

가속수명시험의 최적 설계

정 해 성

서원대학교 정보분석학과

A Study on Optimal Design of Accelerated Life Tests

Hai Sung Jeong

Dept. of Applied Statistics, Seowon University

Abstract

This paper suggests an approach for using ALTA 7 PRO to design accelerated life test plans. Conducting a accelerated life test requires finding life distributions at different stress levels and determining an appropriate life-stress relationship. Moreover, a test plan needs to be developed. In its optimal test plan, stress levels are determined and the proportions of test units are assigned at each stress level so that asymptotic variance of the maximum likelihood estimate of a (log) percentile of the life distribution at the design stress is minimized. Examples are presented for usage.

Key Words : Accelerated Life Test(가속수명시험), Specification Limit(규격한계), 4:2:1 Allocation Plan(4:2:1 할당비 시험계획), Bounds Ratio(한계비)

1. 서 론

가속수명시험은 높은 신뢰도를 갖는 아이템의 신뢰성 평가 시 부딪치게 되는 시험시간과 시료수의 문제를 극복하기 위해 실시하는 시험이다. 가속수명시험에서는 스트레스를 사용조건보다 높게 인가하여 고장메커니즘이 진행되는 속도를 촉진시킨다. 이를 통해 얻어진 자료를 기초로 하여, 스트레스와 수명과의 관계를 적용한 외삽을 통해 사용조건하에서의 수명을 평가한다. 가속수명시험의 설계는 사용조건에서의 신뢰성 특성에 대한 추정량의 정도를 만족스럽게 하기위하여 스트레스 수준을 설정하고 수준별 시료를 배분하는 과정이다. 사용조건시험의 경우 시료수와 분산간의 관계만으로 시료의 크기를 결정함으로써 시험계획이 세워질 수 있으나, 가속수명시험설계에서는 시료수와 분산 이외에 스트레스 수준, 스트레스 수준별 시료 할당, 시험시간 등이 고려되어야 한다. 일반적으로 가속성이 성립하는 범위에서 가장 높은 스트레스 수준과 가장 낮은 스트레스 수준에서 시험을 실시(2 수준 시험 설계)하든가 그 사이에 하나의 수준을 추가(3 수준 시험 설계)해서 시험하는 것이 바람직하다. 본 연구에서는 가속수명시험 설계의 기본개념을 살펴보고, ReliaSoft의 ALTA 7 PRO를 이용하여 관측중단이 있는 일정형 가속수명시험에서의 2수준 및 3수준 최적 설계와 활용에 대하여 살펴보고자한다.

2. 가속수명시험 설계 절차

가속수명시험을 설계하는 일반적인 절차와 고려사항은 다음과 같다.

2.1 고장메커니즘의 선정

가속수명시험에서 가속시킬 고장메커니즘을 선정한다. 하나의 아이টে에는 여러 고장메커니즘이 존재할 수 있으므로, 관심있는 주요 고장메커니즘을 선정한다. 가속의 대상이 되는 고장메커니즘은 마모고장메커니즘이며, 신제품 개발과정에서 필드에서 발생하는 고장모드와 고장메커니즘을 모르는 경우에는 FMEA를 통하여 RPN이 높은 잠재고장메커니즘을 추론한다.

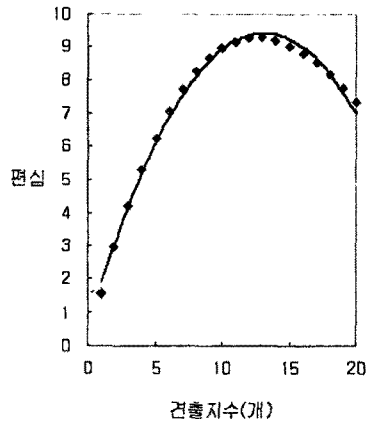
2.2 가속스트레스의 결정

선정된 고장메커니즘을 가속할 수 있는 스트레스를 결정한다. 고장물리 이론이나 기존의 가속수명시험의 연구결과를 조사하여 스트레스에 대한 정보를 수집하는 것이 필요하다.

2.3 가속스트레스의 범위 결정

가속스트레스의 가속 가능한 수준을 추정한다. 이 때, 가속성이 성립하는, 즉 스트레스 수준별 고장메커니즘이 변하지 않는 범위를 결정해야 한다. <그림 1>은 CD-ROM spindle motor의 가속수명시험에서 CD의 가장자리에 견출지를 붙여 편심을 가하는 경우이다. 이때

견출지를 일정개수 이상 붙이면 구심력에 의해 편심이 사라진다. 즉, 가속 스트레스 인가의 범위가 존재한다.



<그림 1> CD-ROM spindle motor의 가속수명시험에서의 견출지수와 편심과의 관계

2.4 가속스트레스의 인가

가속수명시험에서 각 시험아이템에 스트레스를 가하는 방법은 여러 가지가 있으나, 일반적으로 일정스트레스(constant stress) 인가방식과 계단스트레스(step stress) 인가방식이 가장 많이 쓰인다. 일정스트레스 인가방식은 적용과 유지가 쉬울 뿐 만 아니라 잘 시행된 일정스트레스 가속시험에서의 외삽은 다른 스트레스 인가방식에서보다 정확하다. 계단스트레스 인가는 시험아이템에 일정한 간격마다 더 높은 스트레스가 부과되는 방식이다. 계단형스트레스에서의 가속수명설계는 Miller and Nelson(1983)과 Bai et al(1989)을 참조하라. 본 연구에서는 일정스트레스 인가방식을 가정한다.

2.5 가속스트레스 수준의 결정

가속수명시험에서 인가되는 스트레스 수준은 가속스트레스 별로 2~3 수준을 설정하는 것이 일반적이다. 우리는 2수준 또는 3수준의 단일스트레스를 일정하게 인가하는 경우를 살펴본다. 2 수준의 단일 일정스트레스를 적용하는 경우, 높은 스트레스 수준(S_H)과 낮은 스트레스 수준(S_L)이 결정된다. 먼저 가속성이 성립하는 범위에서 가장 높은 수준(S_H)을 선정한다. 이 때, 가속 가능한 시험장비의 보유여부와 고장메커니즘의 불변성 여부에 유의하여야 한다. 즉, S_H 는 물리적 특성에 의하여 결정된다. 낮은 스트레스 수준은(S_L)은 규격한계(specification limit)로 선정하는 것이 이상적이나 시험시간이 지나치게 길어질 수 있으므로, 일정이나 비용 등의 제약조건과 다음 사항을 감안하여 적절한 수준을 설정한다.

- S_L 을 높게 설정하면 할수록 고장유발이 쉬워진다. 그러나 사용조건에서의 추정의 정도가 떨어진다.
- 의미있는 추정량을 얻기 위해서는 일정량 이상의 고장이 발생하도록 스트레스 수준을 정하여야 한다.

즉, S_L 은 통계적 관점에서 결정된다.

3 수준의 단일 스트레스를 적용하는 경우, 높은 스트레스 수준(S_H), 낮은 스트레스 수준(S_L) 그리고 중간 스트레스 수준(S_M)을 결정한다. 중간 스트레스 수준(S_M)은 낮은 스트레스 수준과 높은 스트레스 수준사이에 추가한다. 2 수준시험에 비하여 효율(efficiency)을 감소시키지만 모형의 오적용을 방지할 수 있다.

2.6 시료수의 결정과 배분

가속수명시험에 필요한 총 시료수를 결정하고, 각 스트레스 수준에 시험아이템을 배분한다.

3. 가속수명시험 계획의 이론적 전개과정

대부분의 가속수명시험계획은 다음과 같은 가정하에서 이루어진다.

i) 특정스트레스 수준 S 에서 시험아이템의 수명 T 는 대수정규분포를 따른다. 즉,

$$\begin{aligned} F(t; S) &= \Phi\left(\frac{\ln t - \mu(S)}{\sigma}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{\ln t - \ln B_{50}(S)}{\sigma}\right), \quad t > 0. \end{aligned}$$

ii) 특정스트레스 수준 S 에서 대수수명의 평균 $\mu(S)$ 는 스트레스 수준과 일차선형관계가 있고, σ 는 스트레스 수준과 관계없이 일정하다. 즉,

$$\mu(S) = \gamma_0 + \gamma_1 S \quad \text{또는} \quad \ln B_{50}(S) = \gamma_0 + \gamma_1 S, \quad (1)$$

단, γ_0, γ_1 그리고 σ 는 추정되어야할 미지의 모수이다.

iii) 각각의 스트레스 수준 S 에서 모든 시험아이템의 수명은 통계적으로 독립이다.

참고로 식 (1)의 관계는 수명-스트레스 관계식이 역거듭제곱관계(inverse power law relationship)의 경우,

$$B_{50} = A \cdot S^{-n} \Leftrightarrow \ln(B_{50}) = \ln(A) + (-n) \cdot \ln(S)$$

으로부터 $\mu(S) = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \ln(S)$ 으로 표현될 수 있으며, 아레니우스관계(Arrhenius relationship)의 경우,

$$B_{50} = A \cdot \exp[E/(kT)] \Leftrightarrow \ln(B_{50}) = \ln(A) + (E/k) \cdot (1/T)$$

으로부터 $\mu(S) = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot (1/T)$ 으로 표현될 수 있다.

3.1 관측중단이 없는 2 수준 최적시험계획

위의 조건에서 각각의 스트레스 수준 S_i 에서 시험하여 고장시간 t_i 를 얻었다고 할 때, $y_i = \ln(t_i)$ 라고 하면 가정 ii)의 식 (1)은 다음과 같은 단순선형회귀모형이 된다.

$$y_i = \gamma_0 + \gamma_1 S_i + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

이로부터 사용조건(use level)의 스트레스 S_U 에서의 대수수명의 평균 $\mu(S_U)$ 의 최소제곱 추정량 $\hat{\mu}(S_U)$ 과 $\hat{\mu}(S_U)$ 의 분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(S_U) &= \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 S_U \\ \text{Var}(\hat{\mu}(S_U)) &= \left\{ 1 + \frac{n(S_U - \bar{S})^2}{\sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2} \right\} \cdot \frac{\sigma^2}{n} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $\hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1$ 는 각각 γ_0, γ_1 의 최소제곱추정값이며, $\bar{S} = \sum_{i=1}^n S_i / n$ 이다. 따라서 사용조건에서의 대수수명의 평균 $\mu(S_U)$ 이 관심인 경우, 이 추정량의 분산인 식 (2)를 최소로 하는 스트레스 수준 S_1, S_2, \dots, S_n 에서 시험을 할 때, 가장 좋은 정밀도를 갖는다. 이를 이용하여 Gaylor and Sweeny(1965)는 최적스트레스 수준은 가능한 범위 내에서 가장 높은 스트레스 수준과 가장 낮은 스트레스수준의 2 수준임을 밝혔다. 따라서 최적계획은 가장 높은 스트레스 수준 (S_H)과 가장 낮은 스트레스 수준(S_L)에 대한 시료 배분을 결정함으로써 완성될 수 있다. 이를 위하여, 스트레스 수준 S 에 대한 표준화가 필요하다.

$$X \equiv X(S) = \frac{S_H - S}{S_H - S_L}$$

X 를 스트레스 수준 S 의 외삽인자(extrapolation factor)라고도 한다. 이제 낮은 스트레스

수준(S_L)에서 시험하는 시료의 비율을 π_L 이라하고 식 (2)를 최소로 하는 π_L 을 구하면 다음과 같다.

$$\hat{\pi}_L = \frac{X_U}{2X_U - 1} \quad (3)$$

여기서 $X_U \equiv X(S_U)$ 즉, 사용조건에서의 외삽인자이다.

이제까지는 시험아이템의 수명이 대수정규분포를 따를 경우를 가정하였다. 아이템의 수명이 와이블분포를 따를 경우는 다음과 같은 가정이 된다.

i) 특정스트레스 수준 S 에서 아이템의 수명 T 는 와이블분포 $Weib(\beta, \eta(S))$ 를 따른다. 즉,

$$F(t; S) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{t}{\eta(S)}\right)^\beta\right\}, \quad t > 0.$$

ii) 특정스트레스 수준 S 에서 척도모수 $\eta(S)$ 는 스트레스 수준과 일차 대수선형관계가 있고, 형상모수 β 는 스트레스 수준과 관계없이 일정하다. 즉,

$$\ln \eta(S) = \gamma_0 + \gamma_1 S,$$

단, γ_0, γ_1 그리고 β 는 추정되어야 할 미지의 모수이다.

iii) 각각의 스트레스 수준 S 에서 모든 시험아이템의 수명은 통계적으로 독립이다.

식 (3)은 대수수명의 평균 뿐 만 아니라, 사용조건에서 제 100 p 백분위수 추정량의 분산을 최소화하는 경우와 수명이 와이블분포를 따르는 경우에도 적용될 수 있다.

관측중단이 없는 경우에는 시험의 종결시점을 예측할 수 없으므로 관측중단시험이 일반적이다. 시험 종결형태는 시험 종결시점이 주어지는 제1종 관측중단(정시 중단)이 유용하다. 우리는 제1종 관측중단(정시 중단) 형태를 가정한다. 제2종 관측중단(정수 중단) 경우에 대하여는 Escobar and Meeker(1986)와 Menzefricke(1992)가 연구하였다.

3.2 관측중단이 있는 2 수준 최적시험계획

제1종 관측중단(정시 중단)자료에 대한 2 수준 최적시험계획에서의 시험상황은 다음과 같다.

- a) 시험은 미리 정한 관측중단 시점 t_c 에서 종결한다.
- b) 가장 높은 스트레스 수준(S_H)은 알고 있으며, 최적설계기준에 따라 가장 낮은 스트레스 수준(S_L)과 S_L 에서 시험하는 시료의 할당비 π_L 을 결정한다.

c) 미지의 모수 γ_0, γ_1 그리고 σ (와이블분포의 경우 β)에 대한 추정값이 요구된다. 이는 과거자료, 유사품의 시험자료 또는 예비시험 결과 등을 사용할 수 있으며, $\gamma_0, \gamma_1, \sigma(\beta)$ 에 대한 정보보다는 다음의 정보를 이용하는 것이 편리하다.

P_U : 사용조건 S_U 에서 관측중단 시점 t_c 이전에 고장이 날 확률

P_H : 가장 높은 스트레스 수준(S_H)에서 관측중단 시점 t_c 이전에 고장이 날 확률

관측중단 자료의 경우, 시험설계의 최적조건은 사용조건 S_U 에서의 수명분포의 제 $100p$ 백분위수 또는 대수수명의 제 $100p$ 백분위수 $Y_p(S_U)$ 에 대한 최우추정량의 분산을 최소화하는 것으로 한다.

대수정규분포의 경우 $Y = \ln(T) \sim N(\mu(S), \sigma^2)$ 이고, 와이블분포의 경우 $\mu(S) = \ln \eta(S)$, $\sigma = 1/\beta$ 라 놓으면 $Y = \ln(T) \sim SEV(\mu(S), \sigma)$ 이므로, $Y_p(S_U)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$Y_p(S_U) = \gamma_0 + \gamma_1 S_U + z_p \sigma,$$

여기서 오차항에 포함된 z_p 는 가정된 확률분포에 따른 제 $100p$ 백분위수이다. 즉

$$z_p = \begin{cases} \Phi^{-1}(p), & \text{아이템의 수명이 대수정규분포를 따르는 경우.} \\ \ln[-\ln(1-p)], & \text{아이템의 수명이 와이블분포를 따르는 경우.} \end{cases}$$

이제 $\gamma_0, \gamma_1, \sigma$ 의 최우추정량을 $\hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1, \hat{\sigma}$ 이라하면, $Y_p(S_U)$ 의 최우추정량과 추정량의 근사 분산(asymptotic variance)은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{Y}_p(S_U) = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 S_U + z_p \hat{\sigma}$$

$$\text{Var}[\hat{Y}_p(S_U)] = [1 \quad S_U \quad z_p] \Sigma [1 \quad S_U \quad z_p]^T,$$

여기서

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \text{Var}(\hat{\gamma}_0) & \text{Cov}(\hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1) & \text{Cov}(\hat{\gamma}_0, \hat{\sigma}) \\ \text{Cov}(\hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1) & \text{Var}(\hat{\gamma}_1) & \text{Cov}(\hat{\gamma}_1, \hat{\sigma}) \\ \text{Cov}(\hat{\gamma}_0, \hat{\sigma}) & \text{Cov}(\hat{\gamma}_1, \hat{\sigma}) & \text{Var}(\hat{\sigma}) \end{bmatrix}.$$

$Y_p(S_U)$ 의 최우추정량의 분산 $Var[\hat{Y}_p(S_U)]$ 을 최소화하는 최적시험설계는 Nelson과 Kielpinski(1976), Nelson and Meeker(1978), Meeker(1984), Meeker and Hahn(1985)등이 연구하였다. <표 1>은 KS A 5608-2(2006)에 제시된 표의 일부로서 와이블분포하에서의 최적설계값을 나타낸 것이다. 관측중단시험의 경우, 일반적으로 Meeker(1984), Nelson(1990), Meeker and Escobar(1998) 등이 사용하는 다음과 같은 표준화된 스트레스수준을 사용한다.

$$X^* \equiv X^*(S) = \frac{S - S_U}{S_H - S_U}$$

[예제 1] 사용조건 50℃ 에서 B10 수명을 추정하기 위하여 100개의 부품을 6개월 동안 시험하고자 한다. 가속성이 성립하는 최대스트레스 수준은 120 ℃ 로 알려져 있고, 수명분포는 와이블분포, 수명-스트레스 관계는 아레니우스관계를 만족한다. 50 ℃ 에서 6개월 동안 시험했을 때 고장이 날 확률은 0.001이고, 120 ℃ 에서 6개월 동안 시험했을 때 고장이 날 확률은 0.9로 예상된다. 2 수준 최적시험계획을 세워라.

<표 1> 와이블분포의 경우 2 수준 가속수명시험의 최적설계 (X_L^* , π_L)

p	P_U		0.0001	0.001	0.01
	P_H				
0.01	0.25		(0.716, 0.717)	(0.588, 0.780)	(0.223, 0.939)
	0.40		(0.728, 0.725)	(0.614, 0.785)	(0.326, 0.911)
	0.60		(0.736, 0.731)	(0.633, 0.788)	(0.399, 0.888)
	0.80		(0.739, 0.734)	(0.643, 0.788)	(0.444, 0.868)
	0.90		(0.738, 0.735)	(0.644, 0.787)	(0.461, 0.853)
	0.99		(0.727, 0.734)	(0.635, 0.780)	(0.473, 0.821)
	1.00		(0.705, 0.731)	(0.612, 0.770)	(0.464, 0.785)
0.05	0.25		(0.729, 0.663)	(0.619, 0.697)	(0.361, 0.791)
	0.40		(0.740, 0.674)	(0.643, 0.710)	(0.423, 0.802)
	0.60		(0.749, 0.683)	(0.660, 0.721)	(0.468, 0.808)
	0.80		(0.753, 0.690)	(0.670, 0.728)	(0.497, 0.811)
	0.90		(0.752, 0.693)	(0.671, 0.732)	(0.507, 0.811)
	0.99		(0.743, 0.697)	(0.664, 0.735)	(0.509, 0.807)
	1.00		(0.724, 0.697)	(0.643, 0.735)	(0.492, 0.802)
0.1	0.25		(0.733, 0.641)	(0.629, 0.663)	(0.394, 0.721)
	0.40		(0.745, 0.653)	(0.652, 0.679)	(0.454, 0.742)
	0.60		(0.753, 0.663)	(0.669, 0.692)	(0.497, 0.757)
	0.80		(0.758, 0.671)	(0.679, 0.701)	(0.524, 0.767)
	0.90		(0.758, 0.675)	(0.682, 0.706)	(0.534, 0.771)
	0.99		(0.750, 0.680)	(0.676, 0.712)	(0.537, 0.775)
	1.00		(0.732, 0.681)	(0.657, 0.714)	(0.520, 0.775)

[풀이] $p = 0.1$, $P_U = 0.001$, $P_H = 0.9$ 이므로 <표 1>에서 $X_L^* \equiv X^*(S_L) = 0.682$, $\pi_L = 0.706$ 을 구할 수 있다. 만약 P_U , P_H 와 같은 값이 없다면, 이에 가장 근접한 값으로 선택하여도 큰 변동이 없다. 주어진 스트레스 수준을 아레니우스관계식으로 변환하면 다음과 같다.

$$S_U = \frac{1}{50+273} = 0.003096, S_H = \frac{1}{120+273} = 0.002545$$

이제 <표 1>에서 구한 표준화된 스트레스수준 $X_L^* = 0.682$ 로부터 가장 낮은 스트레스 수준(S_L)을 구한다. 즉, $X_L^* = (S_L - S_U)/(S_H - S_U)$ 이므로,

$$S_L = S_U + X_L^* \cdot (S_H - S_U) = 0.00272$$

따라서 낮은 시험온도는 $(1/0.00272) - 273 = 94.6472 \text{ } ^\circ\text{C} \approx 95 \text{ } ^\circ\text{C}$ 이다. 결론적으로 $95 \text{ } ^\circ\text{C}$ 에서 70 개, $120 \text{ } ^\circ\text{C}$ 에서 30 개를 6개월 동안 시험하는 것이 최적이다.

3.3 관측중단이 있는 3 수준 시험계획

2 수준 최적시험계획은 통계적으로 효율성은 높지만 두 스트레스 수준에서만 시험하기 때문에 관심이 있는 신뢰성 측도와 스트레스 사이의 이차 이상의 다항모형에 대한 타당성 여부에 대한 검정이 불가능 할 뿐 만 아니라, 낮은 스트레스 수준이 높아서 외삽의 효과가 크게 발생할 수 있다. 또한 낮은 스트레스 수준에서 관측중단 시점까지 고장 데이터를 얻지 못해서 분포의 모수 추정과 가속성 검토 등의 분석이 불가능해질 수 있다. 이러한 최적계획의 단점을 보완하기 위하여 낮은 스트레스수준과 높은 스트레스수준사이에 시험수준을 하나 더 추가하는 3 수준 시험계획이 요구되어진다. 대표적인 3 수준 시험계획에는 최량표준시험계획(best standard plan), 최량절충시험계획(best compromise plan), 최량 동일수고장 시험계획(best equal expected number failing plan), 4:2:1 할당비 시험계획(4:2:1 allocation plan), 조정된 4:2:1 할당비 시험계획(adjusted 4:2:1 allocation plan)이 있다. 최량표준시험계획은 사용조건 S_U 에서의 수명분포의 제 $100p$ 백분위수 또는 대수수명의 제 $100p$ 백분위수 $Y_p(S_U)$ 에 대한 최우추정량의 분산을 최소화 하는 가장 낮은 스트레스 수준(S_L)을 결정하고, 각 시험수준에서 시험하는 시료의 비율과 스트레스 수준의 간격을 동일하게 하는 계획이다. 최량절충시험계획은 시험하는 스트레스 수준의 간격을 동일하게 하되, 중간 스트레스 수준에 할당하는 시료의 비율을 $0.0 < \pi_M \leq 0.3$ 으로 하는 조건아래 사용조건에서의 분포의 백분위수의 분산을 최소화 하는 가장 낮은 스트레스 수준(S_L)과 할당비 π_L 을 결정한다. 최량절충시험계획은 Meeker and Hahn(1977, 1978), Meeker(1984), Meeker and Hahn(1985) 등이 연구하였다. 최량 동일수고장 시험계획은 각 시험 스트레스수준에서 관측중단시점까지 고장나는 아이템수가 동일하도록 한다는 점 말고는 최량절충시험계획과 동일하다. 최량 동일수고장 시험계획은 Meeker(1984), Meeker and Hahn(1985) 등이 연구하였다. 본 연구에서는 3수준 시험계획 중 가장 일반적으로 사용하는 4:2:1 할당비 시험계획과 조정된 4:2:1 할당비 시험계획에 대하여 구체적인 논의를 한다. 4:2:1 할당비 시험계획과 조정된 4:2:1 할당비 시험

계획은 Meeker와 Hahn(1985)가 제안한 방법으로 이들은 가속수명시험에서 이루어지는 다음의 두 가지 외삽을 고려하였다.

스트레스 외삽 : 가속수명시험에서는 사용조건보다 높은 스트레스 수준에서 시험하여 사용조건에서의 수명을 추정한다. 이때 외삽도가 클수록 사용조건에서와 다른 고장메커니즘으로 고장이 발생할 수 있다. 또한 외삽이 클수록 추정의 정밀도가 떨어진다. 이런 스트레스 외삽을 피하기 위해 가능한 범위 내에서 사용조건에 가까운 조건에서 시험을 하는 것이 바람직하다.

시간 외삽 : 특정 스트레스 수준에서 얻은 고장시간의 수가 적게 나옴으로써 생기는 외삽이다. $100p\%$ 미만인 데이터로 제 $100p$ 백분위수를 추정하면서 생긴다. 시간 외삽은 사용조건에 가까운 스트레스수준에서 시험하는 경우 적은 고장데이터로 인해 발생한다. 이를 피하기 위해서는 가능한 많은 고장데이터를 얻을 수 있는 수준에서 시험을 해야 한다.

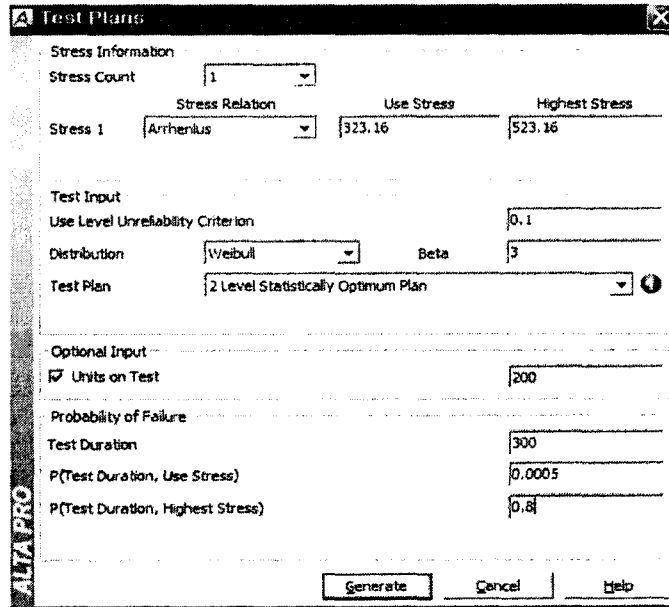
스트레스 외삽과 시간 외삽은 서로 상충되며, 특히 시간 외삽을 고려한 시험계획이 4:2:1 할당비 시험계획이다. 4:2:1 할당비 시험계획에서의 시험상황은 다음과 같다.

- a) S_L, S_M, S_H 에 시료를 4 : 2 : 1의 비율로 배분한다.
- b) 시험목적이 사용조건에서의 제 $100p$ 백분위수 추정이라고 가정하고, $S_M = (S_L + S_H)/2$ 에서 $P_M \geq 2p$ 가 보장되면, $S_M = (S_L + S_H)/2$ 으로 정하고, 아니면 $P_M \geq 2p$ 가 되도록 S_M 을 높인다.
- c) b)의 조건하에 사용조건에서의 제 $100p$ 백분위수 추정량의 분산을 최소로 하는 S_L 과 S_M 을 선택한다.

조정된 4:2:1 할당비 시험계획은 스트레스 외삽과 시간 외삽을 동시에 고려한 시험계획이다. 조정된 4:2:1 할당비 시험계획에서는 낮은 시험수준 S_L 을 4:2:1 할당비 시험계획에서 정한 S_L 에 일정한 비율을 곱하여 사용조건에 좀 더 가깝게 낮춘다. 이 비율을 낮은 스트레스 수준 조정비(proportion low stress)라고하며 일반적으로 0.9, 0.8, 0.7의 값이 사용된다. 제 $100p$ 백분위수를 추정하는 경우, 낮은 스트레스 수준에서 고장률 확률 $P_L \geq p/3$ 인 조건과 낮은 스트레스 수준에서의 기대고장수 $E(n \cdot \pi_L \cdot P_L) \geq 5$ 인 조건을 최소한으로 만족하는 범위에서 낮은 스트레스 수준 조정비를 선택하여 사용할 수 있다.

4. 소프트웨어를 이용한 가속수명시험계획의 수립

본 절에서는 ALTA 7 PRO를 이용하여 가속수명시험계획을 수립하는 과정을 살펴본다.

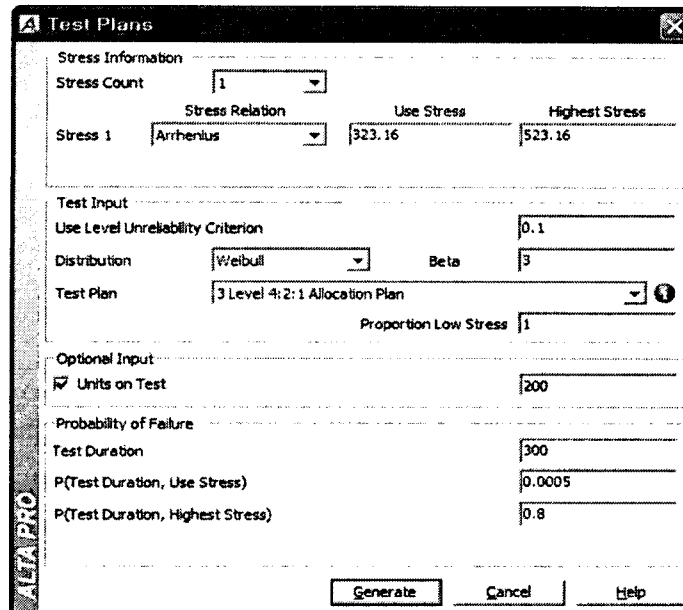


	Stress Level	Portion	Units	Units on Test	Probability of Failure
Low Stress Level	443.09	0.69		138	0.1412
High Stress Level	523.16	0.31		62	0.8000

<그림 2> 2 수준 최적시험계획의 적용

[예제 2] 사용조건이 50 °C (323.16 °K)인 MOS 커패시터의 10 백분위수를 추정하기 위해 200개의 시료를 이용한 가속수명시험을 계획하고 있다. 엔지니어의 판단에 따르면, 사용 온도에서 야기되는 고장메커니즘과 다른 고장메커니즘이 가속수명시험에서 발생하는 것을 방지하기 위하여, 시험은 250 °C (523.16 °K)를 넘지 말아야 한다. 50 °C 에서 300시간 동안 시험했을 때 고장률 확률은 0.05%이고, 250 °C에서 300시간 동안 시험했을 때 고장률 확률은 80%로 예상된다. 수명분포는 와이블분포, 수명-스트레스 관계는 아레니우스관계를 만족한다. 가속수명시험 설계를 실시하라.

[풀이] <그림 2>은 [예제 2]의 시험상황을 ALTA 7 PRO의 Test Plans 모듈의 창에 입력시킨 내용과 결과를 나타낸다. <그림 2>에서 와이블분포의 형상모수인 β 값의 입력을 요구한다. 형상모수 값은 스트레스 수준과 할당비의 결정에는 영향을 끼치지 않는다. 다만 상대적 효율의 기준이 되는 2수준 최적설계에서의 분산 값의 산출과 최적설계와 다른 설계와의 상대적 효율성 계산에 관여할 뿐이다.



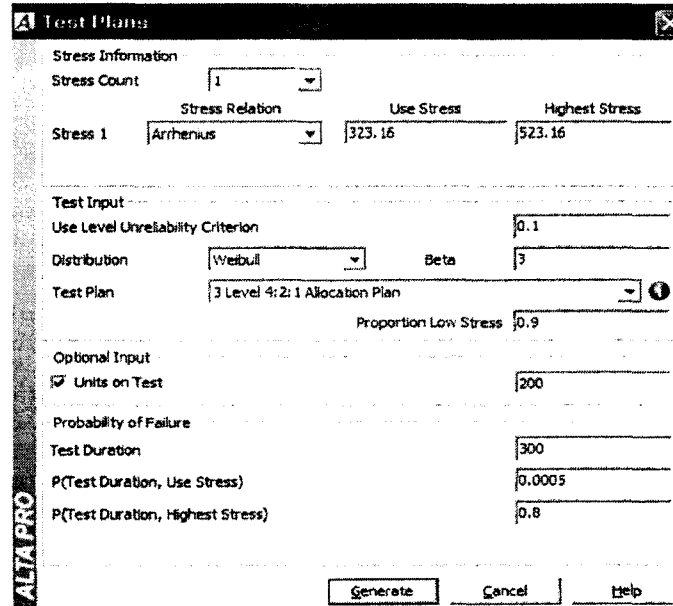
	Stress Level	Portion Units	Units on Test	Probability of Failure
Low Stress Level	429.14	0.5714	114	0.0881
Middle Stress Level	471.51	0.2857	57	0.3198
High Stress Level	523.16	0.1429	29	0.8000

<그림 3> 4:2:1 할당비 시험계획의 적용

2 수준 최적시험계획은 낮은 스트레스수준을 169.93 °C (443.09 °K)으로 선택하고 이에 전체 시료 200개 중에 138개를 배분하는 것이다. 이 경우, 300시간 시험을 하는 동안 138개의 14.12%인 19개가 고장이 날 것이 예상된다. 나머지 62개는 가속성이 성립하는 가장 높은 스트레스 수준인 250 °C (523.16 °K)에 배정한다. 이 수준에서는 49개에서 50개 정도의 고장자료가 얻어질 것으로 예상된다. 2 수준 최적시험계획 결과를 살펴보면, 낮은 스트레스 수준(169.93 °C)과 사용조건 수준(50 °C)사이의 차이가 크고, 특히 제 10 백분위수의 추정을 위해 높은 스트레스 수준에서 얻는 고장 자료가 지나치게 많다는 판단이 선다. 따라서 중간 스트레스수준을 고려하고 이에 시료를 배정하는 것이 타당할 것이다. 이를 위해 4:2:1 할당비 시험계획을 적용해 보자. <그림 3>은 이의 결과이다.

4:2:1 할당비 시험계획을 적용하면, 낮은 스트레스 수준은 155.98 °C (429.14 °K)으로 선택하고 이에 전체 시료 200개 중에 114개를 배분하며, 300시간 시험을 하는 동안 114개의 8.81%인 10개가 고장날 것이 예상된다. 중간 스트레스 수준은 198.35 °C (471.51 °K)으로 선택하고 이에 전체 시료 200개 중에 57개를 배분하며, 300시간 시험을 하는 동안 57개의 31.98%인 18개가 고장날 것이 예상된다. 나머지 29개는 가속성이 성립하는 가장 높은 스트레스 수준인 250 °C (523.16 °K)에 배정한다. 이 수준에서는 29개 중에서 23개 정도의 고장자료가 얻어질 것으로 예상된다. $P_L \geq 0.033 (= p/3)$ 과 낮은 스트레스 수준에서의 기대고장수 $E(n \cdot \pi_L \cdot P_L) \geq 5$ 를 최소한으로 만족하는 범위에서 조정된 4:2:1 할당비 시험계획을 적용하고자한다면, <그림 4>와 같이 낮은 스트레스 수준 조정비(Proportion Low Stress)에 원하는 비율을 입력한다. <그림 4>에서 낮은 스트레스 수준 조정비를 0.9로 하였을 때, 낮은

수준에서의 고장확률이 0.0533으로 최소요건인 0.033을 만족하며, 이때의 기대고장수가 6개로 최소요건인 5를 만족함을 알 수 있다.



	Stress Level	Portion	Units	Units on Test	Probability of Failure
Low Stress Level	415.51	0.5714	114	114	0.0533
Middle Stress Level	463.16	0.2857	57	57	0.2568
High Stress Level	523.16	0.1429	29	29	0.8000

<그림 4> 조정된 4:2:1 할당비 시험계획의 적용

이제까지는 총시료수는 비용의 측면과 현실적인 제약에 의해 미리 결정되어 있다고 가정하였다. 만약 비용 등의 제약이 심각하지 않다면, 총시료수는 추정치 정도(precision)에 관계하므로, 가능한 크게 하는 것이 바람직하다. <그림 5>의 좌측은 2 수준 최적시험계획을 적용하였을 때, 최적의 스트레스 수준과 배분비 등을 나타낸 결과이다. 24행의 T_p 값은 사용조건에서의 제 100p 백분위수의 예측값이다. 25행은 T_p 의 추정량의 표준편차이다. 우측은 주어진 시험계획의 총시료수와 관련된 정도(precision)를 관리하기 위한 틀(panel)이다. 여기에서는 신뢰수준(confidence level), 신뢰구간의 상한과 하한의 비인 한계비(bounds ratio)와 총시료수와 관계가 나타난다. 한계비(bounds ratio)가 1에 가까울수록 신뢰구간의 길이가 짧아지며, 이는 정확도가 더 좋다는 뜻이다. <그림 5>는 95% 신뢰수준에서 총시료수가 200개일 때 한계비가 3.5704임을 나타낸다. <그림 6> (a)에서는 95% 신뢰수준에서 총시료수가 300개로 증가했을 때, 한계비가 2.8268로 신뢰구간이 좁아졌음을 나타낸다. <그림 6> (b)에서는 95% 신뢰수준에서 한계비가 2가 되기 위해서는 총시료수가 675개는 되어야함을 보여준다. <그림 6> (c)에서는 총시료수 300개로 한계비가 2가 되는 신뢰수준은 약 80%임을 보여준다.

E17					Main	Comments
	A	B	C	D	Accelerated Life Test Plan	
1	Input				Accelerated Life Test Plan	
2	Test Plan	2 Level Statistically Optimum Plan			Evaluate Test Plan	
3	Use Level Unreliability Criterion	0.1			Solve for	
4	Distribution	Weibull			<input type="radio"/> Confidence Level <input checked="" type="radio"/> Bounds Ratio <input type="radio"/> Sample Size	
5	Beta	3			Requirements Input	
6	Stress Count	1			Confidence Level	0.95
7	Test Duration	300			Sample Size	300
8	Allocated Units	200			Result	
9					Bounds Ratio	3.5704
10	Stress 1					
11	Stress Relation	Arrhenius				
12	Use Stress	323.16				
13	Highest Stress	523.16				
14						
15	Probabilities of Failure					
16	P(Test Duration, Use Stress)	0.0005				
17	P(Test Duration, Highest Stress)	0.8				
18						
19	Results					
20		Stress Level	Portion Units	Units on Test	P	
21	Low Stress Level	443.0873	0.69	138	0.	
22	High Stress Level	523.16	0.31	62	0.	
23						
24	Tp (Time et Unreliability)	1785.0663				
25	Standard Deviation of Tp	579.5527				

<그림 5> 2 수준 최적시험계획 적용의 경우, 총시료수에 대한 평가

Main | Comments

Accelerated Life Test Plan

Evaluate Test Plan

Solve for

Confidence Level

Bounds Ratio

Sample Size

Requirements Input

Confidence Level: 0.95

Sample Size: 300

Result

Bounds Ratio: 2.8268

Main | Comments

Accelerated Life Test Plan

Evaluate Test Plan

Solve for

Confidence Level

Bounds Ratio

Sample Size

Requirements Input

Confidence Level: 0.95

Bounds Ratio: 2

Result

Sample Size: 674.2368

Main | Comments

Accelerated Life Test Plan

Evaluate Test Plan

Solve for

Confidence Level

Bounds Ratio

Sample Size

Requirements Input

Bounds Ratio: 2

Sample Size: 300

Result

Confidence Level: 0.8089

(a)
(b)
(c)

<그림 6> 총시료수 결정을 위한 가속수명시험계획의 평가

5. 결 론

1온스의 시험계획은 1파운드(16온스)의 자료분석과정에 해당한다고 한다. 이는 시험계획에서 발생하는 오류를 줄이는 노력이 무엇보다도 중요하다는 말이다. 실제로 가속수명시험의 설계는 제품 개발과정과 동일하다고 볼 수 있다. 즉, 설계완성도가 개발된 제품의 성능을 좌우 하듯이 올바른 시험 설계과정이 시험결과의 유효성을 결정한다.

본 연구에서는 대수수명의 평균 또는 제 $100p$ 백분위수가 스트레스 수준과 일차선형관계가 있는 경우, 사용조건에서의 추정량의 분산을 최소화하는 스트레스 수준 결정과 수준별 시료 배분에 관한 기초 이론을 살펴보고, ALTA 7 PRO를 이용한 적용에 관하여 논의하였다. 향후 특정스트레스 수준 S 에서 대수수명의 평균 $\mu(S)$ 이나 제 $100p$ 백분위수가 스트레스 수준의 이차모형인 경우에까지 확장되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] KS A 5608-2 (2006), 가속수명시험 - 2부 : 가속수명시험의 설계, 산업자원부 기술표준원.
- [2] Bai, D. S., Kim M. S. and Lee, S. H. (1989), Optimum Simple Step Stress Accelerated Life Tests with Censoring, IEEE Trans. on Reliability, R-38, 528-532.
- [3] Escobar, L. A. and Meeker, W. Q. (1986), Planning Accelerated Life Testing with Type II Censored Data, J. Statist. Comput. Simul., Vol. 23, 273-297.
- [4] Gaylor, D. W. and Sweeny, H. C. (1965), Design for Optimal Prediction in Simple Linear Regression, Journal American Statistical Association 6, 205-216.
- [5] Meeker, W. Q. (1984), A Comparison of Accelerated Life Test Plans for Weibull and Lognormal Distributions and Type I Censoring, Technometrics, 26, 157-171.
- [6] Meeker, W. Q. and Hahn, G. H. (1977), Asymptotic Optimum Over Tests to Estimate the Survival Probability at a Condition with a Low Expected Failure Probability, Technometrics, 19, 381-399.
- [7] Meeker, W. Q. and Hahn, G. H. (1977), A Comparison of Accelerated Life Test Plans to Estimate the Survival Probability at a Design Stress, Technometrics, 20, 245-247.
- [8] Meeker, W. Q. and Hahn, G. H. (1985), How to Plan an Accelerated Test - Some Practical Guidelines, The ASQC Basic References in Quality Control Vol. 10, Wisconsin.
- [9] Meeker, W. Q. and Escobar, L. A. (1998), Statistical Methods for Reliability Data, New York, John Willey and Sons, Inc.
- [10] Menzefricke, U. (1992), Designing Accelerated Life Tests When There is Type II Censoring, Commun. Statist.-Theory & Math. Vol. 21, 2569-2590.
- [11] Miller, R. and Nelson, W. (1983), Optimum Simple Step Stress Plans for Accelerated Life Testing, IEEE Trans. on Reliability, R-32, 59-65.

- [12] Nelson, W. (1990), Accelerated Testing – Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses, New York, John Willey and Sons, Inc.
- [13] Nelson, W. and Kielpinski, T. J. (1976), Theory for Optimum Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Distributions, Technometrics, 18, 105–114.
- [14] Nelson, W. and Meeker, W. Q. (1978), Theory for Optimum Accelerated Censored Life Tests for Weibull and Extreme Value Distributions, Technometrics, 20, 171–177.