

관측기 기반 시스템에 대한 강인 디지털 재설계

Robust Digital Redesign for Observer-based System

성화창*, 주영훈**, 박진배*

Hwa Chang Sung*, Young Hoon Joo**, and Jin Bae Park*

* 연세대학교 전기전자공학과

** 군산대학교 전자정보공학부

요 약

본 논문은 관측기 기반 시스템에 대한 강인 디지털 재설계 방안을 제안한다. 디지털 재설계란, 기존의 안정화 된 연속시간 플랜트와 이산 시간에서 설계된 디지털 제어기와 상태 접합 및 안정도 분석을 통해 전체 시스템을 재구성 하는 것을 말한다. 그리고 전 역적 접근을 위한 방안으로서 문제를 볼록 최적화 관점으로 변환 후, 에러가 가질 수 있는 놈의 영역을 최소화 하여 상태 접합을 이루고자 하였다. 본 논문에서는 관측기 기반 시스템에 대한 디지털 재설계를 목표로 하되, 추가적인 파라미터 불확실성을 고려한 강인 디지털 재설계를 구성하게 된다. 파라미터 불확실성은 이산화 과정에서 구조적 형태가 변화하기 때문에, 이를 고려하여 주어진 식을 선형 행렬 부등식 형태로 나타내게 된다. 이 조건들을 통해 디지털 재설계의 상태 접합 및 안정도가 유도 가능하다는 것을 본 논문에서 증명하게 된다.

Abstract

In this paper, we presents robust digital redesign (DR) method for observer-based linear time-invariant (LTI) system. The term of DR involves converting an analog controller into an equivalent digital one by considering two condition: state-matching and stability. The design problems viewed as a convex optimization problem that we minimize the error of the norm bounds between interpolated linear operators to be matched. Also, by using the bilinear and inverse bilinear approximation method, we analyzed the uncertain parts of given observer-based system more precisely. When a sampling period is sufficiently small, the conversion of a analog structured uncertain system to an equivalent discrete-time system have proper reason. Sufficiently conditions for the state-matching of the digitally controlled system are formulated in terms of linear matrix inequalities (LMIs).

Key Words : 선형 시불변 시스템, 관측기 기반 시스템, 강인 디지털 재설계, 선형 행렬 부등식, 쌍 선형과 역 쌍 선형 근사 방법.

1. 서 론

우리가 일반적으로 많이 사용하는 동적 시스템에 대한 제어에 있어서 대부분의 모델 표현 및 제어기 설계 문제는 연속 시간으로 표현되어 설계된다. 그러나 최근 마이크로프로세서 기반 컴퓨터의 발달은 많은 변화를 가져 왔다. 구현의 용이성, 적용의 유연성 등의 장점을 기반으로 한 디지털 도구의 활용도는 이제 일반화 되고 있으며, 그 활용 분야 역시 일상생활에 까지 점차 확대되고 있는 추세이다. 제어에 있어서 이와 같은 문제 접근의 경우, 제어기 설계 문제를 기존의 연속시간 방식에서 디지털로 변환하는 과정이 대표적이다. 연속 시간 제어기의 특성을 유지하면서도 디지털 기반 시스템에서 작용할 수 있는 제어기 설계에 관한 문제는 디지털 재설계라는 방안으로 나타내어 질 수 있다.

좀 더 구체적으로, 디지털 재설계는 안정화 된 연속 시간 제어기에 대하여 이에 상응하는 디지털 제어기를 설계하는 것으로 다음 두 가지 조건을 만족해야 한다. 우선 연속 시간

및 이산 시간에서 설계된 시스템 간의 상태 접합이 이루어져야 한다. 두 번째는 재설계된 디지털 시스템의 안정도가 보장되어야 한다는 사실이다. 이와 같은 문제는 Kuo 에 의해 처음으로 제안되었으며 [1], Shieh등을 통해 많은 발전을 이루었다 [6-8]. 그리고 Lee는 기존의 방법이 가지고 있던 지역적 상태 접합이라는 한계점을 전역적 접근 방법으로 풀어난 새로운 기법을 제안 하였다 [2-3]. 이 방법의 경우 정합되어야 할 두 개의 선형 작용소의 놈(norm)을 최소화하는 볼록 최적화 문제로 간주하여 디지털 제어기를 설계하게 된다. 이 기법은 관측기 기반 시스템에 대해서도 유사한 방법론으로 접근 되었으며, 그 효율성을 입증 받았다 [4].

강인 디지털 재설계 기법 연구도 이루어졌다 [5], [8-10], [12]. 대부분의 산업용 플랜트는 불확실성을 내포하고 있으며, 이러한 불확실성은 센서 잡음, 파라미터의 변화 등을 원인으로 발생된다. Shieh은 불확실성이 포함된 시스템에서의 디지털 재설계 기법들을 제안하였으나 [6], 이 논문은 다음의 몇 가지 한계점을 내포하고 있다. 우선, 전역적 접근이 아닌 지역적 상태 접합으로 인하여 한정된 샘플링 시간에서 만 기법이 적용된다. 그리고 전체 시스템의 안정도 판별이 아닌 연속 시간에서의 안정도 판별만이 이루어졌다는 것이다. 또한 제어 이득 행렬에 불확실성이 포함되어 있기 때문

접수일자 : 2007년 4월 1일

완료일자 : 2007년 6월 8일

이 논문은 2007년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음

에 시스템 궤적이 일정하지 않다. 관측기 기반 시스템에 대한 재설계 문제도 고려했지만, 여러 상태 행렬에 대한 고려는 하지 않았다 [8].

이와 같은 불확실성의 문제 및 제어 이득 선정에서의 문제를 해결하기 위해, 본 논문에서는 쌍선형과 역 쌍선형 기법 [7]의 도입을 통해 문제가 되는 식을 근사화 시킴으로써 전역적 접근의 디지털 재설계 방안을 이루어 냈다. 또한, 해당 문제를 풀기 위해 선형 행렬 부등식을 활용함으로써 전체 시스템의 상태 접합 및 안정도조건을 위한 디지털 제어 이득 행렬을 쉽게 구할 수 있게 된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절은 관측기 기반 시스템에 대해 간략하게 소개한다. 3절에서는 불확실성이 포함된 시스템에서의 디지털 재설계 기법을 제안한다. 4장에서 결론을 제시하게 된다.

2. 이론적 배경

2.1 연속시간 관측기 기반 시스템

다음과 같은 불확실성이 포함된 연속시간 선형 시불변(LTI) 시스템을 가정하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= (A + \Delta A)x_c(t) + (B + \Delta B)u_c(t) \\ y_c(t) &= Cx_c(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $x_c(t) \in R^n$ 은 상태 벡터 이며, $y_c(t) \in R^p$ 이다. 그리고 첨자 'c'는 연속 시간 제어 신호를 의미하며, 'd'는 디지털 제어 신호를 의미한다. 그리고 A 와 B 는 일반 상태 벡터를 의미하며, ΔA 와 ΔB 는 적당한 크기를 갖는 불확실성을 나타내는 벡터이다. 본 논문 전체를 통틀어 우리는 모든 상태들이 직접적으로 측정되지는 않지만, (A, B) 는 제어 가능하고 (A, C) 는 관측 가능하다고 가정하게 된다. 또한 우리는 불확실성을 나타내는 벡터 $(\Delta A, \Delta B)$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다고 가정한다.

가정 1: 불확실성을 나타내는 두 식, ΔA 와 ΔB 는 다음과 같이 놈(norm) 바운드 되어 있다.

$$[\Delta A \ \Delta B] = DF(t)[E_1 \ E_2] \quad (2)$$

여기서 D, E_1 , 와 E_2 는 불확실성을 나타내는, 충분한 공간을 가진 결정된 행렬이며, $F(t)$ 는 불확실성을 내포한 Lebesgue-measurable 값으로 $F^T(t)F(t) \leq I$ 를 만족하게 된다. 상태 측정을 위한 관측기는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}_c(t) + Bu_c(t) + L_c(y_c(t) - \hat{y}_c(t)) \\ y_c(t) &= C\hat{x}_c(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $\hat{x}_c(t) \in R^n$ 은 $x_c(t)$ 의 측정이며, $L_c(t)$ 는 관측기 이득 값이다. 연속 시간 제어기는 다음과 같이 설계된다.

$$u_c(t) = K\hat{x}(t) \quad (4)$$

이때, 해당 에러 벡터가 $e_c(t) = x_c(t) - \hat{x}_c(t)$ 로 나타날 때, 연속시간 폐루프는 다음과 같다.

$$\dot{\chi}_c(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_c(t) \\ \dot{e}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \chi_c(t) \quad (5)$$

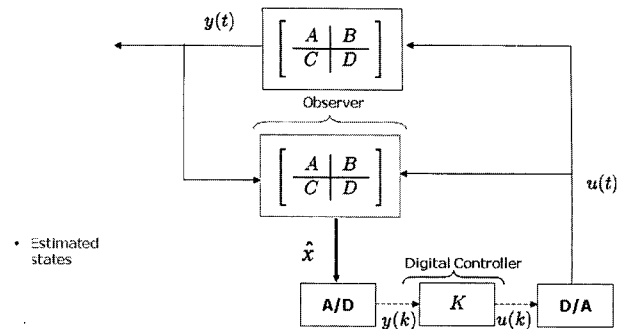


그림 1. 관측기 기반 디지털 제어 시스템
Fig. 1 Observer-based digital control system

여기서, 각 파라미터 $\phi_{11} = (A + \Delta A) + (B + \Delta B)K_c$, $\phi_{12} = -(B + \Delta B)K_c$, $\phi_{21} = \Delta A + \Delta BK_c$ 그리고 $\phi_{22} = A - \Delta BK_c - L_c C$ 이다. 식 (5)에 대한 이산화를 수행하면 다음과 같다.

$$\dot{\chi}_c(kT + T) = \begin{bmatrix} \hat{\phi}_{11} & \hat{\phi}_{12} \\ \hat{\phi}_{21} & \hat{\phi}_{22} \end{bmatrix} \chi_c(kT) = \Phi \chi_c(kT) \quad (6)$$

여기서 블록 행렬 Φ 는 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{11} &= e^{\phi_{11}T}, \quad \hat{\phi}_{12} = -\int_0^T e^{\phi_{11}(T-\tau)} \phi_{12} e^{\phi_{22}\tau} d\tau, \\ \hat{\phi}_{21} &= e^{\phi_{21}T}, \quad \hat{\phi}_{22} = \int_0^T e^{\phi_{22}(T-\tau)} \phi_{21} e^{\phi_{11}\tau} d\tau. \end{aligned}$$

2.2 디지털 관측기 기반 시스템

디지털 관측기 기반 시스템은 그림 1과 같이 나타내어진다. 불확실성이 포함된 디지털 시스템의 경우 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(t) &= (A + \Delta A)x_d(t) + (B + \Delta B)u_d(t) \\ y_d(t) &= Cx_d(t) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $u_d(t) = u_d(kT)$ 이며 $[kT, kT + T)$ 에서 조각 상수 함수이다. 식 (7)에 대한 솔루션은

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(kT + T) &= (G + \Delta G)x_d(kT) + (H + \Delta H)u_d(kT) \\ y_d(kT) &= Cx_d(kT) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $[\Delta G \ \Delta H] = \Upsilon F(t)[\varepsilon_1 \ \varepsilon_2]$ 로 나타나며, 각각은

$$\begin{aligned} G &= e^{AT}, \quad H = (G - I)A^{-1}B, \\ \Delta G &= (1/2)(G - I)A^{-1}\Delta A(G + I), \\ \Delta H &= (1/2)(G - I)A^{-1}(2\Delta B + \Delta AH), \\ \Upsilon &= (1/2)(G - I)A^{-1}D, \quad \varepsilon_1 = E_1(G + I), \end{aligned}$$

$\varepsilon_2 = (2E_2 + E_1H)$ 으로 나타내어진다. 시스템 (8)을 위한 이산 관측기를 설계하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_d(kT) &= G_o \hat{x}_d(kT - T) + H_o u_d(kT - T) \\ &\quad + L_d (y_d(kT - T) - \hat{y}_d(kT)) \\ \hat{y}_d(kT) &= C \hat{x}_d(kT) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 G_o, H_o 그리고 L_d 는 이산 관측 행렬이다. 에러 함수를 $e_d(kT) = x_d(kT) - \hat{x}_d(kT)$ 로 정의하고 (8)로부터

(9)을 빼면 $e_d(kT+T)$ 가 정의된다.

참고 1: 위식에서 언급된 이산화 된 exponential 불확실 식 ΔG 와 ΔH 의 경우 식 전개를 위해 근사화할 필요가 있다. 가장 대표적인 exponential 함수 전개식인 오일러 함수를 이용하면, $G=I+AT$, $\Delta G=\Delta AT, H=BT$, $\Delta H=\Delta BT$, $\varepsilon_1 = E_1 T$ 그리고 $\varepsilon_2 = E_2 T$ 로 나타내어진다. 그러나 좀 더 근사적인 해를 구하기 위하여 본 논문에서는 [2]-[4]에서 사용된 근사화 방법과 더불어 쌍선형 및 역쌍선형 기법을 이용한 정리를 활용함으로써, 보다 정확한 LMI 식을 유도하도록 하였다.

3. 강인 디지털 재설계

디지털 재설계 기법은 선형 시스템을 위한 디지털 제어를 효율적으로 설계할 수 있는 기법으로서, 연속 시간 시스템과 이산 시간 시스템의 응답 특성을 정합함으로써 미리 설계된 연속 시간 제어를 디지털 제어로 변환한다. 기존의 관측기 기반 디지털 재설계 문제에 있어서 대부분은 상태 예측 에러를 고려한 것이 아니라, 제로 상태 예측 에러만을 고려하였다. 그럼으로써, 관측기 설계에 따른 에러의 동작을 정확히 고려하지 않은 결과를 낳게 되며, 이는 전체 재설계 문제에 있어서 큰 에러로 작용할 수 있다 [4]. 본 논문에서는 이런 문제점을 해결하기 위하여 앞에서 구한 상태 예측 에러 $e_d(kT+T)$ 를 고려하여 재설계 문제를 재구성하게 된다. 우선 다음과 같은 디지털 제어를 설계하게 된다.

$$u_d(kT) = K_d \hat{x}_d(kT) + J y_d(kT) \quad (10)$$

제어기 (10)을 이용한 디지털 폐루프 시스템은

$$\dot{\chi}_d(kT+T) = \left(\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} T \right) \chi_d(kT) \quad (11)$$

이다. 여기서 식 (11)를 구성하는 각 파라미터는

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= (G + \Delta G) + (H + \Delta H)(K_d + JC), \\ \sigma_{12} &= -(H + \Delta H)K_d, \\ \sigma_{21} &= (I - L_d C)(\Delta G + \Delta H K_d + JC), \end{aligned}$$

$\sigma_{22} = G - L_d C(I + G) - (I - L_d C)\Delta H K_d$ 이다. 디지털 재설계 문제는

- 1) 식 (6)와 식 (9)간의 상태 집합
- 2) 제어기 (10)을 통한 (9)의 안정화 문제로 재구성 된다. 효율적인 식 전개를 위해 다음과 같은 가정 및 보조 정리를 생각해 보자.

보조정리 1 [2] : 주어진 충분한 공간을 가지는 상수 행렬 N, O 과 L 는 다음의 두 식을 만족하게 된다.

$$\begin{aligned} (a) \quad & O > 0, \quad N + L^T O L < 0, \\ (b) \quad & \begin{bmatrix} N & L^T \\ L & -O^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} -O^{-1} & L \\ L^T & O \end{bmatrix} < 0. \end{aligned}$$

보조정리 2 [2] : 주어진 충분한 공간을 가지는 상수 행렬 D 과 E , 그리고 대칭 상수 행렬 S 은 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$S + DFE + E^T F^T D^T < 0,$$

여기서 F 는 $F^T F \leq I$ 라는 조건을 만족하게 되면 $\epsilon > 0$

에 대하여 필요 충분 조건으로 다음 부등식을 만족하게 된다.

$$S + \begin{bmatrix} \epsilon^{-1} E^T & \epsilon D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon^{-1} E \\ \epsilon D^T \end{bmatrix} < 0,$$

가정 3은 주어진 비선형 식을 LMI 꼴로 변환시키는 대표적인 방법으로 널리 알려져 있다. 그리고 가정 4의 도입으로 비선형성 뿐만 아니라 불확실성을 가지고 있는 식 (18)과 (19)에 대하여 좀 더 효율적인 접근이 가능해진다. 보조정리 1, 2 및 가정 1을 통하여 앞에서 구성된 문제는 다음의 새로운 LMI 꼴로 변환되어 정리된다.

보조정리 3 [9]: 실수 행렬 $A_1 = A_1^T, A_2, A_3(t)$ 와 A_4 는 적당한 크기를 갖고 다음 부등식에서,

$$A_1 + A_2 A_3(t) A_4 + A_4^T A_3^T(t) A_2^T < 0$$

여기서 $A_3(t)^T A_3(t) \leq I$ 를 만족한다면

$$A_1 + \begin{bmatrix} \epsilon^{-1} A_4 \\ \epsilon A_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon^{-1} A_4 \\ \epsilon A_2^T \end{bmatrix} < 0$$

가 어떤 $\epsilon > 0$ 에서 성립한다.

제안 1: $\chi_c(kT) = \chi_d(kT) := \chi(kT)$ 을 가정하자. 만약 K_d 가 존재한다면 어떤 $\hat{\gamma} > 0$ 에 대하여

$$\|\hat{\phi}_{11} - \sigma_{11}\| \leq \hat{\gamma}_1, \quad \|\hat{\phi}_{12} - \sigma_{12}\| \leq \hat{\gamma}_1 \quad (12)$$

$$\|\hat{\phi}_{21} - \sigma_{21}\| \leq \hat{\gamma}_2, \quad \|\hat{\phi}_{22} - \sigma_{22}\| \leq \hat{\gamma}_2 \quad (13)$$

가 성립한다.

증명: (6)에서 (9)을 뺀 식에 놈을 취하게 되면,

$$\begin{aligned} & \|\chi_c(kT+T) - \chi_d(kT+T)\| \\ & \leq \left\| \begin{bmatrix} \hat{\phi}_{11} - \sigma_{11} & \hat{\phi}_{12} - \sigma_{12} \\ \hat{\phi}_{21} - \sigma_{21} & \hat{\phi}_{22} - \sigma_{22} \end{bmatrix} \right\| \|\chi_d(kT)\| \end{aligned}$$

이 성립하게 된다. $\hat{\gamma} > 0$ 에 대하여 (12)과 (13)과 같이 각각의 놈으로써 정리 될 수 있다. ■

제안 2: 어떤 상수 $\eta > 0$ 에 대하여

$$\|x_d(t)\| \leq \eta \|\chi_d(kT)\|$$

가 성립하면 디지털 시스템 (6)은 안정하다.

증명: 식 (9)의 솔루션은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_d(t) &= x_d(kT) + \int_{kT}^t (A + \Delta A)x_d(\tau) + (B + \Delta B) \\ & \quad \times ((K_d + JC)x_d(kT) - K_d e_d(kT)) d\tau \end{aligned}$$

여기서 $t \in [kT, kT+T)$ 이다. 양변에 놈을 취하면,

$$\begin{aligned} \|x_d(t)\| &\leq \|x_d(kT)\| + \int_{kT}^t \|(A + \Delta A)\| \\ & \quad \times \|x_d(\tau)\| + \|(B + \Delta B)(K_d + JC)\| \\ & \quad \times \|x_d(kT)\| d\tau \\ & \quad + \int_{kT}^t \|K_d\| \|e_d(kT)\| d\tau \end{aligned}$$

가정 1에 의하여, 위의 식은

$$\begin{aligned} \|x_d(t)\| \leq & (1 + T(\|B\| \|K_d + JC\| + \|D\| \\ & \times \|E_2(K_d + JC)\|)) \|x_d(kT)\| \\ & \times T \|K_d\| \|e_d(kT)\| \\ & + \int_{kT}^{kT+T} (\|A\| + \|D\| \|E_1\|) \\ & \times \|x_d(kT)\| d\tau. \end{aligned}$$

따라서, Gronwall-Bellman 부등식에 의하여 $\|x_d(kT)\|$ 에 곱해지는 term이 η 보다 작다면 식 (13)은 성립한다. ■

이로써 본 논문에서 제한한 관측기 기반 강인디지털 재설계 문제는 다음으로 구치화 된다

정리 1 : 만약 양 한정 대칭 행렬 Q , 반 양 한정 대칭 행렬 O , 상수 행렬 F 가 존재 한다면 식 (12) 과 (13)는 다음 GEVP 문제 (14)-(16)와 (17)-(19) 로 변환될 수 있다.

증명 : 우선 디지털 재설계를 위한 상태 접합에 대해 살펴 보도록 하자. 식 (12) 과 (13)를 풀게 되면 상태 접합에 대한 다음의 LMI가 유추된다. 모든 식들은 불확실성을 포함하고 있으며, 이를 해결하기 위해 앞에서 언급되었던 가정 1 및 보조 정리 1을 이용하게 된다. 그리고 식 전개에 있어서 보조 정리 2, 3이 사용된다. 기본 적인 전개는 다음의 변환으로 이루어진다. 즉, 연속 시간과 이산 시간의 이산화 시스템에서 나타나는 파라미터 별 간의 상태 접합을 통해 나타나게 되며, 자세한 과정은 식 (19)에 나타나 있다.

$$\begin{aligned} \|\hat{\phi}_{11} - \sigma_{11}\|_2 &= \|(\hat{\phi}_{11} - \sigma_{11})^T\|_2 \\ &\leq \hat{\gamma}_1 \\ &= \hat{\gamma}_1 \|X_1\|_1 \end{aligned}$$

여기서 $\gamma_1 = \hat{\gamma}_1 / \|X_1\|_2$ 이며 양의 스칼라이다. $P_1 > X_1^T X_1$ 인 양 한정 행렬을 선택하면, 위의 식은 다음으로 변환된다.

$$(\hat{\phi}_{11} - \sigma_{11})(\hat{\phi}_{11} - \sigma_{11})^T < \gamma_1 P_1 \quad (20)$$

식 (20)은 보조 정리 1에서 언급된 Schur complement을 통해 다음과 같은 행렬 형태로 변환 가능하다.

$$\begin{bmatrix} -\gamma_1 P_1 & * \\ \hat{\phi}_{11} - \sigma_{11} & -\gamma_1 I \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

일반적으로 LMI를 나타내기 위해서는 식 (21)에 $diag[P_1^{-1} I]$ 를 통한 congruence 변환을 적용시키면 된다. 그러나 이는 볼록성(convexity)에 기반한 LMI의 풀이 특성을 이용한 것으로, 본 논문에서 전개된 식에는 바로 적용될 수 없다. 이를 보완하기 위하여 linear matrix equality 인 식 (16)을 도입하게 되며 이를 통해 각 상수 $Q_1 = P_1^{-1}$, $CP_1^{-1} = MC$, $J = OM^{-1}$ 로 나타내게 되면 LMI (14) 및 (16)을 얻게 된다. 식 (13) 및 (14)에 대한 변환은 다음과 같이 나타내어진다.

GEVP1: Minimize subject to
 Q_1, F, O

$$\begin{bmatrix} -\gamma Q_1 & * & * & * \\ \hat{G}Q_1 - GQ_1 + H(K_d + JC) & \epsilon \tilde{D} - I & * & * \\ \hat{\epsilon} & 0 & -\epsilon & * \\ -\epsilon_1 - \epsilon_2(K_d + JC) & 0 & 0 & -\epsilon \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -Q_1 + Z & * & * \\ GQ_1 + HM & \epsilon \tilde{D} - Q & * \\ \epsilon_1 Q + \epsilon_2 M & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

$$CQ_1 - MC = 0 \quad (16)$$

GEVP2: Minimize γ_2 subject to
 Q_2, F, N

$$\begin{bmatrix} -\gamma Q_2 & * & * & * \\ \tilde{G}Q_2 - GQ_2 + L_d C(I + G)Q_2 & \epsilon(-\tilde{D} + (J - L_d C)D) & * & * \\ \epsilon Q_2 & 0 & -\epsilon & 0 \\ \epsilon_2 F & 0 & 0 & -\epsilon \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -Q_2 & * & * \\ G^T Q_2 + HF_2 & \epsilon \tilde{D} - Q & * \\ C^T N^T & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

$$CQ_2 - MC = 0 \quad (19)$$

$$(\hat{\phi}_{22} - \sigma_{22})(\hat{\phi}_{22} - \sigma_{22})^T < \gamma_2 P_2 \quad (22)$$

식 (22)은 보조 정리 1에서 언급된 Schur complement을 통해 다음과 같은 행렬 형태로 변환 가능하다.

$$\begin{bmatrix} -\gamma_2 P_2 & * \\ \hat{\phi}_{22} - \sigma_{22} & -\gamma_2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (23)$$

식 (23) 역시 위에서 언급된 이유로 인하여 LME를 통한 LMI 전개가 유도 되며, 각 상수 $Q_2 = P_2^{-1}$, $N_2 = P_2^{-1} L_d$ 로 나타내어진다. 이를 통해 우리는 LMI (17) 및 (19)를 얻게 된다.

다음은 안정도 문제에 관한 내용이다. 아래의 Lyapunov 함수를 고려해 보자.

$$V(\chi_d(kT)) = \chi_d(kT)^T P \chi_d(kT) \quad (24)$$

여기서 P 는 양 한정 대칭 행렬이며 적절한 크기를 가지고 있다고 가정하자. 명백히, $V(\chi_d(kT))$ 는 양 한정이며 바운드를 되어 있다. 안정도 조건을 위한 $\Delta V(\chi_d(kT))$ 는 $\chi_d(kT)^T (\theta^T P \theta - P) \chi_d(kT)$ 로 나타내어지며, 디지털 제어 시스템 (9)가 안정화되기 위해선 다음 조건이 만족 되어야 한다.

$$\theta^T P \theta - P < 0 \quad (25)$$

따라서 우리는 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & ((G + \Delta G) + (H + \Delta H) K_d)^T P_1 ((G + \Delta G) \\ & + (H + \Delta H)(K_d + J C)) - P_1 < 0 \end{aligned} \quad (26)$$

보조 정리 1을 이용하게 되면, 식 (26)은 행렬 형태로 변형 가능하다. 여기서, $\text{diag}[P_1^{-1} \ I]$ 로 양변에 변환을 시켜준 후, 가정 및 보조 정리를 이용하게 되면, 논문에서 언급된 식을 통해 안정도 조건으로 귀결 된다. 안정도에 관한 자세한 증명은 앞에서 언급된 증명과 유사하므로 지면 관계상 생략한다.

참고 2 (분리 원리) [4] LMI 식 (14)-(16)와 (17)-(19)에서 볼 수 있듯이, 둘은 다른 GEVP를 기반으로 하고 있으며, 최소화 문제에 있어서도 (14)-(16)의 경우 Q_1 , F , 그리고 O 을 바탕으로 하고 있고, (17)-(19)의 경우는 Q_2 , L_d 그리고 N 을 기반으로 하고 있다. 서로 다른 두 개의 LMI는 독립적으로 작용하게 되며, 이에 따라 본 논문에서도 각각 다르게 설정하여 전체 문제를 풀게 되었다.

참고 3 [4] 정리 1에서 나타난 LME (16) 및 (19)는 아래 식 (27)과 같이 나타낼 수 있으며, 이를 통해 LMI Control Toolbox에 의하여 효과적으로 풀릴 수 있게 된다.

$$\begin{bmatrix} -\epsilon I & * \\ C Q_1 - M C & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0. \quad (27)$$

참고 4 제안된 기법은 디지털 재설계 기법에 있어서 시스템이 포함하고 있는 파라미터 불확실성에 대한 직접적이면서도 보다 일반적인 해석으로 접근하였기 때문에, 선형에서의 제어뿐만 아니라 다양한 분야에서의 활용이 가능하다. 특히 퍼지, H_∞ 제어 등을 이용한 비선형 시스템에서의 확장은 매우 용이하며, 실제로 많은 연구가들에 의해 연구 되고 있다. 레퍼런스 [4]의 경우 관측기 기반 시스템에 대한 디지털

재설계를 논하였으며, 이는 [13]에서 퍼지 시스템으로 확장되었다. 본 논문에서 다룬 내용 역시도 이와 유사한 방법을 통해 확장이 가능하다.

4. Conclusion

본 논문에서는 관측기 기반 시스템에 대한 강인 디지털 재설계 방안을 제안하였다. 디지털 재설계를 위하여 안정화된 연속시간 시스템과 이산 시간에서 설계된 디지털 제어기와 두 가지 조건 - 상태 접합 및 안정도 분석을 수행하였다. 관측기 기반 시스템에서 시스템을 설계함으로써 기존의 상태 피드백 시스템에서 가지는 상태 추적 오차를 좀 더 완화시키고자 하였다. 또한 시스템에 존재하는 불확실성을 고려함으로써 시스템에 강인성을 부여 하였다. 이산화시 발생하는 불확실성의 구조적 변화에 대해서는 쌍선형 및 역 쌍선형 정리를 이용하여 보다 일반적인 전개를 가능케 하였다. 전체 주어진 식은 선형 행렬 부등식 형태로 나타내어, 디지털 제어 이득을 구할 수 있는 알고리즘을 제시하였다.

Reference

- [1] KUO, B. C, "Digital control systems", Saunders College publishing, 1992, 2nd edn.
- [2] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 9, pp. 369-379, Apr. 2001.
- [3] H. J. Lee, H. B. Kim, Y. H. Joo, W. Chang, and J. B. Park, "A new intelligent digital redesign for T--S fuzzy systems: Global approach," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 12, pp. 274-284, Apr. 2004.
- [4] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "An efficient observer-based sampled-data control: digital redesign approach," IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 50, no. 12, pp. 1595-1601, Dec. 2003.
- [5] W. Chang, J. B. Park, H. J. LEE and Y.H. Joo, "LMI approach to digital redesign of linear time-invariant systems", IEE Proc-Control Theory, Appl., Vol. 149, No. 4, July 2002.
- [6] L. S. Shieh, J. Gu, and J. W. Sunke, "Model conversions of uncertain linear systems using the bilinear and inverse-bilinear approximation method", Proc. 36th Midwest Symposium, vol. 1, pp. 514-517, Aug. 1993.
- [7] L. S. Shieh, X. M. ZHAO, and J. W. SUNKE, "Hybrid state-space self-tuning control using dual-rate sampling". IEE Proc, Control Theory Appl, 1991, 138, (1), pp. 50-58.
- [8] L. S. Shieh, W. M. Wang, and J. B. Zheng "Robust control of sampled-data uncertain systems using digitally redesigned observer-based controller," Int. J. Contr. vol. 66, no. 1, pp. 43-64, 1997.

- [9] L. Xie, "Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainties," Int. J. Contr. vol. 63, no. 4, pp. 741-750, 1996.
- [10] 성화창, 주영훈, 박진배, "불확실성을 갖는 비선형 시스템의 강인한 지능형 디지털 재설계," 퍼지 및 지능 시스템학회 논문지, vol. 16, no. 2, pp. 138-143, Apr. 2006.
- [11] D. A. Lawrence, "Analysis and design of gain scheduled sampled-data control systems," Automatica, vol. 37, pp. 1041-1048, 2001.
- [12] W. Chang, J. B. Park, H. J. LEE and Y. H. Joo, "Design of Sampled-Data Fuzzy Model Based Control Systems by Using Intelligent Digital Redesign", IEEE Trans On Circuits And Syst.-I : Fundamental Theory And Applications. Vol. 49, No. 4, Apr. 2004.
- [13] H. J. Lee, J. B. Park and Y. H. Joo, "Digitalizing a Fuzzy Observer Based Output Feedback Control: Intelligent Digital Redesign Approach", IEEE Trans On Fuzzy Syst. Vol. 13, No. 5, Oct. 2005.
-

저 자 소 개



성화창(Hwa Chang Sung)

2005년 8월 : 연세대학교 공학사
2007년 2월 : 연세대학교 공학석사
2007년 3월~현재 : 연세대학교
전기 전자 공학과 박사과정

Phone : 02-2123-2773
Fax : 02-362-4539
E-mail : casfirspear@control.yonsei.ac.kr



주영훈(Young Hoon Joo)

제 15권 1호(2005년 2월호) 참조



박진배(Jin Bae Park)

제 15권 1호(2005년 2월호) 참조