

백색잡음과 Shift가 존재하는 공정에서 제어식이 부정확한 경우의 최적 보정

황지빈¹ · 김지현^{2*} · 이재현¹ · 김성식¹

Optimal Adjustment of Misestimated Control Model for a Process with Shift and White Noise

Jibin Hwang · Jihyun Kim · Jae-Hyun Lee · Sung-Shick Kim

ABSTRACT

Moving average(MA) and exponentially weighted moving average(EWMA) are the two most popular control methods in manufacturing. Both methods are optimized under the assumption that the exact control equation is known. This paper focuses on the problems rising from estimation errors. Based on the accuracy of the estimated parameter and the range of the weight parameter λ , the limitations are identified and the performance of methods are evaluated. Optimal adjustment for process shift with misestimated control model and its application control methods to actual process is researched. The efficiency of proposed method is evaluated through simulation.

Key words : MA Control, EWMA Control

요 약

생산 공정 제어방법들 중에서 이동평균 제어와 지수가중치 이동평균 제어는 가장 널리 사용되는 제어이다. 두 제어는 모두 정확한 제어식을 알고 있다는 전제 하에 최적화된 제어들이다. 이 논문에서는 제어식의 잘못된 예측으로부터 발생하는 문제점에 대해 다루었다. 추정된 모수의 정확도와 가중치 λ 의 범위에 의해 결정되는 각각의 제어방식의 제어한계에 대해서 확인하고 제어 간의 성능을 평가하였다. 또한 잘못 추정된 모델이 존재하는 공정에서 Shift가 발생하였을 때 최적의 제어와 그것을 실제 공정에서 어떻게 적용할지에 대해서 연구하였다. 시뮬레이션을 통해 제안하는 방법의 효용성을 검증하였다.

주요어 : 이동평균 제어, 지수가중치 이동평균 제어

1. 서 론

1.1 연구의 배경 및 필요성

좋은 품질의 제품을 생산하기 위해서는 정밀한 공정

* 본 과제(결과물)는 교육인적자원부, 산업자원부, 노동부의 출연금으로 수행한 최우수실험실지원사업의 연구결과입니다.

* 본 연구는 고려대학교 교내 연구비의 지원을 받아 이루어졌습니다.

2007년 10월 9일 접수, 2007년 12월 5일 채택

¹⁾ 고려대학교 산업시스템정보공학과

²⁾ 고려대학교 반도체기술연구소

주 저 자 : 황지빈

교신저자 : 김지현

E-mail: jihyunk@korea.ac.kr

제어가 필수적이다. 정밀한 공정 제어를 위해 일반적으로 출력값에 영향을 주는 여러 요인들은 다음 두 가지 요인으로 분류되어 관리된다. 이상적인 출력값을 얻기 위해 그 값들을 공정상황에 맞추어 변화시키는 동적요인들과 이와는 반대로 출력값에 그 요인들이 영향을 미치지 않도록 해당요인을 고정시키거나 고정되었다는 가정 아래 제어를 진행하는 정적요인들이 그것이다.

그러나 현실적으로 정적요인의 통제가 어려울 때가 많다. 이렇게 통제하지 못한 정적요인들로 인하여 Drift나 Shift 등의 공정이상이 발생한다. Drift는 매 런(Run, 제품) 마다 출력값에 영향을 주지만 그 크기가 작아 동적요인에 포함되지 않은 요인들이 출력값에 지속적인 영향을 미치면서 발생하는 공정이상이다. Drift는 그 크기가 Shift에 비해 상대적으로 작지만 지속적으로 발생하기 때문에

공정이 진행될수록 그 양이 누적되고 결국 출력값에 무시할 수 없는 영향을 준다.

Shift는 Drift에 비해 그 크기가 상대적으로 크며 짧은 시간 동안 급격하게 발생하는 공정이상을 말한다. 정적요인으로 분류되어 관리되고 있던 특정 요인이 급격하게 변하면서 발생하는 이상상황이다. Shift는 Drift에 비해 출력값에 훨씬 큰 영향을 급격하게 주기 때문에 공정관리자가 공정진행시 여러 가지 Shift 탐지 기법들을 사용하여 그 발생여부를 주의 깊게 관찰한다.

위에서 언급한 공정이상과 별개로 공정 별로 고유하게 발생하는 공정의 변동이 있다. 이것은 백색잡음(White Noise)이라 불리는데 주로 출력값에 미치는 영향이 아주 작은 정적 요인들을 고정시켰다고 가정하여 발생하는 공정의 변동이다. 미세한 영향을 끼치는 이 요인들은 각 런 간에 독립적으로 발생하고, 특정 경향을 보이지 않으며 실제적으로 관리가 불가능한 특징이 있다. 이러한 백색잡음은 일반적으로 평균이 0인 정규분포를 따르는 것을 가정한다.

이러한 세 가지 공정의 변동을 실제 공정에서 정확하게 예측하고 분류해 낼 수 있다면 정밀한 공정제어가 가능하나 이것은 현실적으로 불가능하다. 또한 각각의 현상들의 발생시점 및 그 크기들을 정확하게 추정하는 것 역시 매우 어려운 일이다.

따라서 이런 공정의 변동에 적절하게 대처할 수 있는 제어에 대한 연구가 필요하다. 본 논문에서는 기존 제어 방법들을 살펴보고 각 제어방법들의 한계점에 대한 분석을 통해 기존 제어방법을 개선시킬 수 있는 개선방안에 대한 연구를 다루려고 한다.

1.2 기존 연구의 고찰

이상 상황이 있는 공정을 제어하기 위해 사용되는 대표적인 방법으로 MA(Moving Average)와 EWMA (Exponentially Weighted Moving Average)가 있다.

이 두 제어는 공통적으로 t 시점에서 출력값과 관련된 여러 변수들 중에서 제어를 목적으로 선택된 입력변수 x_t 가 출력변수 y_t 와 식 (1)과 같은 선형관계를 갖는다고 가정한다. 많은 경우 식 (1)에서의 정확한 b 값을 모르기 때문에 과거 데이터 혹은 실험계획을 통해 얻은 데이터에 회귀분석방법을 사용하여 구하게 되는 b 값의 추정치인 \hat{b} 값으로 대체하여 사용한다.

$$y_t = a + bx_t + \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (1)$$

각각의 제어방식에 대해 설명하면 다음과 같다. MA

제어는 식 (2)를 사용하여 a 값을 예측하고 식 (3)으로 입력값 x_t 를 결정한다. 식 (2)에서 a_{t+1} 은 식 (1)에서 a 값의 추정치이며, Target은 출력값 y_t 의 목표값을 의미한다. 또한 p 는 평균값을 계산하는데 사용하는 최근 런들의 개수로, p 값이 클수록 과거 런들을 많이 반영하게 되어 백색잡음에 민감하지 않지만 Shift가 발생하였을 때 공정에 둔감하게 반응한다(Montgomery, 2005).

$$\alpha_{t+1} = \frac{1}{p} \sum_{i=t-p+1}^t (y_i - \beta x_i), y_i = \text{계측값} \quad (2)$$

$$x_{t+1} = \frac{\text{Target} - \alpha_{t+1}}{\beta} \quad (3)$$

EWMA 제어는 MA와 동일한 가정 하에서 식 (2)대신 식 (4)를 사용하여 a 값을 예측한다. 그리고 동일한 식 (3)을 이용하여 입력값 x_t 를 결정한다. 식 (4)에서 λ 는 EWMA의 특성을 결정하는 모수이다(Del Castillo and Hurwitz, 1997).

$$\alpha_{t+1} = \lambda(y_t - \beta x_t) + (1 - \lambda)\alpha_t \quad (4)$$

두 제어방식 간의 근본적인 차이는 식 (1)에서의 a 값을 추정하는데 일반 평균을 사용하는지 혹은 지수가중 평균을 사용하는지 여부에 달렸다. MA제어는 앞에서 언급했듯이 p 에 의해 제어특성이 결정되며 과거 p 런에 대하여 $1/p$ 크기의 동일한 가중치로 a 값을 추정한다. 반면 EWMA 제어는 가중치 λ 값에 의해 제어의 특성이 결정되는데 이 값은 0에서 1사이의 실수 값을 갖는다. λ 값이 1에 가까워질 경우 최근 런에 더 가중치를 둔 지수가중 평균값을 얻는 반면 λ 값이 0으로 가까워질수록 과거 런의 가중치가 증가된 지수가중 평균값을 얻는 점이 다르다.

두 제어들 중 EWMA 제어는 최근 가장 각광받고 있는 제어로 해당분야에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. Box and Jenkins(1963)는 EWMA 제어가 IMA(1,1)의 백색잡음이 존재하는 공정에서 계측값의 MSE(식 (5))를 최소로 하는 제어임을 증명하였다.

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n (\text{Target} - y_t)^2}{n}, y_t = \text{계측값} \quad (5)$$

Ingolfsson and Sachs(1993)는 EWMA 제어의 안정성과 민감성에 대하여 이론적인 연구를 하였고, Smith and Boning(1997)은 모델 추정의 정확성을 나타내는 척도를 사용하여 안정 상태에서 고정된 모수의 EWMA 제어를

사용할 경우 AMSD(Asymptotic Mean Square Deviation)를 최소화 하는 최적의 가중치 값을 계산하였다. 또한 Butler and Stefani(1994)는 기존의 Single EWMA보다 큰 크기의 Drift가 발생했을 경우 더 잘 제어할 수 있는 Double EWMA 제어방식을 제안하였다.

위 연구들은 고정된 제어 모수를 사용하는 것을 전제로 주어진 공정에 최적인 제어 모수를 결정하는데 초점을 두었다. 이러한 공정접근 방법은 공정 상황이 불안정하여 자주 변경되면 이에 대처하는데 한계가 있다. 제어모수가 공정상황에 맞춰 동적으로 변경된다면 불안정한 공정상황하에 제어의 정밀도를 향상시킬 수 있는 점을 고려하여 Smith and Boning(1997)은 Drift가 존재하는 공정에 대해 신경망을 이용하여 공정상황을 학습시켰다. 그 결과 신경망을 통해 공정상황에 적절한 제어모수를 얻어내는 방법을 사용한 제어를 제안하였다. 이 제어방식은 신경망을 학습시키기 위한 충분한 데이터가 필요하다는 점과 Shift같이 급격한 변화에 빠르게 대처하지 못한다는 단점이 있다.

신경망을 이용한 제어의 단점을 극복한 제어모 Guo et al.(2000)이 제안한 Enhanced EWMA가 있다. Enhanced EWMA는 Shift와 Drift가 모두 존재하는 공정에 적용가능하며 동적으로 제어 모수 값을 변경한다. Shift와 같이 급격한 공정이상이 발생하였을 경우에는 공정이 안정되었을 때보다 큰 제어모수를 사용하고 공정이 안정되었다고 판단되면 다시 원래의 제어모수를 사용하는 제어방식이다. 그러나 Enhanced EWMA는 Shift가 발생했을 경우 Shift를 보정하기 위한 구간에서 Drift를 고려하지 않고 제어를 하는 단점이 있다. 강석찬 et al.(2007)은 이러한 Enhanced EWMA의 단점을 보완한 제어 방식을 제안하였다.

위 연구들 중 Smith and Boning(1997)을 제외한 다른 연구들은 공통적으로 식 (1)에서의 b값을 정확하게 추정하였다는 가정에서 진행되었다. 그러므로 정확한 b값을 사용하지 않을 경우 해당 제어들은 실제 공정에 최적일 수 없다. 또한 Smith and Boning(1997)의 연구에서도 EWMA 제어 모수의 제어한계 등에 관한 연구는 이루어지지 않았다. 그러므로 고정된 제어모수를 사용하는 EWMA 제어 및 동적으로 제어모수를 변경하는 EWMA 제어에 대하여 b값의 추정치인 $\hat{\beta}$ 값의 정확도에 따른 제어모수의 제어한계에 대한 연구가 필요하다. 여기서 제어한계란 EWMA 제어모수 λ 값을 조정하는 방식으로는 출력값을 목표값에 맞도록 제어할 수 없게 되는 상황을 의미한다.

본 논문에서는 백색잡음만 존재하는 공정에 공정 운영 관점에서 가장 주시하는 공정이상인 Shift가 발생했을 경우를 대상으로 연구하였다. 이 모형에 대한 연구는 현실에서 가장 일반적으로 접할 수 있는 모형일 뿐만 아니라 현 모형에 Drift를 추가한 모형의 기반연구가 될 수 있다. 이러한 상황에서 부정확한 제어식을 사용하여 공정제어를 할 때 EWMA 제어모수의 제어한계와 부정확한 제어식을 사용함으로써 발생하는 문제점, 이러한 상황에서의 최적의 제어방법, 그리고 β 값의 정확도를 개선시킬 수 있는 방법에 대하여 연구하였다.

1.3 논문의 구성

본 연구는 서론, 본론, 결론의 총 3장으로 구성된다. 본론인 2장은 크게 6개의 절로 나뉜다. 2.1절에서는 정확한 b값을 알고 있을 때 기존의 여러 제어들 중 어떠한 제어가 Shift 발생 후 최적의 제어인지 알아보았다. 2.2절에서는 정확한 b값을 알고 있을 경우의 최적의 제어로 알려진 제어와 고정된 λ 값을 사용하는 EWMA 제어에 대하여 b값의 정확도가 변함에 따라 EWMA 제어모수의 제어한계가 어떠한 영향을 받는가에 대하여 연구하였다. 2.3절에서는 시뮬레이션을 통해 2.2절의 수리적인 결과를 검증하였다. 2.4절에서는 정확한 b값 예측이 불가능한 상황에서 이론적인 최적의 제어에 대하여 서술하였다. 2.5절에서는 2.4절에서 제시된 최적의 제어를 실제 공정에 적용할 때 발생하는 문제점과 이를 보완할 수 있는 방법에 관하여 연구하였다. 마지막으로 2.6절에서는 2.5절에서 제안한 방법을 실제 공정에 적용해본 경험을 바탕으로, 실제 공정상황을 재현한 시뮬레이션을 통해 공정에 적용할 때 발생하는 문제점 및 유의점에 대하여 기술하였다. 3장에서는 결론 및 추후 연구에 대하여 언급하였다.

2. 본 론

2.1 정확한 b값을 추정할 수 있는 경우의 최적의 제어

Guo et al.(2000)은 백색잡음만 존재하는 안정된 공정의 t^* 번째 런에서 크기 L_{t^*} 인 Shift가 발생했을 경우 이 후 매 런 별 MSE값을 최소화 하는 최적의 EWMA 제어모수 λ 값(식 (6))과 이때의 MSE값(식 (7))을 유도하였다.

$$y_t = a + bx_t + L_{t^*}I_{t-t^*} + \epsilon_t$$

L_{t^*} , t^* 번째 런에 발생한 Shift의 크기

I_{t-t^*} : if $t \geq t^*$, 1, otherwise 0

$$\lambda_t^{opt} = \frac{1}{t - t^* + 1}, t \geq t^* \tag{6}$$

$$MSE_{t+1}^{opt} = \left[\frac{1}{t-t^*+1} + 1 \right] \sigma^2 \quad (7)$$

이 연구결과를 분석한 결과 Shift 발생 후 m번째 런에서 과거 런들에 대한 가중치를 계산하면 표 1과 같다. 표 1을 통하여 각 런의 가중치들이 모두 1/m으로 동일하다는 것을 알 수 있다.

Guo et al.(2000)이 제시한 최적의 EWMA 모수값으로 제어를 진행하면 식 (8)과 같이 Shift가 발생한 이후 런부터 윈도우의 크기를 동적으로 1씩 증가시키는 MA 제어와 동일하다. 이 때 정확한 b값을 알고 있다는 것을 가정하였으므로 $y - \beta x$ 는 $y - bx$ 와 동일하고 그 분포는 식 (9)와 같다. 그 결과 a_{m+t^*+1} 은 $a + L_{t^*}$ 의 불편추정량이 된다. 매 런이 진행될수록 식 (10)의 신뢰구간이 좁아지고 a_{m+t^*+1} 은 결국 $a + L_{t^*}$ 로 수렴한다. 그 결과 산출하는 입력값 또한 최적의 입력값에 수렴한다.

$$\alpha_{m+t^*+1} = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (y_{t^*+t} - \beta x_{t^*+t}) \quad (8)$$

$$y - \beta x = y - bx \sim N(a + L_{t^*}, \sigma^2), \text{ 단 } t^* < t \quad (9)$$

$$\alpha_{m+t^*+1} \pm 2.54 \frac{\sigma}{\sqrt{m}}, \quad 99\% \quad \text{신뢰구간} \quad (10)$$

2.2 정확한 b값을 추정할 수 없는 경우 제어의 가능여부

Guo et al.(2000)은 정확한 b값을 알고 있다는 것을 전제하였다. 그러나 식 (9)에서 $\beta = b$ 가 아니라면 a_{m+t^*+1} 이 $a + L_{t^*}$ 로 수렴 한다는 것을 보장하지 않는다. 또한 입력값이 최적의 입력값으로 수렴하는지 여부도 보장할 수 없다. 그러나 현실적으로 공정의 정확한 제어식을 알기 어려운 경우가 많다. 이런 점을 고려하여 본 절에서는 2.1절의 최적의 제어를 사용하여 제어를 진행할 때 b값의 정확도가

표 1. Shift가 발생 후 매 런 별 MSE값을 최소로 하는 최적의 EWMA 가중치 λ

런 수	실제 가중치
1	1
2	$\frac{1}{2}, 1 \times \frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$
...	...
m	$\frac{1}{m}, (1 - \frac{1}{m}) \times \frac{1}{m-1} = \frac{1}{m}, \dots$

제어 결과에 어떠한 영향을 미치는지 수리적인 모형을 통해 알아보았다. 또한 추가적으로 고정된 모수를 사용하는 기존의 EWMA 제어에 대해서도 연구하였다.

부정확한 b값을 b값의 추정치로 사용하여 제어를 진행할 경우 정확한 제어한계 범위를 구하는 것은 식 (1)의 ϵ 때문에 어려운 문제가 된다. 그래서 식 (1)에서 ϵ 을 제거한 모형에 대한 제어한계를 먼저 구한 다음 제어한계 범위가 유의한지 여부를 2.3장에서 시뮬레이션을 통해 검증하였다.

모델 추정의 정확성을 나타내는 척도로 ξ 를 식 (11)과 같이 정의하였다. 또한 출력값의 목표값이 0이 아닌 경우 식 (12)와 같은 방법을 통해 목표값을 0으로 만들어 주고 편의상 y' 을 y_t 라고 하겠다. ϵ 을 제거하고 목표값을 0으로 수정하면 기존 식 (1)은 식 (13)과 같이 쓸 수 있다. 식 (14)를 사용하여 제어를 진행한다고 가정을 하면, 최적의 입력값은 그림 1과 같이 식 (13)과 식 (14)의 교점에서 발생한다.

$$\xi = \beta/b, \quad \beta \text{는 } b \text{의 추정치} \quad (11)$$

$$y'_t = y_t - \text{Target} \quad (12)$$

$$y_t = a + bx_t \quad (13)$$

$$y_t = a_t + \beta x_t \quad (14)$$

Shift가 발생하기 직전에 최적의 입력값으로 제어를 하고 있었다고 가정하면 식 (15)와 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$-\frac{a}{b} = -\frac{\alpha_t}{\beta}, \quad \alpha_t = a \frac{\beta}{b} = a\xi \quad (15)$$

이 때 그림 2와 같이 $t=0$ 시점에서 크기가 L인 Shift가 발생한 후 EWMA 제어를 진행할 때 발생하는 오차량 y_t 를 계산하면 식 (16)과 같다. (부록 참조)

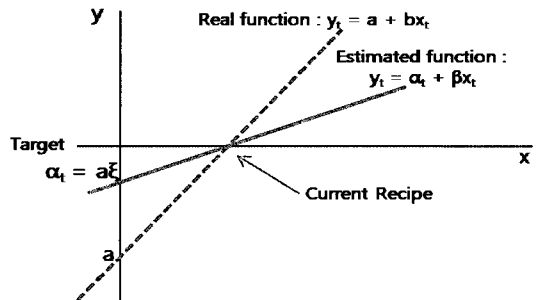


그림 1. Shift 발생 전

$$y_t = L \prod_{i=1}^t (1 - \frac{1}{\xi} \lambda_i) \tag{16}$$

제어가능여부를 알아보기 위해 식 (17)과 같이 식 (16)에 극한을 취해 y_t 값이 0으로 수렴하는지를 살펴보았다. 동적으로 모수를 변경하는 EWMA 제어에 대해 2.2.1절에 기술하였고 고정된 모수를 사용하는 EWMA 제어의 수렴여부는 2.2.2절에 기술하였다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = \lim_{t \rightarrow \infty} (L \prod_{i=1}^t (1 - \frac{1}{\xi} \lambda_i)) \tag{17}$$

2.2.1. λ 값을 변화시키는 EWMA 제어

식 (17)을 이용하여 Guo et al.(2000)의 EWMA 제어와 λ 값이 고정된 EWMA 제어 각각의 수렴여부를 살펴보면 표 2와 같다.

$$\lambda_i = \frac{1}{i}, i = 1, 2, \dots, t$$

$$y_t = L \prod_{i=1}^t (1 - \frac{1}{\xi} \frac{1}{i}) \tag{18}$$

실제 공정에서 제어를 진행할 때 ξ 값이 유의한 범위라고 생각되어지는 $0 < \xi < 2$ 범위에 대하여 추가적으로 다음과 같은 실험을 실시하였다. $L = 1$ 인 경우 각기 다른 n 값에 대하여 $0 < \xi < 2$ 구간에서 ξ 값을 0.1단위로 증가시키며 식 (18)의 값을 구하였다. 구한 y_t 값의 최대값을 표 3에 기술하였다. 표 3을 살펴보면 y_t 의 값은 n 이 증가할수록 0에 수렴하는 경향을 보이고 있다. 그러나 그 수렴속도가 상당히 느려 Shift가 평균적으로 200원 안쪽으로 발생한다면 본 제어로는 목표값에 충분히 수렴시키지 못할 가능성이 있다.

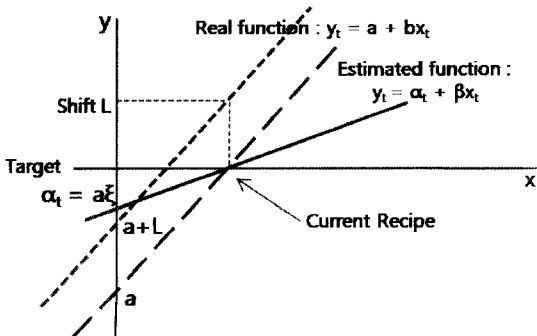


그림 2. Shift 발생 후

2.2.2. λ 값이 고정된 EWMA 제어

Case 1과 동일한 방법으로 y_t 의 극한값을 구하면 식 (19)와 같다. 식 (19)를 살펴보면 발생한 Shift의 크기가 제어를 통해 감소될 수 있는 경우만 제어가 가능한 것을 알 수 있다. 즉 그림 3에서 $L > L_1$ 을 만족해야 제어가 가능하다.

$$\lambda_i = \lambda, i = 1, 2, \dots, t$$

$$y_t = L(1 - \frac{\lambda}{\xi})^t$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = 0, \text{ for } 0 < \frac{\lambda}{\xi} < 2 \tag{19}$$

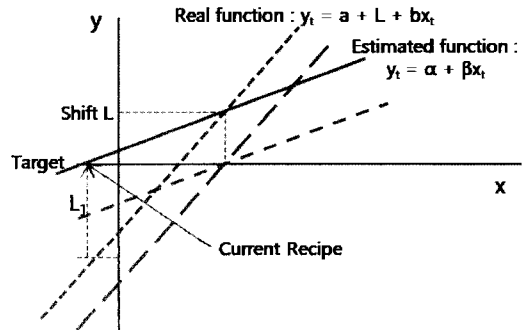


그림 3. $\lambda/\xi > 2$, 즉 $L < L_1$ 제어 불가능한 경우

표 2. ξ 의 범위에 따른 y_t 의 극한값

ξ	y_t 의 극한값
$0 > \xi$	$Le^{-\frac{1}{\xi}} \leq \lim_{t \rightarrow \infty} y_t \leq \infty$ 단, ξ 가 ∞ 로 가면 하한이 L로 수렴
$\xi = 0$	L
$1/\xi$: 정수	0
$0 < \xi < 1/2$	$Le^{-\frac{1}{\xi}} \leq \lim_{t \rightarrow \infty} y_t \leq \infty$ 단, ξ 가 ∞ 로 가면 하한이 L로 수렴
$1/2 < \xi$	$0 \leq \lim_{t \rightarrow \infty} y_t \leq Le^{-\frac{1}{\xi}}$ 단, ξ 가 ∞ 로 가면 상한이 L로 수렴

표 3. $0 < \xi < 2$ 구간에 대한 $n = 20, 200, 2000, 20000, 200000$ 일 때의 y_t 값

t	20	200	2000	20000	200000
y_t	0.139	0.047	0.015	0.005	0.002

2.3 시뮬레이션

2.2절에서 얻은 제어한계 범위에 대한 결과가 백색잡음이 포함된 모형에서도 타당하지 여부를 시뮬레이션을 통해 검증하였다. 실제 공정은 식 (20)에 의해서 결정된다는 것을 가정하였다. 출력값 y_t 는 백색잡음 ϵ_t , t 시점까지 누적된 Shift의 크기의 합 δ_t 그리고 입력값 x_t 에 의해서 결정된다. 이 때 σ 는 백색잡음의 표준편차, s 는 발생한 Shift의 크기, p_s 는 Shift가 발생할 확률을 뜻한다.

$$\begin{aligned}
 y_t &= a + bx_t + \epsilon_t + \delta_t \\
 y_t &= 3 + 4x_t + \epsilon_t + \delta_t \\
 \epsilon_t &\sim N(0, \sigma^2) \\
 \delta_t &= \delta_{t-1} \quad \text{with probability } : 1 - p_s \\
 &= \delta_{t-1} + s \quad \text{with probability } : p_s \\
 s &\sim N(\mu_s, \sigma_s^2)
 \end{aligned} \tag{20}$$

또한 매 런마다 λ 값이 각각 0.2, 0.5, 1로 고정된 EWMA 제어 세 가지와 Guo et al.(2000)이 제안한 제어로 각각 a 의 추정치인 \hat{a} 를 구한 뒤 식(21)을 통해 다음 런의 입력값을 결정하였다. 식(21)의 ξ 값을 조정해줌으로써 부정확한 제어식이 사용되는 환경을 실험하였다.

$$x_{t+1} = \frac{y_t - \alpha_t}{4\xi} \tag{21}$$

본 연구에서는 다양한 공정 환경에 대해 2.2절에서 얻은 결과가 유의한지를 알아보기 위해서 실험계획법을 사용하여 Shift 발생 확률 2가지, Shift의 크기 2가지, 백색잡음의 크기 3가지 등, 총 12가지 경우에 대하여 실험하였다. 세부적인 실험조건은 표 4와 같다. 표 4의 Case 1을 예로 들어 설명하면 다음과 같다. Case 1의 공정환경은 매 런마다 0.5%의 확률로 Shift가 발생하고 발생한 Shift의 크기는 평균이 0이고 표준편차가 백색잡음의 표준편차와 동일한 0.1인 정규분포를 따르는 것을 의미한다.

시뮬레이션은 임의의 난수를 사용하여 200,000런을 진행하였다. 성능의 비교 기준은 식 (5)의 MSE를 σ^2 로 나눈 정규화된 MSE를 사용했다 Guo et al.(2000). 제어식의 정확도를 나타내는 ξ 값은 0.1에서부터 2까지 0.1간격으로 설정하여, 총 20가지 경우에 대하여 MSE/σ^2 값을 계산하였다.

Guo et al.(2000)이 제안한 동적으로 EWMA 제어모수를 조정하는 제어방식에 관한 시뮬레이션 결과는 2.3절에서 수식으로 예측한 것과 모든 범위에서 동일하였다. 전체적으로 MSE/σ^2 값은 $\xi = 1$ 에서 가장 작았고 ξ 값이 1

표 4. 시뮬레이션 실험조건

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
p_s	0.005	0.005	0.05	0.05
S	$N(0, \sigma^2)$	$N(3\alpha, \sigma^2)$	$N(0, \sigma^2)$	$N(3\alpha, \sigma^2)$
σ	0.1	0.1	0.1	0.1
	Case 5	Case 6	Case 7	Case 8
p_s	0.005	0.005	0.05	0.05
S	$N(0, \sigma^2)$	$N(3\alpha, \sigma^2)$	$N(0, \sigma^2)$	$N(3\alpha, \sigma^2)$
σ	0.5	0.5	0.5	0.5
	Case 9	Case 10	Case 11	Case 12
p_s	0.005	0.005	0.05	0.05
S	$N(0, \sigma^2)$	$N(3\alpha, \sigma^2)$	$N(0, \sigma^2)$	$N(3\alpha, \sigma^2)$
σ	1	1	1	1

에서 멀어질수록 MSE/σ^2 값은 증가하는 것을 볼 수 있다.

고정된 모수를 사용하는 EWMA 제어에 대한 시뮬레이션 결과는 다음과 같다. $\lambda = 0.2$ 에서는 $\xi < 0.1$, $\lambda = 0.5$ 에서는 $\xi < 0.25$, $\lambda = 1$ 에서는 $\xi < 0.5$ 일 때 각각 제어가 불가능한 것을 표를 통해 확인할 수 있다. 이것은 식 (19)의 수렴조건을 변형해서 얻을 수 있는 $\lambda/2 > \xi$ 조건에 부합한다. 즉 2.2절에서 유도한 제어가 가능한 제어모수의 범위가 백색잡음 ϵ_t 가 추가된 현실모델에서도 적합하다는 것을 알 수 있다. 각각의 시뮬레이션 실험결과는 부록 B의 표 B1, 표 B2, 표 B3, 표 B4에 각각 도식하였다. 또한 표의 결과를 통하여 p_s, s, σ 는 MSE/σ^2 값의 크기에는 영향을 미쳐도 MSE/σ^2 값이 $\xi = 1$ 에서 가장 작고 ξ 값이 1에서 멀어질수록 MSE/σ^2 값은 증가하는 $MSE/\sigma^2 - \xi$ 차트의 개형 그 자체에 큰 영향을 미치지 않았다.

2.4 이론적인 최적의 제어

2.2절 및 2.3절을 통해 Guo et al.(2000)이 제안하였던 방법은 ξ 값이 1에서 멀어질수록 MSE/σ^2 값이 증가하였으나 실질적으로 ξ 값이 유의한 $0 < \xi < 2$ 구간에서는 어느 정도 제어가 가능함을 알 수 있었다. 또한 고정된 모수의 EWMA 제어를 사용할 경우에는 $\lambda/2 > \xi$ 조건을 만족할 경우 제어가 가능하다는 사실을 알 수 있었다.

이를 통해 두 제어들이 약간 부정확한 공정 제어식을 사용하여도 어느 정도 제어가 가능하다는 사실을 알 수 있었다. 그러나 제어가 가능하다는 것이 최적의 제어를 의미하지는 않는다. 본 절에서는 부정확한 공정제어식을 사용할 경우의 이론적인 최적의 제어에 대해 알아보겠다.

식 (8) 혹은 식 (4)를 이용하여 식 (1)의 a 의 추정치인 \hat{a}_{t+1} 를 구한 후 식 (3)을 이용하여 제어를 진행하고 있는

시점에서 식 (3)의 β 값은 상수값이다. 출력값 y_t 는 입력변수 x_t 와 백색잡음에 따른 종속변수라고 볼 수 있다. 그러므로 입력값 x_t 가 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 를 따른다고 가정하면 $y - \beta x$ 의 분포는 식 (22)와 같다

$$\begin{aligned}
 y - \beta x &= a + L + bx + \epsilon - \beta x \\
 &= a + L + \left(\frac{1}{\xi} - 1\right)\beta x + \epsilon \\
 y - \beta x &\sim N\left(a + L + \left(\frac{1}{\xi} - 1\right)\beta\mu_1, \left(\frac{1}{\xi} - 1\right)^2\beta^2\sigma_1^2 + \sigma^2\right) \quad (22)
 \end{aligned}$$

식 (22)에서 알 수 있듯 $y - \beta x$ 의 분포는 입력값 x_t 의 영향을 받는다. 그러므로 부정확한 공정제어식으로 공정 진행 중에 크기가 L인 Shift가 발생하였을 때 Guo et al.(2000)이 제안한 방법으로 $a + L$ 을 추정한다면 이 추정치는 불편추정치가 될 수 없으므로 최적의 제어가 아니다.

그러나 입력값 x 의 영향을 배제하기 위해서 기존의 $y - \beta x$ 를 이용하여 $a + L$ 을 추정하지 않고 $\xi y - \beta x$ 를 이용하여 추정할 경우, $\xi y - \beta x$ 의 분포는 식 (23)과 같다.

$$\begin{aligned}
 \xi y - \beta x &= \frac{\beta}{b}(a + L + bx + \epsilon) - \beta x \\
 &= \xi(a + L) + \xi\epsilon \\
 \xi y - \beta x &\sim N(\xi(a + L), \xi^2\sigma^2) \quad (23)
 \end{aligned}$$

식 (23)은 더 이상 입력값 x_t 의 영향을 받지 않는다. 또한 식 (23)에서의 $\xi(a + L)$ 을 a 의 추정치인 a_{t+1} 로 사용하여 입력값 x_t 를 구한다면 식 (24)와 그림 4에서 알 수 있듯이 출력값 y_t 는 목표값으로 제어되게 된다.

$$\begin{aligned}
 y_t &= a + L + bx_t = \alpha_t + \beta x_t \\
 x_t &= \frac{-(a + L)}{b} = \frac{-\xi(a + L)}{\beta} \quad (24)
 \end{aligned}$$

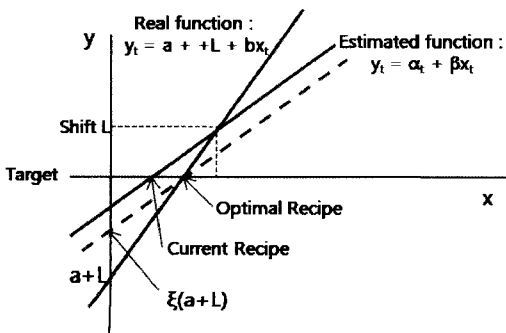


그림 4. $\xi \neq 1$ 경우 최적인 제어방법으로 제어한 결과

즉 부정확한 공정제어식을 사용하여 제어를 하고 있을 경우 최적의 제어는 Shift 발생 후 매 런마다 $\xi y_t - \beta x_t$ 에 대하여 식 (8)을 가중치로 사용하는 EWMA 제어를 하였을 경우이다. 왜냐하면 이 방식으로 제어를 진행할 경우 $t+1$ 시점에서의 a_{t+1} 는 $\xi(a + L)$ 의 불편추정량이 되기 때문이다. 이 a_{t+1} 를 사용하여 입력값을 구할 경우 이 입력값은 최적의 입력값에 수렴하게 된다. 또한 이때의 MSE는 식 (25)와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 MSE_{t+1}^{opt} &= E[(y_t - Target)^2] \\
 &= \xi^2\sigma^2 + \left(\frac{1}{t}\right)^2\xi^2\sigma^2 + \left(1 - \frac{1}{t}\right)^2\frac{1}{t-1}\xi^2\sigma^2 \\
 &= \left(1 + \frac{1}{t}\right)\xi^2\sigma^2 \quad (25)
 \end{aligned}$$

그러나 이러한 제어방법은 부정확한 공정제어식을 사용할 경우 이상적인 제어지만 실제 공정에서는 ξ 를 모르기 때문에 현실에서는 사용불가능하다. 또한 만약 ξ 를 안다면 이는 식 (14)의 β 를 직접 b로 바꾸어 제어하는 것이나 2.4장에서 언급한 이론적인 최적의 제어를 사용하여 제어하는 것과 결과적으로 동일하다. 그러므로 좀 더 현실적인 대안이 필요하다. 이것에 대하여 2.5절에서 다루었다.

2.5 향상된 b값의 추정 방안

부정확한 b의 추정치를 사용하여 $\xi = 1$ 일 때 최적인 제어로 제어할 경우 그림 5와 같은 문제가 발생한다. Shift가 발생한 후 출력값이 목표값이 아닌 다른 값에 수렴하게 된다. 이러한 문제를 근본적으로 해결하는 방법은 b의 추정치의 정확도를 개선하는 방법이다. 이것에 대한 최선의 방법은 일반적으로 제어에서 사용하는 제한된 입력값 범위보다 넓은 범위에 대하여 충분한 데이터를 가지고 b를 다시 추정하는 것이다. 그러나 현실적으로 비용문제나

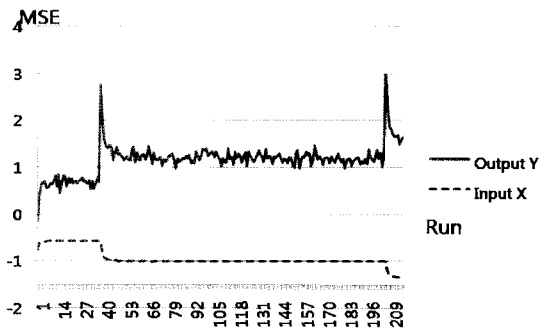


그림 5. $\xi \neq 1$ 경우에 $\xi = 1$ 일 때 최적인 제어방법으로 제어한 결과

시간제한 등으로 인하여 모수추정만을 위해 실험적인 공정을 진행하기 어려운 경우가 많다. 따라서 실제 공정을 진행시키면서 보다 정확한 b 를 추정할 수 있는 방법이 필요하다.

실험계획법을 사용하지 않고 공정의 입출력 자료로 선형회귀방법으로 진행하였을 때는 다음과 같은 문제점이 발생한다. 첫째, 선형회귀분석을 위한 정의역의 범위가 좁다. λ 값이 고정된 EWMA 제어로 제어를 할 경우 Shift가 발생한 후 일정 런이 지나면 결국 입력값들은 특정한 값을 중심으로 좁은 부분에서만 변한다. 이러한 데이터로 선형회귀분석을 할 경우 b 값의 신뢰구간이 커지는 경향이 있다. 둘째, Shift 발생 전의 데이터와 발생 후의 데이터를 동시에 사용할 수 없다. 정확한 Shift의 크기를 알 수 있다면 Shift의 크기만큼을 보정한 데이터를 이용하여 회귀분석에 사용되는 정의역의 구간을 확장시킬 수 있다. 그리고 결과적으로 b 값의 신뢰구간을 줄일 수 있으나 정확한 Shift의 크기를 분석하는 것 자체가 어려운 일이기 때문에 Shift 발생 전 후의 데이터를 동시에 사용하기 힘들다.

이러한 제약 아래 최대한 정확한 b 값을 추정하기 위해 다음과 같은 방법을 제안한다. 일반적으로 공정에는 공정 관리 상/하 한계선이 있다. 일반적으로 출력값들이 목표 값에 정확하게 일치하지 않아도 공정관리한계선 안으로만 제어가 된다면 불량이 아닐 수 있다. 이점을 이용하여 그림 6에서와 같이 공정관리한계선 안의 출력값을 줄 수 있는 두 개의 다른 고정된 입력값을 사용하여 b 를 추정할 수 있다.

이 방법이 기존 공정 데이터를 활용한 회귀분석과 비교해 갖는 장점은 동일한 데이터 수를 가지고 보다 더 정확한 b 를 추정할 수 있다는 점이다. 수식으로 살펴보면 다음과 같다. 고정된 입력값으로 각각 m_1 런과 m_2 런을 진행하면 식 (25), 식 (26)의 신뢰도 95%에 대한 해당좌표

의 신뢰구간을 얻을 수 있다.(단, s 는 표본 표준편차)

$$(x_1, \bar{y}_1 \pm \frac{1.96}{\sqrt{n_1}}s) \tag{25}$$

$$(x_2, \bar{y}_2 \pm \frac{1.96}{\sqrt{n_2}}s) \tag{26}$$

이 때 두 좌표를 이용해 식 (27)과 같은 방법으로 b 를 추정할 경우 b 의 신뢰구간은 식 (28)과 같다.

$$\beta = \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{x_2 - x_1} \tag{27}$$

$$\frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1 - 1.96s(\frac{1}{\sqrt{n_1}} + \frac{1}{\sqrt{n_2}})}{x_2 - x_1} \leq b$$

$$b \leq \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1 + 1.96s(\frac{1}{\sqrt{n_1}} + \frac{1}{\sqrt{n_2}})}{x_2 - x_1} \tag{28}$$

이 식을 살펴보면 n_1, n_2 이 변하지 않는다면, $x_2 - x_1$ 의 크기가 클수록 b 값의 신뢰구간은 좁아진다는 것을 알 수 있다. 그러므로 출력값을 관리한계선 안으로 제어할 수 있는 범위 내에서 $x_2 - x_1$ 을 최대로 취한다면 b 값의 신뢰구간은 좁아지게 되고 더 정확한 b 값을 추정할 수 있다.

2.6 사례연구

본 절에서는 2.5절에서 제안한 방법을 시뮬레이션을 통해 공정에 적용할 때 발생할 수 있는 문제점 및 유의점에 대하여 기술하였다.

본 연구는 반도체 포토공정의 오버레이 변수를 제어하는데 적용되었다. 각 출력값은 일차 선형모델을 사용하여 해당 입력변수를 통해 제어되고 있다. 일례로 출력값 Offset_X은 eOffset_X라는 변수를 통해 제어된다. 해당 공정은 백색잡음과 Shift가 공정변동의 주요한 원인이었고 동적 Deadband-EWMA 제어방식으로 제어가 진행되고 있었다. 동적 Deadband-EWMA 제어방식이란 공정이 상이 발생하였을 때는 기존의 EWMA 제어로 제어를 진행하다가 공정이 다시 안정 상태로 복귀하면 입력값을 추정하여 그 값으로 제어하는 방식을 말한다.

이 공정을 실험의 대상으로 삼은 이유는 두 가지가 있다. 첫째는 실험계획법을 위한 비용이 커서 적은 수의 데이터를 갖고 b 값을 추정한 뒤 이를 제어에 사용하였는데 다른 공정에 비해 공정 변동 폭이 유난히 커서 b 값의 재추정이 요구되는 공정이었다. 둘째는 공정의 관리한계선

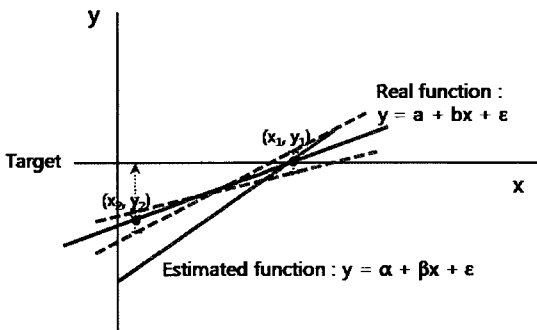


그림 6. b 의 추정

폭이 상대적으로 다른 공정보다 커서 품질에 영향을 주지 않으면서 실험 진행을 할 수 있는 정의역의 범위가 확보될 수 있었기 때문이다.

본 논문에서는 공정데이터와 관련된 보안문제 때문에 실제 데이터를 사용하는 대신 이와 유사한 공정상황을 시뮬레이션으로 만들어 실제 적용할 때 발생하는 문제점 및 유의점에 대하여 기술하겠다.

시뮬레이션은 다음과 같이 실시되었다. 입력값과 출력값 사이의 관계식은 식 (35)와 같으나 실제공정에서는 $b = 4$ 대신 $\beta = 2.8$ 로 제어함을 가정한다. 또한 백색잡음은 $N(0, 0.1^2)$ 를 따르는 것을 가정한다.

$$y = 3 + 4x \tag{35}$$

위 가정들을 바탕으로 2.5절에 제안한 방식과 일반 EWMA 제어를 통해 얻은 데이터를 가지고 b 값을 추정하는 방식의 성능을 비교하면 다음과 같다. 우선 그림 6과 같이 고정된 $\lambda=0.7$ 인 EWMA 방식으로 공정을 제어한 데이터 중 공정이 안정된 45번부터 199번 사이의 데이터를 바탕으로 회귀분석을 통해 b 를 추정한 결과 $\beta = 3.686$ 을 얻었다.

동일한 공정에 대하여 1번에서 45번 사이의 데이터로 최적의 입력값을 추정하고 추정한 값으로 45번에서 125번까지 공정을 진행한 후 공정의 관리한계를 고려하여 변경시킨 입력값을 사용하여 125번에서 199번까지 공정을 진행한 결과는 그림 7과 같다.

b 를 추정하기 위하여 먼저 두 좌표를 추정하면, 45번에서 125번 구간에서 추정한 좌표는 $(-1.31279, -0.00168)$ 이다. 또한 125번에서 199번 구간에서 추정한 좌표는 $(-1.2, 0.42765)$ 이다. 이 두 좌표를 이용하여 b 를 추정한 결과 $\beta = 3.807$ 를 얻었다.

동일한 개수의 데이터를 이용하여 b 추정시 첫 번째 방

법보다 두 번째 방법을 사용할 경우 35.8% 더 정확한 β 값을 얻을 수 있었다. 시뮬레이션 결과는 식 (34)를 통하여 추론한 결과와 동일하다. 즉, 동일한 개수의 데이터를 사용하여 b 를 추정할 경우 고정된 두 입력값으로 제어한 데이터를 사용하여 산출한 추정치가 상대적으로 더 정확한 것을 알 수 있다.

이러한 b 값의 추정방식을 사용할 경우 발생하는 문제점은 크게 세 가지가 있다. 첫째는 그림 6과 그림 7에서 볼 수 있듯 추정하는 과정에서 기존 EWMA로 제어할 때보다 MSE가 증가하게 된다.(EWMA 제어시 MSE 0.028, 고정된 두 개의 입력값으로 제어시 MSE 0.047) 둘째는 b 값을 추정하는 사이에 Shift가 발생할 경우 좌표추정을 다시 해야만 하는 단점이 있다. 2.5절에서 언급했던 것처럼 정확한 Shift의 크기를 분석하는 것 자체가 어렵기 때문에 Shift 발생 전 후의 데이터를 동시에 사용할 수 없기 때문이다. 셋째로 관리한계선의 폭이 좁은 공정에서는 이 방법을 적용하기 적당치 않다. 제안한 방법은 실험을 진행할 수 있는 정의역의 범위확보가 가장 중요한 문제이다. 즉 관리한계선의 폭이 좁은 공정에서는 이 방법의 적용이 어렵다.

3. 결론 및 추후 연구

본 논문은 부정확한 제어식이 고정된 모수를 사용하는 혹은 동적으로 모수를 변경하는 EWMA 제어에 미치는 영향에 대해서 연구하였다. 또한 정확한 공정제어식으로 제어가 이루어질 경우 Shift 발생 후 최적의 보정방법에 대해서도 연구하였다.

식 (8)과 같이 Shift발생 후 매 런마다 λ 값을 변경시키는 제어나 $t \neq 1$ 일 경우 동일한 방법을 사용하여 제어를 진행하면 출력값을 목표값에 맞추지 못했다. 반면 고

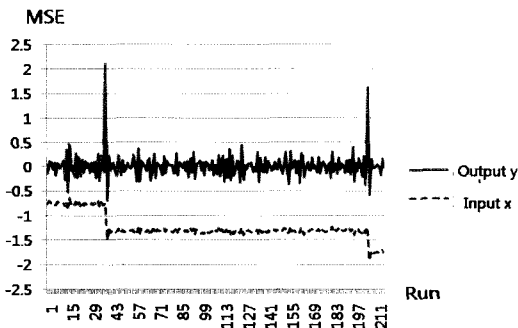


그림 7. EWMA $\lambda=0.7$ 제어시 입력값과 출력값

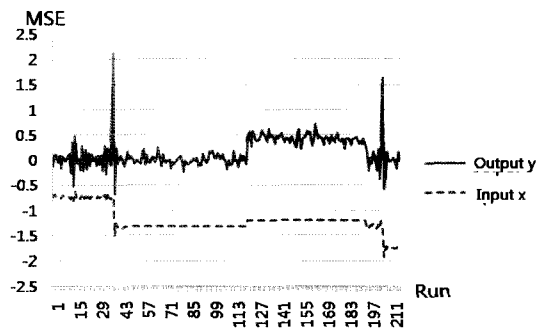


그림 8. 고정된 두 개의 입력값으로 제어시 입력값과 출력값

정된 λ 값을 사용하는 EWMA 제어의 경우는 $\xi \neq 1$ 일 경우 식 (23)의 조건을 만족하면 제어가 가능했다.

$\xi \neq 1$ 일 경우의 이론적인 최적의 제어는 기존의 $y - \beta x$ 를 이용하여 a 를 추정하지 않고 $\xi y - \beta x$ 를 이용하여 식 (8)과 같이 Shift발생 후 매 런 마다 λ 값을 변경시키는 제어이다. 그러나 이 방식은 정확한 ξ 를 알 수 없기 때문에 실제공정에 적용할 수 없다. 결국 보다 더 정확한 b 값을 추정함으로써 더 정확한 제어를 가능케 한다.

b 값을 추정하는데 가장 좋은 방법은 실험계획법을 통해 선형회귀방식으로 추정하는 것이나 현실적으로 비용 문제 등으로 인하여 이것이 제한될 경우가 많다. 이러한 경우 출력값이 목표값에 정확하게 제어되면 좋지만 공정 관리관계선 안으로만 제어된다면 큰 문제가 되지 않는다. 전제 아래 공정관리관계선 안의 출력값을 줄 수 있는 두 개의 다른 고정된 입력값을 사용하여 b 값을 추정할 수 있다. 이 방법은 한정된 개수의 데이터에서 보다 정확한 b 값을 추정할 수 있는 장점을 갖고 있다. 또한 공정을 진행 하면서 b 값을 추정할 수 있다. 일반적으로 회귀분석을 사용하여 b 값을 추정할 경우 정의역의 구간이 넓고 데이터 수가 많을수록 정확한 b 값을 추정할 수 있다. 그러나 반도체 공정같이 한 런을 진행하는데 그 비용이 많이 드는 공정에서는 최소한의 데이터로 b 값을 추정한다. 이러한 비용의 제약 문제를 본 논문에서 제안한 방법으로 극복할 수 있다.

또한 본 연구는 Shift가 공정에 미치는 영향이 크기 때문에 적시에 Shift에 대한 제어가 필요한 모든 공정에 적용 가능하다는 장점도 갖고 있다.

추후 연구로 공정상 Drift가 추가된 모델에서 부정확한 공정 제어식을 사용할 경우 발생하는 문제점과 Shift가 발생 하였을 때 최적의 제어에 대한 연구가 필요하다.

참고 문헌

1. 강석찬, 황지빈, 김지현, 김성식 (2007), “동적모수를 사용한 EWMA 제어의 시뮬레이션 연구”, *한국시뮬레이션학회지*, 제16권 제2호, pp. 37-44.
2. Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1963), “Further Contributions to Adaptive Quality Control : Simultaneous Estimation of Dynamics : Non-zero Costs”, *Bulletin of the International Statistical Institute*, Vol. 34, pp. 943-974
3. Butler, S.W. and Stefani, J.A (1994), “Supervisory Run-to-Run Control of a Polysilicon Gate Etch Using In Situ Ellipsometry.”, *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, Vol. 7, No. 2, pp. 193-201

4. Del Castillo, E. and Hurwitz, A. (1997), “Run-to-run Process Control: Literature Review and Extensions”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, No. 2, pp. 184-195.
5. Del Castillo, E. (2001), “Some Properties of EWMA Feedback Quality Adjustment Schemes for Drifting Disturbances”, *The American Society for Quality Control*, Vol 33, No. 2, pp. 153-166
6. Guo, R. S., Chen, A. and Chen, J. J. (2000), “An Enhanced EWMA Controller for Processes Subject to Random Disturbances”, *Run to Run Control in Semiconductor Manufacturing*, 1st Edition, CRC Press, Boca Raton, FL, pp. 289-308.
7. Ingolfsson, A. and Sachs, E. (1993), “Stability and Sensitivity of an EWMA Controller”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 25, No. 4, pp. 271-287.
8. Montgomery, D. C. (2005), *Introduction to Statistical Quality Control*, 5th Edition, John Wiley & Sons, New York, pp. 405-416.
9. Moyne, J., Del Castillo, E., and Hurwitz, A.M. (2001), *Run-to-Run Control in Semiconductor Manufacturing*, 1st Edition, CRC Press, New York
10. Smith, T. and Boning, D. (1997), “Artificial Neural Network Exponentially Weighted Moving Average Controller for Semiconductor Processes”, *Journal of Vacuum Science & Technology A*, Vol. 15, No. 3, pp. 1377-1384.

부 록

부록 A : 식 (16)의 유도

$$\begin{aligned}
 x_0 &= -\frac{a}{b} = -\frac{a\xi}{\beta} \\
 \alpha_0 &= a\xi \\
 y_0 &= L \\
 \alpha_1 &= (y_0 - \beta x_0)\lambda_1 + \alpha_0(1 - \lambda_1) \\
 &= (L + \beta(\frac{a\xi}{\beta}))\lambda_1 + a\xi(1 - \lambda_1) \\
 &= (L + a\xi)\lambda_1 + a\xi(1 - \lambda_1) \\
 &= L\lambda_1 + a\xi \\
 x_1 &= -\frac{L\lambda_1 + a\xi}{\beta} \\
 y_1 &= a + L + b(-\frac{L\lambda_1 + a\xi}{\beta}) \\
 &= a + L - \frac{1}{\xi}(L\lambda_1 + a\xi) \\
 &= L(1 - \frac{1}{\xi}\lambda_1) \\
 y_t &= L\prod_{i=1}^t(1 - \frac{1}{\xi}\lambda_i) \tag{16}
 \end{aligned}$$

부록 B : 표

표 B1. Guo et al.(2000)의 동적으로 EWMA 제어모수를 조정하는 제어방식에 대한 시뮬레이션 결과 (단위 MSE/σ^2)

σ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
case1	5.2E+04	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
case2	2.8E+08	4.49	0.44	0.17	0.10	0.08	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.07	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12
case3	2.7E+30	48.31	0.03	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
case4	1.0E+33	1.8E+04	5.56	1.52	0.85	0.62	0.51	0.47	0.45	0.46	0.48	0.51	0.56	0.62	0.69	0.78	0.87	0.98	1.11	1.24
case5	1.3E+06	0.65	0.32	0.29	0.28	0.27	0.27	0.27	0.27	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26
case6	3.1E+08	5.32	0.76	0.45	0.37	0.34	0.33	0.32	0.31	0.31	0.31	0.31	0.32	0.32	0.33	0.33	0.34	0.35	0.36	0.37
case7	6.7E+31	1.2E+03	0.86	0.45	0.37	0.34	0.33	0.32	0.31	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
case8	1.5E+33	1.4E+04	6.49	1.96	1.21	0.95	0.83	0.77	0.75	0.75	0.77	0.80	0.85	0.91	0.98	1.06	1.16	1.27	1.40	1.53
case9	5.2E+06	2.62	1.27	1.15	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.06	1.06	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05
case10	3.4E+08	7.53	1.72	1.32	1.21	1.16	1.14	1.12	1.11	1.11	1.10	1.10	1.10	1.11	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16
case11	2.7E+32	4.8E+03	3.43	1.82	1.50	1.37	1.30	1.26	1.23	1.22	1.20	1.19	1.19	1.19	1.18	1.18	1.18	1.19	1.19	1.19
case12	2.1E+33	1.1E+04	9.20	3.33	2.34	1.98	1.81	1.72	1.68	1.67	1.67	1.70	1.74	1.80	1.87	1.95	2.05	2.16	2.29	2.43

표 B2. $\lambda=0.2$ 인 EWMA 제어에 관한 시뮬레이션 결과 (단위 MSE/σ^2)

σ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
case1	1.81E+04	0.07	0.03	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
case2	2.67E+04	0.11	0.09	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.15	0.16	0.17	0.18	0.20	0.21	0.23	0.24	0.25	0.27	0.28
case3	1.82E+04	0.07	0.03	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02
case4	6.22E+04	0.51	0.56	0.68	0.82	0.98	1.15	1.34	1.54	1.75	1.97	2.21	2.45	2.71	2.98	3.26	3.55	3.85	4.17	4.49
case5	1.63E+05	0.51	0.38	0.34	0.32	0.31	0.30	0.29	0.29	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27
case6	1.39E+05	0.56	0.43	0.40	0.39	0.39	0.39	0.40	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45	0.46	0.47	0.49	0.50	0.51	0.53	0.54
case7	1.62E+05	0.52	0.39	0.35	0.33	0.33	0.32	0.32	0.32	0.31	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32	0.33	0.33	0.33
case8	8.51E+04	0.97	0.92	1.01	1.13	1.29	1.46	1.64	1.84	2.05	2.28	2.51	2.76	3.02	3.29	3.57	3.87	4.17	4.49	4.82
case9	7.53E+05	2.03	1.52	1.35	1.27	1.22	1.19	1.17	1.15	1.14	1.13	1.12	1.11	1.11	1.10	1.10	1.10	1.09	1.09	1.09
case10	7.01E+05	2.07	1.58	1.42	1.35	1.31	1.29	1.28	1.27	1.27	1.27	1.28	1.28	1.29	1.30	1.31	1.32	1.33	1.34	1.36
case11	7.50E+05	2.07	1.57	1.41	1.34	1.30	1.28	1.27	1.26	1.26	1.26	1.26	1.27	1.27	1.28	1.29	1.30	1.30	1.31	1.32
case12	5.63E+05	2.52	2.10	2.06	2.14	2.26	2.42	2.59	2.79	3.00	3.22	3.46	3.72	3.98	4.26	4.55	4.85	5.16	5.48	5.82

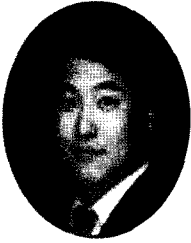
표 B3. $\lambda=0.5$ 인 EWMA 제어에 관한 시뮬레이션 결과(단위 MSE/σ^2)

σ^2	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
case1	NaN	NaN	0.07	0.03	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
case2	NaN	NaN	0.16	0.08	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.08	0.09	0.09	0.10	0.10	0.11	0.11	0.12	0.12
case3	NaN	NaN	0.07	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
case4	NaN	NaN	0.85	0.50	0.47	0.49	0.52	0.56	0.61	0.67	0.72	0.78	0.84	0.91	0.98	1.04	1.11	1.19	1.26	1.34
case5	NaN	NaN	1.52	0.67	0.51	0.43	0.39	0.37	0.35	0.34	0.33	0.32	0.31	0.31	0.31	0.30	0.30	0.30	0.29	0.29
case6	NaN	NaN	1.61	0.73	0.55	0.48	0.45	0.42	0.41	0.40	0.40	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.40	0.40	0.40
case7	NaN	NaN	1.54	0.69	0.52	0.45	0.41	0.38	0.36	0.35	0.34	0.34	0.33	0.33	0.33	0.32	0.32	0.32	0.32	0.32
case8	NaN	NaN	2.32	1.15	0.96	0.91	0.91	0.93	0.96	1.01	1.05	1.11	1.16	1.22	1.29	1.35	1.42	1.49	1.57	1.64
case9	NaN	NaN	6.07	2.70	2.03	1.74	1.58	1.48	1.40	1.35	1.31	1.28	1.26	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.17
case10	NaN	NaN	6.17	2.75	2.07	1.79	1.63	1.53	1.46	1.42	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.28
case11	NaN	NaN	6.16	2.75	2.07	1.78	1.62	1.53	1.46	1.41	1.38	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.27	1.27
case12	NaN	NaN	6.95	3.21	2.51	2.25	2.13	2.07	2.06	2.06	2.09	2.12	2.16	2.21	2.26	2.32	2.38	2.45	2.52	2.59

표 B4. $\lambda=1$ 인 EWMA 제어에 관한 시뮬레이션 결과(단위 MSE/σ^2)

σ^2	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
case1	NaN	NaN	NaN	NaN	7886.95	0.06	0.04	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
case2	NaN	NaN	NaN	NaN	3758.93	0.15	0.09	0.08	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.08
case3	NaN	NaN	NaN	NaN	7853.12	0.06	0.04	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01
case4	NaN	NaN	NaN	NaN	5903.06	0.84	0.57	0.49	0.47	0.47	0.47	0.49	0.50	0.52	0.54	0.56	0.59	0.61	0.64	0.67
case5	NaN	NaN	NaN	NaN	197173.83	1.52	0.89	0.67	0.57	0.51	0.46	0.43	0.41	0.39	0.38	0.37	0.36	0.35	0.34	0.34
case6	NaN	NaN	NaN	NaN	171379.13	1.61	0.94	0.73	0.62	0.55	0.51	0.48	0.46	0.45	0.43	0.42	0.42	0.41	0.41	0.40
case7	NaN	NaN	NaN	NaN	196327.92	1.54	0.90	0.69	0.58	0.52	0.48	0.45	0.42	0.41	0.39	0.38	0.37	0.36	0.36	0.35
case8	NaN	NaN	NaN	NaN	110289.72	2.32	1.43	1.15	1.03	0.96	0.93	0.91	0.91	0.91	0.92	0.93	0.95	0.96	0.98	1.01
case9	NaN	NaN	NaN	NaN	788695.32	6.07	3.54	2.70	2.28	2.03	1.86	1.74	1.65	1.58	1.52	1.48	1.44	1.40	1.38	1.35
case10	NaN	NaN	NaN	NaN	735817.27	6.17	3.60	2.75	2.33	2.07	1.91	1.79	1.70	1.63	1.58	1.53	1.49	1.46	1.44	1.42
case11	NaN	NaN	NaN	NaN	785311.67	6.16	3.60	2.75	2.32	2.07	1.90	1.78	1.69	1.62	1.57	1.53	1.49	1.46	1.43	1.41
case12	NaN	NaN	NaN	NaN	594163.29	6.95	4.13	3.21	2.77	2.51	2.35	2.25	2.18	2.13	2.10	2.07	2.06	2.06	2.06	2.06

(표 B3, B4에서 NaN은 $1.79769313486232E+308$ 보다 큰 실수를 의미한다.)



황 지 빈 (ji_bin_@hanmail.net)

2006 고려대학교 공과대학 산업시스템정보공학과 학사
2006~현재 고려대학교 공과대학 산업시스템정보공학과 석사과정

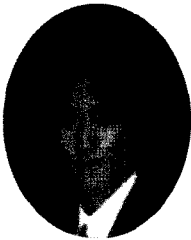
관심분야 : Financial Engineering, Data Mining, System Optimization



김 지 현 (jihyunk@korea.ac.kr)

1993 고려대학교 공과대학 산업공학과 학사
1995 고려대학교 공과대학 산업공학과 석사
1995 삼성전자 반도체 총괄 메모리사업부
2004 미국 University of Michigan 산업공학과 박사
2004~2007 고려대학교 정보통신기술연구소 연구교수
2007~현재 고려대학교 반도체기술연구소 연구교수

관심분야 : Advanced Process Control, Quality Control



이 재 현 (zoeforever@korea.ac.kr)

2006 고려대학교 공과대학 산업시스템정보공학과 학사
2006~현재 고려대학교 공과대학 산업시스템정보공학과 석사과정

관심분야 : Data Mining, Quality Control, System Optimization



김 성 식 (sungskim@korea.ac.kr)

1972 고려대학교 공과대학 기계공학과 학사
1974 고려대학교 공과대학 산업공학과 석사
1976 미국 Southern Methodist University 산업공학과 석사
1979 미국 Southern Methodist University 산업공학과 박사
1979~현재 고려대학교 산업시스템정보공학과 교수

관심분야 : Advanced Process Control, Modeling, System Optimization