

직경이 변하는 원통형 Pin 핀의 해석

Analysis of a Cylindrical Pin Fin with Variable Diameter

강 형 석* 김 중 욱**
Kang, Hyung-Suk Kim, Jong-Ug

Abstract

A cylindrical pin fin with variable diameter is analyzed by using the one dimensional analytical method. Heat loss and fin efficiency are presented as a function of the fin diameter, length and convection characteristic numbers ratio. The relationship between the fin diameter and convection characteristic number over the fin for the same amount of heat loss is shown. One of the results indicates the fin efficiency increases as the fin diameter increases while that decreases as the fin length increases.

키워드 : 핀 직경, 대류특성계수, 열손실, 핀 효율

Keywords : *fin diameter, convection characteristic number, heat loss, fin efficiency*

기호설명

d : 핀 직경, [m]

D : 무차원 핀 직경, d/l_c

h : 핀 주위 열전달계수, [$W/m^2\text{C}$]

h_e : 핀 끝 열전달계수, [$W/m^2\text{C}$]

k : 열전도율, [$W/m\text{C}$]

l : 핀 길이, [m]

L : 무차원 핀 길이, l/l_c

l_c : 특성 길이, [m]

l_w : 핀 폭, [m]

M : 핀 주위 대류특성계수, $(hl_c)/k$

M_e : 핀 끝 대류특성계수, $(h_e l_c)/k$

NX : 일반화된 핀 길이 좌표, x/L

q : 핀으로부터의 열손실, [W]

Q : 핀으로부터의 무차원 열손실, $q/(kl_w\phi_b)$

q_{id} : 핀으로부터의 이상적인 열손실, [W]

Q_{id} : 핀으로부터의 이상적인 무차원 열손실,
 $q/(kl_w\phi_b)$

r : 핀 반경 방향 좌표 [m]

T : 온도, [$^{\circ}\text{C}$]

T_b : 핀 바닥 온도, [$^{\circ}\text{C}$]

T_{∞} : 핀 주위 온도, [$^{\circ}\text{C}$]

x : 핀 길이 방향 좌표 [m]

* 강원대학교 기계공학과 교수, 공학박사

** 한국폴리텍II대학 화성캠퍼스 컴퓨터응용기계과
교수, 공학석사

X : 무차원 핀 길이 방향 좌표, x/L_c

그리스 문자

β : 대류특성계수 비, M_c/M

η : 핀 효율

θ : 무차원 온도, $(T - T_\infty)/(T_b - T_\infty)$

ϕ_b : 변형된 핀 바닥 온도, $T_b - T_\infty$ [°C]

하첨자

b : 핀 바닥

c : 특성

e : 핀 끝

id : 이상적

w : 핀 폭

∞ : 핀 주위

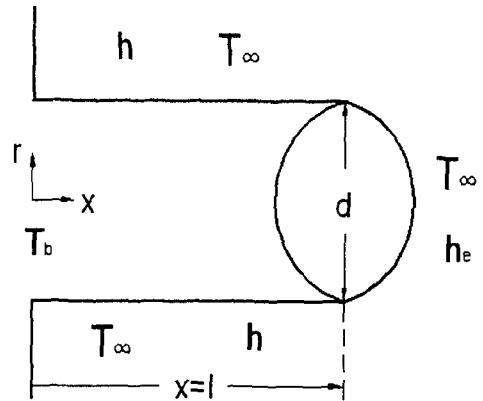


Fig. 1 Schematic diagram of a pin fin

1. 서론

우리들 주위의 일상생활 또는 산업체 등에서 열전달을 증가시키기 위한 가장 보편적인 수단의 하나로 핀이 사용되고 있다. 예를 들면 주방용품, 전자부품의 방열 부품, 다양한 열교환기 그리고 자동차의 라디에이터 등에서 매우 다양하게 사용되고 있다.

이와 같이 열전달을 향상시키는 핀에 대한 연구가 많이 이루어져 왔는데 가장 보편적인 핀의 형상인 사각, 삼각, 사다리꼴 핀 그리고 환형 핀에 대하여 많은 연구가 있었다. 예를 들면 Casarosa와 Franco는[1] 정확한 수치해석 방법을 이용하여 핀 표면과 핀 끝의 다른 균일한 열전달 계수를 고려하면서 하나의 사각 형상 직각 핀의 최적화 설계에 접근하였다. Abrate와 Newnham은[2] 유한요소법을 사용하여 벽에 붙어있는 삼각 핀의 정열에서 일어나는 열전도를 발표하였다. Razelos와 Satyaprakash는[3] 열적 성능을 묘사하는 사다리꼴 형상의 핀 해석을 발표 하였으며 또한 최적 문제에 대한 개선된 풀이를 제시하였다. 최근에 Kang과 Look은[4] 열적 비대칭 상태에서 복사와 전도를 고려하는 환형 핀의 최적화를 다루었다.

보편적인 핀의 또 다른 형상의 핀이 pin 핀이며 이에 관한 연구도 많이 발표되었다. Yeh는[5] 온도에 따라 변하는 열전달 계수를 고려하면서 사각 핀과 원통형의 pin 핀의 최적 차원을 해석적으로 분석하였다. Chung과 Iyer는[6] 주위의 열전달 계수가 변하는 사각 핀과 pin 핀의 최적화에 적분법을 적용하였다. 또한 Su와 Hwang은[7] 세 경우의 핀 끝 대류 상태에 대하여 pin 핀으로부터의 1차원과 2차원의 열전달의 상대오차를 해석한 반면 Almogbel과 Bejan은[8] 실린더에 붙어있는 pin

핀들에 대한 최적화 방법을 발표하였다.

이상의 pin 핀에 관한 논문들에서 핀 바닥의 직경은 상수로 일정하게 주어졌다. 본 논문에서는 pin 핀 바닥의 직경이 변화하도록 하고 핀의 직경, 길이 그리고 주위의 대류특성계수의 변화가 열손실과 효율에 미치는 영향을 해석하였다. 또한 특정 조건에서 같은 열손실이 일어나기 위한 직경과 대류특성계수의 관계를 나타내었다.

2. 1차원 해석적 방법

2.1 온도

Figure 1에서 보이는 pin 핀에 대한 1차원 지배방정식이 무차원 형태로 식 (1)로 주어진다.

$$\frac{d^2\theta}{dX^2} - \frac{4M}{D}\theta = 0 \quad (1)$$

무차원 지배방정식 (1)을 풀기 위하여 식 (2)와 (3) 두개의 무차원 경계 조건이 요구 된다.

$$\theta|_{x=0} = 1 \quad (2)$$

$$\left. \frac{d\theta}{dX} \right|_{x=L} + M_c \theta|_{x=L} = 0 \quad (3)$$

여기서 경계 조건식 (2)는 핀 바닥 온도가 T_b 로 일정하다는 것을 의미하며 식 (3)은 핀 끝으로 전도에 의해 들어가는 열전달은 핀 끝에서 대류에 의하여 주위로 나가는 열전달이 같음을 나타낸다. 경계 조건식 (2)와 (3)을 가지고 무차원 지배 방정식 (1)을 풀면 pin 핀 내의 온도분포 식 (4)를 얻게 된다.

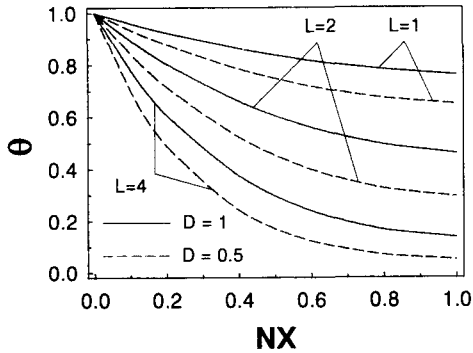


Fig. 2 Temperature profile along the normalized position of the fin length ($M=0.1, \beta=1$)

$$\theta(X) = \frac{f_1(X) + f_2(X)}{C_1 + C_2} \quad (4)$$

여기서,

$$f_1(X) = \sqrt{\frac{4M}{D}} \cosh \left\{ \sqrt{\frac{4M}{D}} (L - X) \right\} \quad (5)$$

$$f_2(X) = M_e \sinh \left\{ \sqrt{\frac{4M}{D}} (L - X) \right\} \quad (6)$$

$$C_1 = \sqrt{\frac{4M}{D}} \cosh \sqrt{\frac{4M}{D}} L \quad (7)$$

$$C_2 = M_e \sinh \sqrt{\frac{4M}{D}} L \quad (8)$$

2.2 열손실

원통형 pin 핀으로부터의 열손실은 식 (9)를 이용하여 구할 수 있으며, 이 식을 풀어 정리한 무차원 형태의 열손실은 식 (10)으로 표현된다.

$$q = -k \frac{\pi d^2}{4} \frac{dT}{dX} \Big|_{x=0} \quad (9)$$

$$Q = \frac{q}{k \phi_b l_w} = \frac{\pi D^2 (C_3 + C_4)}{4 (C_1 + C_2)} \quad (10)$$

여기서,

$$C_3 = \frac{4M}{D} \sinh \sqrt{\frac{4M}{D}} L \quad (11)$$

$$C_4 = M_e \sqrt{\frac{4M}{D}} \cosh \sqrt{\frac{4M}{D}} L \quad (12)$$

2.3 핀 효율

핀 전체의 온도가 핀 바닥의 온도와 같다고 가정했을 때의 핀으로부터의 열손실이 이상적인 열손

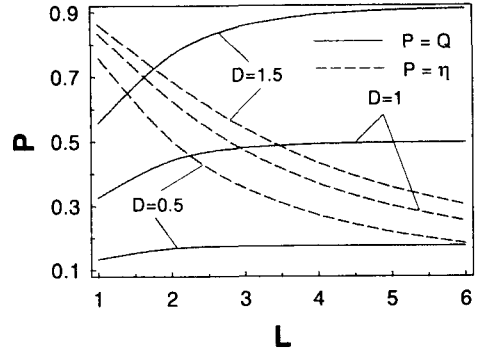


Fig. 3 Fin performance vs. the fin length ($M=0.1, \beta=1$)

실로 정의되며 식 (13)과 같이 표현된다.

$$q_{id} = h \pi d l (T_b - T_\infty) + h_e \frac{\pi d^2}{4} (T_b - T_\infty) \quad (13)$$

핀으로부터의 이상적인 무차원 열손실은 식 (14)로 주어진다.

$$Q_{id} = \pi D (ML + \frac{M_e D}{4}) \quad (14)$$

핀의 효율은 정의에 의하여 식 (16)으로 씌어진다.

$$\eta = \frac{Q}{Q_{id}} \quad (15)$$

3. 결과 및 고찰

두 경우의 직경과 세 경우의 핀 길이에 대하여 핀 길이의 일반화 된 좌표를 따른 온도 변화가 Fig. 2에서 보여진다. 일반화 된 좌표 NX는 X/L로 정의되며 따라서 주어진 핀 길이에 대하여 NX가 0은 핀 바닥을 의미하며 NX가 1은 핀 끝을 의미하게 된다. 핀 길이가 길어질수록 온도 변화는 현저해지며, 핀 길이가 같을 때는 직경이 작을수록 온도 변화가 현저해짐을 보여준다.

Fig. 3은 핀 길이의 변화에 따른 열손실과 핀 효율의 변화를 나타낸다. 핀 길이가 길어짐에 따라 열손실은 처음에 급격히 증가하다가 (i.e. 각각 D가 0.5일 때는 L이 약 2까지, D가 1일 때는 약 3까지, 그리고 D가 1.5일 때는 약 4까지) 그 이후 증가율이 점점 미미해지는 반면 핀 효율은 포물선형으로 감소함을 보여준다. 세 경우의 직경 모두 열손실의 증가율이 미미해지는 핀 길이에서 효

Table 1 Variation of fin length for $\eta=0.35$ ($\beta=1$)

D	L for $\eta=0.35$		
	M=0.05	M=0.1	M=0.2
0.1	1.9825	1.3938	0.9783
0.5	4.3617	3.0476	2.1184
1.0	6.0951	4.2367	2.9227

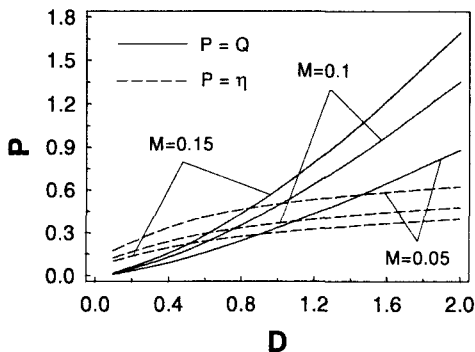


Fig. 4 Fin performance vs. the fin diameter ($L=4$, $\beta=1$)

율은 약 0.4와 0.5사이 에 있는 것을 주지할 수 있다. 또한 핀 길이가 같을 때는, 직경이 커질수록 열손실과 핀 효율 모두 증가하는 것을 알 수 있다.

Table 1은 직경과 대류특성계수의 변화에 따른 핀 효율이 0.35가 되는 핀 길이의 변화를 나열한다. 핀 효율의 값을 0.35로 택한 이유는 이미 Fig. 3의 설명에서 언급했듯이 열손실의 증가가 다소 미미해지는 효율의 범위가 약 0.4에서 0.5사이에 있으며 증가율이 아주 미미해지는 효율의 근사적인 경계 값이 대략 0.35쯤 되는 것을 Fig. 3으로부터 알 수 있기 때문이다. 이 기준 길이는 직경이 커짐에 따라 그리고 대류특성계수가 작아짐에 따라 길어짐을 보여준다. 세 경우의 대류특성계수 모두 효율 0.35를 나타내는 직경의 증가율이 길이의 증가율보다 훨씬 크다는 것을 주지할 수 있다.

Fig. 4는 세 값의 대류특성계수에 대해 핀의 직경 변화가 열손실과 효율에 미치는 영향을 나타낸다. 앞의 그림에서 이미 언급하였듯이 직경의 증가에 따라 열손실과 핀 효율 모두 증가하는데 열손실은 증가율이 점점 커지는 반면 핀 효율은 처음에는 다소 현저히 증가하지만 서서히 증가율이 감소함을 보여준다. 직경이 일정하게 주어졌을 때는 대류특성계수가 커짐에 따라 열손실은 증가하는 반면 핀 효율은 작아지는 것을 알 수 있다. 또한 직경이 같을 때 열손실과 핀 효율 모두 대류특성계수가 증가함에 따라 그에 따른 변화율은 작아

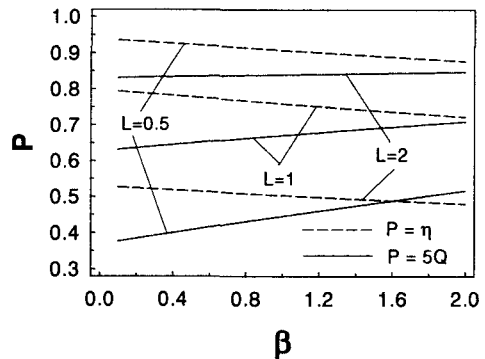


Fig. 5 Fin performance vs. the convection characteristic numbers ratio ($M=0.1$, $D=0.5$)

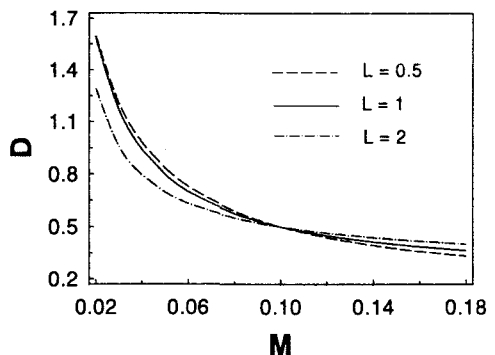


Fig. 6 The relationship between D and M for the same amount of heat loss ($\beta=1$)

지는 것을 나타낸다.

세 경우의 핀 길이에 대하여 대류특성계수 비의 변화에 따른 열손실과 핀 효율의 변화가 Fig. 5에서 보여 진다. 대류특성계수 비가 커짐에 따라 열손실은 거의 선형적으로 증가하는 반면 핀 효율은 거의 선형적으로 감소한다. 길이가 길어질수록 대류특성계수 비의 변화에 따른 열손실과 핀 효율의 변화율은 작아지는데 이는 물리적으로 길이가 길어질수록 이미 핀 주위를 통해 많은 열손실이 일어나고 그 만큼 핀 끝의 효과가 작아지는 것을 의미한다.

Fig. 6은 각각 다른 세 경우의 핀 길이에 대하여 직경이 0.5와 대류특성계수가 0.1의 값에 기준해서 같은 열손실이 일어나기 위한 직경과 대류특성계수의 관계를 묘사한다. 세 경우의 핀 길이 모두 그 관계 변화는 비슷한데 길이가 짧아질수록 변화 곡선의 기울기가 커지는 것을 보여준다. 대류특성계수 값이 0.02부터 약 0.06까지 증가함에 따라 직경이 급격히 감소하다가 그 이후 서서히

감소함을 나타낸다.

4. 결 론

직경이 변화하는 원통형 pin 핀에 대하여 1차원 해석적 방법을 사용하여 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 핀 길이를 따른 온도변화는 핀 길이가 길어질수록, 직경이 작아질수록 현저해진다.
2. 증가 경향은 각기 다르지만 핀 길이, 직경 그리고 대류특성계수 비가 증가할수록 열손실은 증가한다.
3. 핀 효율은 길이가 길어짐에 따라 작아지는 반면 직경이 커짐에 따라 커지는데 이는 길이가 길어짐에 따라 핀 길이를 따른 핀의 온도 감소가 현저해지는 반면 직경이 커짐에 따라 핀의 길이를 따른 온도 감소가 작아지는 현상과 관계가 있다.
4. 상대적으로 작은 대류특성계수 값 범위에서는 같은 열손실이 일어나기 위해 대류특성계수 변화에 따른 직경의 변화가 매우 현저하다.

참 고 문 헌

- [1] Casarosa, C. and Franco, A., "On the optimum Thermal Design of Individual Longitudinal Fins with Rectangular Profile," *Heat Transfer Engineering*, Vol. 22, No. 1, pp. 51-71, 2001.
- [2] Abrate S. and Newnham P., "Finite Element Analysis of Triangular Fins Attached to a Thick Wall," *Computer & Structures*, Vol. 57, No. 6, pp. 45-57, 1995.
- [3] Razelos, P. and Satyaprakash, B. P., "Analysis and Optimization of Convective Trapezoidal Profile Longitudinal Fin," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, pp. 461-463, 1993.
- [4] Kang, H. S. and Look, D. C. Jr., "Optimization of a Thermally Asymmetric Convective and Radiating Annular Fin," *Heat Transfer Engineering*, Vol. 28, No. 4, pp. 310-320, 2007.
- [5] Yeh, R. H., "An Analytical Study of the Optimum Dimensions of Rectangular Fins and Cylindrical Pin Fins," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 15, pp. 3607-3615, 1997.
- [6] Chung, B. T. F. and Iyer, J. R., "Optimum Design of Longitudinal Rectangular Fins and Cylindrical Spines with Variable Heat Transfer Coefficient," *Heat Transfer*

Engineering, Vol. 14, pp. 31-42, 1993.

- [7] Su, R. J. and Hwang, J. J., "Analysis of Transient Heat Transfer in a Cylindrical Pin Fin," *J. Thermophysics*, Vol. 12, No. 2, pp. 281-283, 1998.
- [8] Almgogbel, M. and Bejan, A., "Cylindrical Trees of Pin Fins," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 4285-4297, 2000.