

# 병모양 스트럿의 최소 횡방향 철근량

## Minimum Transverse Reinforcement for Bottle-Shaped Struts



하태훈\*  
Tae-Hun Ha



천성철\*\*  
Sung-Chul Chun



홍성걸\*\*\*  
Sung-Gul Hong



오보환\*\*\*\*  
Bo-Hwan Oh

스트럿-타이 모델에서 압축력의 흐름을 나타내는 스트럿이 병모양을 가지면 스트럿 축의 직각방향으로 인장력이 발생하므로 이를 지지하기 위한 횡방향 철근이 필요하다. Michael D. Brown과 Oguzhan Bayrak은 ACI Structural Journal 2006년 11월 호에서 소요 횡방향 철근량을 힘의 평형관계를 이용하여 유도하였으며 이를 기초로 ACI 318-05의 부록A에 실린 스트럿-타이 설계의 관련 항목을 검토하였다. 그러나 이 논문은 ACI 318-05의 부록A에서 제시한 횡방향 철근비 산정 방법과 같은 오류를 내재하고 있어 본 기사의 저자들은 이를 지적한 토의문을 ACI Structural Journal 2007년 9월 호에 게재한 바 있다. 본 기사에서는 Brown 등의 논문과 이에 대한 저자들의 토의문을 함께 소개하도록 한다.

병모양 스트럿은 <그림 2(b)>와 같이 스트럿 내부에 별도의 스트럿-타이 모델을 구성할 수 있다. 이 스트럿-타이 모델을 보면 압축력의 확산과 그에 따른 횡방향 타이의 필요성을 명확히 알 수 있다. ACI 318-05<sup>2)</sup>는 부록A에서 병모양 스트럿 내부의 압축력이 스트럿 축방향 대 횡방향으로 2:1의 경사도를 가져야 한다고 제안하고 있지만 정작 타이가 스트럿 길이 방향을 따라 어느 지점에 위치해야 하는지에 관해서는 언급이 없다.

### 1. 서론

스트럿-타이 모델에서 스트럿은 압축력을 전달하는 역할을 한다. 가장 기본적인 형태의 스트럿은 <그림 1(a)>의 각주형 스트럿이지만, 스트럿의 위치가 부재의 특정 영역에 국한되지 않은 경우에는 <그림 1(b)>에서와 같이 스트럿 중앙부에서 양 단부보다 더 큰 폭을 가지는 병모양 스트럿이 생성된다. 병모양 스트럿은 그 형상 때문에 전달되는 압축력의 방향이 스트럿 축에 평행하지 않고 경사지게 확산되므로 힘의 평형조건에 의해 스트럿 축의 직각방향으로 인장력이 발생한다. 병모양 스트럿에서 압축력의 확산 현상은 Guyon<sup>1)</sup>이 수행한 포스트텐션 정착부 연구에서 상세히 다루고 있다.

### 2. 병모양 스트럿의 기하학적 형상

\* 정회원, 대우건설 기술연구원 선임연구원  
taehun.ha@gmail.com  
\*\* 정회원, 대우건설 기술연구원 책임연구원  
\*\*\* 정회원, 서울대학교 건축학과 교수  
\*\*\*\* 정회원, 대우건설 기술연구원 수석연구원

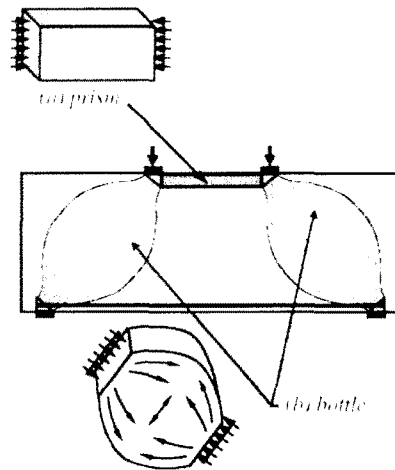


그림 1. 일반적인 스트럿의 종류

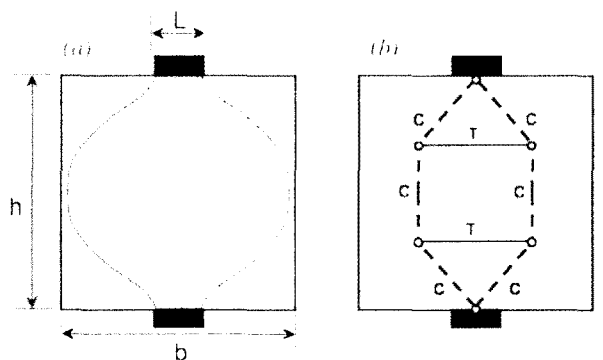


그림 2. 병모양 스트럿의 스트럿-타이 모델

〈그림 3〉은 병모양 스트럿 내부에 형성 가능한 세 가지 스트럿-타이 모델이다. 모든 경우에 압축력의 경사도는 2:1로 동일하기 때문에 횡방향 타이에 작용하는 인장력의 크기는 같지만 그 위치는 상당히 다르다. 이론적으로 타이는 인장력이 최대인 지점에 위치하는 것이 바람직하며, Guyon<sup>1)</sup>이 제안한 응력 분포에 따르면 스트럿의 길이 방향으로 1/3 지점에서 인장력이 최대가 되므로 〈그림 3(b)〉가 실제 응력 분포에 근사한 모델이라고 할 수 있다.

Schlaich와 Weischede<sup>3)</sup>가 제안한 병모양 스트럿은 〈그림 4〉에서와 같이 압축력이 확산되는 경사도가 가변적이다. 병모양 스트럿의 길이를  $l$ , 중앙부 폭이  $b_{ef}$ , 단부 폭이  $b_{min}$ 일 때 〈그림 4〉의 오른쪽 스트럿-타이 모델로부터 압축력의 확산 경사도  $m$ 을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$m = \frac{b_{ef}/2}{b_{ef}/4 - b_{min}/4} = \frac{2b_{ef}}{b_{ef} - b_{min}} \quad (1)$$

〈그림 5〉에서 유도된 평형 관계에 의하면 횡방향 인장력은 경사도  $m$ 에 반비례함을 알 수 있다.  $m$ 이 무한대로 발산하면 병모양 스트럿은 각주형 스트럿이 되고 횡방향 인장력은 0이 된다.

### 3. 병모양 스트럿의 강도 발현을 위한 횡방향 철근량

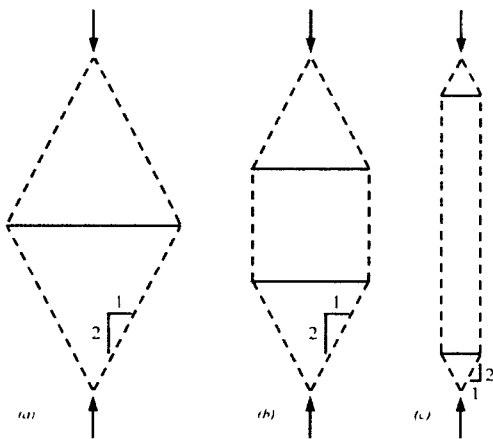


그림 3. 병모양 스트럿의 다양한 2:1모델

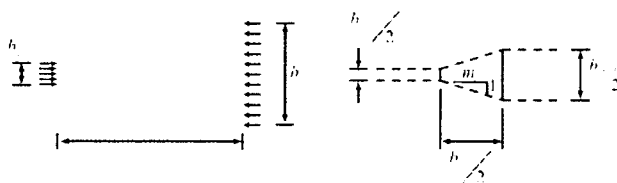


그림 4. 압축력의 확산  
(탄성 응력 분포와 이에 적합한 스트럿-타이 모델)

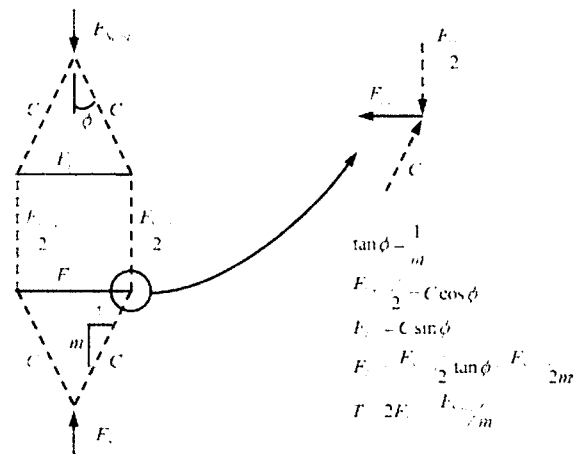


그림 5. 병모양 스트럿의 스트럿-타이 모델과 평형 관계

병모양 스트럿 내부에 형성된 스트럿-타이 모델의 평형 관계로부터 병모양 스트럿의 강도 발현에 필요한 횡방향 철근량을 구할 수 있다. 소요 철근량보다 과소 배근된 경우에는 과도한 균열 발생이나 횡방향 철근의 조기 항복에 의해 스트럿이 설계 강도에 도달하기 전에 파괴된다. 과다 배근된 경우 추가로 배근된 횡방향 철근은 스트럿의 강도 증가에는 기여하지 못하고 균열 제어 등의 사용성을 향상시킨다.

병모양 스트럿의 횡방향 철근은 스트럿 축에 직각 방향으로 배근되는 것이 효과적이다. 그러나 〈그림 1(b)〉에서와 같이 병모양 스트럿은 일반적으로 보의 축과 경사진 방향으로 형성되므로 〈그림 6〉과 같이 철근을 서로 직각되게 두 개 층으로 배근하여 소요 철근량을 만족시킬 수 있다. 스트럿의 쪼갬균열이 균열 방향으로의 전단저항 없이 발생한다고 가정하면 균열을 가로지르는 횡방향 철근에 작용하는 힘  $F_{\perp}$ 를 〈그림 6〉의 자유물체도를 이용하여 구할 수 있다. 만약 균열 방향으로의 전단저항을

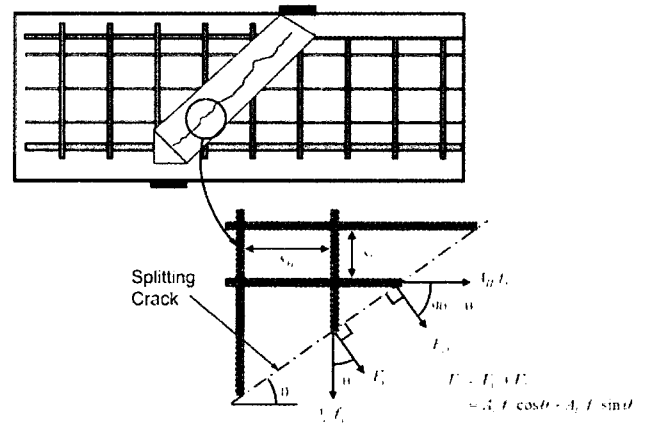


그림 6. 횡방향 철근에 작용하는 힘  
(역자 주 : 자유물체도에서  $s_H$ 와  $s_V$ 의 표기 위치가 뒤바뀌었음.)

고려하면 횡방향 철근에 작용하는 축력과 전단력을 모두 고려해야 하며, 이때  $F_{\perp}$ 는 삼각함수의 제곱으로 표현되어야 한다. 스트럿-타이 모델은 콘크리트 구조물에 균열이 완전히 진전하여 소성변형이 발생한 상태를 대상으로 하므로 본 논문에서는 균열 방향으로의 전단저항이 없다고 가정한다.

〈그림 5〉의 횡방향 인장력  $T$ 보다 큰 강도를 갖도록 횡방향 철근량을 구하기 위해  $F_{\perp}$ 를 철근비의 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\rho_{\perp} = \frac{A_V \cos \theta}{bs_V} + \frac{A_H \sin \theta}{bs_H} \quad (2)$$

여기서  $b$ 는 보의 폭,  $A_H$ 와  $A_V$ 는 각각 수평과 수직 방향의 철근 단면적이고  $s_H$ 와  $s_V$ 는 철근의 배근 간격이다.  $\theta$ 는 스트럿의 쪼갠균열과 축방향 철근 사이의 각도이다.

균열의 직각 방향 저항력인  $F_{\perp}$ 를  $\rho_{\perp}$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$F_{\perp} = \rho_{\perp} f_y b l \quad (3)$$

병모양 스트럿의 강도를 유효강도계수  $\nu$ 를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$F_{Strut} = \nu f_{ck} A_c \quad (4)$$

여기서  $A_c$ 는 스트럿의 최소 단면적이다.

조건  $F_{\perp} \geq T$ 로부터  $T = F_{Strut}/m$ 이므로(〈그림 5 참조〉), 여기에 식 (3)과 식 (4)를 대입하여  $\rho_{\perp}$ 에 대해 정리하면 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\rho_{\perp} \geq \frac{\nu f_{ck} A_c}{f_y b l m} \quad (5)$$

식 (5)는 스트럿의 공칭강도를 기준으로한 최소 횡방향 철근비이지만, 실제로는 주어진 하중 조건 하에서 스트럿의 최대 강도가 발현되지 않는 경우도 있으므로 설계 시에는 계수하중  $P_u$ 을 기준으로 다음과 같이 식 (5)를 변경하여야 한다.

$$\rho_{\perp} \geq \frac{P_u}{f_y b l m} \quad (6)$$

식 (6)은 일반적인 병모양 스트럿에 쪼갠균열이 발생한 후에도 강도를 유지하기 위해서 필요한 최소 횡방향 철근량 결정에 사용될 수 있으며, 이때 압축력의 경사도  $m$ 이나 스트럿의 유효강도계수  $\nu$  등과는 무관하게 적용시킬 수 있다.

#### 4. 사용성 요구 조건

강도조건 이외에도 균열폭을 제어하기 위하여 추가로 횡방향 철근이 필요할 수 있다. AASHTO LRFD와 CSA A23.3-04는 균열폭 제어를 위해 구조물을 스트럿-타이 모델로 설계할 때 수평과 수직 방향 모두에 대해 각각 0.003과 0.002의 철근비를 만족하도록 하고 있다.

이에 비해 ACI 318-05는 스트럿 내부의 최소 철근비에 관한 요구 조건이 없다. 다만 스트럿의 유효강도계수에 차이를 두어 충분한 횡방향 철근이 있는 경우  $\nu = 0.64$ , 횡방향 철근이 없거나 충분치 못한 경우  $\nu = 0.51$ 을 적용하여 스트럿 강도를 상대적으로 20% 감소시키도록 하고 있다. 그러나 횡방향 철근이 없으면 스트럿에 쪼갠균열이 발생했을 때 힘의 평형조건을 만족하지 못하고 조기에 파괴될 수 있으므로, 횡방향 철근이 없는 병모양 스트럿은 지양되어야 한다.

유효강도계수  $\nu = 0.64$ 를 사용하기 위해서는 압축력 확산 경사도 2:1에 해당하는 인장력에 저항할 수 있는 횡방향 철근이 배근되거나(A.3.3) 다음 조건을 만족시켜야만 한다(A.3.3.1).

$$\sum \frac{A_{s_i}}{bs_i} \sin \alpha_i \geq 0.003 \quad (7)$$

여기서  $A_{s_i}$ 와  $s_i$ 는  $i$ 층의 철근 단면적과 그 배근 간격이고  $\alpha_i$ 는  $i$ 층의 철근이 스트럿의 축과 이루는 각도이다.

이와는 별도로 ACI 318-05의 11장에서는 춤이 깊은 보에 대해 수직으로 0.0025, 수평으로 0.0015 만큼의 최소 철근비를 만족시킬 것을 요구하고 있다.

그러므로 ACI 318-05의 부록A에서 횡방향 철근이 없는 병모양 스트럿을 허용한 것은 11장의 요구 조건과 서로 상충한다고 할 수 있다.

ACI 318-05의 11장에서 제시한 최소 전단철근비의 수평, 수직 철근비에  $SRSS$ (square root of sum of squares) 기법을 사용하면  $\sqrt{0.0025^2 + 0.0015^2} = 0.0029$ 가 되어 식 (7)의 0.003과 근사한 값을 갖는다. 동일한 방법으로 AASHTO LRFD와 CSA A23.3의 철근비를 계산하면 각각 0.0042와 0.0028이 되어, AASHTO LRFD를 제외하면 ACI 318-05의 11장, A.3.3.1(식 (7)), CSA A23.3은 횡방향 철근비에 있어서 모두 비슷한 결과를 보여준다고 할 수 있다. 그러나 사용성 요구 조건을 만족시키기 위해서는 병모양 스트럿을 가로지르는 철근이 적어도 0.003 이상의 횡방향 철근비를 가질 것을 제안하는 바이다.

### 5. 기존 실험 결과와의 비교 검증

병모양 스트럿의 횡방향 철근량에 대한 여러 가지 제안식들을 비교하기 위하여 기존 연구에 나타난 총 476개의 실험 결과를 이용하였다. 모든 실험체는 전단스팬비가 2 이하인 춤이 깊은 보이며 일반적인 전단보강방법이 사용되었다. 인용된 실험 결과에 관한 자세한 사항은 [참고문헌 4]에 잘 나타나있다.

각 실험체에 대해 식 (5)를 사용하여 소요 철근량을 구한 후 실제 철근량과 비교하였으며, 이를 근거로 ACI 318-05 부록A의 2:1 경사도 모델과 Schlaich<sup>3)</sup>등이 제안한 가변 경사도 모델을 평가하였다.

먼저 ACI 318-05 부록A의 2:1 경사도 모델을 평가하기 위해 식 (5)에  $m = 2$ 를 대입하여 모든 실험체에 대해 계산한 결과 소요 철근비의 평균은 0.0042이었다. 이는 ACI 318-05 A.3.3.1의 철근비 0.003보다 훨씬 큰 값이다. 횡방향 철근비와 관련해 ACI 318-05에서 제안하는 두 가지 방법은 실제로 상호 모순되는 측면이 있다.

〈그림 7〉은 식 (5)로부터 구한 압축력 확산 경사도와 소요 철근비의 관계를 나타낸 것이다. 변수  $A_c/bd$ 는 보의 단면적에 대한 스트럿 최소 단면적의 비로서 모든 실험체는 0.06 ~ 0.8의 범위 안에 존재하며 평균 0.2이다. 변수의 범위가 넓은 만큼 소요 철근비도 다양하게 계산될 수 있는데 ACI 318-05에서는 각기 다른 기준으로 철근비를 제안한 결과 그래프에서 수직, 수평 점선을 기준으로 1사분면에 위치한 경우에는 횡방향 철근이 불충분하게 된다.

가변 경사도 모델을 사용한 경우에는 소요 철근비의 평균이 0.0012로 ACI 318-05의 2:1 경사도 모델을 사용한 경우보다 작았으며, 데이터의 분포도 훨씬 균집된 형태를 보였다. 이는 대부분의 실험체가 2:1보다 큰 경사도를 가지고 있기 때문이었

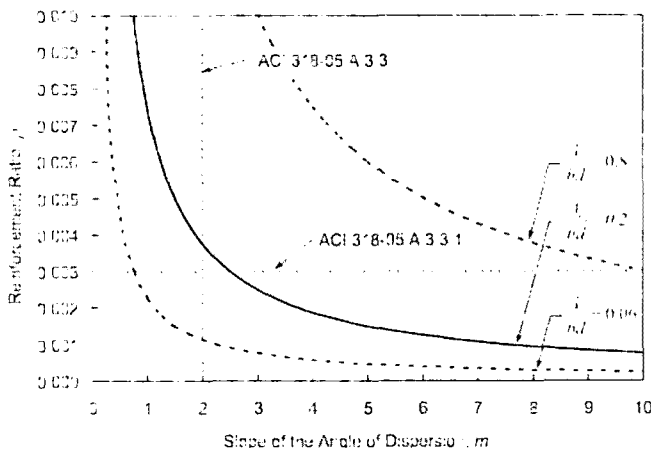


그림 7. 소요 철근비의 변화

다. 실제로 476개 실험체의 경사도 평균은 8.2였으며 데이터의 50%가  $5.8 < m < 9.1$ 의 범위에 존재하였다. 그러나 이 사실만을 가지고 ACI의 방법이 그르코 Schlaich등<sup>3)</sup>의 방법이 옳다고 말할 수는 없다.

### 6. 설계 방법 제안

지금까지 논의한 결과를 종합하면 다음의 절차대로 병모양 스트럿의 횡방향 철근량을 구하는 것이 바람직하다.

- 1) 스트럿-타이 모델을 구성한 후 스트럿에 작용하는 힘을 정한다.
- 2) 스트럿 단부의 단면적과 스트럿의 길이를 결정한다.
- 3) Schlaich와 Weischede가 제안한 방법을 이용하여 스트럿 내부에서의 압축력 확산 경사도를 구한다.
- 4) 식 (6)을 이용하여 소요 철근비를 구한다. 여기서 구한 값과 사용성 요구 조건을 만족하기 위한 철근비인 0.003 중 더 큰 값을 사용한다.

### 7. 요약 및 결론

본 논문에서는 힘의 평형조건을 이용하여 병모양 스트럿에 필요한 횡방향 철근량을 구하였으며 이를 근거로 현행 ACI 318-05의 문제점을 지적하였다. 또한 강도 발현 이외에 사용성 요구 조건을 만족시키기 위해 추가로 필요한 철근량도 제시하였다. 이 사항을 종합하면 아래와 같은 결론을 얻을 수 있다.

- 1) 스트럿의 유효강도계수 크기와 상관없이 병모양 스트럿에는 반드시 횡방향 철근이 필요하다.
- 2) 강도 발현을 위해 소요되는 횡방향 철근량은 스트럿에 가해지는 힘의 함수로 표현된다. 그러므로 스트럿의 유효강도계수는 소요 철근량에 영향을 준다.
- 3) ACI 318-05 부록A의 2:1 경사도 모델과 철근비 0.003 제안은 스트럿과 부재의 기하학적 형상에 따라 상호 모순될 수 있다.
- 4) 스트럿 압축력의 가변 확산 경사도 모델을 사용하면 설계 절차가 복잡해질 수 있지만 스트럿의 강도 발현을 보장해 줄 수 있는 횡방향 철근량을 구할 수 있다.
- 5) 가변 확산 경사도 모델을 사용할 경우 횡방향 철근비가 0.003보다 작아질 수도 있지만, 균열 제어 등의 사용성 요구 조건을 만족시키기 위해 최소 0.003의 철근비가 필요하다.

8. 토의문


1) 철근비  $\rho_{\perp}$  에 관한 식 (2)를 식 (3)에 대입하여 구한  $F_{\perp}$  가 <그림 6>의 자유물체도에 표현된  $F_{\perp}$  와 같지 않다. 그 이유는 저자가 균열을 가로지르는 횡방향 철근 전체에 작용하는 힘을 구하지 않고 철근 한 가닥에 작용하는 힘을 구했기 때문이다. 균열을 가로지르는 횡방향 철근의 개수  $n_H$ 와  $n_V$ 를 이용해 올바른  $F_{\perp}$  와  $\rho_{\perp}$  를 구하면 다음과 같다.

$$F_{\perp,correct} = n_V A_V f_y \cos \theta + n_H A_H f_y \sin \theta \quad (8)$$

$$= \frac{A_V f_y l \cos^2 \theta}{s_V} + \frac{A_H f_y l \sin^2 \theta}{s_H}$$

$$\rho_{\perp,correct} = \frac{F_{\perp,correct}}{f_y b l} \quad (9)$$

$$= \frac{A_V \cos^2 \theta}{b s_V} + \frac{A_H \sin^2 \theta}{b s_H}$$

- 2) 이와 비슷한 관점에서 ACI 318-05 A.3.3.1의 식 (7)에 사용된 sine 함수도 제곱으로 표현되어야 한다.
- 3) 저자는 ACI 318-05, CSA A23.3, AASHTO LRFD의 수평, 수직 방향 최소 철근비를 등가 철근비로 환산하기 위해서 SRSS 기법을 사용했는데, 이는 적절하지 않은 방법이다. SRSS 기법을 사용해 구한 철근비를 식 (9) 및 저자의 식 (2)와 함께 비교해보면 SRSS 기법을 사용한 경우가 상한계를 형성하고 있으며, 특히 식 (9)와 비교해보면 SRSS 기법이 최소 철근비를 상당히 과대평가하고 있음을 알 수 있다(그림 8 참조). 

참고문헌

1. Guyon, Y., *Prestressed Concrete*, Contractor's Record LTD, London, 1953, 543pp.
2. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05)," American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 2005, 430pp.
3. Schlaich, J. and Weischede, D., *Detailing of Concrete Structures*, Bulletin d'Information 150, Comite Euro-International du Beton, Paris, 1982, 163pp.(in German)

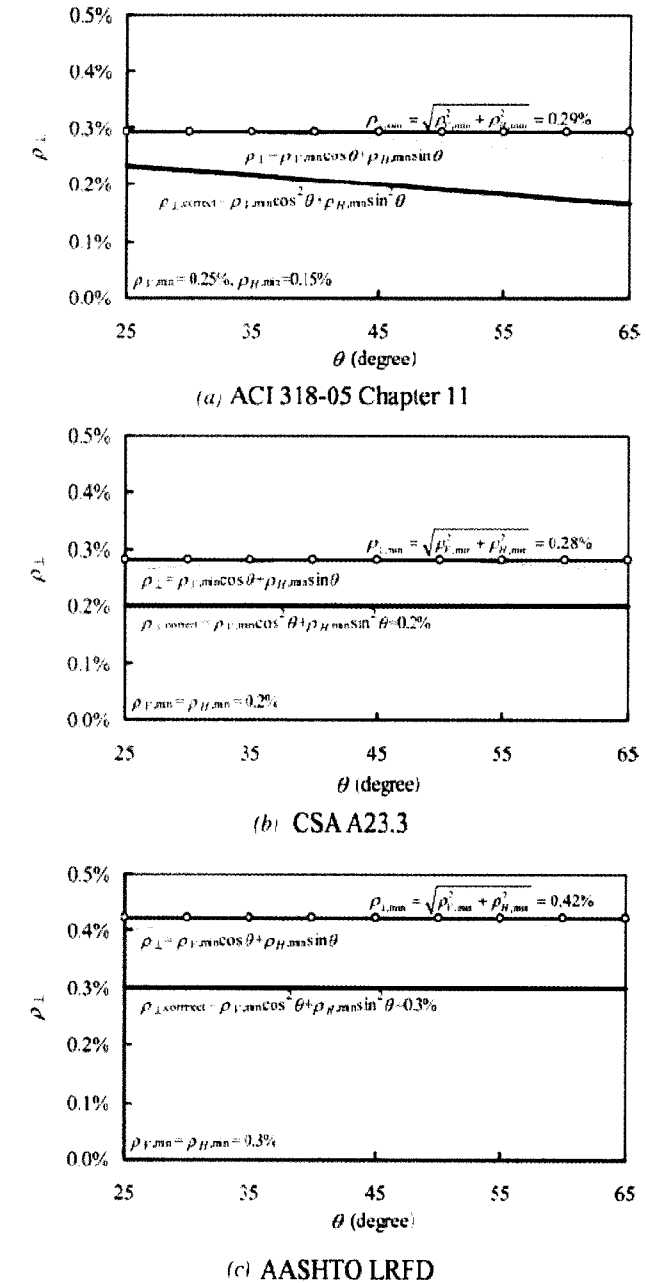


그림 8.  $\rho_{\perp, \min}$ ,  $\rho_{\perp, \max}$ ,  $\rho_{\perp, correct}$  의 비교

4. Brown, M.D., Sankovich, C.L., Bayrak, O., Jirsa, J.O., Breen, J.E., and Wood, S.L., *Design for Shear in Reinforced Concrete Using Strut-and-Tie Models*, Report No.0-4371-2, Center for Transportation Research, University of Texas at Austin, Austin, Tex., Apr. 2006.