

수학과 함수 학습을 위한 그래픽 컴포넌트 설계 및 구현

신우창[†] · 김갑수^{† †}

요 약

컴퓨터를 이용한 수학교육에 있어서 컴퓨터의 활용은 아직 빈약한 수준이다. 이는 수학교육에 있어서 학생들의 컴퓨터와 상호작용을 통한 능동적인 수업참여를 지원해줄 다양하고 효과적인 수학교육 프로그램과 콘텐트들이 부족하기 때문이다. 이를 해결하기 위해서 수학과의 함수 학습을 위한 그래픽 컴포넌트를 설계하고 구현한다. 중고교 수학교육과정을 분석하여 그래픽 컴포넌트에서 지원할 그래픽 개체와 함수를 식별하였으며, 식별된 개체와 함수를 2차원과 3차원 형식으로 화면에 그려주는 기능을 설계 및 구현하였다. 또한 간단한 스크립트 언어를 이용하여 컴포넌트의 기능을 호출하기 때문에 재사용성과 확장성이 높다. 본 컴포넌트를 활용함으로써, 다양한 함수들을 화면에 표현하는 기능이 필요한 수학교육 프로그램과 교육 콘텐트를 손쉽게 제작할 수 있다.

키워드 : 수학교육, 그래픽컴포넌트, 교육콘텐츠

A Design and Implementation of Graphic Component for Function Learning in Mathematics

Woo-Chang Shin[†] · Kap-Su Kim^{† †}

ABSTRACT

There is the meager level of applying computers to mathematics education. It is because the effective mathematics educational softwares and the various contents that make students' spontaneous participation through the interaction with computers are insufficient. As a solution to solve it, we design and implement the graphic component. graphic entities and function types that are supported in the component was identified through analyzing the mid/high school curriculum. using a simple script language to invoke the functionality of the component improves reusability and extendability. The component can be used to produce the mathematics educational softwares and contents easily that need the facility to draw various functions and geometric figures.

Keywords : Mathematics education, Graphic component, Education contents

1. 서 론

오늘날 정보화 사회를 맞이하여 수학 교육에 있어서도 컴퓨터를 이용한 많은 활동과 도구들이

개발되고 있다. 실제로 미국에서는 수학 학회와 각 대학기관들이 중심이 되어 수학교육에 있어서 컴퓨터를 활용하는 방안에 대하여 꾸준히 연구하고 있으며, 많은 중·고등학교에서 대수나 기하 교육과정에 컴퓨터를 활용하고 있다[9][12]. 컴퓨터를 활용한 수학교육은 크게 네 가지로 구분된다.

먼저, 교사의 수학 강의 내용을 동영상으로 제

[†] 정회원: 서경대학교 인터넷정보학과 교수
^{† †} 정회원: 서울교육대학교 컴퓨터교육학과 교수(교신저자)
본 연구는 한국과학재단 특정기초연구
(R01-2003-000-10449-0) 지원으로 수행하였다.
논문접수: 2006년 4월 28일, 심사완료: 2007년 6월25일

작하여 이를 인터넷이나 CD 매체를 통하여 학생들에게 교육시키는 방식이 있다[1]. 이 방식은 시스템 구축이 쉽고 기존 강의 내용을 활용할 수 있는 장점이 있는 반면, 정보의 일방적 흐름으로 인하여 학생들의 상호작용이 배제되어 능동적인 수업참여를 이끌어 내기 힘든 단점이 있다.

두 번째는 플래시와 같은 범용 애니메이션 저작도구를 이용하여 문제의 풀이과정이나 기하함수의 모습을 동적으로 보여주는 접근 방식이 있다[3][4]. 학생들과의 간단한 상호작용 지원이 가능하고 다양한 애니메이션 효과와 게임방식을 도입함으로써 재미를 추가할 수 있는 장점이 있는 반면, 교육 내용에 대한 학생들의 참여가 제한적이고 콘텐트 제작에 전문적인 기술과 상당한 노력이 필요하기 때문에 수학교육 콘텐트 제작의 주체가 몇몇 회사에 한정되는 한계를 지닌다.

세 번째는 Mathematica, MathLab, Maple과 같은 전문 수학 프로그램들을 수학교육에 활용하는 방법이 있다[7][10][11]. 이를 전문 프로그램들은 복잡한 대수적 계산이나 정적분 등의 계산을 도와주고 그래프를 해석하고 고차방정식의 해를 찾는 등 수학 관련 기능이 뛰어나다. 그러나 수학 교육보다는 실제 수학적 연구의 보조자 역할을 위하여 만들어졌기 때문에, 교육 목적으로의 활용에는 몇 가지 문제점이 존재한다. 가장 큰 문제점으로는 중간 계산과정의 생략을 들 수 있다. 즉, 문제를 입력하자마자 정확한 결과만을 출력해 주기 때문에 교육의 측면에서 필요한 중간 계산과정에 대한 설명이 생략된다. 이로 인하여 학생들이 머리 아픈 '탐구활동' 없이 결과만 취하려고 하는 '계산기 사용문제'를 유발할 수 있다.

마지막 네 번째는, 전문 수학 프로그램처럼 대수계산이나 그래프 작성과 같은 수학 관련 기능을 포함하지만 기본적으로 수학교육을 위해 만들어진 프로그램들을 활용하는 방식이다. 이 방식의 프로그램들로는 대수와 기하작도 교육에 널리 이용되는 LiveMath[8], 2차원적인 도형을 위주로 변수 값의 변화에 따른 화면상의 도형 모습 변화를 학생들에게 보여주는데 많이 이용되는 GSP[6] 등이 있다. 이 방식은 학생들과의 다양한 상호작용을 지원하기 때문에 학습효과가 높고, 비교적 적은 노력으로 효과적인 교육 콘텐트를 구

성할 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나 미리 정해진 환경 내에서 지정된 방식으로만 교육 콘텐트를 만들어야 하는 제약을 가지고 있어서 다양한 형태의 교육 콘텐트를 제작하는 것은 어렵다. 이를 해결하기 위해서는 한 프로그램 내에서 모든 교육 콘텐트를 제작하는 것이 아니라 각 교육내용에 적합한 형태의 콘텐트를 제작할 수 있도록 특화된 교육 프로그램들을 개발하는 것이 요구되며, 손쉽게 수학교육 프로그램들을 개발할 수 있는 라이브러리나 컴포넌트의 지원이 필요하다.

본 논문에서는 대수계산 기능을 포함한 그래픽 컴포넌트를 설계하고 구현한다. 그래픽 컴포넌트는 중·고등학교 수학교과 과정에 나오는 함수들과 여러 기하 도형들을 컴퓨터 화면에 표현하는 기능을 제공하기 때문에, 이를 활용함으로써 다양한 수학교육 프로그램과 교육 콘텐트를 쉽게 제작할 수 있다.

2절에서는 함수와 그래프 교육에 널리 이용되는 수학교육용 프로그램들인 Equation Grapher[5], GrafEq[2]을 구체적 기준을 세워 분석해보고 3절에서는 본 연구에서 개발 중인 그래픽 컴포넌트 프로그램의 분석과 설계에 대하여 기술한다. 4절에서는 그래픽 컴포넌트를 사용하여 개발된 함수보기 프로그램의 실행 모습을 보여줌으로써 본 컴포넌트의 활용 가능성을 살펴본다. 5절에서는 결론과 향후 과제에 대하여 기술한다.

2. 수학교육 프로그램 기능 분석

수학교육 프로그램의 기능을 분석하는데 있어서 '수학', '교육', '프로그램'이라는 세 가지 큰 관점에서 그 기준을 세웠다. 우선 '수학'이란 관점에서 프로그램이 수학이 다루고 있는 학문적 수학 개념과 대상을 표현할 수 있어야 하며, '교육'이란 관점에서 학생들에게 다양한 상호작용을 통한 수학적 이해를 가져다주고, 교사에게는 교육 콘텐트 제작 및 교수에 도움을 줄 수 있어야 한다. 또한 '프로그램'이란 관점에서는 컴퓨터를 기반으로 운영되기 때문에 충족되어야 할 여러 필요조건들이 만족되어야 한다. 이러한 세 가지 관점에서 다음과 같은 기준을 세웠다.

2.1 기능 분석 기준

첫째로 뷰어(viewer)를 통한 기하 및 함수 표현이다. 여기에는 점, 직선과 같은 기초 기하와 원, 타원, 삼각형과 같은 평면도형 또한 구, 원뿔과 같은 입체도형도 지원해야한다. 이러한 도형뿐 아니라 π (원주율), i (복소수의 허수부 단위)와 같은 상수와 수학 기호들을 표현해야한다. 그리고 중·고등학교 수학교과 과정에 나오는 함수를 표현해야하며 그 기하들과 함수의 모습을 2차원 좌표계뿐만 아니라 3차원 좌표계로 보여줌으로써 더 많은 기하의 표현과 학생들의 이해를 도울 수 있어야 한다. 또한 화면상의 기하 및 함수 모습이 변화하는 애니메이션 효과가 있어서 그 과정을 보여줌으로써 학생들이 재미있게 수학적 이해 할 수 있도록 도와야 한다. 게다가 사용자가 원하는 기하 및 함수의 속성 변화 즉, 두께, 색깔 등을 자유로 바꿀 수 있어야 하며 뷰어 또한 속성이 변화할 수 있어야겠다. 이러한 기능은 사용자 중심의 교육 콘텐트 제작에 필요하다.

두 번째, 문제 해결 기능이다. 문제 해결은 우선 기하 및 함수 개체 분석이 선행되어야 한다. 한 개체에 대한 최대값, 최소값, X축과 만나는 교점, Y축과 만나는 교점 등이 있어야 한다. 그리고 이러한 개체의 변화를 다룰 수 있어야 한다. 예를 들어 한 개체의 평행이동, 대칭이동 등과 주어진 조건에서의 개체의 변화를 나타내야 한다. 또한 한 개체와 다른 개체와의 관계 분석 역시 필요하다. 교점, 거리 등 두 개체와의 관계는 문제 해결에서 중요한 부분을 담당한다. 그리고 수학 문제 해결은 그 특성상 대수 계산이 필요하다. 대수학은 중·고등 교과과정의 상당부분을 차지하고 있으며, 교과과정 상호간에 연계성이 강하다. 따라서 수식 확장, 치환, 인수분해, 적분, 미분 등이 그래픽 컴포넌트와 함께 지원이 되어야만 문제 해결이 가능하다.

세 번째, 사용자 인터페이스이다. 프로그램을 직접 이용하는 사용자에 대한 적절한 이해가 필요하다. 아동 발달 과정에 따라 초·중·고등학생에게 알맞은 표현식을 제공해야 하며, 또한 아동이 사용하기에 편리한 레이아웃과 컴포넌트 개

발이 필요하다. 그리고 사용 방법에 대한 친절한 안내가 제공되어야한다. 이것은 도움말 또는 잘못된 문법에 대한 정확한 문법의 안내, 마법사 등을 들 수 있다.

네 번째, 시스템 인터페이스이다. 다양한 사용자 환경에 잘 운영될 수 있는 프로그램으로 작성되어야 하며, 그리고 다른 프로그램과의 호환성 역시 중요하다.

2.2 기준 수학교육프로그램 기능 분석

첫째로 Equation Grapher를 앞의 기준에 따라 분석해보았다. Equation Grapher는 함수식이나 수식을 입력하는 창에서 좌변이 ' $y =$ ' 또는 ' $\int =$ ' 으로 고정되어 있어 음함수를 지원하지 않는다. 따라서 원이나 타원 등을 그릴 수 없으며 그릴 수 있는 함수의 종류에는 1차, 2차, 고차 함수, Sqrt, Cbrt, Ln, Log, 10^, 6개의 삼각함수, Random, Integer, Abs가 있다. 2차원 좌표계만 지원하며 애니메이션 효과는 그래프 위를 움직이는 트레이스(trace)효과가 있다. 도형속성변화는 일괄선 두께를 dotted, normal, bold로 구분하여 지원하며 뷰어 속성변화는 On/ Off 식의 축, 격자, 치수, 함수이름 등을 지원한다. 그리고 확대보기, 축소보기, 영역지정, 보기 되돌리기 기능을 제공한다.

도형 개체 분석에는 근(해)를 구하는 Root와 Y-intersection, Maximum, Minimum 이 있으며 도형 개체 변화는 지원하지 않는다. 다른 개체와의 관계는 교점과 x 또는 y값이 결정되면 그때의 y 또는 x값을 알 수 있다. 그 밖의 분석에는 같은 회사에서 패키지로 지원하는 통계프로그램 Regression Analyzer가 사용된다. 대수기능은 정적분과 미분이 지원되고 부정적분은 지원하지 않는다. 이러한 문제 해결은 로그(Log)창에 그 결과값이 표현된다.

이 프로그램은 수식입력창이 가장 앞에 있고 또한 자주 사용하는 기능의 도구버턴이 있어 사용이 편리하다는 장점이 있다. 또한 사용자가 입력한 수식이 틀린 문법일 경우, 이에 대해 친절하게 올바른 문법과 예시를 보여주는 팝업 창을

제공한다. 그리고 그래프는 WMF와 BMP 형태로 클립보드에 저장되고 한 창에 12개까지의 그래프를 동시에 그릴 수 있다. Equation Grapher는 사용이 편리하여 콘텐츠 제작이 쉽다는 장점이 있지만 제한된 기하 및 함수의 표현으로 수학교육과정의 위계를 적정하게 나타내지 못하고 있다는 큰 단점이 있다. 좌변이 고정되어 있어 자유로운 관계식이 불가능 하며, 또한 그래픽으로 표현이 가능한 단순한 대수기능만을 제공한다. 또한 학생들의 이해를 돋는 다양한 애니메이션 효과가 필요하며 최종 결과 값보다는 자세한 계산 과정과 구조에 대한 설명이 더욱 필요하다.

두 번째로 GrafEq는 음함수 지원으로 원, 타원, 쌍곡선 등의 표현이 가능하다. 그리고 52개의 그리스 문자와 6개의 관계기호(부등호 등), 10개의 집합 기호를 지원한다. 또한 1차, 2차, 고차 함수, 음함수, 매개변수 함수, 극좌표형식 함수, 지수함수, 로그함수를 지원하며 삼각함수, 정수화시키는 함수, 순위함수 등 다양한 함수들을 지원한다. 2차원 좌표계를 사용하며 애니메이션 효과는 없다. 뷰어로서 배경색 지정, 눈금, 치수, 뷰어 크기, 격자, 축 등 다양한 속성변화를 지원한다. 그러나 이 변화들은 체크 리스트로 On/ Off 형태이므로 사용자가 구체적으로 그 값을 지정할 수는 없다. 도형 개체 분석은 지원하지 않는다. 평행이동, 대칭 등 도형 개체의 변화 기능은 없으며, 다른 개체와의 관계, 대수 기능도 지원하지 않는다.

이 프로그램은 단순하게 입력한 문자열을 그대로 화면에 나타나는 것이 아니라 실제 수학 수식으로 표현됨으로써 학생들의 이해를 높이는 장점이 있다. 그러나 한 화면에 여러 가지 그래프를 그릴 수 없어서 그래프 간의 비교와 문제해결에 이용될 수 없으며, 적절하지 못한 범위 값이나 틀린 문법에 대한 도움말이 부족하며 사용에 불편이 있다. GrafEq는 한 개체 관계식에 여러 조건을 붙여서 화면에 표현할 수 있으며 관계식과 조건식을 트리(tree) 형태로 보여줌으로써 체계적으로 관계식과 조건식간의 관계를 알아볼 수 있다는 장점이 있다. 그러나 여러 조건식에 따른 그래프 표현에는 유용하지만 개체 분석과 수학 문제해결 기능이 지원되지 않는 큰 단점이 있다.

다음 <표 1>은 Equation Grapher, GrafEq 및 개발된 컴포넌트 간의 기능을 비교한다.

<표 1> Equation Grapher, GrafEq, 개발된
컴포넌트간 기능 비교

비교 기준	도구 종류		
	Equation Grapher	GrafEq	개발된 컴포넌트
형태	Application	Application	Component (ActiveX)
기하 및 함수 표현	일차, 이차, 고차함수, Sqrt, Cbrt, Ln, Log, 10°, 삼각함수 유리함수, 무리함수 (음함수 지원 하지 않음)	일차, 이차, 고차함수, 음함수, 매개변수함수, 지수함수, 로그함수, 삼각함수, 유리함수, 무리함수	일차, 이차, 고차함수, 음함수, 매개변수함수, 지수함수, 로그함수, 삼각함수, 유리함수, 무리함수
함수 분석 기능	해구하기, Y절편, 최대값, 최소값	기능없음	해구하기, X절편, Y절편 , 최대값, 최소값, 음함수기본형
대수 기능	정적분, 미분	기능없음	부정적분, 미분 , 인수분해 수식치환, 수식전개
속성 지정	2차원좌표 지원, 애니메이션 지원, 속성의 on/off 지원	2차원좌표 지원, 속성의 on/off 지원	2차원/3차원좌표 지원, 애니메이션 지원, 속성값 직접지정 가능

3. 그래픽 컴포넌트 분석 및 설계

그래픽 컴포넌트의 기본적인 개발 목적은 수학교육 프로그램을 개발할 때 교육내용과 관련된 함수와 기하도형을 화면에 표현하는 기능을 제공하는 것이다. 이를 위하여 컴포넌트가 제공해야 될 기능들에 대한 목록과 해당 기능들을 제공하는 방식에 대한 조사가 수행되었다. 그 이후에 스크립트 언어를 설계하여 필요한 기능을 추가하였고, 실제 그래픽 컴포넌트를 설계하였다. 설계 내용을 기반으로 C++언어로 구현하였다.

<표 2> 중고교 수학 교과 과정과 그래픽 개체

수학 교과 과정 내용		
중학교 기하 I	개체	점, 선분, 직선, 곡선, 각, 평면도형(삼각형·사각형·다각형·원·부채꼴), 입체도형(다면체·각뿔·각뿔대·각기둥·회전체) 그리기
	개체 분석	작도, 오심, 오일러지수
	개체 관계	합동, 닮음
중학교 기하 II	개체	각, 도형, 원
	개체 분석	각·길이·넓이·부피 계산
고등 학교	개체	방정식(일차·이차·삼차·고차·지수·로그) 그래프표현, 원·타원·쌍곡선·포물선 방정식 그래프 표현, 공간좌표 및 공간도형 표현, 공간벡터의 그래프표현
	개체 분석	부등식 그래프 표현 접선의 방정식
	개체 변화	일차변환 그래프 표현 합성함수 그래프 표현 역함수 그래프 표현 함수 이동 및 변환 도형의 이동
	개체 관계	함수와 직선과의 관계 두 점 사이의 거리

3.1 기능 분석

<표 2>에서 보이는 바와 같이 중학교 수학교과 과정에서는 기본적인 평면도형과 입체도형의 화면표현이 필요하며, 고등학교 교과과정에서는 다양한 함수(삼각, 지수, 로그 등)들과 방정식(원, 타원, 쌍곡선, 포물선, 고차방정식 등)의 화면표현이 필요하다. 또한 개체 분석·개체 변환·다른

<표 3> 그래픽 컴포넌트에서 표현할 개체들

개체 종류	개체
2차원 평면 개체	점, 선, 화살선, 원, 타원, 부채꼴, 도넛형태, 삼각형, 사각형, 다각형, 문자열
3차원 공간 개체	3차원직선, 다각형, 구, 원통, 원뿔, 4/6/8/12/20 면체, 정육면체, 도넛(torus), 문자열
일반함수	일차/이차/고차 함수, 지수함수, 로그함수, 삼각함수
음함수	X함수, Y함수, 원, 타원, 쌍곡선, 포물선
매개함수	매개함수

개체와의 관계 분석이 요구된다.

본 연구에서는 그래픽 컴포넌트에서 표현해야 할 개체들을 <표 3>과 같이 분류하였다.

2차원 개체들과 3차원 개체들은 그래픽 컴포넌트 내에서 생성하고 관리하는데 비하여, 일반함수/ 음함수/ 매개함수 개체들에 대한 처리는 대수계산 엔진을 이용한다. 예를 들어 등호기호가 포함된 음함수의 경우 대수계산 엔진에서 현 고등교육과정에 나타나는 다음 6가지 종류를 지원한다.

<표 4> 대수계산엔진에서 지원되는 음함수 종류

음함수 종류	음함수 기본형
X 함수	$y = f(x)$
Y 함수	$x = f(y)$
원 방정식	$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
타원 방정식	$(x-a)^2/c^2 + (y-b)^2/d^2 = 1$
포물선 방정식	$(y-b)^2 = 4p(x-a)$
쌍곡선 방정식	$(x-a)^2/c^2 - (y-b)^2/d^2 = 1$

특정 방정식이 입력되면 그 방정식이 위에 기술된 6가지 중에서 어떤 형태에 포함되는지 자동으로 분석되며 음함수 기본형 형태로 재구성된다. 즉, 임의의 타원방정식이 입력되면 해당 타원방정식의 중심점과 장축, 단축의 길이를 쉽게 알 수 있다.

<표 3>에 나열된 개체들을 화면상에 표현하기 위해서는 2차원 좌표계와 3차원 좌표계 둘 다 지원하여야 하며, 각 개체들의 이동과 회전, 크기조절과 같은 연산도 지원하여야 한다. 또한 학습 흥미를 높이기 위하여 개체들의 이동과 회전, 크기 변화 시에 애니메이션 효과 지원이 바람직하며, 화면 좌표계에 관련된 다양한 환경 설정(영역 설정, 눈금자 설정, 관찰 위치와 각도 지정, 광원 위치와 각도 지정, 배경 색 등) 기능 역시 필요하다.

3.2 기능 제공 방식

그래픽 컴포넌트의 활용성을 높이고, 향후 기능 개선에 따른 컴포넌트 버전 호환성 문제를 해결

하기 위하여 본 연구에서는 그래픽 컴포넌트 기능제공을 함수 방식이 아닌 스크립트 언어 방식으로 제공한다. 즉, 그래픽 컴포넌트의 각 기능별로 여러 개의 함수들을 만들어 놓는 것이 아니라, 단 하나의 함수 execute(char *cmdStr)만 외부에서 이용할 수 있도록 한다. 외부 프로그램에서 그래픽 컴포넌트에 특정 기능을 요구할 때는 execute 함수의 인자로 해당 기능의 스크립트 명령문장을 넘겨주면 된다. 이러한 스크립트언어 방식은 그래픽 컴포넌트 이용방법을 사용자가 쉽게 익힐 수 있게 만들며, 외부 프로그램과의 연결강도(coupling)를 줄임으로써 컴포넌트 관리가 편리하다. 또한 화면 표현에 대한 지정을 일반 프로그램 코드가 아닌 문자열 데이터로 표현 가능하기 때문에 그래픽 컴포넌트의 유연성을 증가시킬 수 있는 장점이 있다. 컴포넌트 버전 호환성 측면에서는 인터페이스가 버전에 따라 달라지지 않기 때문에 동작 불능과 같은 문제를 발생시키지 않는다.

3.3 스크립트 언어

그래픽 컴포넌트에서 사용되는 스크립트 언어의 명령어는 <표 5>와 같이 6가지로 분류된다. “속성변경” 명령어는 좌표계 설정과 여러 가지 환경을 설정하는데 사용되며, “변수지정” 명령어는 일반변수와 수식변수를 생성하는데 이용된다. “개체지정” 명령어는 일반함수, 음함수, 매개변수 함수 같은 함수 개체나 2차원/3차원 도형 개체를 생성하는데 활용된다. “개체연산” 명령어는 특정 개체를 지정하여 위치를 이동하거나, 회전하거나, 확대/축소 할 때 사용된다. 여러 개체들을 한 단위로 취급하는 그룹 개체를 생성하고 해제하기 위해서는 “그룹연산” 명령어를 이용하고, 기타 시스템에 관련된 제어를 하는데 사용되는 것이 “시스템연산” 명령어이다.

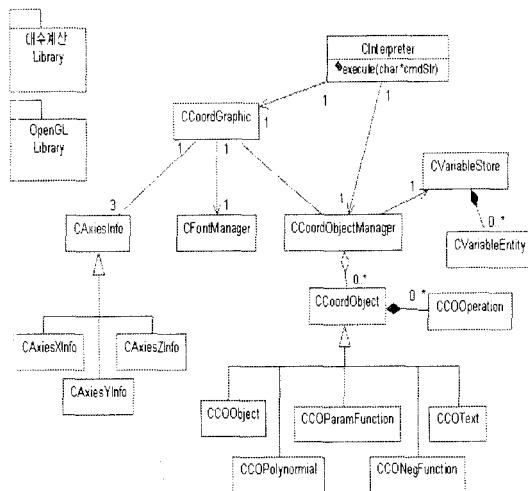
<표 5> 스크립트 언어

명령어 분류	명령어문법
속성변경	"set <i>property</i> = <i>value</i> " (property = axes, grid, autoShow, model, marker, color, range, viewAngle, aniStep, lineStyle, lineThick, light, fontSize, fontStyle, ani)
변수지정	"var <i>name</i> = <i>expression</i> "
개체지정	"function <i>name</i> = 'xyz수식'" "object <i>name</i> = <i>object_definition</i> "
개체연산	" <i>operation target</i> " (operation = show, hide, move, rotate, scale, restore, delete)
그룹연산	"group <i>name</i> = (<i>name1</i> , <i>name2</i> , ..., <i>nameN</i>)" "ungroup <i>name</i> "
시스템연산	"sleep <i>time</i> " "sound <i>soundname</i> "

3.4 컴포넌트 설계

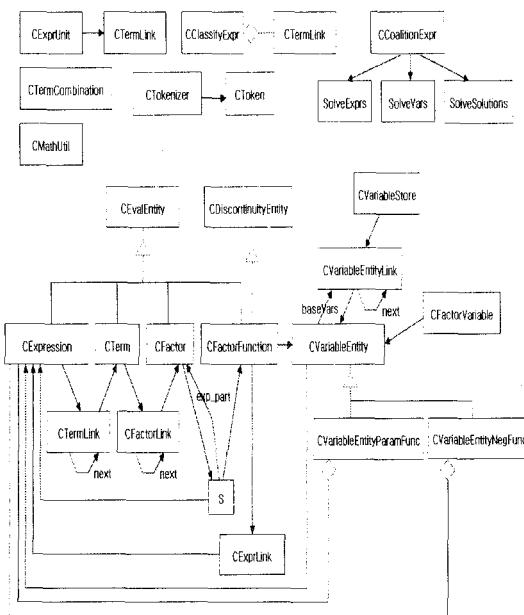
<그림 1>은 그래픽 컴포넌트의 설계단계에서의 클래스 다이어그램을 보여준다. 컴포넌트 외부에서는 CInterpreter 개체의 execute 함수만 접근 가능하다. 주요 클래스들의 역할은 다음과 같다.

- 1) CInterpreter: 외부에서 입력된 스크립트 언어를 해석하고 실행한다.
- 2) CCordGraphic: OpenGL 라이브러리를 이용하여 화면제어를 담당한다.
- 3) CCordObjectManager: 컴포넌트 내부의 개체들을 관리하는 역할을 수행한다.
- 4) CVariableStore: 변수, 수식, 함수에 사용된 변수 이름을 관리한다.
- 5) CCordObject: 컴포넌트 내부의 개체를 표현한다.
 - CCOObject: 2차원 평면 도형과 3차원 공간 도형을 표현
 - CCOPolynomial: 다항식 개체 표현
 - CCOParafFunction: 매개함수 개체 표현
 - CCONegFunction: 음함수 개체 표현
 - CCOText: 문자열 개체 표현



<그림 1> 그래픽 컴포넌트 클래스 다이어그램

<그림 2>는 그래픽 컴포넌트에서 사용하는 대수계산 엔진의 클래스 다이어그램이다.



<그림 2> 대수계산 엔진 클래스 다이어그램

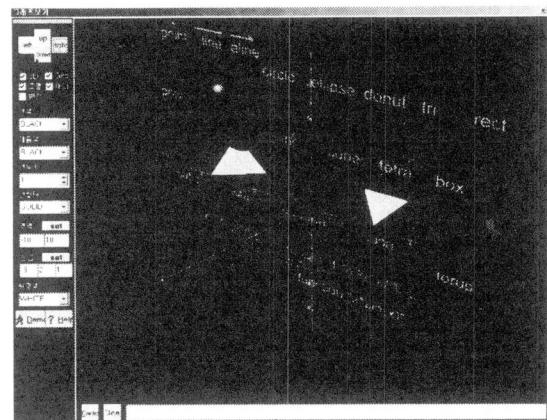
4. 수학교육에 컴포넌트 활용

4.1 컴포넌트 활용

본 연구의 그래픽 컴포넌트는 C++ 언어로 작성되었으며, 학생들이 일반적으로 접하는 컴퓨터

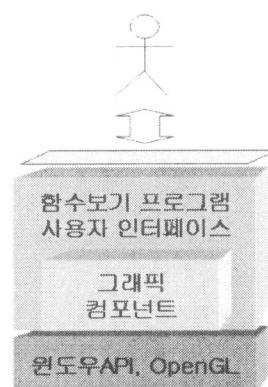
환경이 윈도우 운영체제임을 감안하여 윈도우 프로그램 개발환경에서 사용할 수 있는 ActiveX 컴포넌트 형태로 개발되었다.

본 그래픽 컴포넌트의 활용성을 보이기 위하여 이를 이용한 간단한 함수보기 프로그램을 개발하였으며, 프로그램 실행모습은 <그림 3>과 같다. 프로그램 화면의 왼쪽 편에는 좌표계 설정이나 색상, 선 굵기와 종류 등을 지정하며, 화면 하단에 스크립트 언어를 입력하여 왼쪽화면에 함수나 그림 객체를 그릴 수 있다.



<그림 3> 그래픽 컴포넌트를 이용한 함수보기 프로그램

<그림 4>는 함수보기 프로그램과 그래픽 컴포넌트와의 관계를 보여준다.



<그림 4> 함수보기 프로그램과 그래픽 컴포넌트의 관계

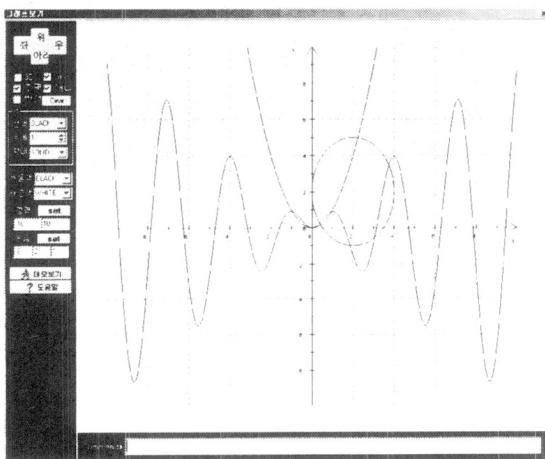
대수기능과 여러 함수 및 도형개체 출력기능을 그래픽 컴포넌트에서 처리하기 때문에, 함수보기 프로그램에서는 단순히 사용자 인터페이스 기능

만 제공한다. 즉, 그래프 컴포넌트를 사용하면 누구나 쉽게 대수기능과 함수 출력기능을 포함하는 프로그램을 개발할 수 있는 것이다.

다음 <그림 5>는 2차원 좌표계에서 이차함수와 타원방정식, 그리고 매개변수 함수를 스크립트 언어를 이용하여 화면에 출력된 모습을 보여준다. 이때 함수보기 프로그램의 사용자 인터페이스부분에서는 단순히 스크립트 명령어를 그래픽컴포넌트에 전달하기만 하면 된다.

[함수지정 스크립트 명령어]

- 이차함수:
"function f1(x)=x^2"
- 타원방정식:
"function f2=(x-2)^2/4-(y-2)^2/9=1"
- 매개변수함수:
"function f3(t)=param(t,-10,10,'t',2*t*sin(t)*cos(t),cos(t))"



<그림 5> 여러 함수와 방정식 그리기

함수나 방정식개체 생성 외에 환경설정 스크립트 명령어를 사용하여 그래픽 컴포넌트에서의 좌표계 설정을 바꾸거나, 개체 이동 시 애니메이션 효과도 지정할 수 있다.

4.2 수학 교육 적용 방법 및 효과

본 연구에서 제시한 컴포넌트 기능을 이용하여 개발된 도구를 학생들의 함수 학습에 적용함으로써 학생들의 능동적인 참여를 이끌 수 있다. 즉, 학생들이 컴퓨터를 이용한 수업시간에서 함수의

개념을 이해하기 위해서 다양한 함수식을 직접 입력하여 함수들의 변화하는 모습을 볼 수 있다. 이런 방식의 수업은 단순한 문제풀이식 학습보다도 학생들의 능동적이고 적극적인 참여를 유도함으로써 학습효과를 높일 수 있다. 이 도구의 활용 시점은 학생들이 수업 중에 직접 이용하거나, 예습과 복습에서 이용할 수 있다. 교사들은 수학 함수 관련된 교육 콘텐츠를 저작할 때에 사용할 수 있다.

본 연구에서 개발한 컴포넌트 기반 시스템은 학생들이 수학의 함수식을 이해하는 데 도움이 된다. 그 근거는 다음과 같다.

첫째, 지금의 수학 교육에서 이러닝(e-Learning)은 동적인 부분을 반영하지 못한다. 본 연구에서 개발한 컴포넌트를 이용함으로써 함수의 다양한 수식을 입력받을 수 있고, 또한 함수의 인자들을 다양하게 변화하여 함수 변화를 볼 수 있기 때문에 본 연구에서 제안한 시스템은 수학의 동적인 부분을 반영한다.

두 번째, 학생들이 함수를 잘 이해하기 위해서는 함수를 다양하게 조작하여 그 변형된 모습을 볼 수 있어야 한다. 개발된 컴포넌트는 함수의 변수값 및 특성을 다양하게 변형하여 볼 수 있고, 또한 함수의 이동, 대칭 등의 조작을 통하여 함수 관련 개념의 이해를 높일 수 있다.

세 번째는 본 연구에서 개발된 컴포넌트 내에서 생성한 함수 그래프들을 다른 도구에서 이용할 수 있다. 따라서 함수식을 기반으로 한 함수 그래프들의 활용도가 매우 높다고 할 수 있다.

5. 결 론

컴퓨터를 이용한 수학교육을 활성화시키고 또 그 효과를 증대시키기 위해서는 각 교육내용에 적합한 형태의 콘텐트를 제작할 수 있도록 특화된 다양한 교육 프로그램들이 필요하며 이를 지원하기 위한 전문기능의 라이브러리나 컴포넌트가 필요하다.

본 논문은 수학교육 관련 프로그램에 함수나 기하 도형을 화면에 표현하는 기능을 지원하는 그래픽 컴포넌트를 설계하고 구현하였으며, 구현된 컴포넌트의 활용모습을 보이기 위하여 간단한

그래프 뷰어 프로그램을 개발하였다.

본 연구는 수학교육을 위한 다양한 프로그램과 콘텐트 개발을 지원하는 "수학교육 프로그램개발 프레임워크" 연구의 한 부분이며 관련된 다른 연구과제는 다음과 같다.

- 대수 계산 엔진
- 교육 콘텐트 작성기
- 교육 콘텐트 실행기
- 교육 콘텐트 라이브러리

다양한 함수와 기하 도형을 화면에 표현하는 기능을 수학교육 프로그램에게 컴포넌트 형태로 제공하는 그래픽 컴포넌트는 다양한 수학교육 관련프로그램과 콘텐츠 개발에 쉽게 활용될 수 있으며, 컴퓨터 수학교육의 활성화에 이바지할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] 메가스터디(2004). 메가스터디수강방법.
<http://www.megastudy.net>
- [2] 김남희(2005). Grafeq를 활용한 중등수학 탐구활동. 수학사랑 제7회 Math Festival 발표집.
- [3] 김성현(2002). 플래쉬를 활용한 수학교육. 수학사랑 제4회 Math Festival 워크샵.
- [4] 에듀팜(2003). 에듀팜소개 <http://www.edufarm.net>
- [5] 이광연(1999). Equation Grapher with Regression Analyzer. 수학사랑 저널 99년 15호
- [6] 장경윤 · 황우형 · 이중권(2001). 탐구형 기하 소프트웨어(Geometer's Sketchpad)의 활동 및 자료 개발과 그 효과에 관한 연구. 대학수학교육학회지 제11권 제1호
- [7] 정상권 · 추상목(2000). 수학교육에서 Maple의 활용방안. 대학수학교육학회지 학교수학 제1권 제1호.
- [8] 조혜상(2001). 창의적 수학학습을 위한 LiveMath 의 활용. 신라대학교 교육대학원 석사논문.
- [9] 한태명 · 강문봉(2003). How to ICT ICT 활용 교수학습 방법 및 자료 개발 연구. 한국교육학술정보원 연구보고 PR 2003-6.
- [10] 허혜자(1998). Mathematica를 활용한 수학 지도. 대한수학교육학회지 제8권 제2호.
- [11] Brian R. Hunt, Ronald L. Lipsman & Jonathan

M. Rosenberg(2001). A Guide to MATLAB: for Beginners and Experienced Users. Cambridge University Press.

- [12] National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and Standards for School Mathematics.

신 우 창



- 1993 서울대학교
계산통계학과(이학사)
1995 서울대학교
전산과학과(이학석사)
2003 서울대학교
컴퓨터공학과(공학박사)
2003~ 현재 : 서경대학교 인터넷정보학과 교수
관심분야: 소프트웨어공학, 설계패턴, 컴포넌트기 반개발, 컴퓨터교육
E-mail: wcs Shin@skuniv.ac.kr

김 갑 수



- 1985 서울대학교
계산통계학과 졸업(학사)
1987 서울대학교 대학원
전산과학과 졸업(석사)
1996 서울대학교 대학원
전산과학과 졸업(박사)
1987~1992 삼성전자 정보통신연구소 연구원
1995~1998 서경대학교 전산정보학과 교수
1998~현재 서울교육대학교 컴퓨터교육과 교수
관심분야: 컴퓨터 교육, 소프트웨어 공학, 디지털 컨텐츠, 저작도구, 원격 교육
E-mail: kskim@snue.ac.kr