

축류압축기 블레이드의 표면조도가 성능에 미치는 영향

압두스사마드* · 김광용**

Effect of Surface Roughness on Performance of Axial Compressor Blade

Abdus Samad*, Kwang-Yong Kim**

Key Words : Surface Roughness(표면조도), Axial Compressor(축류압축기), Blade(블레이드), Navier-Stokes Analysis (나비에-스톡스 해석)

ABSTRACT

Deterioration of surface of turbomachinery blades occurs in course of time due to many factors and hence reduces the performance of the machine. In this paper, the effects of surface roughness of transonic axial compressor blade on performance are studied considering a reference blade and a shape distorted (optimized) blade. Optimal blade is designed considering sweep and lean. Baldwin-Lomax turbulence model is used for flow field analysis and Cebeci-Smith roughness model is formulated for roughness modeling. It is found that, as the surface roughness increases, adiabatic efficiency, total temperature ratio and total pressure ratio decrease while Mach number increases. Performance deterioration is more severe in case of distorted blade as compared to reference blade.

1. 서론

고속으로 회전하는 터보기계 블레이드의 표면은 일반적으로 운전 중에 심각한 손상을 겪는다. 열부식, 먼지의 침착, 입자의 충돌 등은 표면조도 (surface roughness)를 유발하고, 이 표면 조도는 터보기계의 효율을 낮추는 결과를 낳는다. 그러므로 표면조도가 블레이드의 성능에 미치는 영향에 관한 연구는 블레이드의 설계에 못지 않게 중요한 의미를 갖는다.

터빈 블레이드의 조도에 대한 연구는 여러 연구자들^{(1)~(5)}에 의해 수행된 바 있다. 모든 연구들은 블레이드 표면에 거칠기가 있을 때 성능이 저하됨을 보여주었다. Hamed 등⁽⁶⁾은 터빈과 압축기 블레이드의 부식과 침착에 관한 그 간의 연구들을 종합적으로 검토한 바 있다. 이들은 이 두 가지 효과가 조도를 증가시키고, 이에 따라 터보기계의 성능을 감소시킨다고 밝혔다. 표면조도가 압축기 블레이드의 성능에 미치는 영향에 대해서도 여러 연구들^{(7)~(13)}이 수행되었다. Suder 등⁽¹⁴⁾은 천음속 압축기의 블레이드 조도가 성능에 미치는 영향에 관한 연구결과를 보고하였다. 이와 같이, 일반 블레이드에 대해서는 표면조도가 성능에 미치는 영향에 대해 여러 연

* 인하대학교 대학원 기계공학과

** 인하대학교 기계공학과

E-mail : kykim@inha.ac.kr

구들이 수행된 바 있으나, 블레이드의 중첩선 (stacking line)이 삼차원적으로 변형된 블레이드에 대한 조도의 영향은 보고된 바 없다.

터보기계의 성능향상을 위한 블레이드 형상의 최적화에 대해서는 이미 여러 연구들^{(15)~(20)}이 진행된 바 있다. Jang 등⁽²¹⁾은 매끄러운 표면 블레이드를 갖는 천음속 축류 압축기의 효율을 향상시킬 수 있는 최적화된 블레이드의 형상을 제시한 바 있다. 이들은 블레이드의 스윙 (sweep), 린 (lean) 및 스큐 (skew)를 최적화함으로써 효율을 향상시킬 수 있음을 보였다.

본 연구에서는 수치최적화에 의해 블레이드의 중첩선이 변형되기 전과 후의 천음속 압축기 블레이드 (NASA rotor 37)에 대한 표면조도의 영향에 대해 수치적으로 연구하였다. 연구에는 린과 스윙이 최적화된 블레이드가 사용되었다.

2. 천음속압축기 블레이드

본 연구에서는 축류압축기 로터인 NASA rotor 37을 기준 블레이드로 하였다. 이 블레이드는 Reid 등⁽²²⁾에 의해서 설계되고 실험되었으며, 상세한 사양은 Table 1에 나타난 바와 같다. 압력비는 설계유량 20.19 kg/s에서 2.106이며, 측정된 초킹 유량 (chock flow)은 20.93 kg/s이다. 팁 간극 (tip clearance)은 0.0356 cm (0.45 percent span)이다.

Figure 1은 NASA rotor 37의 자오면 형상을 나타낸다. 그림에서 LE 및 TE는 각각 전연 (leading edge) 및 후연 (trailing edge)을 의미한다. 선행된 실험⁽²²⁾에서는 Fig. 1에 나타난 station 1 과 station 2에서 전압력 (total pressure), 전온도 (total temperature) 및 유속각 (flow angle) 등이 측정되었다. Station 1과 2는 날개의 선단부로부터 각각 상류 쪽으로 4.19 cm, 하류 쪽으로 10.19 cm

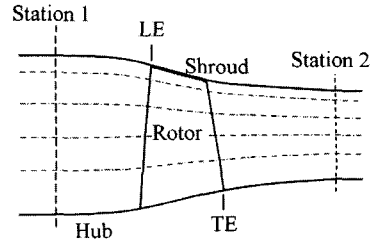


Fig. 1 Meridional view of Rotor 37

에 위치한다. 본 연구의 계산 영역은 station 1과 2 사이의 영역이며, 계산에 사용된 모든 물성값은 station 1에서의 값에 대응되는 값을 사용하였다.

본 연구에서는 다음과 같이 정의되는 단열효율을 목적함수로 하여 Jang 등⁽²¹⁾이 기준 블레이드인 NASA rotor 37을 최적화한 블레이드를 대상으로 표면조도의 영향을 검토하였다.

$$\eta = \frac{(P_{0exit}/P_{0inlet})^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{T_{0exit}/T_{0inlet} - 1} \quad (1)$$

여기서, P_0 , T_0 와 γ 는 각각 전압력 (total pressure), 전온도 (total temperature) 및 비열비 (specific heat)이며, 하첨자 inlet와 exit는 각각 Fig. 1의 Station 1과 2에 해당하는 입구와 출구를 나타낸다.

최적화된 블레이드⁽²¹⁾는 Figs. 2와 3에 각각 정의된 바와 같은 스윙과 린을 최적화하여 설계하였다. Fig. 2에서 α 는 블레이드 팁에서의 스윙으로 정의되고 팁코드 (tip chord) (=22.77 mm)로 무차원화되었다. 이 스윙은 단면이 하류쪽으로 이동했을 때 양의 값을 갖도록 하였다. 허브와 팁 사이에서 스윙은 직선적으로 변하고, 팁간극은 일정하게 유지된다. Fig. 3에서 β 역시 팁에서의 린으로 정의되고 스윙과 마찬가지로 팁코드로 무차원화 된다. 린은 단면이 블레이드의 흡입면 방향으로 이동할 때 양의 값으로 정의된다. 역시 허브와 팁 사이에서 린은 직선적으로 변한다.

3. 수치해석

천음속 축류압축기의 내부유동장 해석을 위하여 연속방정식, 3차원 정상 박층근사 나비에-스톡스방정식, 에너지 방정식 및 상태 방정식을 계산하였으며, 이를 경계고정격자계 상에서 외재적인 유한 차분법으로 이산화하였다. 초기상태의 수렴성 향상을 위하여 Jameson등

Table 1 Design specifications of NASA rotor 37

Mass flow rate, kg/s	20.19
Rotational speed, rpm	17188.7
Pressure ratio	2.016
Inlet hub-tip ratio	0.7
Inlet tip relative Mach number	1.4
Inlet hub relative Mach number	1.13
Tip solidity	1.288
Rotor aspect ratio	1.19
Number of rotor blades	36

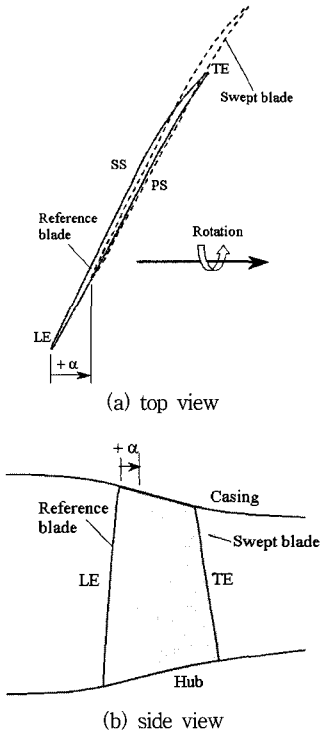


Fig. 2 Definition of blade sweep

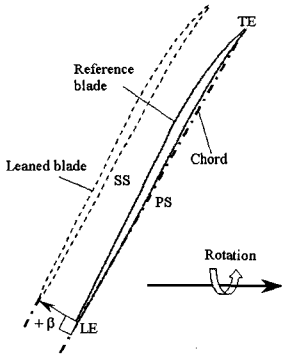


Fig. 3 Definition of blade lean (top view)

(23)에 의해 제안된 외재적 4차 Runge-Kutta 시간전진법을 사용하였다. 난류모델로는 Baldwin-Lomax 모델(24)을 적용하였다. 표면조도는 난류모델의 벽함수를 통해 계산에 반영된다.

입구 경계면에서는 유입되는 Mach수의 각 방향성분과 전온도, 전압력을 지정하였다. 출구 경계면에서는 허브에서의 정압비를 주고, 국부 정압을 계산하기 위해서 반경방향 평형방정식이 사용되었다. 동익의 팁 간극 영

향을 고려하기 위하여 주기적인 팁 간극 모델을 사용하였다. 벽면에서는 점착조건과 단열조건이 사용되었다. 계산시간을 줄이기 위해 접선방향으로 주기조건을 부과하여 단일 블레이드 통로만을 계산영역으로 삼았다.

입구 유동부분에는 H형 격자계를 사용하였고, 동익의 내부유동장 부분은 C형 격자계로 형성하였으며, 날개 끝단의 팁간격 부분은 O형 격자계를 각각 사용하였다. 격자점은 중심 유한차분법이 사용되었기 때문에 인근한 격자 블록 사이의 계산을 위하여 서로 인접하는 면에는 한 격자씩 격자를 중첩시켰다. 입구격자는 60 × 36 × 63 (축방향×회전방향×스팬방향)개, 동익은 350 × 46 × 63개, 그리고 동익의 팁 간극은 182 × 13 × 13개로 각각 구성하였다. 총 다중 블록격자의 격자점은 약 118만개로 하였다.

4. 조도 모델

층류의 경우 조도는 속도분포에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 알려져 있다. 그러나 난류의 경우 표면의 작은 거칠기도 얇은 점성저층 (viscous sublayer)을 파괴하고, 벽마찰이나 운동량 및 열전달에 큰 영향을 미치게 된다(25). 본 연구에서는 Cebeci-Chang 조도모델(26)을 사용하였는데, 이 모델에서 Δy^+ 는 다음과 같이 주어지는 좌표변위 (coordinate displacement)이다.

$$\Delta y^+ = 0.9 \left[\sqrt{k_s^+} - k_s^+ \exp\left(-\frac{k_s^+}{6}\right) \right] \quad (2)$$

$$k_s^+ = \frac{k_s U_f}{\nu}$$

여기서, k_s , k_s^+ , U_f 및 ν 는 각각 조도레이놀즈수 (roughness Reynolds number), 등가모래조도 (equivalent sand roughness)(27), 마찰속도 및 동점성계수이다. Nikuradse의 실험에 따르면 벽면조도는 다음과 같이 세 가지로 나뉜다.

- $k_s^+ < 5$: 수력학적으로 매끄러운 벽면 (조도 높이가 점성저층의 두께 보다 작음)
- $k_s^+ > 70$: 완전히 거친 벽면 (점성저층이 완전히 파괴됨)
- $5 < k_s^+ < 70$: 천이조도 (transitional-roughness) 영역

5. 결과 및 검토

Jang(21) 등은 본 연구에서 사용한 방법과 동일한 수

치해법을 사용하여 수력학적으로 매끄러운 표면을 갖는 기준 형상의 블레이드에 대해 유동해석을 수행하여 그 결과를 실험치⁽²²⁾와 비교해 타당성을 검증한 바 있다. 본 연구에서는 기준 블레이드 (NASA rotor 37: $\alpha = \beta = 0$)와 최적화된 블레이드, 즉 스위프와 린에 의해 변형된 블레이드 ($\alpha \neq 0, \beta \neq 0$)⁽²¹⁾의 표면조도를 변화시켜서 그 효과를 검토하였다. 표면조도는 $k_s^+ = 4.6, 10, 30, 60$ 및 100 등 다섯 가지로 선택되었다. 여기서, $k_s^+ = 4.6$ 는 수력학적으로 매끄러운 표면⁽²⁷⁾을 나타낸다.

Table 2는 기준 블레이드와 최적화된 블레이드가 $k_s^+ = 100$ 의 조도를 가질 때, 조도의 영향을 매끄러운 표면과 비교한 상대적인 값으로 보여주고 있다. 이 표에서 효율 (η), 전압비 (P_0/P_{0ref}) 및 전온도비 (T_0/T_{0ref})는 조도의 증가에 따라 감소함을 알 수 있다. 그러나, 마하수 (Mach number)는 두 가지 블레이드에서 모두 증가한다. 전압비는 최적화된 블레이드에서는 7.0% 감소한 데 반해 기준 블레이드에 대해서는 6.2% 감소하여 다른 인자들에 비해 그 변화가 두드러지게 큼을 알 수 있다. 효율을 제외한 세 가지 인자들은 기준 블레이드에서의 변화가 최적화된 블레이드에서 보다 작게 나타난다. 두 가지 블레이드에 대해 질량유량의 변화에 따른 효율의 변화가 여러 가지 조도 ($k_s^+ = 4.6, 10, 30, 60$ and 100)에 대해 Fig. 4에 나타나 있다. 효율은 조도의 증가에 따라 명백하게 감소함을 알 수 있다. 그러나 $k_s^+ = 10$ 에 대해서는 기준 블레이드 ($k_s^+ < 5$)와 비교해 효율의 감소가 거의 무시할 만 하다. Fig. 5 (a), (b), (c) 및 (d)는 각각 η , T_0/T_{0ref} , P_0/P_{0ref} 및 마하수의 조도에 따른 변화를 보여 주고 있다. 여기서, η , T_0/T_{0ref} , P_0/P_{0ref} 는 조도의 증가에 따라 감소함을 알 수 있다. 효율의 경우 두 블레이드 사이의 효율 차이가 조도와 상관없이 거의 일정하게 나타

Table 2 Roughness effect on efficiency, total temperature ratio, total pressure ratio and Mach number

Blade shape	Variable values		Smooth blade
	Sweep, α (%)	Lean, β (%)	Efficiency, η (%)
Optimal	10.08	-1.6	89.5
Reference	0.0	0.0	88.65

Rough blade, $k_s^+ = 100$			
η	T_0/T_{0ref}	P_0/P_{0ref}	Mach number
Reduced(%)	Reduced(%)	Reduced(%)	Increased(%)
1.118 ↓	2.028 ↓	7.009 ↓	2.511 ↑
1.126 ↓	1.766 ↓	6.192 ↓	2.102 ↑

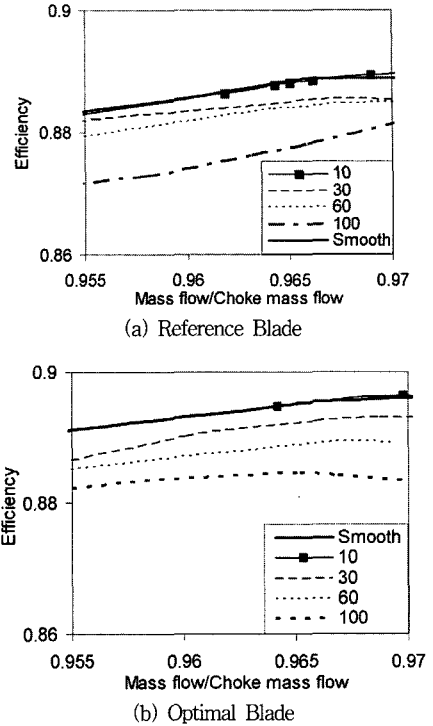


Fig. 4 Adiabatic efficiency according to normalized mass flow rates

남과 달리, 전압비와 전온도비의 경우 $k_s^+ = 50$ 까지는 이 차이가 조도가 증가함에 따라 커지고 있다.

한편, 마하수는 조도에 따라 증가하고 두 블레이드 간의 마하수 차이는 조도의 증가에 따라 감소함을 알 수 있다. 스펀 방향의 효율분포가 Fig. 6에 몇 가지 다른 조도에 대해 나타난다. 기준 블레이드에 대해서는 효율의 감소가 균일하지 않고 40% 스펀 위치에서 가장 크게 나타나는 반면에 최적화된 블레이드에서는 스펀 방향의 위치에 관계없이 조도에 따른 변화가 비교적 균일하게 나타난다.

단열 효율은 전압력비와 전온도비의 향으로 나타난다. 각 단에서의 높은 압력상승은 전체적인 압력비가 주어졌을 때 단의 숫자를 줄이는 데 필수적이지만 유동이나 기하학적 조건에 의해 제한될 수밖에 없다. 조도의 증가에 의해 압축기 성능은 압력비와 온도비의 감소에 따라 저하된다.

Figures 7과 8은 각각 전압력비와 전온도비의 스펀 방향 분포를 보여준다. 두 가지 블레이드에 대해 전압력비와 전온도비는 모든 스펀방향 영역에서 조도의 증가에 따라 감소한다.

축류압축기 블레이드의 표면조도가 성능에 미치는 영향

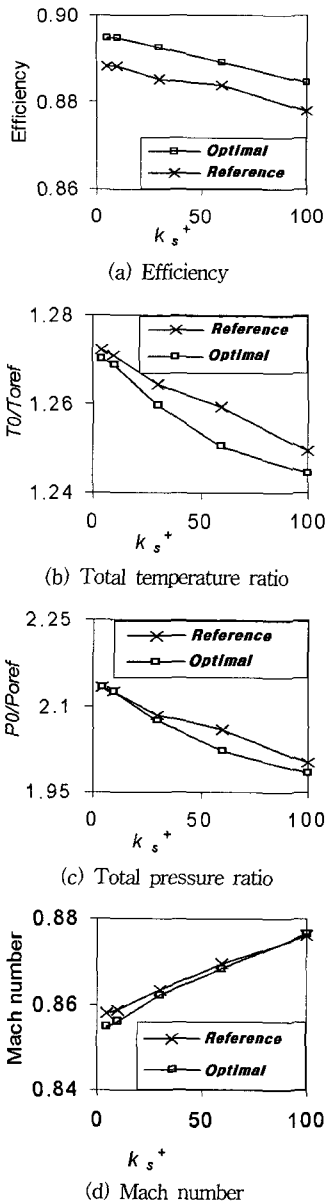


Fig. 5 Effect on different parameters with increase in roughness.

마하수의 경우, Fig. 9에 나타난 바와 같이 기준과 최적화된 블레이드에서 모두 전 스패에 걸쳐 조도의 증가에 따라 증가한다. 40% 스패 위치에서 마하수 분포를 보여주는 Fig. 10에서 매끄러운 블레이드에 비해 거친 블레이드에서 마하수가 증가함을 알 수 있다.

Table 2와 Fig. 7에서 전압력비는 조도의 증가에 따라 감소함을 알 수 있는데 압력의 감소는 흡입면에서의

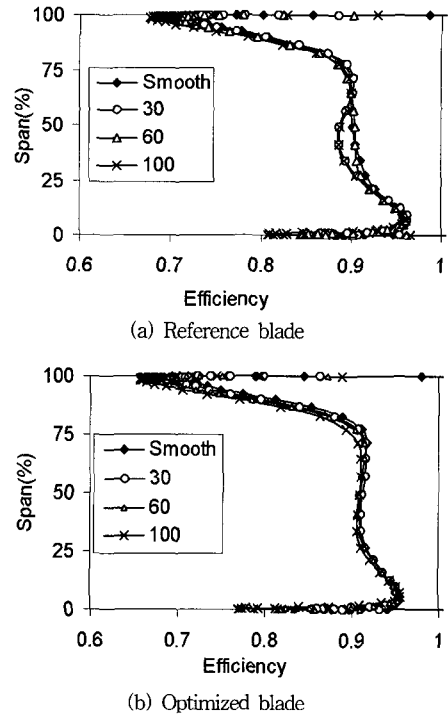


Fig. 6 Efficiency distribution along span

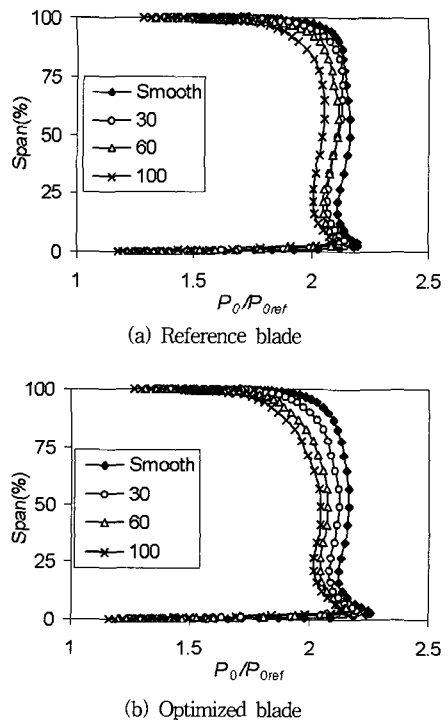
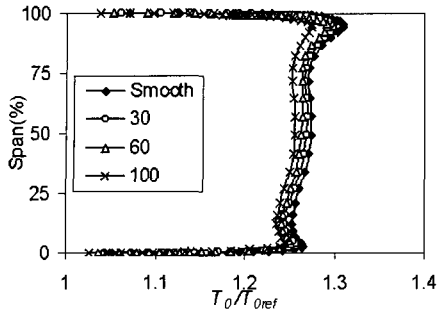
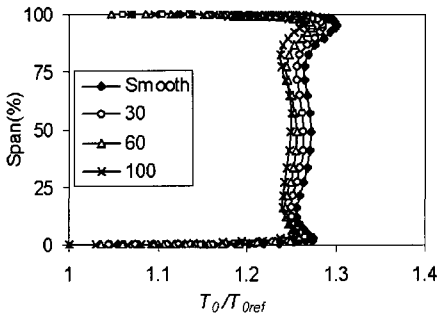


Fig. 7 Total pressure ratio distribution along span

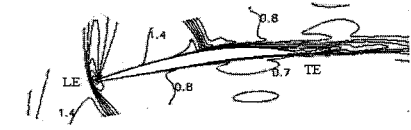


(a) Reference blade

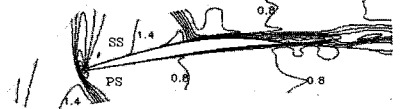


(b) Optimized blade

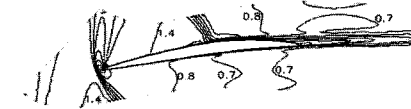
Fig. 8 Total temperature ratio distribution along span



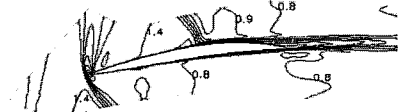
(a) Hydraulically smooth (Reference blade)



(b) Rough blade (Reference blade)

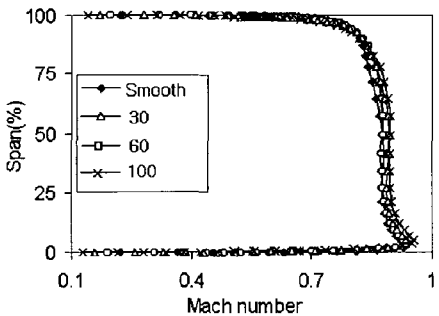


(c) Hydraulically smooth (Optimized blade)

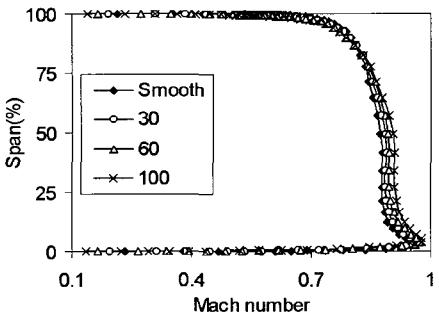


(d) Rough blade (Optimized blade)

Fig. 10 Mach contour at 40%span (interval between contour=0.095)

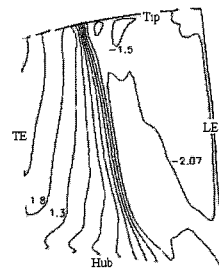


(a) Reference blade

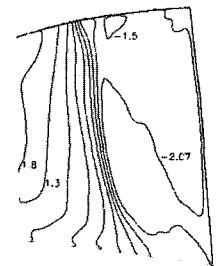


(b) Optimized blade

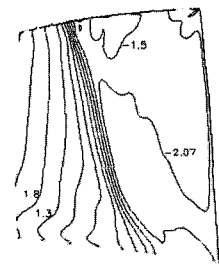
Fig. 9 Mach number distribution along span



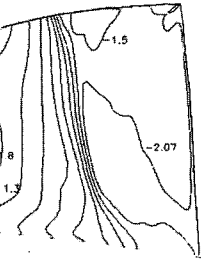
(a) Hydraulically smooth (Reference blade)



(b) Rough blade (Reference blade) $k_s^+ = 100$



(c) Hydraulically smooth (Optimized blade)



(d) Rough blade (Optimized blade) $k_s^+ = 100$

Fig. 11 Pressure coefficient (c_p) plot on suction surface (contour interval=0.44)

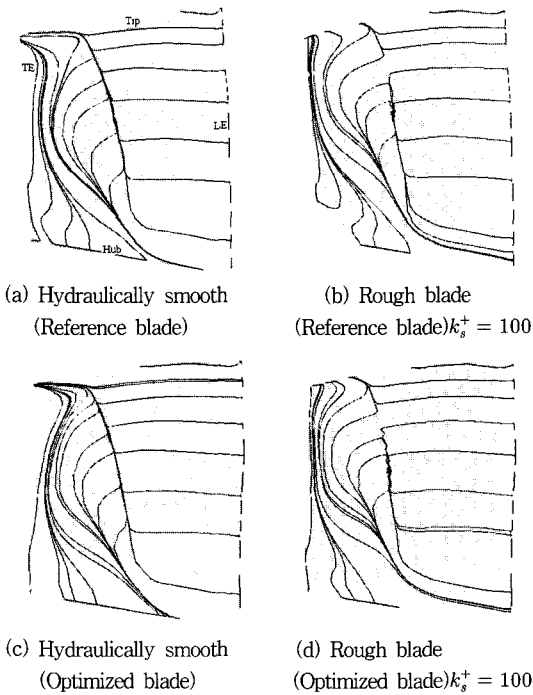


Fig. 12 Stream lines on suction surface

압력분포를 나타내는 Fig. 11에서 볼 때, 블레이드의 후연 (trailing edge) 근처에서 두드러짐을 알 수 있다.

조도는 반경방향유동을 증가시키고⁽⁸⁾, 하류방향으로의 박리선의 이동은 효율을 증가시킨다고 알려져 있다⁽²¹⁾. Fig. 12에서 조도가 증가하였을 때, 유선은 팁 방향으로 이동하고 박리선은 상류방향으로 이동하여 효율을 감소시킴을 알 수 있다. 한편, 블레이드의 최적화는 박리선을 하류방향으로 이동시켜 효율을 향상시킨다.

6. 결 론

본 연구에서는 축류압축기 블레이드의 성능에 대한 표면 조도의 영향을 연구하였다. 이를 위해 스윙이나 린이 없는 기준 블레이드와 스윙과 린을 최적화된 블레이드에 대해 조도의 영향을 비교하였다. 효율, 전압력비, 전온도비 및 마하수에 대해 조도의 영향을 검토하였다. 조도의 증가에 따라 기준과 최적화된 블레이드에서 모두 효율과 전압력비 및 전온도비는 감소하고 마하수는 증가함을 알 수 있었다. 조도의 부과에 따라 반경방향 유동이 증가하고 박리선은 상류쪽으로 이동함을 알 수 있었다. 기준 블레이드에 비해 최적화된 블레이드에서 효율을 제외한 나머지 인자들에 대해 조도의 효과는 크

게 나타났다. 그러므로, 조도로 인한 성능의 감소는 중첩선이 변형된 최적화된 블레이드에서 보다 크게 나타난다.

후 기

본 연구는 한국과학기술정보연구원의 ‘제7차 슈퍼컴퓨팅 응용연구 전략지원 프로그램’을 통해 수행되었으며 이에 감사드린다.

참고문헌

- (1) Song, S. J., Park, I. Y. and Yun, Y. I., 2004, "Performance Degradation Due to Blade Surface Roughness in a Single-Stage Axial Turbine," Vienna, Austria, GT2004-53094.
- (2) Bons, J. P., Rivir, R. B., Patterson, W., Taylor, and McClain S. T., 2001, "The Many Faces of Turbine Surface Roughness," 2001-GT-0163, ASME Turbo Expo, Louisiana, USA..
- (3) Kang, Y. S., Yoo, J. C., Kang S. H., 2006, "Numerical Predictions of Roughness Effects on the Performance Degradation of an Axial-Turbine Stage," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 20 No. 7, pp. 1077~1088.
- (4) Hamed, A.A., Tabakoff, W., 2005, Rivir, R.B., Das, K. and Arora, P., "Turbine blade surface Deterion by Erosion," Journal of Turbomachinery, Vol. 127, pp. 445~452.
- (5) Ellering, C. P., 2002, "Combined Effects of Free Stream Turbulence, Pressure, Gradients and Surface Roughness on Turbine Aerodynamics," Thesis of Master of Science in Aeronautical Engineering, Air Force Institute of Technology, Ohio, USA..
- (6) Hamed, A., Tabakoff, W., and Wenglarz, R., 2006, "Erosion and Deposition in Turbomachinery," Journal of Propulsion and Power, Vol. 22, No. 2, pp. 350~360.
- (7) Hamed, A., Tabakoff, W., and Singh, D., 1998, "Modeling of Compressor Performance Deterioration due to Erosion," International Journal of Rotary Machinery, Vol. 4, No. 4, pp. 243~248.

- (8) Gbadebo, S. A., Hynes, T. P., and Cumpsy, N.A., 2004, "Influence of Surface Roughness on Three Dimensional Separation in Axial Compressor," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 127, pp. 455~463.
- (9) Leipold, R., Boese, M. and Fottner, L., 2000, "The Influence of Technical Roughness Caused by Precision Forging on the Flow Around a Highly Loaded Compressor Cascade," *Transactions of the ASME*, Vol. 122, pp. 416~425.
- (10) Elmstrom, M. E., Millsaps, K.T., Patterson, J.S., 2005, "Impact of Non-Uniform Leading Edge Coatings on the Aerodynamic Performance of Compressor Airfoils," *ASME Turbo Expo 2005*, Nevada, USA, GT 2005-68091.
- (11) Aker, G.F., and Saravanamutto, H. I. H., 1989, "Predicting Gas turbine Performance Degradation Due to Fouling Using Computer Simulation Techniques," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 111, No. 2, pp. 343~350.
- (12) Balan, C., and Tabakoff, W., 1984, "Axial Flow Compressor Performance Deterioration," *AIAA Paper No. 84-1208*.
- (13) Tabakoff, W., 1988, Lakshminarasimha, A. N., and Pasin, M., 1990, "Simulation of compressor performance deterioration due to erosion," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, No. 1, pp. 78~83.
- (14) Suder, K. L., Chima, R. V., Strazisar, A. J., and Roberts, W. B., 1995, "The Effect of Adding Roughness and Thickness to a Transonic Axial Compressor Rotor," *ASME J. of Turbomachinery*, vol. 117 pp. 491~505.
- (15) Fischer, A., Riess, W. and Seume, J., 2003, "Performance of Strongly Bowed Stators in a 4-Stage High Speed Compressor," *ASME Turbo Expo*, GT-2003-38392.
- (16) Gallimore, S. J., Bolger J. J., and Cumpsty, N. A., 2002, "The Use of Sweep and Dihedral in Multistage Axial Flow Compressor Blading, Part 1: University Research and Methods Development," *ASME Turbo Expo*, GT-2002-30328.
- (17) Lee, S. Y. and Kim, K. Y., 2000, "Design Optimization of Axial Flow Compressor Blades with Three-Dimensional Navier-Stokes Solver," *KSME Int. J.*, Vol. 14, No. 9, pp. 1005~1012.
- (18) Nilay, P., Shyy, W., Grif, L., and Dorney, D.J., 2002, "Shape Optimization of Supersonic Turbines Using Global Approximation Methods," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 18, No. 3, pp. 509~518.
- (19) Ahn, C. S. and Kim, K. Y., 2003, "Aerodynamic Design Optimization of A Compressor Rotor with Navier-Stokes Analysis," *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers, Part A - Journal of Power and Energy*, Vol. 217, No. 2, pp. 179~184.
- (20) Jang, C.-M. and Kim, K. Y., 2005, "Optimization of a Stator Blade using Response Surface Method in a Single-Stage Transonic Axial Compressor," *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers, Part A - Journal of Power and Energy*, Vol. 219, No. 8, pp. 595~603.
- (21) Jang, C.M., Samad, A., and Kim, K.Y., 2006, "Optimal Design of Swept, Leaned and Skewed Blades in a Transonic Axial Compressor," *ASME Turbo Expo*, Spain, GT2006-90384.
- (22) Reid, L., and Moore, R. D., 1978, "Design and Overall Performance of Four Highly-Loaded, High-Speed Inlet Stages for an Advanced, High-Pressure-Ratio Core Compressor," *NASA TP-1337*.
- (23) Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E., 1981, "Numerical Solutions of the Euler Equation by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes," *AIAA Paper No. 81-1259*.
- (24) Baldwin, B. S., and Lomax, H., "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," *AIAA Paper 78-257*, Jan. 1978.
- (25) White, F.M., 1991, *Viscous Fluid Flow*, McGraw Hill.
- (26) Cebeci, T. and Chang, K.C., 1978 "Calculation of incompressible rough-wall boundary-layer flows". *AIAA Journal*, vol. 16, No. 7, p.730.
- (27) Nikuradse, J., 1933, "Laws for Flows in Rough Pipes", *VDI-Forschungsheft 361*, Series B, Vol. 4, p 361.