

## 매모그램 구조의 전기저항 영상법에서 정방향 모델의 고유전류 계산 알고리즘

### An Algorithm for Computing Eigen Current of Forward Model of Mammography Geometry for EIT

최 명 환\*

Choi, Myoung Hwan

---

#### Abstract

Electrical impedance tomography (EIT) is a technique for determining the electrical conductivity and permittivity distribution within the interior of a body from measurements made on its surface. One recent application area of the EIT is the detection of breast cancer by imaging the conductivity and permittivity distribution inside the breast. The present standard for breast cancer detection is X-ray mammography, and it is desirable that EIT and X-ray mammography use the same geometry. A forward model of a simplified mammography geometry for EIT imaging was proposed earlier. In this paper, we propose an iterative algorithm for computing the current pattern that will be applied to the electrodes. The current pattern applied to the electrodes influences the voltages measured on the electrodes. Since the measured voltage data is going to be used in the impedance imaging computation, it is desirable to apply currents that result in the largest possible voltage signal. We compute the eigenfunctions for a homogenous medium that will be applied as current patterns to the electrodes. The algorithm for the computation of the eigenfunctions is presented. The convergence of the algorithm is shown by computing the eigencurrent of the simplified mammography geometry.

키워드 : 전기저항 영상법, 유방암, 매모그램, 고유전류  
Keywords : *electrical impedance tomography, breast cancer, mammography geometry, eigen current*

---

#### 1. 서론

전기임피던스 단층촬영법 (Electrical Impedance Tomography)은 몸체의 표면에서 측정된 전류와 전압을 이용하여 몸체 내부의 전기적 임피던스 (impedance) 즉 전도율 (conductivity)과 유전율 (permittivity)을 계산하여 영상으로 재구성하는 기법이다. 몸체 표면에 부착된 전극을 통하여 전류를 공급하고 이에 따라 발생한 전압을 측정한다. 측정된 데이터로부터 몸체 내부의 전도율과 유전율을

계산하기 위해서 재구성 알고리즘이 사용된다. [1]-[3].

최근의 EIT 기법의 응용분야중의 하나는 유방 내부의 전도율과 유전율을 계산하여 유방암의 존재를 진단하는 분야이다. 유방조직의 전도율과 유전율에 대한 연구에 의하면 유방암 조직의 전도율과 유전율은 정상 조직에 비해 많은 차이를 보인다[4]-[6]. 이러한 연구는 EIT가 유방암 진단에 효과적인 기술이 될수 있다는 것을 보여준다. EIT 기술은 현재 T-SCAN [7] 이라는 상업용 유방암 진단기에 적용되고 있으며, 이 진단기는 미국 FDA 승인을 받은 장비로서, 직사각형 형태의 전

---

\* 강원대학교 전기전자공학부 교수, 공학박사

극 배열이 있는 프로브를 환자의 가슴에 부착하고, 환자의 손에는 그라운드 전극을 잡고, 가슴에 놓여진 전극과 그라운드 전극 사이에 전압이 가해지고, 이 때 흐르는 전극 전류를 측정하여 영상으로 보여준다. 평면 전극 배열을 사용하는 다른 EIT 시스템 [8]에서는 유방 내부조직의 임피던스를 재구성하여 영상으로 보여준다. EIT 기법의 임상실험 연구 [9]에서는 환자가 침대에 엎드린 상태에서 유방 주위에 전극이 원의 원주를 따라 배열된 시스템을 이용하였다. 평면상에 위치한 직사각형 형태의 전극배열을 이용하여 3차원 전도율 분포를 계산하는 알고리즘이 [10]에 발표되었다. 이상의 연구 결과들은 EIT 가 유방암 진단에 사용될 수 있는 가능성을 보여준다.

현재의 유방암 진단에 사용되는 절대적인 기준은 매모그램이다. 이 방법은 유방이 두 개의 평면판 사이에 눌려진 상태에서 X 선 사진을 찍어 분석하는 방법이다. EIT 기법을 이용하여 얻은 영상을 매모그램의 결과와 비교하기 위해서는 EIT의 측정 구조를 매모그램에서 같이 사용하는 것이 바람직할 것이다. 이렇게 되면 EIT 영상과 매모그램을 비교하기가 쉬울 뿐 아니라, EIT 영상에서 얻은 3차원 정보를 매모그램의 2차원 정보를 보조하는데 사용할 수 있고, 추후에 조직검사 등에서 암 조직의 3차원 위치를 파악하는데 도움을 줄 수 있다. 이러한 매모그램 구조의 EIT 영상재구성 문제의 순방향 모델은 [12, 13]에서 제안되었는데, 매모그램 구조는 직육면체로 모델링하고 직육면체의 윗면과 아랫면에 전극이 배열되며 균일한 전도율 분포를 갖는 경우에 전극 전류에 대한 전극전압의 모델을 제시하고 실험적으로 검증하였다. 이 순방향 모델은 유방 내부의 전기 임피던스 영상을 구하여 암 진단에 적용될 수 있다 [13].

본 연구에서는 위의 순방향 모델에서 전극에 가해질 전류를 계산하는 방법을 제안한다. 전극에서 측정되는 전압은 전극에 가해지는 전류의 형태에 따라 결정된다. 이 전압 데이터는 수십 밀리볼트의 작은 값이며, 전기 임피던스의 계산에 사용되기 때문에 전압의 크기가 클수록 신호 대 잡음비 면에서 유리하다. 전압은 가해진 전류에 의해 결정되므로, 전압의 크기를 크게 발생시키는 전류를 가하는 일은 매우 중요하다. 전류에서 전압으로의 매핑에서 전압의 크기를 최대화 하는 전류는 이 매핑의 고유함수 (eigen function) 이다. 본 논문에서는 이러한 순방향 모델에서 고유함수를 계산하는 반복적인 방법을 제안하고, 해가 수렴함을 보인다.

## 2. 순방향 모델

본 절에서는 참고문헌 [12, 13]에서 제안한 매모그램 구조의 순방향 모델을 간략하게 소개하고,

다음절에서는 이를 이용한 고유전류 (eigen current) 계산방법을 소개한다. 매모그램에서 유방은 두 개의 평면판 사이에 눌려지고 X 선 사진을 찍게 된다 [12]. 이때 전기 임피던스의 분포를 계산하기 위해서는 눌려진 유방의 윗면과 아랫면에 전극을 부착하여야 한다. 이 구조가 그림 1에 나타나 있다. 이 모델은 유방 중에서 윗면과 아랫면의 전극평면 사이에 위치한 직육면체 부분만을 고려 대상으로 한다. 직육면체 부분 이외의 유방, 즉 가슴 부분과 유방에서도 전극평면과 접촉하지 않는 부분은 이 단순화된 모델에서는 고려하지 않는다. 전류는 윗면과 아랫면의 전극들을 통해서 공급되고, 직육면체의 옆면을 통과하는 전류는 없다고 가정한다. 전류밀도를 직육면체의 표면에 가할 때 발생하는 전자기 field는 맥스웰 공식에 의해 정해진다. 저주파수와 낮은 전자기 field 세기의 경우는 맥스웰 공식은 다음과 같이 단순화 가능하다 [10].

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\sigma(x, y, z) \nabla U(x, y, z)) &= 0, \\ 0 \leq x \leq h_1, 0 \leq y \leq h_2, -h_3 \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $\sigma$ 는 전도율 분포, U는 내부 전압,  $h_1, h_2, h_3$ 는 탱크의 규격을 의미한다.

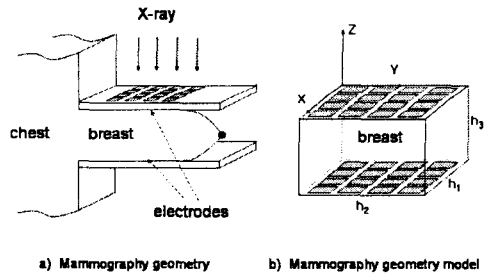


그림 1. 매모그램 구조와 단순화된 모델

몸체의 전도율이  $\sigma_0$ 로 균일할 경우 (1)을 다시 쓰면 다음의 라플라시안 식과 같다 [10].

$$\begin{aligned} \nabla^2 U(x, y, z) &= 0, \\ 0 \leq x \leq h_1, 0 \leq y \leq h_2, -h_3 \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

윗면( $z=0$ )의 전극에 전류를 가하게 되면 윗면의 표면에는 전류밀도  $j^T$ 가 발생한다. 윗첨자 T는 top을 의미하고 B는 bottom을 의미한다. 전류

밀도는 다음과 같이 표현된다 [10].

$$\sigma_0 \frac{dU(x, y, 0)}{dz} = j^T(x, y) \quad (3)$$

아랫면(z=-h3)의 전류밀도  $j^B$  는 같은 방법으로

$$\sigma_0 \frac{dU(x, y, -h_3)}{d(-z)} = j^B(x, y) \quad (4)$$

옆면으로는 전류가 통과하지 않으므로 4개의 옆면에 대한 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_0 \frac{dU(0, y, z)}{dx} = 0 \quad \text{and} \quad \sigma_0 \frac{dU(h_1, y, z)}{dx} = 0 \quad (5)$$

$$\sigma_0 \frac{dU(x, 0, z)}{dy} = 0 \quad \text{and} \quad \sigma_0 \frac{dU(x, h_2, z)}{dy} = 0 \quad (6)$$

EIT 의 순방향문제는 몸체의 표면에 전류밀도가 인가되었을 때 몸체 표면의 전압을 계산하는 문제이다. 여러 가지 다양한 방법으로 이 문제를 풀수 있다 [13].

경계조건(3)-(6) 을 갖는 라플라스식의 해는 다음과 같이 구해 질 수 있다. 윗면과 아랫면의 전극의 수를 각각  $N^T$  ,  $N^B$  라고 하자. 전류밀도  $j^*(x, y)$  는 다음과 같이 계산된다. (\*는 T 혹은 B 가 될수 있다).

$$j^T(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} j_{n,m}^T \cos\left(\frac{n\pi x}{h_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{h_2}\right)$$

$$j_{n,m}^* = \frac{4}{h_1 h_2} \sum_{l=a}^b \frac{I_l}{A_l} \iint_{e_l} \cos \frac{n\pi x}{h_1} \cos \frac{m\pi y}{h_2} dx dy, \quad n, m = 1, 2, 3, \dots$$

$$j_{0,0}^* = \frac{1}{h_1 h_2} \sum_{l=a}^b I_l$$

$$j_{0,m}^* = \frac{2}{h_1 h_2} \sum_{l=a}^b \frac{I_l}{A_l} \iint_{e_l} \cos \frac{m\pi y}{h_2} dx dy$$

$$j_{n,0}^* = \frac{2}{h_1 h_2} \sum_{l=a}^b \frac{I_l}{A_l} \iint_{e_l} \cos \frac{n\pi x}{h_1} dx dy \quad (7)$$

여기서  $a^T = 1$ ,  $b^T = N^T$ ,  $a^B = N^T + 1$ ,  $b^B = N^T + N^B$ ,  $I_l$  는 l 번째 전극  $e_l$  의 전류,  $A_l$  은  $e_l$  의 면적이다. 윗면의 전극의 번호는  $a^T \sim b^T$  이고, 아랫면의 전극

의 번호는  $a^B \sim b^B$  이다. 위 식의 적분은 전극의 굵적을 알면 계산할 수 있다. 윗면의 전극 전압은 다음과 같이 계산된다.

$$V_l^T = \frac{1}{A_l} \sum_{\substack{n=0, m=0 \\ n+m \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0 \gamma_{n,m}} \left( \frac{j_{n,m}^T}{\tanh \gamma_{n,m} h_3} + \frac{j_{n,m}^B}{\sinh \gamma_{n,m} h_3} \right) \iint_{e_l} \cos\left(\frac{n\pi x}{h_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{h_2}\right) dx dy \quad (8)$$

아랫면의 전극전압은 다음과 같이 계산된다.

$$V_l^B = -\frac{j_{0,0}^T h_3}{\sigma_0} + \frac{1}{A_l} \sum_{\substack{n=0, m=0 \\ n+m \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0 \gamma_{n,m}} \left( \frac{j_{n,m}^T}{\sinh \gamma_{n,m} h_3} + \frac{j_{n,m}^B}{\tanh \gamma_{n,m} h_3} \right) \iint_{e_l} \cos\left(\frac{n\pi x}{h_1}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{h_2}\right) dx dy \quad (9)$$

### 3. 고유전류의 계산

매모그램 구조의 전류-전압 매핑에서 k 번째 고유전류 벡터를  $I^k = [I_1^k \ I_2^k \ I_3^k \ \dots \ I_L^k]^T$  라고 하고, 이에 대응되는 전압 벡터를  $V^k = [V_1^k \ V_2^k \ V_3^k \ \dots \ V_L^k]^T$  라고 하자. L 은 전극의 수를 나타낸다. 고유전류와 전압의 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$V^k = \rho^k I^k \quad (10)$$

이때  $\rho^k$  는 전류-전압 매핑의 고유값  $I_j^k$  는 i 번째 전류 벡터의 j 번째 전극 전류,  $V_j^k$  는 i 번째 전압 벡터의 j 번째 전극 전압이다. 전극전류의 총 합은 0 이어야 하므로 전류 벡터에서 전압벡터로의 선형매핑은 rank가 (L-1)이 되며, (L-1)개의 고유벡터가 존재할수 있으며 따라서 고유전류도 (L-1) 개가 존재한다.

이제,  $I^x$ ,  $x = 1, 2, \dots, L-1$ 을 직교정규(orthonormal) 전류 벡터라고 하자. 각 전류 벡터  $I^x$  에 대해서 전류 - 전압 매핑은

$$V^x = H I^x \quad (11)$$

로 표현할 수 있다. 이때  $V^x$ 는  $I^x$ 에 대응되는 전압이다.  $I^x$  가 직교정규 전류 벡터들이므로, 다음이 성립한다.

$$\langle I^x, I^k \rangle = \delta_{x,k}, \quad \|I^x\| = 1 \quad (12)$$

우리의 목표는 전류-전압 매핑의 고유벡터를 찾는 것이며, 이를 수식화하면, 임의의 직교정규 전류 벡터  $I^k$ ,  $k=1,2,\dots, L-1$  를 새로운 전류 벡터

$$\tilde{I}^x = \sum_{k=1}^{L-1} c_{xk} I^k \quad (13)$$

의 형태로 변환 하되, 새로운 벡터  $\tilde{I}^x$  가

$$\tilde{V}^x = \rho_x \tilde{I}^x \quad (14)$$

를 만족하도록 하는 것이다. 이때  $c_{xk}$  는 상수이다. 식 (14)를 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \tilde{V}^x &= \rho_x \tilde{I}^x = H \tilde{I}^x \\ &= \sum_{k=1}^{L-1} c_{xk} H I^k = \sum_{k=1}^{L-1} c_{xk} V^k \end{aligned} \quad (15)$$

따라서, (13)-(15)에서

$$\sum_{k=1}^{L-1} c_{xk} V^k = \rho_x \sum_{k=1}^{L-1} c_{xk} I^k \quad (16)$$

식 (16)과  $I^n$  의 내적을 구하면

$$\sum_{k=1}^{L-1} c_{xk} \langle I^n, V^k \rangle = \rho_x c_{xn}, \quad n=1,2,\dots, L-1 \quad (17)$$

행렬 R을 다음과 같이 정의하자.

$$R_{nk} = \langle I^n, V^k \rangle \quad (18)$$

행렬 R을 이용하여 식 (17)을 다시 쓰면,

$$\sum_{k=1}^{L-1} c_{xk} R_{nk} = \rho_x c_{xn}, \quad n=1,2,\dots, L-1 \quad (19)$$

벡터  $C^x$  를 다음과 같이 정의하면,

$$C_k^x \equiv c_{xk},$$

$$C^x = \begin{bmatrix} c_{x1} \\ c_{x2} \\ \vdots \\ c_{x,L-1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

식 (19)는 아래와 같이 쓸수 있다.

$$RC^x = \rho_x C^x \quad (21)$$

위 식에서  $C^x$ 가 R의 고유벡터라는 사실을 알 수 있다. 이제 식 (13)을 이용하면 새로운 전류 벡터  $I^k$ ,  $k=1,2,\dots, L-1$  를 계산할 수 있다. 이상의 과정을 정리하면, 전류-전압 매핑의 고유전류를 계산하기 위한 알고리즘은 다음과 같다.

1. 임의의 직교정규 전류 벡터  $I^x$ ,  $x = 1, 2, \dots, L-1$  를 선정한다.
2. 전류 벡터  $I^x$  에 대응하는 전압벡터  $V^x$ ,  $x = 1, 2, \dots, L-1$ 를 식 (8),(9)를 이용하여 계산한다.
3. R 을 다음과 같이 계산한다.

$$R_{n,k} = \langle I^n, V^k \rangle, \quad n, k = 1, 2, \dots, L-1$$

4. R의 고유벡터와 고유값을 구하고 고유벡터를  $C^x$ ,  $x = 1, 2, \dots, L-1$  로 놓는다.
5.  $C = [C^1 \ C^2 \ \dots \ C^{L-1}]$  를 식 (20)을 이용하여 계산한다. 이때  $\rho_1 \geq \rho_2 \geq \dots \geq \rho_{L-1}$  가 되도록 한다. 다음  $I = [I^1 \ I^2 \ \dots \ I^{L-1}]$  라고 하자.

6. 새로운 전류  $\tilde{I} = [\tilde{I}^1 \ \tilde{I}^2 \ \dots \ \tilde{I}^{L-1}]$  는 식 (13)과 같이  $\tilde{I} = IC$  로 계산한다.
7.  $I$  에서  $\tilde{I}$  로의 변화량이 적으면 루프를 정지한다. 즉, 경계치(threshold)  $\varepsilon$  에 대해서  $\|I - \tilde{I}\| < \varepsilon$  이면 정지하고, 아니면  $I \leftarrow \tilde{I}$  로 변경 후 단계 2로 간다.

#### 4. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션은 MATLAB을 이용하여 구현하였다. 고유전류의 계산에 사용되는 전류-전압 매핑은 식 (8) 과 (9)을 사용하였으며 알고리즘의 단계 1에서 필요한 임의의 직교정규 전류벡터들은 임의의  $L \times (L-1)$  full rank 행렬  $I$  를 만든 후에 직교정규 행렬로 변환하여 각 행 벡터를 전류 벡터  $I^k$  로

사용하였다. 직교정규 벡터의 계산과 고유벡터의 계산은 MATLAB 함수를 이용하였다. 그림 1에서 전극의 총 수는 윗면과 아랫면 각각 16개씩 총 32개이며, 전류 벡터  $I^k$  와 전압 벡터  $V^x$  는 32 x 1 벡터이고, R 은 (L-1)x(L-1) 행렬,  $C^x$  는 Lx1 벡터, C는 Lx(L-1) 행렬이다.

그림 2는 루프의 반복 횟수에 대한  $\|I - \tilde{I}\|$  의 변화를 보여준다. 그림의 결과에서 보듯이 루프가 두 번 동작한 이후에 고유 전류가 안정됨을 알 수 있다.

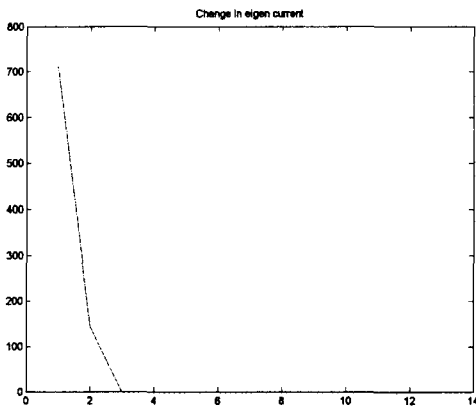


그림 2. 루프 동작 횟수에 대한 고유전류의 변화량  $\|I - \tilde{I}\|$

## 5. 결론

본 연구에서는 매모그램 구조의 전기저항 영상법에서 정방향 모델의 고유 전류 계산 알고리즘을 제안 하였다. 매모그램 구조의 순방향 모델에서 전극에 가해질 전류를 계산하는 순차적인 방법을 제안하였다. 전극에서 측정되는 전압은 전극에 가해지는 전류의 형태에 따라 결정되므로 전류-전압 매핑의 고유값을 전류로 가하면 전압의 크기를 최대화 시킬수 있다. 본 논문에서는 이러한 순방향 모델에서 고유함수를 계산하는 반복적 방법을 제안하고, 해가 수렴함을 보였다.

## 참 고 문 헌

- [1] E. J. Woo, P. Hua, J. G. Webster, W. J. Tompkins, "Measuring lung resistivity using electrical impedance tomography," *IEEE Trans. On Biomedical Eng.*, vol.39, no.7, pp.756-760, 1992.
- [2] Hartov A, Mazzarese RM, Kerner TE, Osterman KS, Reiss FR, Williams D, Paulsen K. "A multi-channel continuously selectable multi-frequency electrical impedance spectroscopy measurement system," *IEEE Trans. Biomed. Engr.*, vol.47, no.1, pp.49-58, 2000
- [3] McLeod C.N., Shi Y, Denyer C, Lidgley F.J., Lionheart W.R.B., Paulson K.S. and Pidcock M.K., "High speed in vivo chest impedance imaging with OXBACT Mark III," *Proc. 18th Int. Conf. IEEE EMBS*, Amsterdam, 1996
- [4] A. Surowiec, S. S. Stuchly, J. R. Barr, and A. Swarup, "Dielectric properties of breast carcinoma and the surrounding tissues," *IEEE Trans. Biomed Eng.*, vol. 35, pp. 257-263, Apr., 1988.
- [5] J. Jossinet, "Variability of impedivity in normal and pathological breast tissue," *Med. Biol. Eng. Compt.*, vol. 34, pp. 346-350, 1996.
- [6] J. Jossinet and M. Schmitt, "A review of parameters for the bioelectrical characterization of breast tissue," *Annals New York Academy of Science*, 873:30-41, 1999.
- [7] M. Assenheimer, O. Laver-Moskovitz, D. Malonek, D. Manor, U. Nahaliel, R.Nitzan, and A. Saad, "The T-SCAN technology: electrical impedance as a diagnostic tool for breast cancer detection," *Physiological Measurement*, vol.22, pp.1-8., 2001
- [8] V. Cherepenin, A. Karpov, A. Korjenovski, V. Kornienko, A. Mazaletskaaya, D. Mazourov, and D. Meister, "A 3D electrical impedance tomography (EIT) system for breast cancer detection," *Physiological Measurement*, vol. 22, pp. 9-18, 2001.
- [9] T. E. Kerner, K. D. Paulsen, A. Hartov, Sandra K. Soho, and Steven P. Poplack, "Electrical impedance spectroscopy of the breast: clinical imaging results in 26 subjects," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 21, no. 6, June, 2002.
- [10] J. L. Mueller, D. Isaacson, Jonathan C. Newell, "A reconstruction algorithm for electrical impedance tomography data collected on rectangular electrode arrays." *IEEE Trans. Biomed Eng.*, vol. 46, No.11, pp.1379-1386, Nov., 1999.
- [11] Myoung H. Choi, David Isaacson, Gary J.

- Saulnier, Jonathan C. Newell, "An Iterative Approach for Applying Multiple Currents to a Body Using Voltage Sources in Electrical Impedance Tomography", *Proc. of the 25th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pp.3114-3117, Cancun, Mexico, Sep. 2003.
- [12] Myoung H. Choi, Tzu-Jen Kao, David Isaacson, Gary J. Saulnier, Jonathan C. Newell, "A Simplified Model of Mammography Geometry for Breast Cancer Imaging with Electrical Impedance Tomography", *Proc. of the 26th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. San Francisco, USA, pp. 1310 - 1313, Sep. 2004.
- [13] Myoung H. Choi, Tzu-Jen Kao, David Isaacson, Gary J. Saulnier, Jonathan C. Newell, "A Reconstruction Algorithm for Breast Cancer Imaging with Electrical Impedance Tomography in Mammography Geometry," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.54, No.4, pp.700-710, April, 2007.