유아 수학에서의 문제해결에 대한 이론적 고찰*

Establishing a Theoretical Rationale for Mathematical Problem Solving in Early Childhood Education*

김은정(Eun-Jung Kim)[1]
이정욱(Jeongwuk Lee)[2]

ABSTRACT

This review of literature establishes a contemporary meaning of mathematical problem solving including young children's mathematical problem solving processes/assessments and teaching strategies. The contemporary meaning of mathematical problem solving involves complicated higher thinking processes. Explanations of the mathematical problem solving processes of young children include the four steps suggested by Pólya(1957) : understand the problem, devise a plan, carry out the plan, and review/extend the plan. Assessments of children's mathematical problem solving include both the process and the product of problem solving. Teaching strategies to support children's mathematical problem solving include mathematical problems built upon children's daily activities, interests, and questions and helping children to generate new approaches to solve problems.

Key Words : 유아 수학(early childhood mathematics), 문제해결(problem solving), 이론적 고찰(theoretical rationale).

Ⅰ. 서 론

수학교육에서 문제해결의 중요성은 오랫동안 인식되어 왔으며 특히 1980년대 이후 정보화 및 지식기반 사회에서 문제해결은 학교수학을 통해 신장시켜야 할 필수적인 능력으로 다루어지게 되면서 수학교육의 핵심이자 과정으로 부상하게 되었다. 예를 들어, NCTM(1989)은 수학교

* 이 논문은 2006년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2005-042-D00285).
[1] 덕성여자대학교 유아교육과 외래강사
[2] 덕성여자대학교 유아교육과 교수
Corresponding Author : Eun-Jung Kim, Department of Early Childhood Education, Duksung Women's University, Seoul, 132-714, Korea
E-mail : jerati@duksung.ac.kr

육 정책의 정점으로 문제해결을 내세우면서 모든 수학 교수의 첫 번째 목표는 문제해결이어야 하며, 모든 수학활동은 문제해결과 관련되어야 한다고 제시하였다. 또한 문제해결은 특별한 주제로서 독립적으로 다루어지는 것이 아니라 전체 수학교육 프로그램에서 다루어져야 하며, 모든 수학을 배우고 사용하는 과정이 문제해결을 통해 이루어질 수 있어야 함을 강조하였다(NCTM, 1989; NAEYC & NCTM, 2002). 우리나라의 유아수학교육에서도 1987년도에 개정된 제4차 유치원교육과정 이래로 문제해결능력을 수학교육의 핵심으로 강조하고 있다.

많은 수학교육 연구자들은 문제해결을 통해 수학을 가르치는 것은 학생들이 수학적 아이디어를 의미있게 이해하는데 많은 도움이 된다는데 동의하고 있으며(Lambdin, 2003; Lester & Charles, 2003; Stanic & Kilpatrick, 1988), 수학교수의 첫 번째 목표는 학생들이 능력 있는 문제해결자가 되도록 하는 것(NCTM, 1989)이라고 하였다.

수학적 문제해결에 관한 연구는 일찍이 문제해결을 쉬운 단계의 활동에서 점차 어려운 단계의 활동에 참여하는 것으로 보았던 Ray(1848)의 접근 이래(D'Ambrosio, 2003) 거의 실시되지 않다가 수학교육학자인 Pólya(1957)의 문제해결과정 연구를 계기로 본격화되었다. 문제해결연구에서 선구적인 Pólya의 영향으로 많은 연구자들은 문제해결과정의 단계에 초점을 두어 연구하였고, 일부 연구자들은 문제유형과 해결전략에 대해 다루거나 문제해결의 특성과 관련 변인에 대해 연구하였다. 그러나 선행연구들에서 문제해결이 수학교육의 목적으로서 분명히 제시되고 있지만, 문제해결의 역할은 명확하지 않으며 '문제'와 '문제해결'의 의미도 다양하고 서로 모순되게 해석되거나 적절히 설명되지 않고 있다(Schoenfeld, 1992). 뿐만 아니라 선행연구의 대부분은 초등학교 이상 수준에서 실시된 연구들이다.

유아수학교육에서도 문제해결은 중요하게 간주되어 왔으나, 그동안 이에 대한 구체적이고 체계적인 연구가 실시되지 못하였다. 그나마 문제해결을 다룬 유아수학교육연구들은 수 연산에서의 이야기형 문제에 대한 연구이거나 주어진 수학적 과제를 잘 해결하는가에 대한 연구이었다. 어떤 연구에서는 문제해결을 수연산과 같은 문제해결로 언급하였으나(김경철, 1992; 조은영, 1993), 문제해결에서 유아가 능동적으로 탐색하고 참여하여 추론과 문제해결기술을 발휘하는 사고과정은 매우 중요하다.

한편, 수학에서의 문제해결의 성격은 영역의 특수성으로 인해 일반적인 문제해결과 다른 성격을 띨 수밖에 없다(Lambdin, 2003). 그동안 문제해결에 대한 연구는 수학과 과학을 포함한 인지영역에서 많이 실시되어왔으나, 문제해결은 실생활의 어떤 경험과도 연결지을 수 있고 매우 광범위한 상황을 포함한다. 예를 들면, 부모-자녀 관계의 문제해결과 같은 사회 · 정서 측면, 두 발 모아 뛰기 · 구슬꿰기와 같은 대소근육 기술, 구성 · 표현과 관련된 창의성 등 매우 광범위한 측면에서 이루어질 수 있다. 각 문제 상황은 문제의 조건이나 성격에 따라 활용되는 개념 및 기술, 사고과정이 매우 다르게 나타난다. 예를 들어 탱그램 활동과 같은 수학활동에서는 모양 인식, 시각적 기억력, 회전 · 변형, 추론을 포함하는 시각화 능력이 발휘된다. 반면, 헝겊에 그림 그리기의 경우 헝겊과 그리기 도구에 대한 물리적 개념, 형태 인식, 그리기 기술(근육의 힘 조절 등), 개념과 기술의 관계 인식 등이 이루어진다. 또한, 같은 수학활동에서도 다양한 결과가 나타날 수 있는 블록으로 다양한 구성물 만들기는 기존의 정보를 활용할 뿐 아니라 새로운 방식으로 정보를 조직

하고 일반화하고 반성하는 사고과정이 나타난다. 한 가지의 결과가 나오는 그림카드 기억력 게임은 모양 인식, 시각적 기억력과 같이 기존의 정보나 기술을 활용하여 문제를 해결한다.

이렇듯 문제 상황과 조건에 따라 유아가 사용하는 개념과 기술, 사고과정은 다르게 나타난다. 어떤 활동에서는 물체의 물리적 개념과 소근육 기술의 관계 인식, 다른 방법을 찾으려는 융통성과 발산적 사고가 이루어지고, 어떤 활동에서는 공간적 개념과 회전・변형을 포함하는 추론능력이 발휘될 수 있다. 다시 말하면, 수학과 같은 인지영역에서의 문제해결과 신체, 사회정서활동에서의 문제해결은 매우 다른 사고과정이 나타난다. 그러므로 수학이라는 특정영역과 관련된 문제해결에 대한 정의와 특성, 과정 및 전략, 교수학습방법 및 평가를 이론적으로 살펴보고 그 특성을 명확히 밝히는 작업이 필요하다.

따라서 본 연구에서는 선행연구와 문헌 고찰을 통해 유아 수학에서의 문제해결에 대한 의미를 살펴보고, 문제해결과정 및 평가, 문제해결을 위한 교수학습방법에 대해 살펴보고자 하였다. 이를 통해 유아수학교육에서 문제해결의 성격을 명확히 할 수 있을 것이며, 유아수학교육과정의 목적인 문제해결이 교육과정에서 어떻게 결부되고 교수가 이루어지는가에 대한 이론적 기초를 제공할 수 있을 것이다. 또한 유아수학교육에서 다루어진 문제해결에 대한 연구동향을 파악하고 유아수학교육 분야의 문제해결 연구에 대한 제언을 제공할 수 있을 것이다.

이상의 논의에 근거하여 본 연구에서 탐색하고자 하는 연구문제는 다음과 같다.

<연구문제 1> 유아 수학에서의 문제해결의 의미는 무엇인가?

<연구문제 2> 유아 수학에서의 문제해결과정 및 평가는 어떠한가?

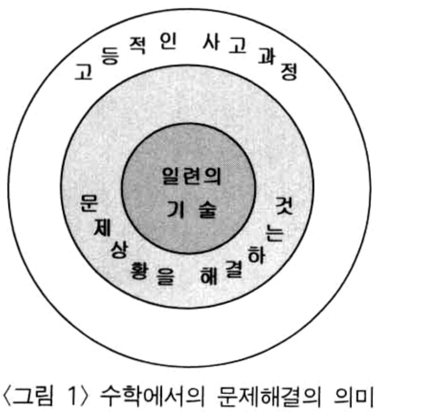
<연구문제 3> 유아 수학에서의 문제해결을 위한 교수학습방법은 어떠한가?

Ⅱ. 유아 수학에서의 문제해결의 의미

수학교육에서 문제해결은 오랫동안 강조되어 왔고 관련 연구들이 수행되어왔으나, 그 의미는 매우 다양하고 광범위하며 가끔은 모순되거나 모호하게 다루어져 왔다(Schoenfeld, 1992). 이에 문제해결의 현대적 의미를 고찰함으로써, 유아 수학에서의 문제해결의 성격과 역할을 분명히 하고자 하였다.

수학교육에서의 문제해결의 의미는 <그림 1>과 같이 일련의 기술로 보는 관점, 문제나 문제 상황을 해결하는 것으로 보는 관점, 좀 더 복잡하고 고등적인 사고과정을 포함하는 전체적 의미로 보는 관점으로 나누어진다.

먼저, 문제해결을 일련의 기술로 보는 관점은 협의의 개념으로서 전통적인 관점(Charles & Lester, 1982)이다. 전통적인 관점에서 문제해결은 수 연산과 같은 기계적 연습을 의미하며, 기억력이나 연산, 공식의 적용과 같은 기술이 강조된다. 이때, 문제는 과제의 성격을 띠며 정확하게 문제를 해



〈그림 1〉 수학에서의 문제해결의 의미

결하기 위해 해법의 교정이 강조된다. 예를 들면, 유아에게 그림카드를 제시하고 유아가 시각적 기억력에 따라 같은 카드를 고르는 활동이 이에 해당된다.

둘째, 문제해결을 수학문제나 문제 상황을 해결하는 것으로 보는 관점은 결과(product)를 중요시하는 입장으로서, 일련의 기술뿐 아니라 보다 다양한 방법을 포함하는 더 넓은 범위의 개념이다. 이 관점에서는 문제의 정의로부터 논의를 시작하여 문제 유형을 밝히고, 어떤 문제를 어떻게 푸는가에 대해 다루었다. Charles & Lester (1982), Mayer(1992) 등은 수학문제 유형을 분류하고 그 특성을 밝혔고, 다른 연구자들은 문제가 너무 다양하고 광범위하여 모든 유형을 분석하는데 한계가 있음을 지적하면서 자주 다루어지는 특정 문제유형을 중심으로 문제해결을 살펴보았다. 이러한 연구는 대부분 초등학교 이상 수준에서 진행되었다. 초등수학교육연구에서는 중등 이상 수준의 수학문제 유형 중 강 건너기 문제와 같이 난이도 변환이 가능한 몇몇 문제들에 대한 연구가 실시되었다(Mayer, 1992). 특히 이야기형과 수식형의 수연산 문제해결을 다룬 연구(전은미, 2002; Beardsley, & Jerman, 1973; Bebout, 1990; Paul, Nibbelink, & Hoover, 1986)가 많이 실시되었다. 이러한 영향으로 유아수학교육분야에서도 수연산에서의 이야기형 문제 해결에 대한 연구(김경철, 1992; 조은영, 1993; Ibarra & Lindvall, 1982)가 실시되었고, 관련 연구에서는 유아의 인지특성상 문제제시방식에 따른 이야기형 문제 유형만이 다루어졌다. 그 외의 문제해결 연구들은 유아가 주어진 수학적 과제를 잘 해결하는가에 대해 살펴보았다. 김경철(1992), 조은영(1993)이 수 연산 과제를 해결하는 능력을 문제해결능력이라고 정의한 것과 같이, 문제를 잘 해결하는가의 결과 중심으로 문제해결을 보고 있으며, 더 많은 내용을 포괄하는 다양한 문제 유형을 다루지 못하고 문제해결 과정에서 나타나는 유아의 반응과 사고 변화에 대해서는 간과하고 있다.

문제해결 의미에 대한 또 다른 관점은 문제해결을 복잡하고 고등적인 사고과정을 포함하는 전체적인 의미로 보는 것으로서 가장 포괄적인 개념이다. 문제해결의 의미는 Pólya(1957)가 언급하였듯이 수학적 인식론(epistemology)과 수학적 교육과정(pedagogy)이 깊이 얽혀있다. 문제해결은 수학적 아이디어와 과정의 깊은 이해를 발달시키는 매개물이다(Stanic & Kilpatrick, 1988). 유아가 다양한 수학적 탐색에 능동적으로 참여하고, 계획된 순서적인 수학활동보다 일상경험에서 많은 개념을 발견하기 위한 수학적 사고과정을 경험하여야 한다(Blake, Hurley, & Arenz, 1995). 유아들이 개념과 개념을 연결하고 관련된 기술을 수학적으로 연결시키도록 도와야 하며, 사고과정을 강조해야 한다(Blake, Hurley, & Arenz, 1995). 또한 문제해결은 단순한 기술과 능력뿐만 아니라 창의력, 추론능력 등의 복잡한 고등능력과 기술에 이르는 다양한 사고과정을 이끌기 때문에, 다양한 결과를 이끌 수 있는 문제 상황도 포함하여야 한다. 문제해결에서는 기존에 형성된 지식과 기술뿐만 아니라 새로운 접근으로 전략을 구상하는 능동적인 탐구과정이 중요시된다. 이 관점에서는 능력, 기술 및 전략, 결과뿐만 아니라 과정이 모두 중요하게 다루어지며, 여러 변인을 포함하는 복잡하고 순환적인 구조를 갖는다. 유아 개인이 수학적 문제상황에서 새로운 통찰을 통해 아이디어, 관계 양식 및 해결방법을 다양한 방식으로 융통적으로 산출해내는 과정과 산물을 중요시 여긴다. 따라서 문제해결은 단순한 수학적 기술 발달에서 창의적 사고 발달에 이르기까지 폭넓은 목표(Schoenfeld, 1992)를 갖는다.

최근의 수학교육과정 규준과 많은 수학교육

연구자들은 문제해결을 수학적 탐구과정이면서 복잡하고 고등한 사고과정을 포함하는 전체적인 의미로 해석하고 있다. 예를 들어, NCTM(1989)은 수학교육과정의 중심인 문제해결에 대해 특정 주제가 아니라 과정이어야 하고, 학습 가능한 개념과 기술의 맥락을 제공하여야 한다고 하고 있다. 그러나 유아수학교육 관련 연구에서는 이러한 관점에서 접근하기보다 수학적 문제 상황의 해결이라는 결과 중심으로 주로 연구가 실시되었으므로, 앞으로의 연구는 현대 유아수학교육에서 강조하는 문제해결의 의미에 따라 연구가 실시되어야 할 것이다.

이러한 문제해결의 의미는 문제해결의 관련 변인 및 구성요소에 대한 연구에서도 잘 드러나고 있다(김홍원 · 김명숙 · 송상헌, 1996; Charles & Lester, 1982; Hembree & Marsh, 1993).

Hembree & Marsh(1993)는 K-4학년 아이들을 대상으로 한 문제해결능력 연구를 고찰하여, 문제해결과 관련된 변인을 제시하였다. 이때, K는 Kindergarten Grade를 의미하는 것으로 만 5세 유아에 해당된다. 이들은 문제해결과 관련된 변인으로 수학적 개념 지식, 계산기술, 수학적 추리기술, 일반 추리기술, 유사한 문제들을 판단하는 구조의 사용, 제시된 문제들을 돕는 그림 사용, 언어기술(읽기와 단어), 공간능력, 장독립성, 기억력, 반응적 개념 활동속도(reflective conceptual tempo), 창의성, 문제해결에 대한 태도 등으로 제시하였다. 이들은 각 조건에 대해 명확한 정의를 제시하지는 않았지만, 특히 문제해결능력과 창의성, 기억, 일반적 추리능력, 공간능력간의 관계에서 문제들의 기술과 일반 추리, 기억 기술 간에 깊은 관련성이 발견되었으며, 공간 기술과 창의적 사고는 문제해결능력과 약간 관련되었다고 하였다.

Charles & Lester(1982)는 성공적인 문제해결에 참여하도록 하는 정신적 과정은 정의적 요인, 경험 요인, 인지 요인과 관련된다고 하였다. 정의적 요인으로는 스트레스, 압력, 흥미, 동기, 모호함에 대한 포용력(인내), 완성에 대한 불안, 인내, 이른 결론에 대한 저항 등이 있다. 경험 요인으로는 연령, 초기 수학의 배경, 해법 전략과의 친숙성, 문제상황과 내용의 친숙성이 있으며, 인지요인으로는 기억, 읽기능력, 공간능력, 계산기술, 분석능력, 논리력이 포함된다고 하였다.

또한 김홍원 · 김명숙 · 송상헌(1996)은 문제해결능력의 구성요소에 대해 수학적 사고능력과 수학적 창의성으로 나누었다. 수학적 사고능력에는 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능력, 공간화 · 시각화 능력, 수학적 추상화 능력, 수학적 추론 능력(귀납적 사고와 연역적 사고), 일반화 및 적용 능력, 반성적 사고능력이 포함된다. 그리고 수학적 창의성에는 유창성, 융통성, 독창성의 하위 특성이 포함된다.

선행연구에서 밝힌 문제해결능력의 관련 변인들은 유아의 인성적 특성, 정신적 특성, 개인적 경험과 환경 뿐 아니라, 기하 능력을 포함한 수학적 능력, 정보의 조직화 능력, 수학적 추상화 능력, 수학적 추론 능력, 일반화 및 적용 능력, 반성적 사고능력, 수학적 창의성 등이다. 이와 같이 문제해결은 조직화 능력, 추론, 반성적 사고, 창의성과 같은 고등사고가 관련됨을 알 수 있다.

앞서 살펴본 바와 같이 현대 수학교육에서 문제해결의 의미는 복잡하고 고등적인 사고과정을 포함하는 전체적 의미이지만, 유아수학교육연구들은 이러한 접근에 따라 실시되지 못하였다. 또한 문제해결의 관련 변인 및 구성요소에 대한 연구가 실시되었으나, 이들이 어떻게 범주화되며 어떤 관계인지에 대해 구체적으로 밝히지는 못하고 있다. 이러한 연구가 구체적으로 실시되었을 때, 문제해결의 의미와 성격은 더욱 명확해질 것이다.

Ⅲ. 유아 수학에서의 문제해결과정 및 평가

수학 문제해결과정 연구는 크게 문제해결단계와 문제해결전략에 대한 연구로 나누어진다. 수학 문제해결과정 연구는 Pólya(1957)의 연구가 선구적이며, 관련 연구에 매우 많은 영향을 미쳤다. Pólya가 제시한 문제해결 과정은 문제 이해하기, 계획 수립하기, 계획 실행하기, 해결 및 반성의 4단계로서 구체적인 내용은 다음과 같다. 첫째, 문제 이해하기 단계에서는 문제에서 용어의 의미를 이해하고 조건과 구하려는 것에 대한 의미를 알고 분석한다. 둘째, 계획 수립하기 단계에서는 문제의 조건과 구하려는 것 간의 관계를 파악하고 여러 가지 문제해결전략을 이용하여 해법을 위한 계획을 선택하고 수립한다. 셋째, 계획 실행하기 단계에서는 수립된 문제해결계획에 따라 전략을 실행한다. 넷째, 해결 및 반성 단계에서는 전략 실행을 통해 해답을 구하며, 문제해결의 전체 과정을 검토하고 다른 문제해결방법을 찾아보거나 결과나 방법을 다른 문제에 적용하기 위한 탐색이 이루어진다.

Schoenfeld(1985)는 Pólya의 단계를 수정・세분화하여, 분석, 계획, 탐구, 실행, 검증의 5단계로 제시하였다. 분석단계에서는 문제를 분석하고 이해하며, 계획단계에서 문제해결을 위한 계획을 수립한다. 문제해결전략의 핵심을 이루는 탐구단계에서는 적절한 문제를 찾고 약간 또는 폭넓게 수정된 문제를 이용한다. 실행단계에서는 문제해결전략을 실행하고, 검증단계에서는 문제해결과정을 반성적으로 검토하고 해법을 찾는다. Smith(2001)는 Pólya와 유사한 문제 인식, 계획, 실행, 검토의 4단계를 제시하였다.

한편, Mayer(1992)는 다른 선행연구자와 달리, 문제와 언어적 표현을 관련지어 문제해결단계를 제시하였다. 첫째, 문제진술 단계는 내적・정신적 표상을 언어적으로 즉, 주요 단어와 문장으로 나타내는 문제 변형 및 통합을 하는 단계이다. 둘째, 문제해결 단계는 해답을 찾기 위해 문제해결 계획을 수립하고 반성하며 실행한다.

이로써 문제해결과정에 대한 연구는 Pólya의 연구에 기초하여 문제해결과정의 단계 및 절차를 중심으로 연구가 이루어졌음을 알 수 있다.

문제해결과정에 대한 또 다른 연구는 문제해결전략에 대한 것이다. Schoenfeld(1979), Charles & Lester(1982)는 문제해결 단계에서 나타나는 유아의 문제해결전략을 소개하고 있다. 이 문제해결전략은 초등학교 수준의 전략을 기초로 하지만, 전략의 수준과 내용을 다르게 제시하고 있다. Schoenfeld(1979)는 가능하다면 다이아그램 그리기, 완전한 매개변수에서 귀납적 논리 찾기, 모순이나 부정에 의해 논증하기, 더 많은 변수를 가지고 유사한 문제 고려하기, 하위 목표에 중점을 두고 문제해결 시도하기의 5가지 문제해결전략을 소개하고 있다(Mayer, 1992). Charles & Lester(1982)는 수학적 문제해결전략으로 조작방법 선택하기, 거꾸로 해보기, 그림 그리기, 패턴 살펴보기, 추측하고 체크하기, 표에서 데이터를 활용하기를 소개하였다.

한편, 수학에서의 문제해결 평가에 대한 연구들은 체계적으로 실시되지 못하였으나, 유아 수학 문제해결 평가도구에 대한 문헌에서 두드러진 특성은 과정중심 평가와 결과중심 평가이다. 과정중심 평가는 Pólya의 문제해결단계에 기초하고 있고, 결과중심 평가는 수학능력 평가와 다름이 없거나 문제해결 평가의 명확한 준거가 드러나지 않았다.

Chicago 공립학교 학생평가국의 인터넷 루브릭 은행에 소개된 수학 문제해결 루브릭들은 문제해결단계에서 나타나는 유아의 활동수준과 결

과에 대해 4점이나 5점 평정을 하는 평정척도법을 사용하였다(Chicago Public Schools Bureau of Student Assessment, 2005; Chicago Public Schools Office of Accountability Department of Research Assessment and Quality Reviews, 2005). Szetela & Nicol(1992)의 문제해결의 분석척도(Analytical Scale for Problem Solving)는 문제 이해하기, 문제해결하기, 문제에 답하기 세 가지 과정으로 평가하고, Charles, Lester, & O'Daffer (1994)의 수학 문제해결 검사는 문제 이해하기, 해법 계획하기, 해답 모으기를 기준으로 평가한다. 한편 Norwood Park Draft 수학문제해결 루브릭(K-8학년)은 과정에서의 문제해결전략들을 중심으로 문제를 이해한 증거보이기, 적절히 정보 사용하기, 적절한 과정 적용하기, 표상(그래프, 그림, 조작물 등) 사용하기, 능력적으로 수학 사용하기로 평가하고 있다.

이러한 평가도구들은 유아의 수학적 문제해결과정의 일반적인 상황을 평정하기 때문에, 구체적인 문제 상황에서 다르게 나타나는 능력과 사고과정을 평가하지 못하는 한계점을 가지고 있다.

이 외에 유아 수학 문제해결능력 평가도구들은 결과중심의 평가로서 수학적 과제를 얼마나 잘 수행했는가에 대한 것이다. 이 평가도구들은 유아 수학능력 평가도구와 다름이 없거나 문제해결 평가의 준거를 명확하게 제시하지 못하고 있다. Piaget의 과제를 적용한 Barron(1979)의 유아 수학적 문제해결력 평가도구는 분류, 서열, 시간, 수, 공간, 측정의 6범주에서 평가하는 도구로서 사실상 수학능력 평가도구와 다름이 없다. 3~5세 유아를 위한 수학성취검사(SESAT : The Psychological Corporation, 1989)는 전체적인 수학능력을 평가하는 도구로서, 수개념, 문제해결, 기하, 측정의 영역으로 구성되어 있다. 이 중 문제해결 영역의 평가문항은 유사점 · 차이점 알아내기, 구분 짓기(분류하기), 패턴 인식하기, 측정하기로 나누어지는데, 문제해결능력의 성격과 정의에 대해 명확하고 구체적인 준거가 드러나지 않는다. 또한 결과중심의 문제해결 평가는 자칫하면 개념과 기술 중심으로 치우칠 수 있다.

이와 같이 유아의 수학 문제해결 평가에 대한 연구들에서 문제해결 루브릭들은 문제해결단계의 수행정도를 숫자평정척도법으로 평가하므로 일반적인 평가에 머물고 있어, 구체적인 문제 상황의 과정 평가가 힘든 실정이다. 그리고 수학능력평가와 유사하게 이루어지는 결과중심의 평가는 사고과정에 대한 부분을 간과하고, 문제해결 평가의 준거를 명확히 제시하지 못하고 있다.

Ⅳ. 유아 수학에서의 문제해결 교수학습방법

1990년대 이후 수학교육에서 문제해결을 통한 수학교수를 매우 강조하고 있고, 구체적으로 접근하는 방법에 대해 제시하고 있다(Baroody & Coslick, 1998; Lambdin, 2003; Pehkonen, 1993).

Blake, Hurley, & Arenz(1995)는 유아의 문제해결을 위한 교수가 유아의 문제해결 사고 특성에 따라 이루어져야 함을 강조하면서 만 4세 이하 유아의 발달에 따른 문제해결 사고의 전개 패턴을 <표 1>과 같이 제시하였다.

Blake, Hurley & Arenz(1995)는 6개월~4세 유아의 문제해결 사고과정 전개패턴은 유아의 대소근육 발달과 많은 관련이 된다고 하면서, 이 과정에서 유아는 능동적인 존재이고 개인의 발달수준과 흥미에 따라 개별적인 발달속도를 갖는다고 하였다. 또한, 문제해결과정은 유아의 흥미, 발달수준과 사전 경험에 따라 문제를 인식할 수

〈표 1〉 유아의 문제해결 사고 전개패턴

연 령	강조되는 문제
6~9개월 영아	물체를 얻는 방법과 사건을 일으키는 방법
9~12개월 영아	행동을 형성하는 방법과 성인에게 반응을 얻는 방법
12~18개월 영아	어떤 일을 하는 방법(대상, 대상의 부분, 대상 간의 관계, 사람이 물체에 미치는 영향에 대해 아는 것)
18~24개월 영아	영아 자신의 행동에 대한 사고(세밀하게 탐색할 수 있고, 소근육 기술의 증가와 언어기술의 발현으로 인해 교수를 할 수 있음)
2~4세 유아	지식을 획득하고 이를 새로운 상황에 적용할 수 있다(상황에서 상황으로의 추리, 판단).

있도록 구성되어야 한다. Linder(1994)도 문제해결은 유아가 자라고 성숙하면서 그들의 요구와 목표도 변화되어야 하며, 문제해결은 발달에 적절하게 발달시켜야 한다고 하였다. 능동적 존재로 유아가 존중되었을 때 문제해결은 자발적이고 적극적인 과정이 되고 수학적 탐구과정의 깊이를 더할 수 있다.

이러한 유아의 수학적 문제해결 발달을 위해, 유아교육자들은 문제해결을 강조하는 환경을 구성하여야 한다(Blake, Hurley, & Arenz, 1995). 선행연구에서는 유아의 수학적 문제해결을 위한 환경으로 자연물(탐색하기 안전한 나뭇잎, 꽃, 열매, 돌, 깃털 등), 조작할 수 있는 구체적인 물체, 여러 가지 결과를 만들어내는 구성놀이자료, 표나 그림, 그 외 일상생활의 모든 경험과 물체, 인적 환경(또래 유아, 교사 등)을 강조하였다(Baroody & Coslick, 1998; Blake, Hurley, & Arenz, 1995; Lambdin, 2003; Pehkonen, 1993). 이러한 환경은 유아의 탐구심과 모험심을 자극할 수 있어야 하며, 유아를 위해 새로운 교구와 자료를 제공하거나 2주마다 교구와 자료를 교환해주어야 한다.

유아수학교육 연구자들은 문제해결의 일반적인 교수학습방법에 대해 다음과 같이 제시하고 있다(Blake, Hurley, & Arenz, 1995; Pehkonen, 1993; Schoenfeld, 1992).

첫째, 일상생활의 모든 경험을 문제해결 상황으로 연결한다. 매일의 경험에서 유아가 수학을 발견하고 수학적 문제상황을 경험하도록 돕는다. 예를 들면, 간식을 나누어 먹을 때 유아가 다양한 형태의 간식을 여러 가지 방법으로 나누어 보도록 격려할 수 있다. 그리고 식사 준비 시에 필요한 수저를 놓아보는 경험을 제공하고, 한꺼번에 들 수 없는 물건을 옮기는 다양한 방법을 생각해보는 기회를 제공할 수 있다.

둘째, 유아의 흥미와 개인차에 따라 유연성 있게 발달을 돕는다. 유아의 흥미를 반영한 문제해결 상황은 적절한 동기 부여를 제공해주므로, 유아의 자발적 사건에서 학습 기회를 이끌어야 한다. 교사는 수학적 학습이 광범위하게 이루어질 수 있음을 견지하여야 한다. 예를 들어 유아가 더하기, 빼기보다 기하개념에 대해 관심과 인식을 보일 때, 교사는 이에 대해 잘 알고 있고 유아가 흥미를 보이는 부분에 대한 지원을 할 수 있다.

셋째, 구체적인 물체를 사용한다. Ray와 같은 학자들은 수학 개념의 기초를 발달시키기 위해 수학 사실을 기억하는 방법을 학습하는 것이라고 하지만, 유아교육 분야에서 이런 교수방법은

부적절하다. 유아에게 다양한 방법으로 물체를 조작할 기회를 제공하는 것은 문제상황에서 나름의 해결방법을 탐색하도록 돕는다. 교사는 유아와 구체적인 물체를 조작하는 과정에 대해 함께 이야기해보고 개념을 연결짓도록 도와야 한다. 예를 들면, 퍼즐 맞추기 활동에서 유아가 퍼즐 조각을 회전하여 맞추는데 어려움을 느낄 때, 퍼즐조각을 잘 맞추기 위해 활용할 수 있는 정보 즉, 이미 맞추어진 조각과 이어지는 부분의 그림과 색, 조각의 형태에 대해 유아가 발견할 수 있도록 이야기 나눈다.

넷째, 다양한 유형의 활동에서 수학적 문제해결을 경험하도록 한다. 언어활동, 테이블게임, 조작적 교구 활동, 조형활동, 컴퓨터 활동, 대근육 활동 등을 통해 융통적인 수학적 문제해결상황을 경험하고 사고하도록 돕는다.

다섯째, 문제해결에서 다르거나 새로운 접근을 강조한다. NCTM(1989)은 교사가 유아에게 제공하는 많은 수학적 문제상황은 다양한 답과 접근을 가져야 한다고 하였다. 교사는 유아가 익숙한 문제상황에서 익숙한 방법을 사용하는 것보다는 다른 접근으로 문제해결을 하도록 격려하여야 한다. 유아의 지각에 의존하여 비판적 사고나 분석적 추리 기술을 유발하는 새로운 접근을 시도하도록 도와야 한다. 또한 유아가 새로운 문제 상황을 만들도록 격려할 수 있다. 교사는 유아에게 다른 방법으로 어떻게 할 수 있을지 질문하고, 유아가 다른 접근으로 해결할 때 인정과 격려를 해준다. 예를 들면 덤프트럭을 모래 측정 도구로 사용할 수 있고, 다른 놀잇감과 비교하여 어떤 것이 더 유용한 도구가 되는지에 대해 탐색해 볼 수 있다.

여섯째, 다양한 결과를 유발하는 창의적인 활동을 제공한다. 하나의 답을 요구하거나 제한된 선택을 요구하는 활동은 폭넓은 수학적 사고과정을 유발하지 못하기 때문에, 다양한 결과를 유발하는 활동을 통해 유아가 문제를 해결할 수 있는 다른 다양한 접근과 해결을 제공한다. 예를 들면, 측정활동에서 필요한 다양한 도구와 자료를 제공하고 유아들이 선택한 도구를 활용하여 여러 가지 방법으로 측정할 수 있도록 한다.

일곱째, 교사는 유아의 수학적 문제해결에 대해 개별 또는 소그룹으로 상호작용하여야 한다. 교사는 협력학습을 통해 유아가 수학적 발달을 이끌 수 있도록 개방된 토론을 이끌어야 한다. 유아에게 매일 일상을 포함한 여러 상황에서 수학적인 것을 발견하고 생각한 것을 이야기 나누어 보는 경험은 매우 중요하다. 교사는 수, 기하, 측정, 패턴, 자료 이해 등의 수학적 어휘를 사용하여 유아와 상호작용하도록 한다.

여덟째, 교사는 문제해결 교수를 잘 이행하기 위해서 문제해결 이론과 실제에 대한 충분한 훈련을 해야 하고, 충분한 시간을 가지고 준비하여 교수를 해야 한다.

아홉째, 교사는 문제해결에 대한 긍정적인 태도를 갖추어야 한다. 교사는 문제해결의 중요성을 인식하고 문제해결에 친숙해야 하고 문제해결 상황에 적극적으로 대처하며 개방적인 마음가짐을 가져야 한다.

한편, 다른 수학교육연구자들은 Pólya의 문제해결단계에 따라 교수학습방법을 제시하였다. Baroody & Coslick은 문제해결에 대한 교수 접근은 일반적 문제해결전략에 대한 직접적인 교수를 포함하고, 문제해결을 수단으로 주제-문제의 내용을 가르쳐야 하며, Pólya의 4단계 접근에 따라 유아들이 문제해결을 발견하도록 문제해결전략을 가르치는데 초점을 두어야 한다고 하였다. 이들이 제시한 교수학습방법을 종합하면 다음과 같다(Charles & Lester, 1982; Chicago Public Schools Bureau of Student Assessment, 2005; Curcio &

Artzt, 2003; Outhred & Sardelich, 2005).

첫째, 문제이해 단계에서 유아는 자신이 이미 획득한 정보를 활용하여 문제를 이해할 수 있어야 한다. 교사는 먼저 관찰이나 상호작용을 통해 유아가 문제를 어떻게 이해하고 있는지 파악하여야 한다. 교사는 유아가 문제상황에서 필요한 지식과 전략의 정보를 스스로 찾아내도록 지원해주며, 필요하다면 문제 이해를 돕는 질문을 한다.

둘째, 계획 선택 단계에서 유아는 문제상황에 따라 스스로 또는 다른 사람과의 상호작용을 통해 적절한 전략을 선택한다. 이 단계에서 교사는 유아가 이미 알고 있는 정보에서 관련있는 정보를 논리적으로 결합하고 문제 상황 해결에 적절한 전략인지 유추해보도록 돕는다. 유아의 개별 경험과 발달수준에 따라 서로 다른 전략이 나타날 수 있으므로, 교사는 또래 유아간의 토론을 격려하여야 한다. 토론에 진전이 없을 때, 교사는 유아가 알고 있는 정보에 기초하여 문제해결 전략에 접근할 수 있도록 도울 수 있다. 또한 교사는 유아가 선택한 전략의 결과를 예측해보도록 돕는다.

셋째, 계획 실행 단계에서 유아는 전략을 문제 상황에 실행해본다. 교사는 유아의 계획이 잘 실행될 수 있도록 필요한 지원(자료 제공, 이야기 나누기 등)을 해주고 이 과정에서의 시행착오를 지지하여야 한다. 또한 교사는 수학적 표상(표나 그림 등)을 사용하여 해결하도록 도울 수 있다.

넷째, 해결 및 평가 단계에서 유아는 문제를 해결하고 과정에 대한 평가를 한다. 유아는 문제를 잘 해결하였는지 결과를 검토하고 잘 해결되지 못하였다면 1단계나 2단계로 돌아가서 문제해결과정을 실행할 수 있다. 유아는 전체 과정을 통찰함으로써 문제와 문제해결과정을 분석하고 이해한다. 교사는 해결에만 관심을 두기보다 유아가 전체 문제해결과정을 이해하는지, 과정에서 어떤 것에 흥미가 있었는지 살펴볼 필요가 있다. 그리고 유아가 문제해결과정에 대해 통찰적으로 생각할 수 있도록 도와야 한다.

이와 같이 유아의 수학적 문제해결을 위한 교수학습방법은 일반적인 측면에서 제시되고 있다. 문제해결과정은 상황과 조건에 따라 다르게 나타나므로, 구체적인 수학적 문제 상황과 과제 특성에 따른 교수학습방법을 제시될 필요가 있다.

V. 결 론

유아 수학에서 문제해결은 수학에 대한 이해와 탐구를 위한 매개물로서 복잡하고 고등적인 사고과정을 포함하는 전체적인 의미이다. 그러나, 선행된 유아 수학 문제해결연구에서의 의미는 문제 상황을 해결하는가의 결과 중심으로 주로 다루어졌다. 이는 유아 수학분야에서 문제해결에 대한 기초 연구가 충분히 실시되지 못하였기 때문이다. 유아 수학에서의 문제해결의 특성, 관련 변인 및 구성요소에 대한 기초 연구가 실시되어야 할 것이다.

유아 수학에서의 문제해결과정 및 평가에 대한 연구는 중등학교 이상 수준에서 이루어진 Pólya의 연구를 기초로 하여 일반적인 수준에서 다루어지고 있다. 문제해결과정은 주로 문제 이해, 계획 수립, 계획 실행, 해결 및 반성의 단계로 설명되어지며, 유아의 수학적 문제해결과정에 나타나는 전략 또한 초등학교 이상 수준의 연구를 기초로 하여 제시하고 있다. 그러므로 유아를 위한 수학적 문제해결의 구체적인 상황을 다양하게 다룰 필요가 있다. 또한 유아 수학에서의 문제해결 평가에 대한 연구들은 미흡한 실정이었다. 선행연구 고찰 결과, 유아 수학의 문제해

결 평가는 과정중심의 평가와 결과중심의 평가로 나누어진다. 과정중심의 평가는 Pólya의 문제해결단계에 기초한 수행평가도구로서 각 단계에서의 수행정도를 숫자평정으로 평가하여 구체적인 수학상황에서 특징적으로 나타날 수 있는 행동이나 양상의 평가가 불가능하다는 단점이 있다. 결과중심의 평가는 문제 상황을 해결하는가에 중점을 둔 나머지 개념이나 기술만을 강조할 우려가 있고, 문제해결의 평가준거가 명확히 제시되지 못하여 문제해결의 특성을 반영한 평가가 이루어질 수 없는 한계가 있다.

유아의 수학적 문제해결을 위한 교수학습방법에서는 일반적인 교수학습방법과 문제해결 단계에 따른 교수학습방법이 제시되고 있다. 교사는 문제해결과정에서 유아의 능동성을 존중하고, 발달수준과 흥미를 고려하여 일상 경험을 문제해결 상황으로 연결지어야 한다. 구체물을 사용하고, 탐구적이고 다양한 활동을 경험하도록 한다. 다양한 결과와 새로운 접근을 돕고, 문제해결에 대해 상호작용하여야 한다. 한편, 문제이해단계에서 교사는 유아의 문제 이해수준을 파악하고, 유아가 필요한 정보를 스스로 찾도록 돕는다. 계획 선택 단계에서 교사는 유아가 관련 정보를 결합하고 적절한 전략인지 유추하도록 도우며 또래간 토론을 격려한다. 계획 실행 단계에서 교사는 필요한 지원을 한다. 해결 및 평가 단계에서 교사는 유아가 전체 과정을 이해하는지 살피고 과정에 대해 통찰하도록 돕는다. 이러한 문제해결 교수학습방법은 일반적인 수준에서 제시되고 있는데 문제해결과정은 상황과 조건에 따라 다르게 나타나므로, 구체적인 수학적 문제 상황과 과제 특성에 따른 교수학습방법이 제시될 필요가 있다.

이러한 논의를 기초로 앞으로 진행되어야 할 유아수학에서의 문제해결 연구에 대해 제언을 하면 다음과 같다.

첫째, 문제해결과 관련된 변인의 특성과 요인간의 관계를 명확히 밝히는 연구가 필요하다. 문제해결의 구성요인을 규명하는 연구는 유아 수학에서의 문제해결 평가 연구에도 많은 기여를 할 수 있을 것이다.

둘째, 유아의 수학적 문제해결 사고 발달에 대한 경험연구가 더 실시되어, 문제해결의 사고 발달을 구체적으로 밝힐 수 있어야 할 것이다. 유아 수학 문제해결연구는 주로 초등학교 이상 수준에서 실시된 연구에 기초하여 이루어져 왔다. 그러므로 이러한 연구가 실시된다면, 대상 특성에 맞는 교육이론과 실제 구성에 많은 기여를 할 것이다.

셋째, 유아의 다양한 수학적 경험과 관련된 구체적인 문제해결과정을 탐구하는 질적 연구들이 실시되어야 할 것이다. 이를 통해 구체적인 수학 상황에서의 교수학습방법을 제시할 수 있을 것이다.

넷째, 문제해결을 위한 교수학습방법을 적용한 프로그램 구성과 적용 효과 연구가 실시되어야 한다. 이는 교육현장의 수학 문제해결 교수에 직접적 도움을 줄 수 있다.

다섯째, 선행연구에서는 주로 만 5세 유아를 대상으로 연구가 실시되었고, 특히 Blake, Hurley & Arenz(1995)의 연구를 제외하면 영아 대상의 연구는 거의 실시되지 않았다. 앞으로 영아와 유아의 문제해결 발달과 교육에 대해 구체적인 수학 상황과 연계하여 연구할 필요가 있다.

여섯째, 유아 수학에서의 문제해결을 유아와 문제 상황의 특성에 맞게 효과적으로 평가할 수 있는 기초 연구와 평가도구 개발 연구가 실시되어야 한다. 문제해결 평가는 일반적인 수준의 평가나 결과 수행여부에 초점을 맞추기보다, 구체적인 상황의 문제해결 과정 및 특성에 맞는 적절

한 평가에 초점을 두어야 한다. 또한, 유아 수학 문제해결의 수행평가를 위한 기초 연구와 평가 도구 개발 연구를 수행할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

김경철(1992). 유아의 수학문제해결력 신장에 관한 연구 : 덧셈 및 뺄셈 문제를 중심으로. 중앙대학교 대학원 박사학위논문.

김홍원 · 김명숙 · 송상헌(1996). **수학 영재 판별 도구 개발 연구(I) : 기초 연구편**. 서울 : 한국교육개발원.

이은해 · 조성연(1987). 아동의 문제 해결력과 창의성 및 성격특성간의 관계. **연세논총, 23**(1), 333-350.

전은미(2002). 아동의 수학 문장제 이해방법과 문제해결능력 사이의 관계 연구. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

조은영(1993). 유아의 수세기 훈련 프로그램이 수 개념과 수학문제해결능력에 미치는 영향. 숙명여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power : An Investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Barron, L. M. (1979). *Mathematics experience for the early childhood years*. Columbus, OH : Charles E. Merrill.

Beardsley, E., & Jerman, M. (1973). *Linguistic variables in verbal arithmetic problems*. University Park : Pennsylvania State University. ERIC Document Reproduction Service No. ED 073926.

Bebout, H. (1990). Children's symbolic representations of addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*, 123-131.

Blake, S., Hurley, S., & Arenz, B. (1995). Mathematical problem solving and young children. *Early Childhood Education Journal, 23*(2), 81-84.

Charles, R., & Lester, F. (1982). *Teaching problem solving : What, why & how*. Palo Alto, CA : Dale Seymour Publications.

Charles, R. I., Lester, F. K., & O'Daffer, P. (1994). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA : The National Council of Teachers Mathematics, Inc.

Chicago Public Schools Bureau of Student Assessment. (2005). *Mathematical problem solving rubrics*. http : //intranet.cps.k12.il.us/Assessments/Ideas_and_RubricsRubric_Bank/MathRubrics.pdf

Chicago Public Schools, Office of Accountability Department of Research, Assessment and Quality Reviews. (2005). *Handbook of kindergarten-primary assessment tools*. http : //intranet.cps.k12.il.us/Assessments/Kg-PrimaryTools/Full_handbook.pdf

Curcio, F. R., & Artzt, A. F. (2003). Reflecting on teaching mathematics through problem solving (pp.127-148). In F. K. Lester & R. I. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving : Prekindergarten-grade 6*. Reston, VA : The National Council of Teachers Mathematics, Inc.

D'Ambrosio, B. S. (2003). Teaching mathematics through problem solving : A historical perspective(pp.37-50). In F. K. Lester & R. I. Charles(Eds.), *Teaching mathematics through problem solving : Prekindergarten-grade 6*. Reston, VA : The National Council of Teachers Mathematics, Inc.

Hembree, R., & Marsh, H. (1993). Problem solving in early childhood : Building foundations. In R. J. Jensen(Ed.), *Research ideas for the classroom : Early childhood mathematics*. New York : Macmillan Library Reference.

Ibarra, C., & Lindvall, C. (1982). Factors associated with the ability of kindergarten children to solve simple arithmetic story problems. *Journal of Educational Research, 75*, 149-155.

Lambdin, D. V. (2003). Benefits of teaching through problem solving(pp 3-14). In F. K. Lester & R. I. Charles(Eds.), *Teaching mathematics through problem solving : Prekindergarten-grade 6.* Reston, VA : The National Council of Teachers Mathematics, Inc.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition.* New York : W. H. Freeman and Company.

National Association Early Young Children & National Council of Teachers of Mathematics. (2002). *Early childhood mathematics : Promoting good beginnings.* Position statement. http : //www.naeyc.org/resources/position.statements/psmath. htm.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA : NCTM.

Outhred, L., & Sardelich, S. (2005). A problem is something you don't want to have : Problem solving by kindergarteners. *Teaching Children Mathematics, 12*(3), 146-155.

Paul, D., Nibbelink, W., & Hoover, H. (1986). The effects of adjusting readability on the difficulty of mathematics story problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 17,* 163-172.

Pehkonen, E. (1993). What are Finnish teacher educators' conceptions about the teaching of problem solving in mathematics? *European Journal of Teacher Education, 16*(3), 237-255.

Pólya, G. (1957). *How to solve it* (2nd Ed.). New York : Double day.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think Mathematically : Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning : A project of the National Council of Teachers of Mathematics.* New York : Macmillan Publishing Company.

Schoenfeld, A. H. (1995). *Mathematical problem solving.* New York : Academic Press, Inc.

Smith, S. S. (2001). *Early childhood mathematics.* Boston, MA : Allyn & Bacon.

Stanic, G. M. A., & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in mathematics curriculum. In R. I. Charles & E. A. Silver(Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*(pp.1-22). Reston, VA : NCTM.

Szetela, W., & Nicol, C. (1992). Evaluating problem solving in mathematics. *Educational Leadership, 49*(8), 42-45.

2007년 4월 30일 투고 : 2007년 8월 6일 채택