

## 고장률이 시간 구간별로 다른 경우의 신뢰도

# Reliability for Failure Rates Different over Time Intervals

전 태 보\*

Jeon, Tae-Bo

### Abstract

Failure rate serves as a pivotal role in reliability study. Of all, the constant failure rate is the most popularly used in field exercises. In reality, however, the electrical and electronic parts' life is represented by not only the constant failure rate but the decreasing and/or increasing failure rates. Explicit consideration and incorporation of them into the model development may yield more desirable results. In this study, we built a reliability model for failure rates varying over time intervals and derived well known measures such as probability density function, reliability function, mean life, moments, and mission time. We then evaluated mean life with consideration of the first-year multiplier and compared the results those with constant failure rate. The results given in the study may provide a reference applying for practical decision making.

키워드 : 고장률, SR-332, 초년도승수

Keywords : failure rate, SR-332, first-year multiplier

### 1. 서 론

고장률(failure rate)은 신뢰도 분야에서 핵심적인 중요성을 가진다. 부품 또는 시스템의 고장률을 정의할 수 있을 때 해당 부품 또는 시스템의 수명을 포함한 다양한 신뢰성 척도들을 도출할 수 있다. 신뢰도 분야에서 가장 기초적이고 중요한 분포는 지수분포(exponential distribution)로 고장률이 변하지 않는 상수의 경우를 의미하며, 실무상의 다양한 부품 및 시스템의 수명 특성을 대변해 오고 있다.

그러나, 많은 전기·전자 부품의 고장률은 초기 일정기간의 감소 고장률 (decreasing failure rate) 기간을 지나 상수 고장률(constant failure rate) 기간에 접어든다. 이후 제품 수명 말기에 다시 고장률이 증가한다. 전기·전자 분야의 대표적인 신뢰도 규격인 Telcordia SR-332[1]에서는 전

기·전자 소자들의 고장률에 있어 초기 고장률 감소 구간을 1년 정도로 보고 있으며 이후 안정적인 상수 고장률 기간으로 20년을 언급하고 있다. 그러나, 많은 신뢰성 모형에서 상수 고장률만을 가정하여 모형화하며, 보다 현실적인 모형 수립을 위하여 초기 감소 및 마모 고장률 특성의 명시적인 고려를 통한 신뢰성 제고가 중요하다. Burn-in 테스트를 통한 초기 고장률의 감소화가 이와 관련한 노력의 예이다.

본 연구에서는 고장률이 일정치 않고 시간 구간별로 다른 값을 가지는 경우에 대하여 신뢰성 모형을 수립하고, 여러 신뢰성 척도들을 제시한다. 이에는 확률밀도함수, 신뢰도함수, 평균, 분산, 모멘트 함수, 그리고 임무시간(mission time) 등이 포함된다. 예제를 통해 이해를 도우며, 특별히, 초기 감소고장률의 고려가 상수 고장률만을 가정할 경우와 어떻게 다른지 검토한다. 본 연구 결과를 통하여 많은 실무상의 문제 해결 과정에 도움이 되리라 기대된다.

\* 강원대학교 산업공학과 교수, 공학박사

2. 시간대 별로 변하는 고장률

어느 부품(시스템)의 고장률은 수명기간을 통하여 일정하지 않고 변화되 그림 1과 같이 특정 시간 구간내에서는 일정하다 가정하자. 즉, 초기 특정 값( $\lambda_1$ )으로부터 고장률은 점차 감소하며 궁극적으로  $\lambda_{n-1}$  값으로 정착하고, 이후부터는 변하지 않는다 가정한다. 마모 고장률을 반영하는 고장률 증가 기간은  $\lambda_i$ 값만 바꾸어 쉽게 반영할 수 있으나, 편의상 감소형태로 표현한다. 이러한 시스템 수명은 각 시간 구간별로는 지수분포 특성을 가지 되 고장률이 점차 감소하다가 궁극적으로는 특정 안정적인 값으로 정착화되는 욕조곡선(bath-tub curve)상의 초기고장(initial failure rate) 구간 및 임의 고장률(random failure rate) 구간을 모두 포함한다. 욕조곡선의 개념과 지수분포의 장단점에 대하여는 Kececioglu [2,3], Murphy et al [4] 등을 참고할 수 있다. 특별히, 많은 전기·전자 부품들은 수명 초기 불안정하며 높은 고장률을 갖다가 고장률이 점차 감소하여 안정화하는 경향을 보인다. SR-332에서 전기·전자 부품의 첫 1년간 고장률을 초년도 승수(first-year multiplier)를 통하여 그림과 같이 단계적으로 감소하는 고장률을 정의하였다. 이에 대해서는 뒤에 다시 논하기로 한다.

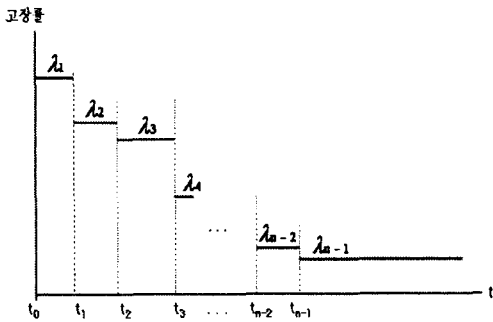


그림 1 고장률이 시간대 별로 변하는 경우

이 시스템의 시간에 따른 고장률(hazard function)은 다음 식으로 정의된다. 즉,

$$h_i(t) = \lambda_i, \quad t_{i-1} < t \leq t_i, \quad (i=1,2,3...n) \quad (1)$$

단,  $\lambda_i$ 는 상수이며  $t_0=0, t_n=\infty$ 로 가정한다. 따라서, 각 구간별 수명과 관련한 함수형태,  $g_i(t)$ 는

지수분포 확률밀도함수에 의거 식 (2) 및 그림 2와 같이 정의된다.

$$g_i(t) = \lambda_i e^{-\lambda_i t}, \quad t_{i-1} < t \leq t_i \quad (2)$$

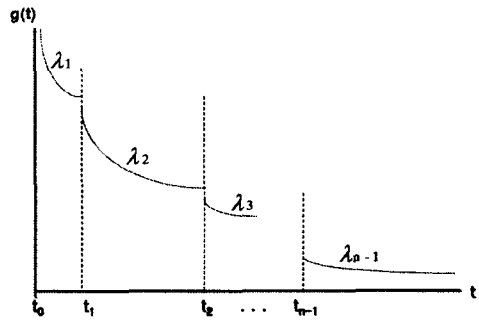


그림 2 구간별 확률함수 형태

3. 시간대 별로 변하는 고장률 경우의 신뢰도

식 (1)과 같이 정의되는 시스템 수명의 확률밀도함수,  $f(t)$  및 기타 신뢰도 특성들을 유도하자. 우선, 이 시스템의 불신뢰도 함수,  $F(t)$ 는 구간대 별로 다르게 정의되며, 시간 구간  $[t_{i-1}, t_i]$ 내 시점  $t$ 에서의 불신뢰도란 (시점  $t$ 까지의 누적 고장확률로서) 시점  $t_{i-1}$ 까지의 불신뢰도,  $F_{i-1}(t_{i-1})$ 에 추가로 시스템이 시간  $t_{i-1}$ 까지 생존하고  $[t_{i-1}, t_i]$ 내의 시점  $t$  이전에 고장날 확률을 합한 값이다. 따라서, 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} F_i(t) &= F_{i-1}(t_{i-1}) + R_{i-1}(t_{i-1}) \cdot \Pr[T_i \leq t - t_{i-1}] \\ &= F_{i-1}(t_{i-1}) + R_{i-1}(t_{i-1}) \cdot \int_0^{t-t_{i-1}} \lambda_i e^{-\lambda_i t} dt \\ &= F_{i-1}(t_{i-1}) + R_{i-1}(t_{i-1}) \cdot [1 - e^{-\lambda_i(t-t_{i-1})}], \end{aligned} \quad (i=1,2,3,...,n)$$

단,  $t_0=0, t_n=\infty, F_0(t_0)=0$  이고  $T_i$ 는 앞에서 정의한  $g(t_i)$ 의 함수형태를 가진다. 특별히, 구간  $[t_0, t_1]$ 내의 시간  $t$ 에서의 불신뢰도는 시점  $t$ 까지의 누적 고장확률로

$$F_1(t) = \int_0^t \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt = 1 - e^{-\lambda_1 t}$$

로 간단히 계산된다.

이상의 과정을 통하여 불 신뢰도 함수, F(t)는 다음과 같이 요약된다.

$$F_i(t) = 1 - e^{\sum_{k=1}^{i-1} [-\lambda_k(t_k - t_{k-1})]} \cdot e^{-\lambda_i(t - t_{i-1})} \quad (i=1,2,3,\dots,n) \quad (3-a)$$

또는

$$F_i(t) = 1 - [1 - F_{i-1}(t_{i-1})] \cdot e^{-\lambda_i(t - t_{i-1})} \quad (i=1,2,3,\dots,n) \quad (3-b)$$

단,  $t_0=0, t_n=\infty, F_0(t_0)=0$ .

신뢰도 함수, R(t)는  $R(t)=1-F(t)$ 의 관계식으로부터 다음과 같이 요약된다.

$$R_i(t) = e^{\sum_{k=1}^{i-1} [-\lambda_k(t_k - t_{k-1})]} \cdot e^{-\lambda_i(t - t_{i-1})}, \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (4-a)$$

또는

$$R_i(t) = R_{i-1}(t_{i-1}) \cdot e^{-\lambda_i(t - t_{i-1})}, \quad (i=1,2,\dots,n)$$

단,  $t_0=0, R_0(t_0)=1$ .

(4-b)

확률밀도 함수 f(t) 역시 구간별로 존재하며 F(t)를 t에 대하여 미분함으로 다음과 같이 구해진다.

$$f_i(t) = \begin{cases} \lambda_i e^{-\lambda_i t}, & (i=1) \\ e^{\sum_{k=1}^{i-1} [-\lambda_k(t_k - t_{k-1})]} \cdot \lambda_i e^{-\lambda_i(t - t_{i-1})}, & (i=2,\dots,n) \end{cases} \quad (5)$$

확률밀도함수와 신뢰도함수 간에는 일반적으로,

$$f_i(t) = \lambda_i R_i(t), \quad i=1,2,3,\dots,n \quad (6)$$

의 관계가 성립한다. 이 식으로부터 고장률 함수(hazard function), h(t)는  $h_i(t) = f_i(t)/R_i(t)$ 의 관계식으로부터 구간별로 처음 식 (1)에서 정의된 것과 같음을 알 수 있다.

수명 분포에 대한 통계적 정의를 만족하기 위하여 식 (5)의 밀도함수를 전 구간에 대한 적분 결과 1임을 확인하자. 즉,

$$\begin{aligned} \int_0^\infty f(t) dt &= \int_{t_0}^{t_1} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt \\ &+ \int_{t_1}^{t_2} \lambda_2 e^{-\lambda_1 t_1} \cdot e^{-\lambda_2(t - t_1)} \\ &+ \int_{t_2}^{t_3} \lambda_3 e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2 - t_1)]} \cdot e^{-\lambda_3(t - t_2)} \\ &+ \int_{t_3}^{t_4} \lambda_4 e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2 - t_1) + \lambda_3(t_3 - t_2)]} \cdot e^{-\lambda_4(t - t_3)} \\ &\dots \\ &+ \int_{t_{n-1}}^{t_n} \lambda_n e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2 - t_1) + \lambda_3(t_3 - t_2) + \dots + \lambda_{n-1}(t_{n-1} - t_{n-2})]} \\ &\cdot e^{-\lambda_n(t - t)} \\ &= [1 - e^{-\lambda_1 t_1}] \\ &- e^{-\lambda_1 t_1} [e^{-\lambda_2(t_2 - t_1)} - 1] \\ &- e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2 - t_1)]} [e^{-\lambda_3(t_3 - t_2)} - 1] \\ &\dots \\ &- e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2 - t_1) + \dots + \lambda_{n-1}(t_{n-1} - t_{n-2})]} [e^{-\lambda_n(t_n - t_{n-1})} - 1] \\ &= 1 \end{aligned}$$

단,  $t_0=0, t_n=\infty$ 로 마지막 항의 지수부분  $e^{-\lambda_n(t_n - t_{n-1})}$ 이 0이 되며 확률밀도 함수의 성질을 만족한다.

지수분포의 중요한 특성 중 하나는 과거를 기억하지 않는(memoryless) 성질이다. 이에 대한 현실적인 차원의 비판이 있으나 [4], 지수분포만이 갖는 독특한 성질이다. 불행히도, 본 연구의 모형에서는 구간별 고장률이 변하는 관계로 이 성질이 만족되지 못한다. 즉,

$$R(t+\tau) = \frac{R(t+\tau)}{R(\tau)} \neq R(t) \quad (7)$$

이다.

본 시스템과 관련하여 MTTF(mean time to failure)를 비롯한 신뢰성 척도(measure)들을 구하자. 먼저, T의 원점에 대한 모멘트,  $E[T^k]$ 를 구하자. 이를 위하여  $A_k(i)$  ( $k=1,2,\dots, i=1,2,\dots,n$ )를 다음과 같이 정의하자. 즉,

$$A_k(i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda_i t^k e^{-\lambda_i(t - t_{i-1})} dt, \quad k=1,2,3,\dots \quad (8)$$

전 태 보

그러면,  $A_k(i)$ 는 식 (9)와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 A_1(i) &= t_{i-1} - t_i e^{-\lambda_i(t_i-t_{i-1})} + \frac{1}{\lambda_i} [1 - e^{-\lambda_i(t_i-t_{i-1})}] \\
 A_2(i) &= t_{i-1}^2 - t_i^2 e^{-\lambda_i(t_i-t_{i-1})} + \frac{2}{\lambda_i} A_1(i) \\
 A_3(i) &= t_{i-1}^3 - t_i^3 e^{-\lambda_i(t_i-t_{i-1})} + \frac{3}{\lambda_i} A_2(i) \\
 &\dots \\
 A_k(i) &= t_{i-1}^k - t_i^k e^{-\lambda_i(t_i-t_{i-1})} + \frac{k}{\lambda_i} A_{k-1}(i) \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

식 (8)의 정의를 이용하여 평균수명,  $E[T]$ 의 유도과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E[T] &= \int_0^\infty t f(t) dt = \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} t f_i(t) dt \\
 &= \int_0^{t_1} \lambda_1 t e^{-\lambda_1 t} dt \\
 &\quad + \sum_{i=2}^n e^{-\sum_{k=1}^{i-1} [\lambda_k(t_k-t_{k-1})]} \cdot \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda_i t e^{-\lambda_i(t-t_{i-1})} dt \\
 &= A_1(1) + A_1(2) \cdot e^{-\lambda_1 t_1} \\
 &\quad + A_1(3) \cdot e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2-t_1)]} \\
 &\quad \dots \\
 &\quad + A_1(n) \cdot e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2-t_1) + \dots + \lambda_{n-1}(t_{n-1}-t_{n-2})]}
 \end{aligned}$$

식 (9)중  $A_1(i)$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 부분의 결과를 대입하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E[T] &= \frac{1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t_1}) \\
 &\quad + \frac{1}{\lambda_2} e^{-\lambda_1 t_1} \cdot [1 - e^{-\lambda_2(t_2-t_1)}] \\
 &\quad + \frac{1}{\lambda_3} e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2-t_1)]} \cdot [1 - e^{-\lambda_3(t_3-t_2)}] \\
 &\quad \dots \\
 &\quad + \frac{1}{\lambda_n} e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2-t_1) + \dots + \lambda_{n-1}(t_{n-1}-t_{n-2})]} \\
 &\quad \quad \cdot [1 - e^{-\lambda_n(t_n-t_{n-1})}]
 \end{aligned}
 \tag{10-a}$$

단,  $t_n = \infty$ 이며, 마지막 항의 지수부분,  $e^{-\lambda_n(t_n-t_{n-1})}$ 은 0임에 주의하자. 이 식은 간단히 다음 식으로 표현된다.

$$E[T] = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} [R_{i-1}(t_{i-1}) - R_i(t_i)], \tag{10-b}$$

또는

$$E[T] = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_{i-1}} \right) \cdot R_{i-1}(t_{i-1}), \tag{10-c}$$

단,  $\lambda_0 = \infty$ ,  $R_0(t_0) = 1$ .

다음으로, 분산을 구하기 위하여  $E[T^2]$ 을 구하자.

$$\begin{aligned}
 E[T^2] &= \int_0^\infty t^2 f(t) dt = \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^2 f_i(t) dt \\
 &= \int_0^{t_1} \lambda_1 t^2 e^{-\lambda_1 t} dt \\
 &\quad + \sum_{i=2}^n e^{-\sum_{k=1}^{i-1} [\lambda_k(t_k-t_{k-1})]} \cdot \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda_i t^2 e^{-\lambda_i(t-t_{i-1})} dt \\
 &= A_2(1) \\
 &\quad + A_2(2) \cdot e^{-\lambda_1 t_1} + A_2(3) \cdot e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2-t_1)]} \\
 &\quad + \dots \\
 &\quad + A_2(n) \cdot e^{-[\lambda_1 t_1 + \lambda_2(t_2-t_1) + \dots + \lambda_{n-1}(t_{n-1}-t_{n-2})]}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

따라서, 분산은  $V[T] = E[T^2] - (E[T])^2$ 의 관계와 식 (10)(11)의 결과를 통하여 구할 수 있다.

동일한 방법으로 3차, 4차 모멘트를 구할 수 있으며, 왜도(skewness)와 첨도(kurtosis)를 구할 수 있을 것이다. 이들에 대하여는 생략하기로 하고 원점에 대한 k차 모멘트만 다음과 같이 제시한다.

$$\begin{aligned}
 E[T^k] &= A_k(1) \\
 &\quad + \sum_{i=2}^n [t_{i-1}^k - t_i^k e^{-\lambda_i(t_i-t_{i-1})} + \frac{k}{\lambda_i} A_k(i)] \\
 &\quad \quad \cdot [e^{-\sum_{k=1}^{i-1} \lambda_k(t_k-t_{k-1})}]
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

마지막으로, 특정 신뢰도( $R^*$ )를 만족하는 임무시간(mission time)을 구하자. 신뢰도  $R^*$ 에 대한 임무시간은  $t^* = R^{-1}(R^*)$ 으로 정의된다. 따라서, 식 (4)를 이용하여 다음과 같이 구해진다. 즉,

$$\begin{aligned}
 t \leq t_1 : t^* &= -\frac{1}{\lambda_1} \ln R^* \\
 t \leq t_2 : t^* &= t_1 - \frac{1}{\lambda_2} [\ln R^* + \lambda_1 t_1], \\
 t \leq t_3 : t^* &= t_2 - \frac{1}{\lambda_3} [\ln R^* + \lambda_1 t_1 + \lambda_2 (t_2 - t_1)] \\
 &\dots \\
 t < t_n : t^* &= t_{n-1} - \frac{1}{\lambda_n} [\ln R^* + \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k (t_k - t_{k-1})]
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

불행히도 R(t)에 대한 사정 정보가 없는 경우 임무 시간을 쉽게 구하지 못할 수가 있다. 현실적인 방법은 각 시간 경계에서의 신뢰도를 계산한 뒤 이와 비교로 해당 구간을 찾아가야 한다. 이에 대하여는 다음 예제를 통하여 논하기로 한다.

[예제] 이상의 결과를 이해하기 위하여 다음 표 1 및 그림 3과 같이 4개의 시간 구간을 기준으로 고장률이 변하는 시스템을 고려하자.

표 1 시간대별 고장률

시간구간	고장률
[0, 100]	0.004
[100, 500]	0.0035
[500, 800]	0.002
[800, ∞)	0.001

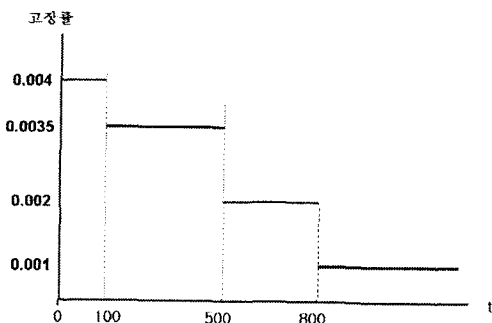


그림 3 시간대별 고장률

앞에서 도출한 식들을 이용하여 계산한 결과는 표 2와 같으며, 시간에 따른 여러 신뢰도 함수를 시간 구간별로 구분하여 도시하였다. 표의 f(t)와 R(t)에서 “변동”은 본 연구에서의 고려 모형이고 “상수”

부분은 고장률을 0.001로 일정한 값으로 가정한 경우의 결과이다.

그림 4와 5는 도표의 결과 중 확률밀도함수와 신뢰도함수를 도시한 것이다. 그림 4 확률밀도함수에서 위 부분의 가는 선 부분은 본래의 구간별 확률밀도함수인 g(t)를 나타내며, 아래 부분의 굵은 그래프는 확률밀도함수 f(t)이다. 예측되듯이 첫 번째 시간 구간에서는 이 두 그래프가 중첩된다. 그림 5는 상수고장률(λ=0.001) 경우와 고장률이 변하는 경우를 비교하여 그린 신뢰도 함수이다. 감소고장률 경우 상수고장률에 비해 신뢰도가 크게 떨어짐을 알 수 있다. 참고로, 시점 t=600에서의 각 함수별 계산 과정은 다음과 같다. 시점 600은 구간 3에 포함되므로 i=3을 적용한다.

$$g(600) = 0.002e^{-0.002 \times 600} = 0.000602$$

$$\begin{aligned}
 f(600) &= 0.002e^{-0.002(600-500)} \\
 &\quad \cdot e^{-0.004 \times 100 + 0.0035(500-100)} \\
 &= 0.00027067
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F(600) &= 1 - e^{-0.004 \times 100 + 0.0035(500-100)} \\
 &\quad \cdot e^{-0.002(600-500)} \\
 &= 0.8646647
 \end{aligned}$$

그리고,

$$R(600) = 1 - F(600) = 0.1353353.$$

이 예제에 대한 MTTF를 구하자.

$$\begin{aligned}
 MTTF &= \\
 &= \frac{1}{0.004} (1 - e^{-0.004 \times 100}) \\
 &\quad + \frac{1}{0.0035} e^{-0.004 \times 100} \cdot [1 - e^{-0.0035 \times (500-100)}] \\
 &\quad + \frac{1}{0.002} e^{-[0.004 \times 100 + 0.0035 \times (500-100)]} \\
 &\quad \quad \cdot [1 - e^{-0.002 \times (800-500)}] \\
 &\quad + \frac{1}{0.001} e^{-[0.004 \times 100 + 0.0035 \times (500-100) + 0.002 \times (800-500)]} \\
 &\quad \quad \cdot [1 - e^{-0.001 \times (\infty - 800)}] \\
 &= 82.419988 + 144.291759 + 37.290467 + 90.717953 \\
 &= 354.720169
 \end{aligned}$$

결과에서 상수 지수모형을 적용시 평균 수명은 1,000(=1/0.001)시간으로 위의 결과 보다 훨씬 크게 예측됨을 알 수 있다. 이는 초기 안정화 단계에 이르기 전까지의 고장률이 신뢰도와 수명 등에 예상 보다 큰 영향을 미칠 수 있음을 의미한다.

표 2 시간에 따른 신뢰도 함수들

t(i)	고장률	g(t)	f(t)		R(t)	
			변동	상수	변동	상수
0	0.0040	0.004000	0.004000	0.001000	1.000000	1.000000
20	0.0040	0.003692	0.003692	0.000980	0.923116	0.980199
50	0.0040	0.003275	0.003275	0.000951	0.818731	0.951229
80	0.0040	0.002905	0.002905	0.000923	0.726149	0.923116
100	0.0040	0.002681	0.002681	0.000905	0.670320	0.904837
100	0.0035	0.002466	0.002346	0.000905	0.670320	0.904837
200	0.0035	0.001738	0.001653	0.000819	0.472367	0.818731
300	0.0035	0.001225	0.001165	0.000741	0.332871	0.740818
400	0.0035	0.000863	0.000821	0.000670	0.234570	0.670320
500	0.0035	0.000608	0.000579	0.000607	0.165299	0.606531
500	0.0020	0.000736	0.000331	0.000607	0.165299	0.606531
600	0.0020	0.000602	0.000271	0.000549	0.135335	0.548812
700	0.0020	0.000493	0.000222	0.000497	0.110803	0.496585
800	0.0020	0.000404	0.000181	0.000449	0.090718	0.449329
800	0.0010	0.000449	0.000091	0.000449	0.090718	0.449329
900	0.0010	0.000407	0.000082	0.000407	0.082085	0.406570
1000	0.0010	0.000368	0.000074	0.000368	0.074274	0.367879
1100	0.0010	0.000333	0.000067	0.000333	0.067206	0.332871
1200	0.0010	0.000301	0.000061	0.000301	0.060810	0.301194
1300	0.0010	0.000273	0.000055	0.000273	0.055023	0.272532
1400	0.0010	0.000247	0.000050	0.000247	0.049787	0.246597
1500	0.0010	0.000223	0.000045	0.000223	0.045049	0.223130
2000	0.0010	0.000135	0.000027	0.000135	0.027324	0.135335
3000	0.0010	0.000050	0.000010	0.000050	0.010052	0.049787
4000	0.0010	0.000018	0.000004	0.000018	0.003698	0.018316
5000	0.0010	0.000007	0.000001	0.000007	0.001360	0.006738

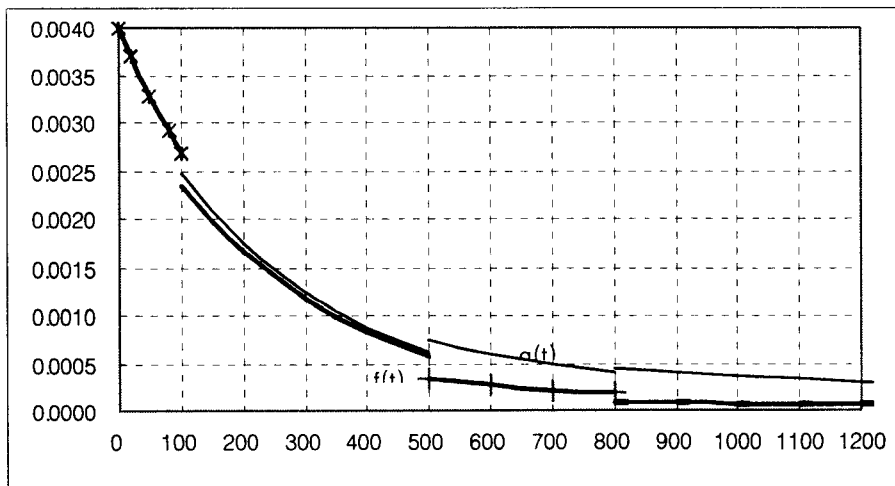


그림 4 확률 밀도 함수 - g(t) 및 f(t)

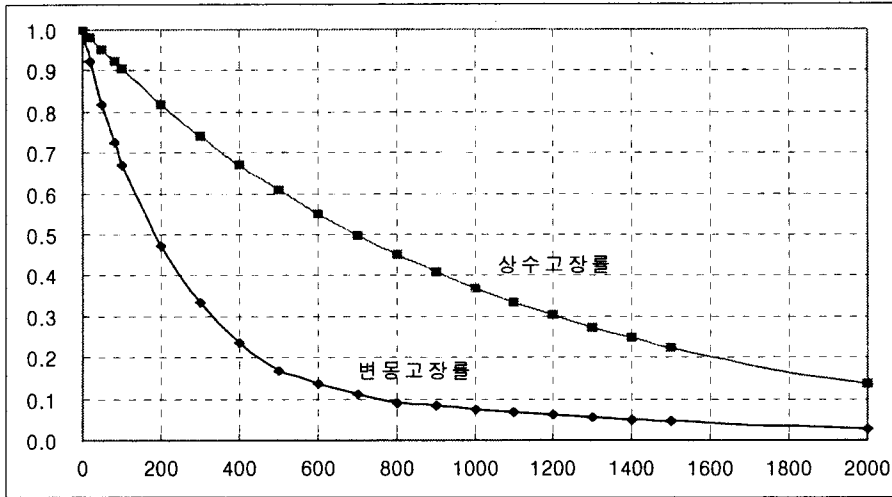


그림 5 시간에 따른 신뢰도 함수, R(t)

다음으로, 임의의 신뢰도 36.8%되는 임무시간을 구하자. 표 2로부터 우리는 이 시간이 구간 2에 속함을 알 수 있다. 따라서, 위의 식들 중 두 번째 시간 구간인  $[t_1, t_2]$ 의 식을 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$t_{36.8\%}^* = 100 - \frac{1}{0.0035} [\ln 0.368 + 0.004 \times 100] = 271.34$$

이는 그림 5로부터 쉽게 확인할 수 있다. R(t)에 대한 사전 정보가 없어  $R^* = 0.368$ 이 속한 구간을 모를 경우 임무시간을 쉽게 구할 수 없다. 이를 위해 첫째 시간경계  $t=100$ 에서 신뢰도를 구하면 0.67032이고 경계  $t=500$ 에서는 0.165299이므로 신뢰도 36.82%는 구간 2내에 속한다 판단한다.

#### 4. 초년도승수를 고려한 신뢰도

Telcordia SR-332에서는 전기·전자 부품의 다양한 데이터 분석을 통하여 초기 1년간 고장률이 점차 감소하되 시간에 따라 안정상태 고장률에 대한 비(ratio)로 표현되는 초년도승수(first-year multiplier)를 정의하였으며, 표 3이 이를 도시한다. 예를들어, 시간구간 [150, 200]의 고장률은 상수고장률 기간 [7000, ∞)에 비하여 2.8배임을 의미한다.

이러한 초년도승수를 갖는 고장률의 경우 신뢰도가 어떻게 다른지 검토하자. 비교를 위하여 안정상태고장률( $\lambda$ )을 모든 구간에 적용한 경우의 평균수명( $1/\lambda$ )과 표 3의 초년도승수를 고려한 고장률을 적용할 경우의 평균수명을 구하였으며, 표 4에

결과를 도시한다. 이 표에서 변동 및 상수 고장률 각각에 대하여 평균수명(hr)을 표시하였으며, 변동고장률 경우가 정확하다는 가정하에 상대오차를 다음과 같이 구하였다.

$$\text{오차} = \frac{|\text{변동고장률의 평균수명} - \text{상수고장률의 평균수명}|}{\text{변동고장률의 평균수명}} \times 100(\%)$$

그림 6과 그림 7에 이들을 도시하였다.

표 3 SR-332 초년도 승수

시간구간 (hr)	초년도 승수	시간구간 (hr)	초년도 승수
[0, 2]	4.0	[500, 600]	2.3
[2, 3]	3.9	[600, 800]	2.2
[3, 5]	3.8	[800, 1000]	2.1
[5, 10]	3.7	[1000, 1200]	2.0
[10, 15]	3.6	[1200, 1400]	1.9
[15, 25]	3.5	[1400, 1600]	1.8
[25, 35]	3.4	[1600, 2000]	1.7
[35, 50]	3.3	[2000, 2500]	1.6
[50, 70]	3.2	[2500, 3000]	1.5
[70, 100]	3.1	[3000, 3500]	1.4
[100, 150]	3.0	[3500, 4000]	1.3
[150, 200]	2.8	[4000, 5000]	1.2
[200, 250]	2.7	[5000, 6000]	1.2
[250, 350]	2.6	[6000, 7000]	1.1
[350, 400]	2.5	[7000, inf)	1.0
[400, 500]	2.4		

\* SR-332에서의 구간들은 서로 불연속이며, 경계가 연속이 되도록 조정하였음.

표 4 SR-332 초기 승수

고장률( $\lambda$ )	평균수명 (hr) (변동고장률 경우)	평균수명 (hr) (상수고장률 경우)	오차(%)
0.000500	900.43	2000.00	122.12
0.000200	3014.41	5000.00	65.87
0.000100	7374.23	10000.00	35.61
0.000050	16912.99	20000.00	18.25
0.000030	30024.48	33333.33	11.02
0.000020	46570.71	50000.00	7.36
0.000010	96443.32	100000.00	3.69
0.000005	196376.87	200000.00	1.84
0.000002	496336.68	500000.00	0.74
0.000001	996322.29	1000000.00	0.37

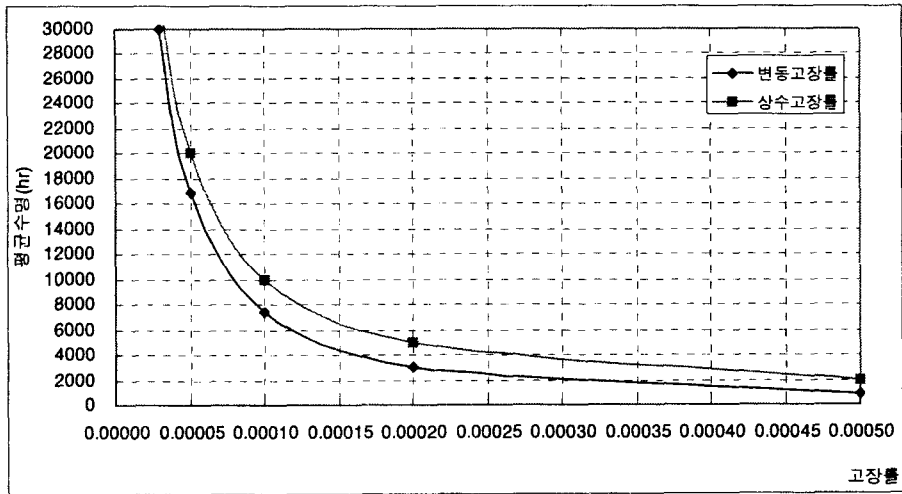


그림 6 고장률의 변화에 따른 평균 수명의 비교

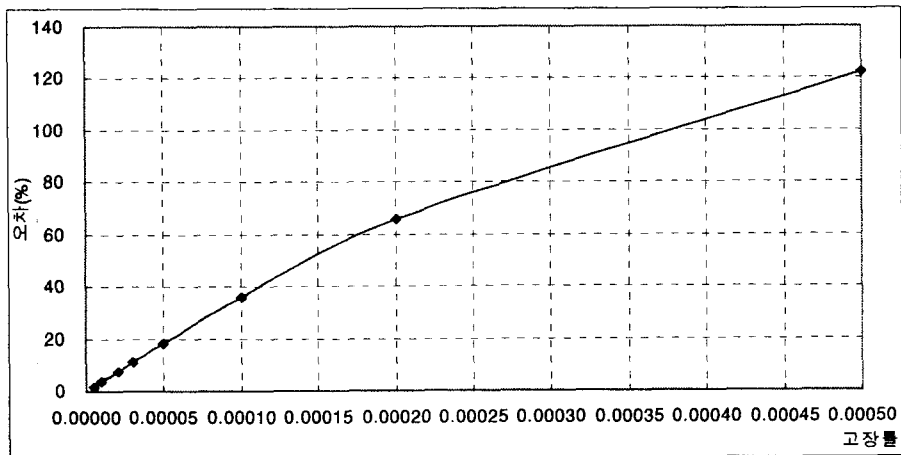


그림 7 고장률의 변화에 따른 평균 수명에 한 오차(%)



이들 결과를 통하여 불 때 고장률이 높은 경우 평균수명에 있어 양자간 차이가 크게 나타나며 고장률이 낮아질수록 차이가 작아짐을 알 수 있다. 이는 평균수명이 낮은 경우 초년도승수로 인한 효과가 커 단순히 상수고장률을 가정함은 큰 오차를 수반할 수 있음을 의미한다. 고장률이 0.00005일 경우 평균 수명이 3,087(=20000-16912.99) 시간의 차이가 나며 오차가 18.25%에 이른다. 즉, 평균수명을 3,087시간 만큼 과대 평가함을 의미한다.

대부분의 전기·전자 부품들의 수명은 20년까지 이르지 못하며 불과 수년 후부터 마모특성을 소유한다. 이 경우 초년도승수를 고려한 경우보다도 더욱 오차는 증가할 것이다. 마모 등으로 인한 고장률이 증가하는 경우도 본 연구의 공식들을 수정없이 그대로 적용하여 결과를 평가할 수 있으며, 이 밖에도 다양한 비교 및 평가를 수행할 수 있겠으나 본 연구의 목적상 생략한다.

## 5. 결론

본 연구에서는 고장률이 일정치 않고 시간 구간별로 다른 값을 가지는 경우에 대하여 신뢰성 모형을 수립하였다. 많은 전기·전자 부품들의 초년도 효과를 고려한 신뢰도 및 수명의 예측이 가능하며 실무에서의 문제에 유용하게 적용할 수 있을 것이다. 특히, 부품들의 수명이 5년 미만 등 비교적 짧은 경우 순수 상수고장률을 적용하는 것은 위험하며, 마모 고장률을 명시적으로 고려할 경우 오차는 배가된다는 결론이다. 본 연구에서는 SR-332에서의 정의대로 전기·전자 제품의 안정상태 기간이 길다는 측면에서 초기고장률 감소구간을 중점으로 토의하였다. 고장률이 증가하는 마모 구간에 대하여도  $\lambda_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ ) 값만 바꾸어 정의함으로써 본 연구에서의 공식들을 그대로 적용하여 결과를 평가할 수 있다.

실제 초년도 고장률을 본 연구에서와 같이 이산형으로 고려함에는 다소 불편한 수식 평가를 수반한다. 보다 편리한 방법은 연속형 함수를 통한 고장률의 정의일 것이다. 다양한 연속형 함수의 검토를 통하여 수리적으로 취급하기 좋고 실제 데이터를 잘 적합화하는 함수형태를 정의할 수 있을 것이다. Kececioglu[2]가 이와 관련한 일부 함수들을 제시했다.

## 참 고 문 헌

[1] Telcordia Special Report(2001), *Reliability Prediction Procedure for Electronic Equipment (document number SR-332, Issue 1)*, Telcordia Technologies.

[2] Kececioglu, D.(1991a): *Reliability Engineering Handbook, Volume I*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632.  
[3] Kececioglu, D.(1991b): *Reliability Engineering Handbook, Volume II*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632.  
[4] Murphy, K. E., Carter, C. M., and Brown, S. O.(2002), *The Exponential Distribution: the Good, the Bad and the Ugly. A practical guide to its implementation, Reliability and Maintainability Symposium, 2002 Proceedings, Annual 28-31, Jan., pp. 550-555.*