

비선형 형상 탐색 기법에 따른 막구조물의 오차와 수렴성 평가에 관한 연구

A Study on Estimate for Error and Convergence of Membrane Structures According to the Nonlinear Form-finding Techniques

손수덕*
Shon, Su-Deok

김승덕**
Kim, Seung-Deog

정을석***
Jeong, Eul-Seok

전진형****
Jeon, Jin-Hyung

요약

연성구조시스템 중 하나인 막 구조물은 대공간 구조물에 많이 사용되어진다. 막 구조물은 축강성이 강하고 휨강성이 매우 작은 재료로서 구조물의 설계는 강성구조물과는 달리 형상해석, 응력-변형해석 그리고 재단도 등의 일련의 과정을 필요로 한다. 막 구조물의 형상해석은 일반적으로 초기 불안정 상태의 막 면에 초기강성을 부여함으로써 평형상태에 이르게 되는 역학적 매커니즘을 가지고 있으며, 이와 같은 곡면을 해석적으로 구하는 데는 해석상의 수렴 및 발산 그리고 오차 발생에 따른 문제를 해결해야만 한다.

본 논문에서는 막 구조물의 초기곡면을 형성하기 위한 형상탐색기법에 대한 수렴 및 오차에 관하여 연구하고, 적용된 예제의 해석 결과를 바탕으로 해가 수렴해 가는 과정 및 제어변수에 따른 수렴속도 및 효율성을 살펴본다.

Abstract

The membrane structures, a kind of lightweight soft structural system, are used for spatial structures. The material property of the membrane has strong axial stiffness, but little bending stiffness. The design procedure of membrane structures are needed to do shape finding, stress-deformation analysis and cutting pattern generation. In shape finding, membrane structures are unstable structures initially. These soft structures need to be introduced initial stresses because of its initial unstable state, and happen large deformation phenomenon.

Therefore, in this paper, we investigate the convergence of solution and the speed according to the control variables and the method of shape analysis.

키워드 : 막 구조물, 형상해석, 형상탐색, 평형탐색

Keywords : Membrane Structures, Shape Analysis, Shape finding, Equilibrium finding

1. 서론

연성 구조물은 축강성은 강하고 휨 강성이 매우 작은 재료를 주 구조재로 사용하므로 초기강성에 매우 민감한 구조체이다. 따라서 연성 구조물의 해석과 설계는 기존의 강성구조물과는 다른 형상해석, 응력-변형해석, 재단도 작성 및 시공해석의 3단계 해석이

요구되어진다. 이 중 형상해석은 초기응력의 도입으로 인한 3차원 공간상의 등장력 평형 형상을 결정하는 중요한 문제가 된다.

연성 구조물의 초기형상탐색에 대한 해석들은 유한요소법의 발전으로 수치적 비선형 해석을 필요로 하게 되었고, 비선형 해석기법은 더 정확하고 효율적인 해를 구하고자 많은 연구자들에 의해 다양한 방법이 제시되었다.

유한요소해석을 도입한 비선형 해석기법은 Turner¹⁾와 Argyris²⁾에 의해 처음으로 연구되어졌으며, Incremental Method를 비선형 해석에 적용하였다. 그리고,

* 정희원, 경북대학교 건축공학과, 공학박사

** 정희원, 세명대학교 건축공학과, 부교수

Tel : 043-649-1326 Fax : 043-649-1326

E-mail : sabinus@semyung.ac.kr

*** 정희원, 세명대학교 건축공학과, 공학석사

**** 정희원, 세명대학교 건축공학과, 공학석사

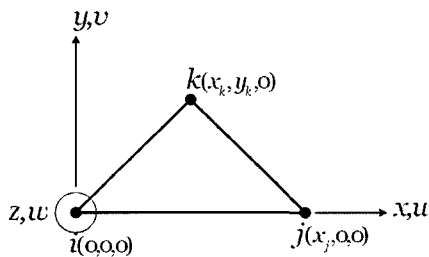
Oden³⁾은 Newton-Raphson Method를 이용한 Iterative Method를 도입하였으며, 이 후 Modified Newton-Raphson Method⁴⁾로 발전하였다. Shanno⁵⁾와 Buckley⁶⁾는 Modified Newton-Raphson Method의 해석모델에 따라 수렴성이 떨어지는 문제에 대해 Tangential Stiffness Matrix를 계산하지 않고 할선강성을 찾아내는 Quasi-Newton Method를 적용하였으며, Crisfield⁷⁾는 비교적 저장변수의 수가 많은 Quasi-Newton법의 단점을 개선한 Secant-Newton법을 제안하였다. 이외에도 비선형 해석에 관한 다양한 기법들이 많은 연구자들에 의해서 연구되었으며, 해석모델에 따라 구조모델의 특성에 따른 적합한 기법들이 활발히 연구되어졌다.

국내의 경우, 초기에는 설계자에 의해서 요구되는 설계형상에 가장 근접한 형상을 찾아내는 형상탐색에 대한 연구가 주를 이루었으며, 이 후 응력-변형해석 및 재단도 해석에 관한 연구도 활발히 진행되어지고 있다.

본 논문에서는 형상해석의 제어변수와 방법에 따라 달라지는 해의 수렴과 속도를 살펴보고, 효율적인 형상해석 기법을 알아보려고 한다. 카테나리 곡면과 HP형 곡면을 해석 모델로 채택하고, 두 가지 방법으로 형상해석을 진행한다. 첫째는 경계절점들을 변위증분 시키는 형상탐색을 수행하고, 그 결과를 초기형상으로 하여 평형점을 찾아가는 방법이고, 둘째는 경계절점들을 정해진 위치에 고정시킨 후 평형탐색만을 적용하는 방법이다.

2. 비선형 막 요소의 정식화

삼각형 평면 막요소의 요소좌표계를 <그림 1>에



요소좌표계 : x, y, z
 요소내변위 : $u(x, y), v(x, y), w(x, y)$

<그림 1> 막요소의 요소좌표계

서와 같이 정의한다.

현재의 상태를 초기 상태로 가정하고, 현상태에서의 증분에 관한 가상일을 고려하면, 다음과 같은 가상일의 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 f^{(0)} + f = & A_m h_m (A^T \sigma^{(0)}) \\
 & + A_m h_m [\sigma_x^{(0)} B^T B + \sigma_y^{(0)} C^T C \\
 & + \tau_{xy}^{(0)} (B^T C + C^T B)] d \\
 & + A_m h_m [A^T E A] d
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서,

$$\sigma_x^{(0)}, \sigma_y^{(0)}, \tau_{xy}^{(0)} : \text{초기 응력}, \{\sigma^{(0)}\} = \{\sigma_x^{(0)} \sigma_y^{(0)} \tau_{xy}^{(0)}\}$$

고차항의 생략, 수치 해석의 오차 등으로 인하여 불평형력(residual force)이 발생한다. 이러한 불평형력을 r 라고 하면, 식(1)의 오른쪽 제 1항으로부터,

$$r = A_m h_m \cdot A^T \sigma^{(0)} - f^{(0)} \tag{2}$$

윗 식을 이용하여, 식(1)의 증분 방정식은 다음과 같이 된다.

$$f - r = [k_E + k_G] d \tag{3}$$

여기서

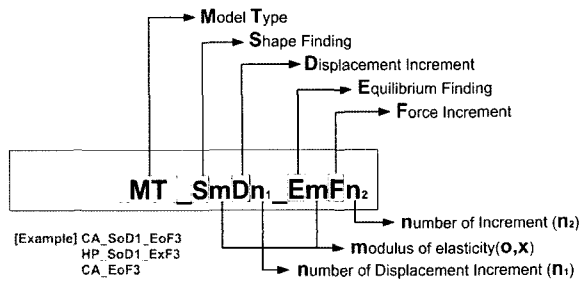
$$\begin{aligned}
 k_E &= A_m h_m [A^T E A] \\
 k_G &= A_m h_m \left[\begin{array}{l} \sigma_x^{(0)} B^T B + \sigma_y^{(0)} C^T C \\ + \tau_{xy}^{(0)} (B^T C + C^T B) \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

3. 제어변수에 따른 형상해석

본 절에서는 형상해석의 제어변수와 방법에 따라 달라지는 해의 수렴과 속도를 살펴본다. 해석을 수행하기에 앞서 형상해석을 두 단계로 나누어 살펴본다. 첫 단계는 기지의 경계절점들을 고정시켜 두

고 미지의 경계절점들을 변위 증분을 통해 지정된 위치까지 도달시키는 과정이고, 두 번째 단계는 변위 증분된 미지의 경계절점들을 고정시킨 후에 반복해석을 통해 내부의 자유절점들이 각각 평형점을 찾아가게 하는 과정이다. 본 논문에서는 전자를 형상탐색 그리고 후자를 평형탐색이라 정의한다.

형상해석절차에 대한 모델의 명칭을 <그림 2>와 같이 정한다. 그리고 모든 해석의 수렴오차 한계는 0.05, 0.005, 0.0005의 세 가지 경우로 한다.



<그림 2> 형상해석방법에 따른 모델명칭

3.1 Catenary 곡면

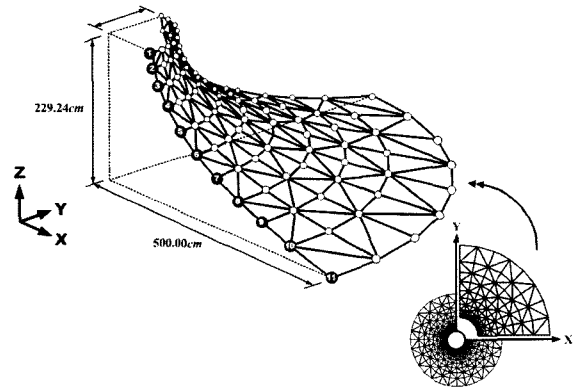
적용되는 해석대상모델은 <그림 3>과 같은 카테나리 곡면을 채택하기로 한다. 해석대상인 카테나리 곡면의 목표하는 형상은 바깥원의 반지름이 500cm, 내부원의 반지름이 100cm, 그리고 높이 229.24cm이고, 해석영역은 대칭성을 고려하여 전체형상의 1/4만 선택한다. 해석영역의 형상을 <그림 4>에서 보는 것과 같이 99개의 절점과 160개의 요소로 모델링 하며, 초기 장력은 5kg/cm로 적용하였다. 그 외 초기 입력데이터는 <표 1>과 같고, 아래 식은 카테나리 곡면의 이론식이다.

$$Z = a \{ \ln(\sqrt{X^2 + Y^2} + \sqrt{X^2 + Y^2 - a^2}) - \ln(a) \} \quad (4)$$

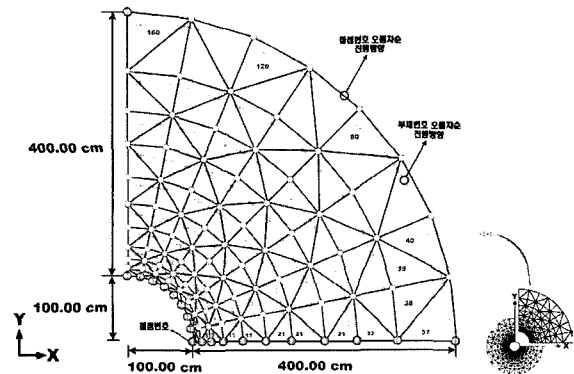
카테나리 곡면의 형상해석은 형상탐색과 평형탐색의 단계로 나누어 해석을 수행한다. 먼저, 형상탐색에 대한 결과를 살펴본다. 해석시 사용되는 탄성계수는 0에 가까운 값을 채택하며, 변위 증분값은 1회에서 10회까지의 10가지 경우에 대해 해석을 수행하였다. 형상탐색은 <그림 5(a)>와 같은 초기형상에서 변위제어 증분해석을 수행하는 것으로, 결과는

<표 1> 해석대상모델의 기초입력자료

Thickness	t = 0.1cm
Young's Modulus - Membrane	E•t= 800kg/cm
Poisson's Ratio	$\nu_{xy} = \nu_{yx} = 0.7$



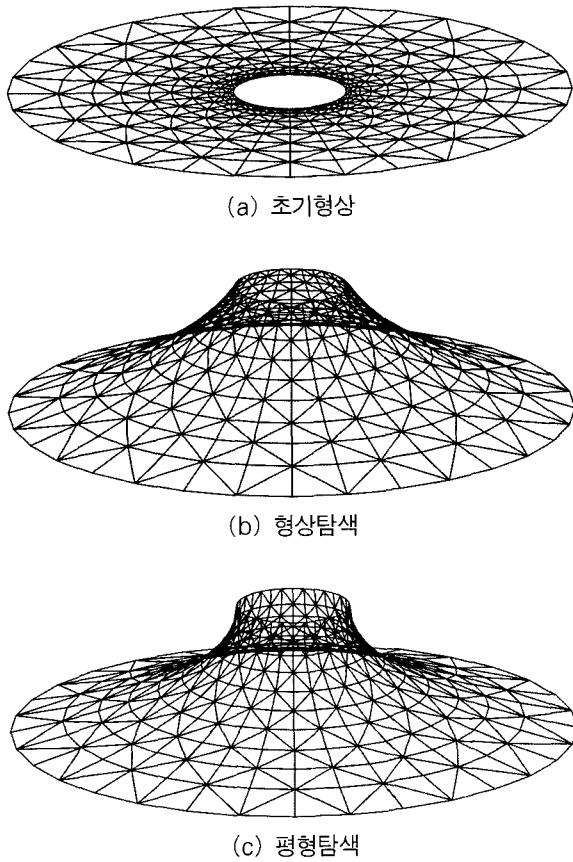
<그림 3> 해석대상모델의 입체도 및 해석영역



<그림 4> 해석대상모델의 유한요소 모델링

<그림 5(b)>와 같은 형상에 도달하며, 이때 각 예제별 최대오차를 분포는 30.552~38.787%의 오차분포로 나타난다.

해석된 형상탐색의 결과를 초기형상으로 놓고 평형탐색을 수행한다. 이때 탄성계수는 형상탐색단계와 같이 0에 가까운 값을 채택하고, 증분값 또한 1회에서 10회까지 증가시켜 적용한다. 평형탐색은 형상탐색결과의 불평형력을 제어하여 증분해석을 수행하는 것으로, 결과는 <그림 5(c)>와 같은 형상에 도달한다. 해석결과를 <표 2>에 나타내며, 세가지 경우의 수렴오차 중 10회 증분의 경우만을 나타내었다. 수렴오차 0.05의 경우 10회 증분시 최대 오차는 5.4553%로 나타나고, 수렴오차 0.005의 경우 10회 증분시 0.9166%, 수렴오차 0.0005의 경우 10회 증분시 0.1593%의 오차분포로 나타났으며, 이는 카



〈그림 5〉 형상해석(CA_SoDn_EoFn)

테나리 곡면의 규모로 볼 때 정해와 근접한 결과임을 알 수 있다.

각 단계별 오차의 수렴과정을 <그림 6>에서부터 <그림 8>에 나타내었으며, 증분횟수가 증가함에 따라 정해에 근접해 감을 알 수 있다. 그리고, 수렴오차에 따른 오차를 변화는 형상탐색시 1회 증분의 경우와 10회 증분의 경우만을 <그림 9>에 나타내었다. 오차율의 변화 양상을 보면, 수렴오차 0.05의 경우는 해석시 반복횟수는 적으나 오차율이 크게 나타나며, 0.0005의 경우는 오차율에서는 만족할만한 값을 가지나 해석시 반복횟수가 증가하게 되므로 카테나리 곡면의 경우 수렴오차가 0.005 일 때 오차율과 증분횟수 모두 효율적이라 할 수 있다. 또한, 증분횟수에 따른 접선강성행렬 작성횟수는 <그림 10, 11>와 같다.

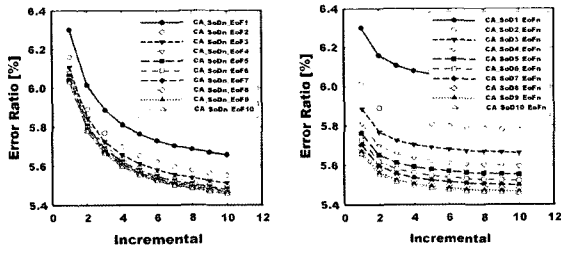
다음으로 카테나리 곡면의 형상해석시 형상탐색 단계를 수행하지 않고 <그림 12(a)>와 같이 미지의 경계절점만을 정해진 경계지점에 이동시켜 놓은 뒤,

〈표 2〉 반복횟수 및 최대오차(CA_SoDn_EoFn)

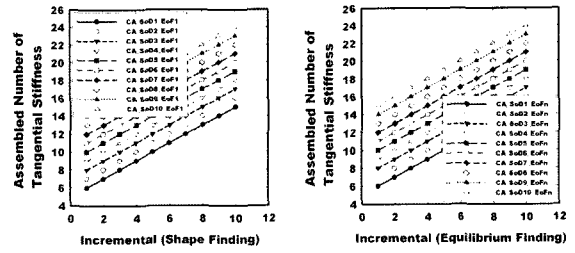
수렴 오차	모델명	접선강성행렬 작성횟수			최대오차	
		형상탐색	평형탐색			
			Step	Iter		합계
0.05	CA_SoD10_EoF1	10	1	1	12	5.6562
	CA_SoD10_EoF2		2	1	13	5.5506
	CA_SoD10_EoF3		3	1	14	5.5122
	CA_SoD10_EoF4		4	1	15	5.4923
	CA_SoD10_EoF5		5	1	16	5.4801
	CA_SoD10_EoF6		6	1	17	5.4719
	CA_SoD10_EoF7		7	1	18	5.4660
	CA_SoD10_EoF8		8	1	19	5.4616
	CA_SoD10_EoF9		9	1	20	5.4581
	CA_SoD10_EoF10		10	1	21	5.4553
0.005	CA_SoD10_EoF1	10	1	4	15	0.9436
	CA_SoD10_EoF2		2	4	16	0.9295
	CA_SoD10_EoF3		3	4	17	0.9243
	CA_SoD10_EoF4		4	4	18	0.9216
	CA_SoD10_EoF5		5	4	19	0.9200
	CA_SoD10_EoF6		6	4	20	0.9189
	CA_SoD10_EoF7		7	4	21	0.9181
	CA_SoD10_EoF8		8	4	22	0.9175
	CA_SoD10_EoF9		9	4	23	0.9170
	CA_SoD10_EoF10		10	4	24	0.9166
0.0005	CA_SoD10_EoF1	10	1	149	160	-0.1597
	CA_SoD10_EoF2		2	150	162	-0.1596
	CA_SoD10_EoF3		3	150	163	-0.1594
	CA_SoD10_EoF4		4	150	164	-0.1594
	CA_SoD10_EoF5		5	150	165	-0.1593
	CA_SoD10_EoF6		6	150	166	-0.1593
	CA_SoD10_EoF7		7	150	167	-0.1593
	CA_SoD10_EoF8		8	150	168	-0.1593
	CA_SoD10_EoF9		9	150	169	-0.1593
	CA_SoD10_EoF10		10	150	170	-0.1593

평형탐색만으로 형상해석을 수행한다. 해석시의 조건은 앞서 해석한 경우와 동일하게 적용하였다. 형상해석 결과, <그림 12(b)>와 같은 형상에 도달하였으며, 각 단계별 접선강성행렬 작성횟수와 최대오차는 <표 3>에 나타난다. 해석결과, 수렴오차가 작아질수록 그리고, 증분수가 증가할수록 오차분포 또한 정해에 근접함을 알 수 있다.

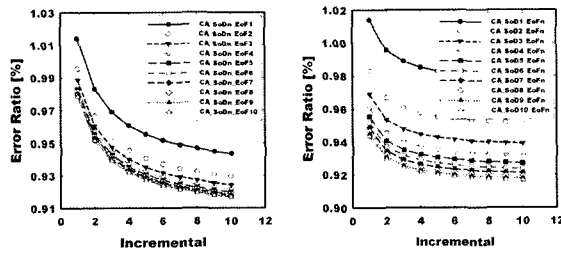
형상탐색 후 평형탐색을 수행한 경우와 고정경계절점을 이용하여 평형탐색을 수행한 결과를 비교해 본다. 먼저, 접선강성행렬 작성횟수에 따른 오차율 변화를 <그림 13>에 나타내었다. 수렴오차가 0.05인



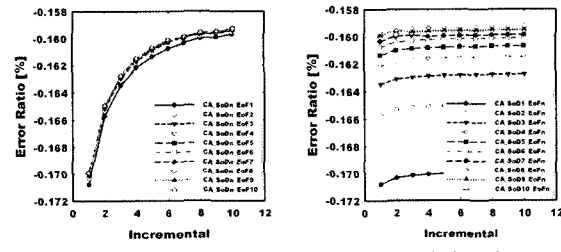
(a) 형상탐색 (b) 평형탐색
 <그림 6> 오차율변화(Err:0.05)



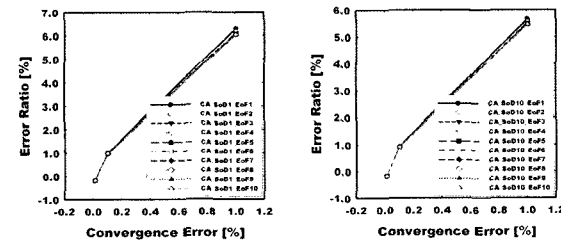
(a) 형상탐색 증분수 (b) 평형탐색 증분수
 <그림 11> 반복횟수의 변화(0.005)



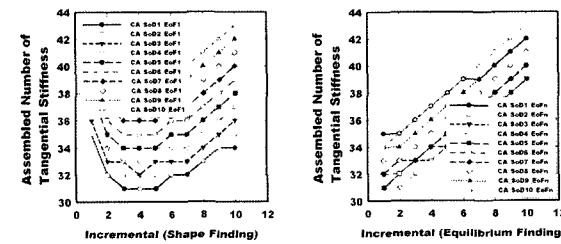
(a) 형상탐색 (b) 평형탐색
 <그림 7> 오차율변화(Err:0.005)



(a) 형상탐색 (b) 평형탐색
 <그림 8> 오차율변화(Err:0.0005)



(a) 증분횟수 1회 (b) 증분횟수 10회
 <그림 9> 수렴오차에 따른 오차율 변화

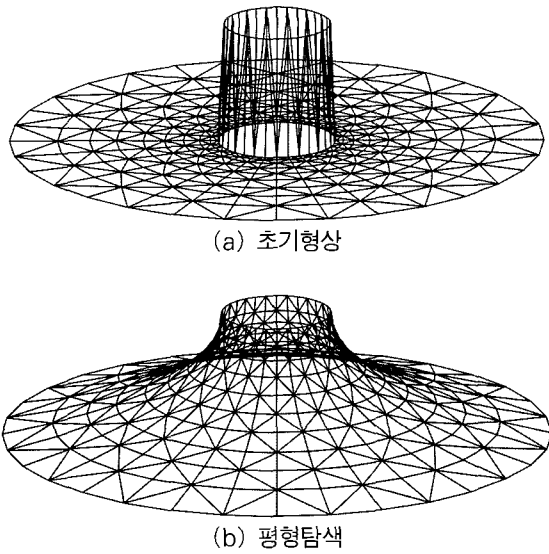


(a) 형상탐색 증분수 (b) 평형탐색 증분수
 <그림 10> 반복횟수의 변화(0.001)

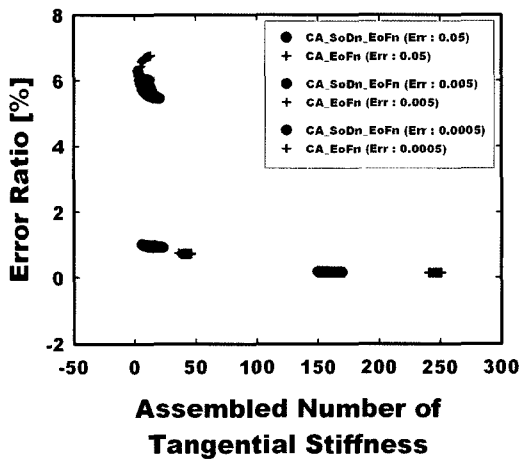
<표 3> 반복횟수 및 최대오차(CA_EoFn)

수렴 오차	모델명	접선강성행렬 작성횟수		최대오차	
		평형탐색			합계
		Step	Iter		
0.05	CA_EoF1	1	3	4	-6.0421
	CA_EoF2	2	3	5	-6.4444
	CA_EoF3	3	3	6	-6.5769
	CA_EoF4	4	3	7	-6.6427
	CA_EoF5	5	3	8	-6.6820
	CA_EoF6	6	3	9	-6.7082
	CA_EoF7	7	3	10	-6.7268
	CA_EoF8	8	3	11	-6.7407
	CA_EoF9	9	3	12	-6.7516
	CA_EoF10	10	3	13	-6.7602
0.005	CA_EoF1	1	35	36	0.7510
	CA_EoF2	2	36	38	0.7264
	CA_EoF3	3	36	39	0.7280
	CA_EoF4	4	36	40	0.7287
	CA_EoF5	5	36	41	0.7292
	CA_EoF6	6	36	42	0.7295
	CA_EoF7	7	36	43	0.7297
	CA_EoF8	8	36	44	0.7298
	CA_EoF9	9	36	45	0.7300
	CA_EoF10	10	36	46	0.7300
0.0005	CA_EoF1	1	240	241	-0.1465
	CA_EoF2	2	240	242	-0.1460
	CA_EoF3	3	241	244	-0.1462
	CA_EoF4	4	241	245	-0.1461
	CA_EoF5	5	241	246	-0.1461
	CA_EoF6	6	241	247	-0.1460
	CA_EoF7	7	241	248	-0.1460
	CA_EoF8	8	241	249	-0.1460
	CA_EoF9	9	241	250	-0.1460
	CA_EoF10	10	241	251	-0.1459

경우는 두 가지 해석방법 모두 반복횟수는 적으나 오차율이 크게 나타나고, 수렴오차가 0.0005인 경우는 오차율이 정해에 가장 근접하나 반복횟수가 상



〈그림 12〉 형상해석(CA_EoFn)



〈그림 13〉 반복횟수에 따른 오차율 분포

당히 많아지게 된다. 모델의 규모로 볼때 수렴오차가 0.005인 경우가 반복횟수 및 오차율에서 가장 효율적임을 알 수 있다. 또한, 고정경계절점을 이용하여 평형탐색만을 수행한 형상해석의 방법보다 형상탐색을 통해 평형탐색을 수행한 형상해석의 방법이 접선강성행렬 작성횟수가 적어 더 효율적이라 할 수 있다.

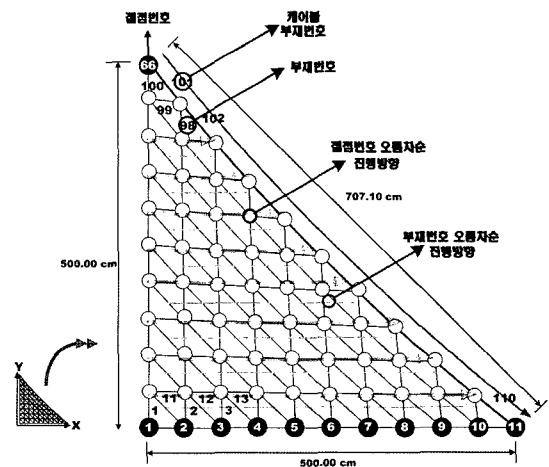
3.2 HP형 케이블 보강 막 구조물

해석대상구조물의 형상은 <그림 14>와 같은 HP형 막 구조물이다. 그림에서와 같이 곡면의 외부경계면은 케이블로 보강된 조건을 부여한다. HP형 곡

면은 양 측에 대칭이므로 1/4만을 해석영역으로 하며, 모두 66개의 절점과 100개의 막 요소 및 10개의 케이블 요소로 모델링하였다. 그 외 초기입력데이터는 <표 4>와 같다.

HP형 모델의 형상해석은 마주보는 양 끝점의 변위값을 증분 파라메타로 하여 강제변위 시키는 형상탐색단계와 그 결과를 이용하여 평형점을 찾아가는 평형탐색단계로 나누어 해석을 수행하는 방법과 고정경계 절점을 이용하여 평형탐색 단계만을 수행하는 방법으로 해석을 진행한다. 이때 해석에 사용되는 탄성계수는 0에 가까운 값을 채택하며, 변위 증분값은 1회에서 10회까지의 10가지 경우에 대해 해석을 수행한다. 또 HP 곡면의 경계점 고저차는 500cm로 하여 해석을 수행한다. 여기서 막과 케이블의 초기 장력은 각각 2kg/cm와 5,000kg/cm²을 사용하였고, 해의 비교를 위해 HP 곡면의 이론식인 다음의 식과 비교해 본다.

$$Z = \frac{c_2}{b^2}x^2 - \frac{c_1}{a^2}y^2 \tag{5}$$



〈그림 14〉 HP형 해석모델의 유한요소 모델링

〈표 4〉 HP형 해석모델의 초기 입력데이터

Thickness	t = 0.1cm
Young's Modulus - Membrane	E•t = 800kg/cm
Young's Modulus - Cable	E•A = 16,000kg
Poisson's Ratio	$v_{xy} = v_{yx} = 0.7$

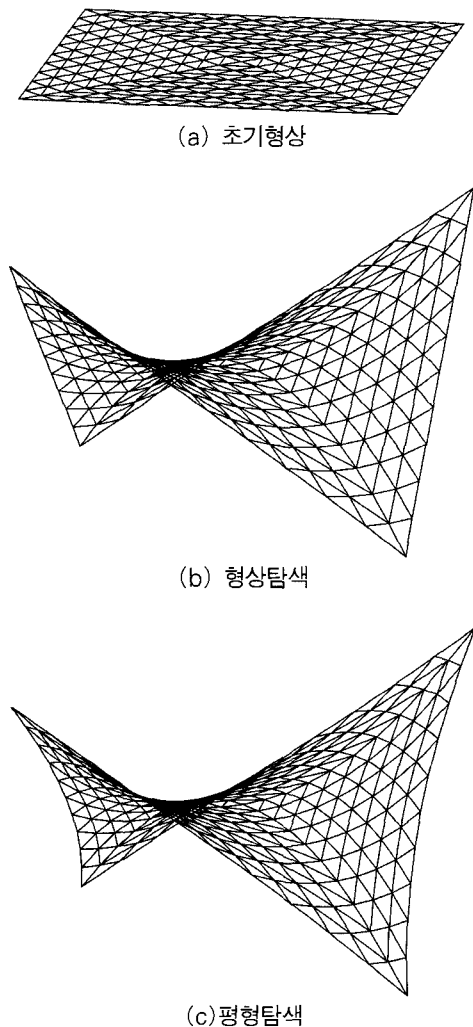
형상탐색에 대한 결과를 먼저 살펴본다. 형상탐색은 <그림 15(a)>와 같은 초기형상에서 변위제어 증분해석을 수행하는 것으로, 결과는 <그림 15(b)>와 같은 형상에 도달한다. 이때 증분횟수는 1회에서 10회까지 증가시켜 적용한다.

형상탐색단계의 결과를 이용하여 평형탐색을 수행한다. 증분횟수는 형상탐색시와 동일하게 적용하였으며, <그림 15(b)>와 같이 형상탐색결과를 초기형상으로 두고 불평형력을 제어하여 증분해석을 수행하였으며, 결과는 <그림 15(c)>와 같은 형상에 도달한다. 해석결과는 <표 5>와 같고, 세 가지 수렴오차에 대해 증분횟수 10회의 경우만을 나타내었다. 먼저, 수렴오차 0.05의 경우 최대 오차율은 3.2202%, 수렴오차 0.005의 경우 -3.9129%, 수렴오차 0.0005

의 경우 -4.4092%의 오차분포를 보이고 있다.

형상해석 단계별 오차의 수렴과정을 <그림 16>에서부터 <그림 18>에 나타내었으며, 수렴오차에 따른 오차율의 변화는 <그림 19>와 같다. <그림 19>에서 수렴오차가 작을수록 오차율 또한 정해에 근접하게 된다. 그러나 수렴오차가 적을수록 이는 해석시 반복횟수와 연관되므로 수렴오차 0.005의 경우가 효율적임을 알 수 있다.

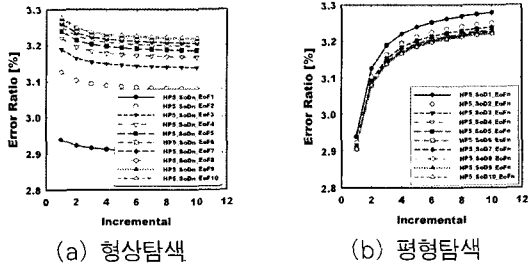
다음으로 HP 곡면의 형상해석시 형상탐색단계를 수행하지 않고 <그림 21(a)>와 같이 미지의 경계절점만을 정해진 경계지점에 고정시켜 놓은 뒤, 평형



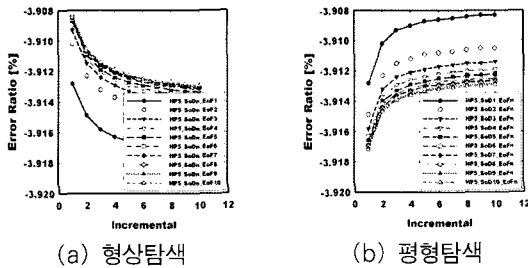
<그림 15> 형상해석(HP5_SoDn_EoFn)

<표 5> 반복횟수 및 최대오차(HP5_SoDn_EoFn)

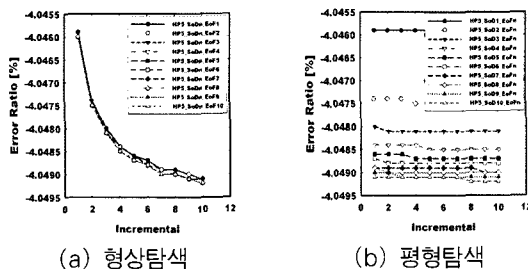
수렴 오차	모델명	접선강성행렬 작성횟수			최대 오차	
		형상 탐색	평형 탐색			
			Step	Iter		합계
0.05	HP5_SoD10_EoF1	10	1	0	11	2.9047
	HP5_SoD10_EoF2		2	0	12	3.0785
	HP5_SoD10_EoF3		3	0	13	3.1372
	HP5_SoD10_EoF4		4	0	14	3.1668
	HP5_SoD10_EoF5		5	0	15	3.1846
	HP5_SoD10_EoF6		6	0	16	3.1964
	HP5_SoD10_EoF7		7	0	17	3.2049
	HP5_SoD10_EoF8		8	0	18	3.2113
	HP5_SoD10_EoF9		9	0	19	3.2163
	HP5_SoD10_EoF10		10	0	20	3.2202
0.005	HP5_SoD10_EoF1	10	1	2	13	-3.9172
	HP5_SoD10_EoF2		2	2	14	-3.9147
	HP5_SoD10_EoF3		3	2	15	-3.9139
	HP5_SoD10_EoF4		4	2	16	-3.9136
	HP5_SoD10_EoF5		5	2	17	-3.9133
	HP5_SoD10_EoF6		6	2	18	-3.9132
	HP5_SoD10_EoF7		7	2	19	-3.9131
	HP5_SoD10_EoF8		8	2	20	-3.9130
	HP5_SoD10_EoF9		9	2	21	-3.9130
	HP5_SoD10_EoF10		10	2	22	-3.9129
0.0005	HP5_SoD10_EoF1	10	1	3	14	-4.0491
	HP5_SoD10_EoF2		2	3	15	-4.0491
	HP5_SoD10_EoF3		3	3	16	-4.0491
	HP5_SoD10_EoF4		4	3	17	-4.0491
	HP5_SoD10_EoF5		5	3	18	-4.0491
	HP5_SoD10_EoF6		6	3	19	-4.0491
	HP5_SoD10_EoF7		7	3	20	-4.0491
	HP5_SoD10_EoF8		8	3	21	-4.0492
	HP5_SoD10_EoF9		9	3	22	-4.0492
	HP5_SoD10_EoF10		10	3	23	-4.0492



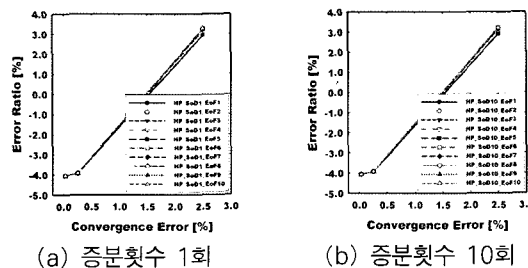
(a) 형상탐색 (b) 평형탐색
 <그림 16> 오차율변화(HP500,Err:0.05)



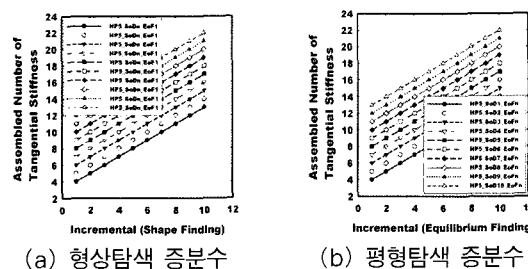
(a) 형상탐색 (b) 평형탐색
 <그림 17> 오차율변화(HP500,Err:0.005)



(a) 형상탐색 (b) 평형탐색
 <그림 18> 오차율변화(HP500,Err:0.0005)



(a) 증분횟수 1회 (b) 증분횟수 10회
 <그림 19> 수렴오차에 따른 오차율 변화



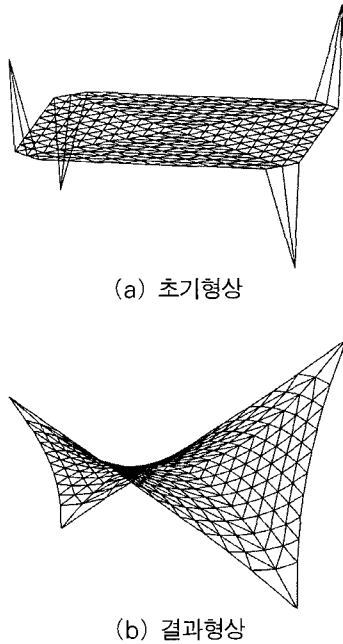
(a) 형상탐색 증분수 (b) 평형탐색 증분수
 <그림 20> 반복횟수의 변화(HP500,0.005)

탐색만으로 형상해석을 수행한다. 해석시의 조건은 앞서 해석한 경우와 동일하게 적용하였다. 형상해석 결과, <그림 21(b)>와 같은 형상에 도달하였으며, 각 단계별 접선강성행렬 작성횟수와 최대오차는 <표 6>에 나타난다. 수렴오차가 작아질수록, 접선강성행렬 작성횟수가 증가할수록 오차율 또한 정해에 근접하게 수렴함을 알 수 있다.

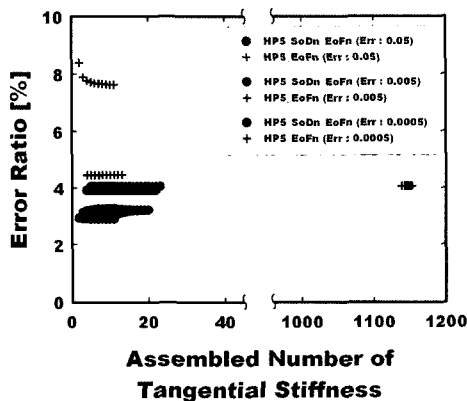
HP형 모델에 대해 두 가지 형상해석 방법을 적용하여 해석한 결과, 접선강성행렬의 작성횟수에 따른 오차율 변화는 <그림 22>와 같다. HP형 모델의 결과 역시 카테나리 곡면의 경우와 같은 양상을 나타내고 있으며, 형상탐색 후 평형탐색을 적용한 방

<표 6> 반복횟수 및 최대오차(HP5_EoFn)

수렴 오차	모델명	접선강성행렬 작성횟수			최대오차
		평형탐색		합계	
		Step	Iter		
0.05	HP5_EoF1	1	1	2	-8.3890
	HP5_EoF2	2	1	3	-7.8886
	HP5_EoF3	3	1	4	-7.7676
	HP5_EoF4	4	1	5	-7.7137
	HP5_EoF5	5	1	6	-7.6832
	HP5_EoF6	6	1	7	-7.6636
	HP5_EoF7	7	1	8	-7.6500
	HP5_EoF8	8	1	9	-7.6400
	HP5_EoF9	9	1	10	-7.6323
	HP5_EoF10	10	1	11	-7.6262
0.005	HP5_EoF1	1	3	4	-4.4466
	HP5_EoF2	2	3	5	-4.4507
	HP5_EoF3	3	3	6	-4.4532
	HP5_EoF4	4	3	7	-4.4545
	HP5_EoF5	5	3	8	-4.4554
	HP5_EoF6	6	3	9	-4.4559
	HP5_EoF7	7	3	10	-4.4564
	HP5_EoF8	8	3	11	-4.4567
	HP5_EoF9	9	3	12	-4.4569
	HP5_EoF10	10	3	13	-4.4571
0.0005	HP5_EoF1	1	1138	1139	-4.0527
	HP5_EoF2	2	1141	1143	-4.0526
	HP5_EoF3	3	1142	1145	-4.0526
	HP5_EoF4	4	1142	1146	-4.0526
	HP5_EoF5	5	1142	1147	-4.0526
	HP5_EoF6	6	1142	1148	-4.0526
	HP5_EoF7	7	1143	1150	-4.0526
	HP5_EoF8	8	1143	1151	-4.0526
	HP5_EoF9	9	1143	1152	-4.0526
	HP5_EoF10	10	1143	1153	-4.0526



〈그림 21〉 형상해석(HP5_EoFn)



〈그림 22〉 반복횟수에 따른 오차율 변화

법이 경계고정절점 방법보다 오차율 및 반복횟수에 대하여 더 효율적임을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 Catenary곡면과 HP형 곡면을 해석모델로 채택하여 두 가지 방법으로 형상해석을 수행한 후, 해의 수렴과 속도를 살펴보고, 효율성을 분석해 보았으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 수렴오차 0.05의 경우, 수렴 속도는 좋으나 정

해와의 오차는 큰 값을 보이고, 수렴오차 0.0005의 경우, 정해와의 오차는 적으나 수렴 속도는 나빠지게 된다. 그러므로 수렴속도와 정해와의 오차면에서는 수렴오차 0.005의 경우가 효율적이다. 또한, 동일한 수렴오차 내에서는 증분횟수가 증가함에 따른 오차는 많이 발생하지 않는다.

- 2) 형상탐색 후 평형탐색을 수행한 형상해석 방법은 경계절점을 고정시킨 후 평형탐색만을 수행한 형상해석 방법보다 수렴속도가 좋다. 본 연구의 카테나리 곡면 모델의 경우 전자의 방법은 최대 170회, 후자의 방법은 최대 251회의 반복해석을 수행하였으며, HP형 곡면 모델의 경우 전자의 방법은 최대 23회, 후자의 방법은 최대 1153회의 반복해석을 수행하였다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부 첨단도시개발사업의 연구비지원(과제번호 #06 R&D B03)에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

1. Tunner, M J., Dill, E. H., Martin, H. C. & Melosh, R. J., "Large deflection of structures subject to heating and external load", J. Aero Sic., 27, pp97-106, 1960.
2. Argyris, J. H., "Recent Advances in Matrix Methods of structural Analysis", Pergamon Press, 1960.
3. Oden, J. T., "Numerical formulation of non-linear elasticity problems", Proc. ASCE, J. of Struc. Div., 93, ST3, paper 5290, 1967.
4. Oden, J. T., "Finite element applications in non-linear structural analysis", Proc. conf. on Finite element Meth., Vanderbilt University Tennessee, 1969.
5. Shanno, D. F., "Conjugate-Gradient Methods with inexact searches", Math. of O. R., 13,

- No.3, pp244-255, 1978
6. Buckley, A. G., A "Combined Conjugate-Gradient Quasi-Newton Minimisation Algorithm", Math. Program, 15, 1978, pp200-210.
 7. Crisfield, M. A., "Non-linear finite element analysis of solids and structures", Vol.1, Chap.2, 9., John Wiley & sons., 1991.
 8. Peter Broughton & Paul Ndumbaro, The analysis of Cabel & Catenary Structures, Thomas Telford, 1994.
 9. 김승덕, 손수덕, 조병욱, 손승철, "비선형 해석프로그램 NASS-98을 이용한 연성 막구조물의 구조설계에 관한 연구," 대한건축학회 학술발표논문집, 제18권 2호, pp.27-32, 1998