$

$$b_3=-[\rho-2\rho_f(\frac{1-K_s}{K_g})+\frac{\rho_f}{n}[(1-\frac{K_s}{K_g})^2+M_s(\frac{n}{K_f}+\frac{1-n}{K_g}-\frac{K_s}{K_g^2})]] \tag{111}$$

4. 결 론

본 논문에서는 포화된 다공성매체에서 파동의 전파속도와 감쇠를 구할 수 있는 해석적 이론해를 유도하여 제시하였다. 이론해의 유도를 위하여 압축성의 고체입자와 간극수를 고려하는 완전 연계 Field모델을 사용하였다. 완전 포화된 다공성매체의 해석을 위한 공학적인 접근방법이 채택되었으며 균질 영역에서 1차원 파동의 전파를 위한 이론해가 유도되었다. 본 연구에서 유도한 이론해는 매우 다양하게 사용될 수

있어서 고체입자의 압축성, 간극수의 압축성, 다공성입자의 변형, 공간의 감쇠 등을 고려할 수 있다. 또한 다양한 지반체에서 두 가지 종류의 파동 속도와 감쇠계수를 계산하는데 이용가능하다.

본 연구에서 유도한 이론해는 컴퓨터 코드로 작성하고, 이를 활용하여 Parametric study로서 전파속도와 감쇠에 대해 지반체에서 외력주파수의 영향과 체계적인 변화를 평가하였다. 이에 대한 내용은 본 논문과 함께 작성될 예정인 "포화된 다공성매체에서 파동의 전파특성. II. 파라미터 연구" 논문에서 제시할 예정이다.

감사의 글

본 논문은 교육인적자원부 재원으로 한국학술진흥재단의 2004년도 지역대학우수과학자지원사업(과제번호: D00666)에서 수행된 연구내용의 일부임을 밝힙니다. 첫 번째 저자는 연구비 지원에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

김선훈, 김광진 (2001) 지하수의 영향을 고려한 지하공동구조체의 동적 응답, 한국전산구조공학회논문집, 14(3), pp. 391~399.

박대효, 정소찬 (2003) 포화다공질매체의 Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) 정식화, 한국전산구조공학회 2003년도 봄학술발표회 논문집.

Biot, M.A. (1956) Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid, I, II, *Journal of Acoustical Society of America*, 28, pp.168~191.

Blouin, S.E., Kim, K.J. (1984), Undrained compressibility of saturated soil, Draft Report to Defense Nuclear Agency.

Kim, K.J., Blouin, S.E., Timian, D.A. (1986), Experimental and theoretical response of multiphase porous media to dynamic loads, Report to Air Force Office of Scientific Research, F49620-85-C-0102.

Lewis, R.W., Schrefler, B.A. (1998), The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation in Porous Media, *John Wiley*, Chichester.

Mendelson, A. (1968), Plasticity: Theory and Application, The MacMillan Company, New York.

Prevost, J.H. (1986) Effective stress analysis of seismic site response, *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech*, 10, pp.653~665.

Schrefler, B.A., Scotta, R. (2001) A fully coupled dynamic model for two-phase fluid flow in deformable porous media, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3223~3246.

Van der Kogel, H. (1977), Wave propagation in saturated porous media, Ph.D. Thesis, California Institute of Technology.

Zienkiewicz, O.C., Chan, A., Pastor, M., Schrefler, B.A., Shiomi, T. (1999), Computational Geomechanics with Special Reference to Earthquake Engineering, *John Wiley*, Chichester.

Zienkiewicz, O.C., Shiomi, T. (1984) Dynamic behaviour of saturated porous media; the generalized Biot formulation and its numerical solution, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 8, pp.71~96.