

부분반사 전면 및 완전반사 후면을 갖는 반무한 방파제 또는
방파제 개구부에 의한 파의 산란
Wave Scattering by a Semi-infinite Breakwater or a Breakwater Gap with
Partially Reflective Front and Fully Reflective Back

서경덕* · 김한나**
Kyung-Duck Suh* and Hanna Kim**

요 지 : 부분반사 전면 및 완전반사 후면을 갖는 반무한 방파제 및 방파제 개구부에 의한 파의 산란 현상에 대한 해석 해를 유도하였다. 이는 수심이 일정하고 파가 방파제에 직각으로 입사하는 경우에 적용 가능하며, 선형 파 이론에 근거하여 변수 변환 및 좌표 변환을 통해 지배 방정식을 상미분 방정식으로 전환하여 구하였다. 본 연구에서 유도된 해석 해는 유한 요소 수치 모델의 결과와 비교하여 그 정확도를 비교하였는데, 꽤 정확한 결과를 보인다는 것을 알 수 있었다. 유도된 해석 해를 이용하여 방파제에서의 반사율에 따른 항 입구에서의 정온도에 미치는 효과를 조사하였다.

핵심용어 : 방파제, 파의 산란, 해석 해

Abstract : Analytic solutions are derived for wave scattering by a semi-infinite breakwater or a breakwater gap with partially reflective front and fully reflective back. The water depth is constant and a regular wave train is normally incident to the breakwater. Wave scattering is studied based on the linear potential wave theory. The governing equation is transformed into ordinary differential equation by using the method of variation of parameters and coordinate transformation. Comparison with finite element numerical solution shows that the analytic solution obtained in this paper gives quite good results. Using the analytic solution, the tranquility of harbor entrance is investigated by changing the reflection coefficient at the breakwater.

Keywords : Breakwaters, wave scattering, analytic solutions

1. 서 론

심해에서 천해로 진행되는 파랑은 굴절, 회절, 반사, 천수 등을 겪으면서 변형을 일으킨다. 이러한 파랑 변형을 모의하기 위해 수치 모델이 이용되고 있는데, 수치 모델들은 근사에 의해 해를 구하기 때문에 실험 결과나 해석 해와 비교하는 검증과정을 거쳐야 한다. 실험의 경우 실제의 물리 현상을 그대로 재현한다는 장점이 있지만 실험을 하기 위한 준비 과정이 길고 많은 비용이 든다는 단점이 있다. 또한 측정 기기나 방법에 대한 오차를 고려해야 하는 번거로움이 있다. 이에 대한 대안으로 적은 시간과 비용으로

구할 수 있는 해석 해에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

이 중 방파제에 의한 회절, 반사, 투과와 같은 파의 산란은 오랫동안 해양공학자들에 의해 연구되어 왔다. Penney and Price(1952)가 Sommerfeld (1896)의 빛의 회절에 대한 연구 결과에 근거하여 방파제에 의한 파의 산란에 대한 해석 해를 제안하였는데, 이 해석 해는 많은 교과서와 매뉴얼에 도표 혹은 그림으로 인용되고 있다. Yu(1995)는 Sollitt and Cross(1972)가 유도한 투수성 구조물에 대한 경계조건에 근거하여 얇은 투수성 구조물이 있는 경우 방파제에 직각으로 입사하는 파에 대한 해석 해를 제안하였으며, 이를 McIver(1999)가 Wiener-Hopf 기법을 사용하여 사각으

*서울대학교 건설환경공학부 및 공학연구소(Corresponding author: Kyung-Duck Suh, Department of Civil and Environmental Engineering & Engineering Research Institute, Seoul National University, Seoul 151-744, Seoul, Korea. kdsuh@snu.ac.kr)

**서울대학교 건설환경공학부 (Department of Civil and Environmental Engineering, Seoul National University)

로 들어오는 파까지 확장하였다.

Penney and Price(1952)의 해는 직립 케이슨 방파제에, Yu(1995)와 McIver(1999)의 해는 사석 방파제 등 투수성 방파제에 적용 가능하다. 요즘에는 직립 케이슨 방파제에 의해 발생하는 반사파를 줄이기 위해 수평 혼성 방파제 (horizontally composite breakwater), 즉 파 에너지를 소산시키기 위해 전면에 콘크리트 블록을 쌓아 놓은 직립 케이슨 방파제 혹은 케이슨 전면에 유수실을 갖는 유공 방파제를 많이 사용한다. 또한 이러한 형태의 방파제는 항 입구 부근에서의 선박 항해 조건을 개선시켜 줌으로써, 선박이 항 입구에 안전하게 접근하여 통과할 수 있도록 해준다 (McBride et al. 1994참조). 본 연구에서는 Penney and Price(1952) 및 Yu(1995)의 접근 방법을 이용하여 전면은 부분반사, 후면은 완전반사의 특성을 갖는 방파제에 직각으로 입사하는 파의 산란에 대한 해석 해를 구하였다. 유도된 해석 해는 환경사 방정식의 FEM 수치 해석 결과와 비교함으로써 타당성을 검증하였다. 또한 유도된 해석 해를 이용하여 방파제 전면의 반사를 변화가 항 입구에서의 정온도에 미치는 영향을 조사하였다.

2. 수학적 모델

지금까지 파가 방파제에 직각으로 입사하는 경우에 대한 파의 산란에 대한 해석 해는 투수성 방파제인 경우는 Yu(1995)에 의해, 불투수성 완전반사 방파제인 경우는 Penney & Price(1952)에 의해 구해졌는데, 본 논문에서는 전면은 부분반사, 후면은 완전반사의 특성을 갖는 방파제에 대한 해석 해를 구해보고자 한다. 여기서 Yu(1995)가 제시한 방법을 확장한 것은 해석 해 1, Penney & Price(1952)가 제시한 방법을 확장한 것은 해석 해 2로 표시하였다.

2.1 해석 해 1

2.1.1 반무한 방파제: 해석 해 1-1

수심이 h 로 일정한, x - y 2차원 평면 상에 Fig. 1과 같이 전면은 부분반사, 후면은 완전반사인 방파제가 있다. 여기서 좌표축의 중심은 방파제의 바다쪽 끝과 일치하며, 지배 방정식은 속도 포텐셜 $\Phi(x, y, z, t)$ 에 대한 Laplace 방정식이다.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

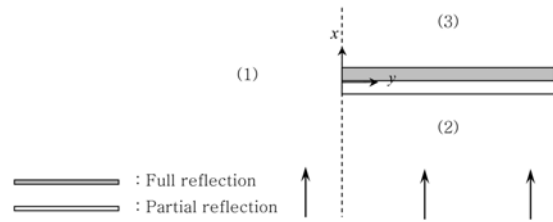


Fig. 1. Definition sketch of wave motion around a semi-infinite breakwater with partially reflective front and fully reflective back.

여기서 z 는 정수면을 기준으로 연직 방향으로 양이 되는 연직좌표이다. x - z 평면 상에서 방파제에 직각으로 입사하는 파는 선형파 이론으로부터 다음과 같은 속도 포텐셜을 지녔다고 가정하였다.

$$\Phi_0(x, z, t) = \frac{gH_0 \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} e^{-i(kx-\sigma t)} \quad (2)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$, H_0 는 입사파고, k 는 파수인데, 파수는 수심 h , 각주파수 σ 와 중력 g 로부터 다음 분산관계식을 통해 구하였다.

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (3)$$

x - y 2차원 평면은 Fig. 1과 같이 방파제에 의한 영향을 직접적으로 받지 않는 영역인 (1)과 입사파와 반사파가 존재하는 영역 (2), 회절파가 존재하는 영역 (3)으로 나눌 수 있다. $y \rightarrow \infty$ 이면, 방파제의 영향을 받지 않기 때문에 입사파만으로, $y \rightarrow \infty$ 이고 $x < 0$ 이면, 입사파와 방파제에 의한 반사파의 합으로, $y \rightarrow \infty$ 이고 $x > 0$ 이면, 방파제에 의해 입사파가 완전 차단되므로 영으로 볼 수 있다. 따라서 대략적인 근사 해를 다음과 같이 둘 수 있다.

$$\Phi(x, z, t) = \begin{cases} \Phi_0 & (-\infty < x < +\infty; -\infty < y < 0) \\ \Phi_1 & (-\infty < x < 0; 0 < y < +\infty) \\ \Phi_2 & (0 < x < +\infty; 0 < y < +\infty) \end{cases} \quad (4)$$

여기서

$$\Phi_1(x, z, t) = \frac{gH_0 \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} (e^{-ikx} + C_r e^{ikx}) e^{i\sigma t} \quad (5)$$

$$\Phi_2(x, z, t) = 0 \quad (6)$$

이고, C_r 은 방파제 전면의 반사계수이다.

식 (4)에 주어진 속도 포텐셜은 x 축을 따라 불연속임을 알 수 있다. 실제 상황에서는 x 축을 따라 $y=0$ 부근에서

경계층이 생기는데, $y \rightarrow \pm\infty$ 일 때는 식 (4)로 주어진 외부 해를 점근적으로 만족시키고 경계층 내에서는 지배방정식을 만족하는 내부 해를 찾아야 한다. 이를 구하기 위해 경계층 내에서의 속도 포텐셜을 다음과 같이 가정하였다.

$$\Phi_{10} = \frac{gH \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} (e^{-ikx} + S_{10}(x,y)e^{ikx})e^{i\sigma t} \quad \text{at } x < 0 \quad (7)$$

$$\Phi_{20} = \frac{gH \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} (e^{-ikx} - S_{20}(x,y)e^{ikx})e^{i\sigma t} \quad \text{at } x > 0 \quad (8)$$

여기서 S_{10} 과 S_{20} 은 경계층 내에서 결정되는 함수로서, S_{10} 은 반사파, S_{20} 은 회절파를 나타내는 함수이다. 이 함수들은 Yu(1995)의 방법에 따라 다음과 같이 구해진다.

$$S_{10}(x,y) = \frac{C_r}{2} [1 + (1+i)\{C(\zeta) - iS(\zeta)\}] \quad (9)$$

$$S_{20}(x,y) = \frac{1}{2} [1 + (1+i)\{C(\zeta) - iS(\zeta)\}] \quad (10)$$

여기서

$$\zeta = \frac{ky}{\sqrt{\pi k|x|}} \quad (11)$$

$$C(\zeta) = \int_0^\zeta \cos \frac{\pi t^2}{2} dt \quad (12)$$

$$S(\zeta) = \int_0^\zeta \sin \frac{\pi t^2}{2} dt \quad (13)$$

이며, 식 (12)와 (13)은 각각 코사인, 사인 Fresnel 적분이다. 이로써 식 (7), (8)의 미결정 함수 S_{10} , S_{20} 가 결정되었다. 그러므로 회절계수 K 를, $x < 0$ 영역에서는 식 (7)의 파고와 입사파고의 비로서, $x > 0$ 영역에서는 식 (8)의 파고와 입사파고의 비로서, 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$K = \begin{cases} |e^{-ikx} + S_{10}(x,y)e^{ikx}| & \text{at } x < 0 \\ |e^{-ikx} - S_{20}(x,y)e^{ikx}| & \text{at } x > 0 \end{cases} \quad (14)$$

2.1.2 개구부가 있는 방파제: 해석 해 1-2

해석 해 1-2는 Fig. 2와 같이 방파제에 폭 B 의 개구부가 있는 경우에 대한 파의 산란 현상을 나타내는 해석 해다. 여기서도 위와 같이 방파제의 전면부인 $x < 0$ 에서는 좌우 방파제에 의한 반사파와 입사파의 합으로써, 방파제의 후면부인 $x > 0$ 에서는 좌우 방파제에 의한 회절파와 입사파의 합으로써, 해를 다음과 같이 가정할 수 있다. 여기서 가

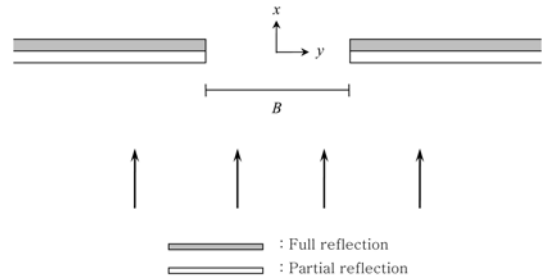


Fig. 2. Definition sketch of wave motion around a breakwater gap with partially reflective front and fully reflective back.

정한 속도 포텐셜은 해석 해 1-1과 같이 선형화 이론에 근거하였다.

$$\Phi_{10}^{total} = \frac{gH \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} (e^{-ikx} + (S_{10}^- + S_{10}^+)e^{ikx})e^{i\sigma t} \quad \text{at } x < 0 \quad (15)$$

$$\Phi_{20}^{total} = \frac{gH \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} (e^{-ikx} - (S_{20}^- + S_{20}^+)e^{ikx})e^{i\sigma t} \quad \text{at } x > 0 \quad (16)$$

여기서 S_{10}^+ , S_{20}^+ 는 y 축을 따라 $y > B/2$ 부분에 있는 반무한 방파제에 의한 파의 산란 효과를 나타내며, S_{10}^- , S_{20}^- 는 y 축을 따라 $y < -B/2$ 부분에 있는 반무한 방파제에 의한 파의 산란 효과를 나타낸다.

해석 해 1-1과 같은 방법으로, Fig. 2에서 방파제가 y 축을 따라 $y > B/2$ 부분에 있는 반무한 방파제의 경우에 대한 해석 해를 구하는데, 이는 Fig. 1과 달리 방파제가 좌표의 원점에서 y 축의 양의 방향으로 $B/2$ 만큼 이동한 형태로 볼 수 있다. 그러므로 매개변수가 평행 이동을 한 형태로 다음과 같이 표현된다.

$$\zeta_1 = \frac{k(y - \frac{B}{2})}{\sqrt{\pi k|x|}} \quad (17)$$

위의 매개변수를 이용하여 해석 해 1-1과 같은 방법으로 풀면, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$S_{10}^+(x,y) = \frac{C_r}{2} [1 + (1+i)\{C(\zeta_1) - iS(\zeta_1)\}] \quad (18)$$

$$S_{20}^+(x,y) = \frac{1}{2} [1 + (1+i)\{C(\zeta_1) - iS(\zeta_1)\}] \quad (19)$$

여기서 S_{10}^+ 은 방파제의 전면에서 반사파에 의한 파의

산란을, S_{20}^+ 은 방파제 후면에서의 회절을 나타내는 함수이다.

다음으로 Fig. 2와 같이 방파제가 원점에서 y 축의 음의 방향으로 $B/2$ 만큼 떨어진 지점에서 $-\infty$ 방향으로 뻗어있는 경우의 식을 푸는데, 이 때의 매개변수는 다음과 같으며,

$$\zeta_2 = \frac{k(y + \frac{B}{2})}{\sqrt{\pi k|x|}} \quad (20)$$

위와 동일하게 풀면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$S_{10}^-(x, y) = \frac{C_r}{2} [1 - (1+i) \{C(\zeta_2) - iS(\zeta_2)\}] \quad (21)$$

$$S_{20}^-(x, y) = \frac{1}{2} [1 - (1+i) \{C(\zeta_2) - iS(\zeta_2)\}] \quad (22)$$

$S_{10}^-, S_{20}^-, S_{10}^+, S_{20}^+$ 가 구해졌으므로, 회절계수 K 는 $x < 0$ 영역에서는 식 (15)의 파고와 입사파고의 비로서, $x > 0$ 영역에서는 식 (16)의 파고와 입사파고의 비로서 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$K = \begin{cases} |e^{-ikx} + (S_{10}^-(x, y) + S_{10}^+(x, y))e^{ikx}| & \text{at } x < 0 \\ |e^{-ikx} - (S_{20}^-(x, y) + S_{20}^+(x, y))e^{-ikx}| & \text{at } x > 0 \end{cases} \quad (23)$$

2.2 해석 해 2

2.2.1 반무한 방파제: 해석 해 2-1

Fig. 1과 같이 수심이 h 로 일정한 2차원 $x-y$ 평면 상에 전면은 부분반사, 후면은 완전반사인 방파제가 있다. 우선 선형파 이론에 근거하여 입사파에 대한 속도 포텐셜을 구하는데, 바닥 경계조건, 선형화된 수면의 운동학적, 역학적 경계조건으로부터 지배방정식 (1)에 대한 해를 구한다. 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = -h \quad (24)$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{at } z = 0 \quad (25)$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad (26)$$

위의 조건에 대하여 다음과 같이 가정한 속도 포텐셜로부터,

$$\Phi(x, y, z, t) = F(x, y)Z(z)e^{i\sigma t} \quad (27)$$

변수분리법을 사용하여 위의 조건에 대하여 지배방정식

을 풀면 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\Phi(x, y, z, t) = A \cosh k(z+h) F(x, y) e^{i\sigma t} \quad (28)$$

식 (28)을 지배방정식에 대입하여 정리하면 $F(x, y)$ 에 대한 Helmholtz 식을 얻는다.

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} + k^2 F(x, y) = 0 \quad (29)$$

위 식은 Sommerfeld(1896)가 빛의 회절에 대한 문제를 푼 것과 같이, 포물선 좌표계(parabolic coordinates)로 변환하고 매개변수를 사용하여 상미분 방정식으로 변환하여 풀 수 있다. 자세한 풀이 과정은 Lamb(1945, p538)에도 주어져 있다. 위 식의 일반 해는 다음과 같이 두 해의 합으로 볼 수 있다.

$$F(x, y) = e^{ikx} F_1(x, y) + e^{-ikx} F_2(x, y) \quad (30)$$

매개변수 $kx = 2\xi\psi$, $ky = \xi^2 - \psi^2$, $kr = \xi^2 + \psi^2$ 를 사용하여 위 식을 $e^{ikx} F_1(x, y)$ 와 $e^{-ikx} F_2(x, y)$ 에 대하여 풀면

$$F_1 = \alpha + \beta \int_0^{\xi + \psi} e^{-i\rho^2} d\rho \quad (31)$$

$$F_2 = \gamma + \delta \int_0^{\xi - \psi} e^{-i\rho^2} d\rho \quad (32)$$

를 얻는다. 미지수 α, β, γ 와 δ 는 $x < 0$ 인 방파제의 전면 부분에서는 부분 반사 경계조건을 사용하여, $x > 0$ 인 방파제의 후면 부분에서는 완전 반사 경계조건을 사용하여 구할 수 있다. 경계조건 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial F(x, y)}{\partial x} + bF(x, y) = 0 \quad \text{at } x = 0^-, y \geq 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial F(x, y)}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x = 0^+, y \geq 0 \quad (34)$$

여기서 식 (33)의 $b = b_1 + ib_2$ 인데, 입사파와 반사파의 위상 차가 없다고 가정하면 다음과 같이 볼 수 있다.

$$b_1 = 0, b_2 = k \cos \theta \frac{1 - C_r}{1 + C_r} \quad (35)$$

여기서 θ 는 입사각이다. 이 때 파가 방파제에 직각으로 입사하므로 입사각 $\theta = 0^\circ$ 가 되고, $\cos \theta = 1$ 이 된다. 완전 반사 경계조건은 $C_r = 1$ 일 때이므로 $b = 0$ 이 되어 식 (34)와 같아진다. 이렇게 주어진 경계조건으로부터 α, β, γ 와 δ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\alpha = \frac{C_r}{2}, \beta = \frac{C_r e^{\frac{1}{4}i\pi}}{\sqrt{\pi}}, \gamma = \frac{1}{2}, \delta = \frac{e^{\frac{1}{4}i\pi}}{\sqrt{\pi}} \quad \text{at } x < 0 \quad (36)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{e^{\frac{1}{4}i\pi}}{\sqrt{\pi}}, \gamma = \frac{1}{2}, \delta = \frac{e^{\frac{1}{4}i\pi}}{\sqrt{\pi}} \quad \text{at } x > 0 \quad (37)$$

이를 식 (30)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$F(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1+i) \left(e^{-ikx} \int_{-\infty}^{\sigma} e^{\frac{\pi}{2}iu^2} du + C_r e^{ikx} \int_{-\infty}^{\sigma'} e^{\frac{\pi}{2}iu^2} du \right) & \text{at } x < 0 \\ \frac{1}{2}(1+i) \left(e^{-ikx} \int_{-\infty}^{\sigma} e^{\frac{\pi}{2}iu^2} du + e^{ikx} \int_{-\infty}^{\sigma'} e^{\frac{\pi}{2}iu^2} du \right) & \text{at } x > 0 \end{cases} \quad (38)$$

여기서

$$\sigma^2 = \frac{4}{\lambda}(r-x), \sigma'^2 = \frac{4}{\lambda}(r+x), \lambda = \frac{2\pi}{k} \quad (39)$$

이며, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 이다. 그리고 σ 와 σ' 은 x - y 의 좌표평면상에서 Fig. 3과 같은 부호를 가진다.

2.2.2 개구부가 있는 방파제: 해석 해 2-2

방파제에 개구부가 있는 경우에 대한 해석 해는 해석 해 1-2와 마찬가지로 $y > B/2$ 부분에 반무한 방파제가 있는 경우와 $y < -B/2$ 부분에 반무한 방파제가 있는 경우로 나누어 해를 구한 뒤에 중첩하는 방법을 통해 구한다. 개구부가 있는 방파제의 형태는 해석 해 1-2의 Fig. 2와 같다.

우선 Fig. 2에서 방파제가 $y > B/2$ 부분에만 있는 반무한 방파제에 대한 해를 구한다. 이는 해석 해 2-1을 구한 방법과 동일한 방법으로 구하는데, 우선 매개변수들을 y 의 양의 방향으로 $B/2$ 만큼 이동한 형태로서 다음과 같이 바꾸어 준다: $kx = 2\xi\psi$, $k(y - B/2) = \xi^2 - \psi^2$, $kr_1 = \xi^2 + \psi^2$. 방

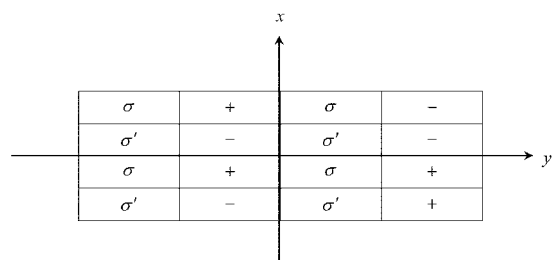


Fig. 3. Signs of σ and σ' .

파제의 이동에 따른 결과는 반무한 방파제의 해인 해석 해 2-1과 같으며, 단지 매개변수 값만 변형된다. 그래서 중간 과정은 생략하고 해석 해의 결과를 비교하기 위해 필요한 매개변수 식만을 나타냈으며, x - y 평면상에서(σ , σ') 부호는 Fig. 3과 같다. σ , σ' 와 λ 는 식 (39)와 같으며, r 은 전술한 매개변수들로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$r_1 = \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{B}{2}\right)^2} \quad (40)$$

다음으로 $y < -B/2$ 부분에 반무한 방파제가 있는 경우 해의 매개변수는 다음과 같이 표현할 수 있다: $kx = 2\xi\psi$, $k(y + B/2) = \xi^2 - \psi^2$, $kr_2 = \xi^2 + \psi^2$. 그리고 σ , σ' 와 λ 는 식 (39)와 같으며, 여기서 r 은 전술한 매개변수들로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$r_2 = \sqrt{x^2 + \left(y + \frac{B}{2}\right)^2} \quad (41)$$

그리고 이때의(σ , σ')의 부호는 Fig. 3을 x 축에 대하여 대칭 이동한 부호와 같다. 위의 두 경우의 반무한 방파제에 대한 해를 중첩하여 개구부가 있는 방파제에 대한 해석 해를 구하는데, 위의 식에서 x - y 좌표평면상에서 매개변수 σ 와 σ' 의 부호가 다르기 때문에, 이 부호를 하나로 통일하는 것이 필요하다. 우선 부호 통일을 위해 $y > B/2$ 부분에 위치한 반무한 방파제에 대하여 식 (38)을 다음과 같이 바꾼다.

$$F(x, y) = e^{-ikx} - f_1 + C_r g_1 \quad \text{at } y < \frac{B}{2}, x < 0 \quad (42)$$

$$= e^{-ikx} - f_1 + g_1 \quad \text{at } y < \frac{B}{2}, x > 0 \quad (43)$$

$$= e^{-ikx} + C_r e^{ikx} - f_1 - C_r g_1 \quad \text{at } y > \frac{B}{2}, x < 0 \quad (44)$$

$$= f_1 + g_1 \quad \text{at } y > \frac{B}{2}, x > 0 \quad (45)$$

여기서

$$f_1 = \frac{1+i}{2} \cdot e^{-ikx} \int_{-\infty}^{\sigma_1} e^{\frac{\pi}{2}iu^2} du \quad (46)$$

$$g_1 = \frac{1+i}{2} \cdot e^{ikx} \int_{-\infty}^{\sigma'_1} e^{\frac{\pi}{2}iu^2} du \quad (47)$$

이므로,

$$\sigma_1^2 = \frac{4}{\lambda}(r_1 - x), \sigma'_1{}^2 = \frac{4}{\lambda}(r_1 + x) \quad (48)$$

이다. 이 때 σ_1, σ_1' 는 전 영역에서 (-) 부호를 가진다. 이와 같은 방법으로 반무한 방파제가 $y < -B/2$ 부분에 위치한 경우에도 f_2 와 g_2 를 사용하여 해석 해를 표현한다. 마지막으로 두 해석 해를 중첩하여 개구부가 있는 방파제에 대하여 해석 해를 구하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$F(x, y) = e^{-ikx} + C_r e^{ikx} - f_1 + C_r g_1 - f_2 - C_r g_2 \quad (49)$$

at $y < -\frac{B}{2}, x < 0$

$$= -f_1 + g_1 + f_2 + g_2 \quad \text{at } y < -\frac{B}{2}, x > 0 \quad (50)$$

$$= e^{-ikx} - f_1 + C_r g_1 - f_2 + C_r g_2 \quad \text{at } -\frac{B}{2} < y < \frac{B}{2}, x < 0 \quad (51)$$

$$= e^{-ikx} - f_1 + g_1 - f_2 + g_2 \quad \text{at } -\frac{B}{2} < y < \frac{B}{2}, x > 0 \quad (52)$$

$$= e^{-ikx} + C_r e^{ikx} - f_1 - C_r g_1 - f_2 + C_r g_2 \quad \text{at } y > \frac{B}{2}, x < 0 \quad (53)$$

$$= f_1 + g_1 - f_2 + g_2 \quad \text{at } y > \frac{B}{2}, x > 0 \quad (54)$$

여기서

$$f_2 = \frac{1+i}{2} \cdot e^{-ikx} \int_{-\infty}^{\sigma_2} e^{-\frac{\pi}{2}iu^2} du \quad (55)$$

$$g_2 = \frac{1+i}{2} \cdot e^{ikx} \int_{-\infty}^{\sigma_2'} e^{-\frac{\pi}{2}iu^2} du \quad (56)$$

이고,

$$\sigma_2^2 = \frac{4}{\lambda}(r_2 - x), \quad \sigma_2'^2 = \frac{4}{\lambda}(r_2 + x) \quad (57)$$

이다.

3. 결과 및 토의

3.1 결과 및 해의 타당성 검토

반무한 방파제의 경우, 방파제 전면에서의 반사계수 C_r 이 0.5 또는 1.0일 때, Yu(1995)의 방법을 확장한 해석 해 1-1을 Fig. 4에 나타내었으며, Penney and Price(1952)의 방법을 확장한 해석 해 2-1을 Fig. 5에 나타내었다. 방파제 전면의 반사계수가 달라지더라도 방파제 후면의 회절계수는 거의 변화가 없음을 알 수 있다. 한편, 방파제 전면에서는, 반사계수가 증가함에 따라, 방파제 전면($y \geq 0$)에서의 중복파고기가 커짐은 물론이고, 개방부($y < 0$)에서도 반사파의 영향으로 파고가 커지는 부분이 증가함을 알 수 있다.

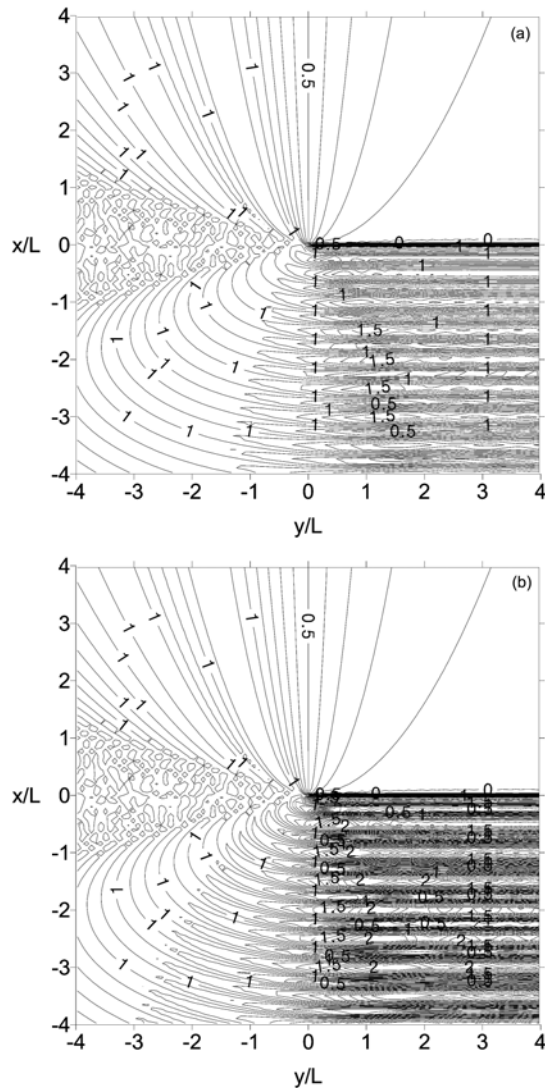


Fig. 4. Contours of diffraction coefficients of Solution 1-1: (a) $C_r = 0.5$; (b) $C_r = 1.0$.

또한, Fig. 4에 나타난 해석 해 1-1의 경우, 개방부의 y 축 부근에서 해가 매끄럽지 못한 결과를 보이는데, 이는 식 (11)에서 보듯이 y 축 부근에서 $|x| \rightarrow 0$ 이 되어 Fresnel 적분의 상한값인 ζ 가 무한대로 가는 문제 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 6은 방파제 전면의 반사계수가 1.0일 때 방파제 전후면 네 파장 거리($x = \pm 4L$, L 은 파장)에서 해석 해 1-1과 2-1로 계산된 회절계수를 비교한 것이다. 이 경우 해석 해 2-1은 Penney and Price(1952)의 해석 해가 된다. 방파제 끝에서 멀어지면서(즉, y/L 의 절대값이 커지면서) 두 해석 해가 약간의 위상 차를 보이지만 전반적으로 잘 일치함을

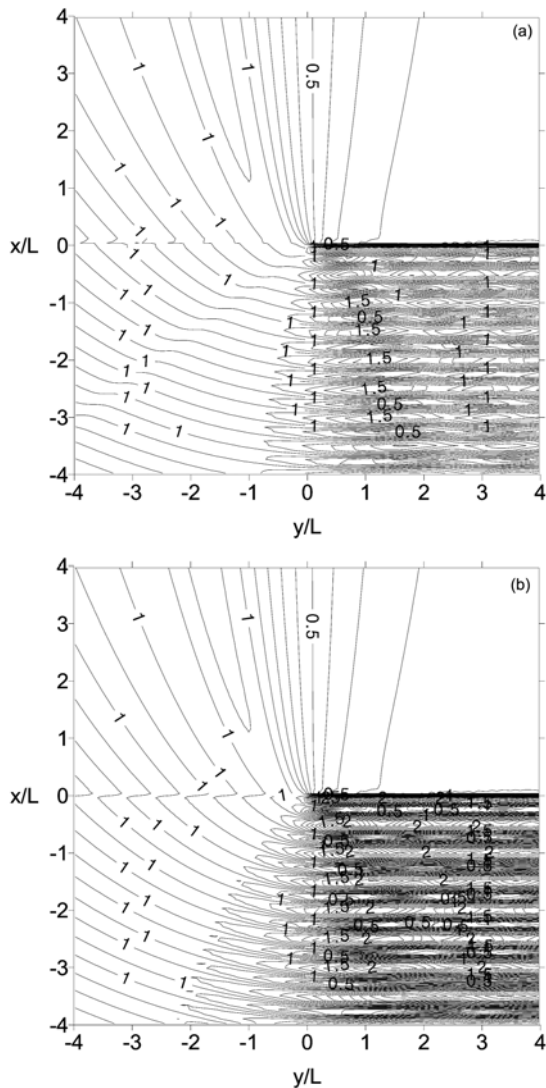


Fig. 5. Contours of diffraction coefficients of Solution 2-1: (a) $C_r = 0.5$; (b) $C_r = 1.0$.

알 수 있다.

Fig. 7은 방파제 전면의 반사계수가 0.5일 때 계산된 회절계수를 비교한 것이다. 방파제 후면($x = 4L$)에서는 반사계수 1.0인 경우와 거의 같은 결과를 보이며, 방파제 전면($x = -4L$)에서는 예상했던 대로 반사계수 1.0인 경우에 비해 반사파가 절반으로 줄어서 y/L 이 약 1.5 이상 되는 부분에서 회절계수가 1.5 정도로 감소한다. 한편 방파제 전면 개방부($y/L < 0$)에서는 회절계수가 1.0으로 거의 일정하여 파고 변화가 거의 없음을 알 수 있다.

Fig. 8은 $B = 2L$ 의 개구부가 있는 방파제의 경우, 방파

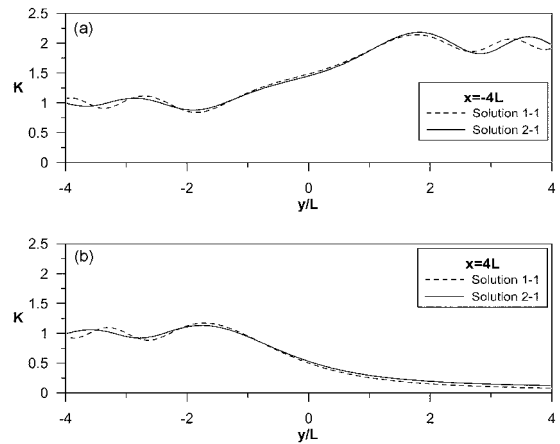


Fig. 6. Comparison of diffraction coefficients between analytic solutions 1-1 and 2-1 for $C_r = 1.0$: (a) $x = -4L$; (b) $x = 4L$.

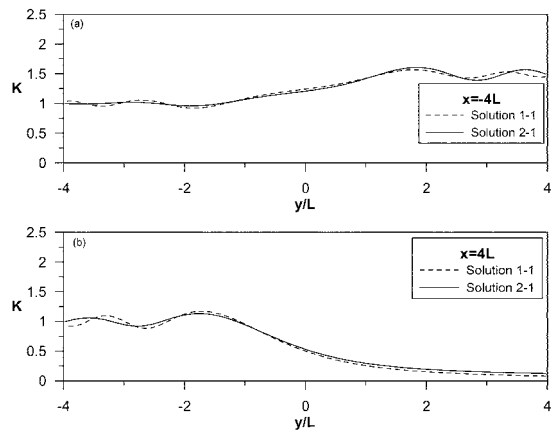


Fig. 7. Comparison of diffraction coefficients between analytic solutions 1-1 and 2-1 for $C_r = 0.5$: (a) $x = -4L$; (b) $x = 4L$.

제 전면에서의 반사계수 C_r 이 0.5 또는 1.0일 때, 해석 해 1-2에 의한 회절계수를 나타낸다. 한편, Fig. 9은 해석 해 2-2의 결과이다. 또한 본 연구에서 구한 해석 해의 타당성을 검토하기 위해 유한요소모형 수치 해와 비교하였다. 수치 해는 $h = 0.6$ m, $kh = 0.298$ 인 천해 조건에서 환경사 방정식을 이용하여 구하였다. 수치해석을 위한 영역($20L \times 20L$)을 Fig. 10에 개략적으로 나타내었다. 내부조파 기법과 스폰지 층을 사용하였으며, 조파기는 방파제의 전면에서 $3L$ 만큼 떨어진 곳에 두었다. 스폰지 층의 두께는 $3L$ 로 두었다. 삼각형 요소를 사용하여 유한요소망을 구축하였으며, 프로그램 언어로는 Fortran을 사용하였다. Figs. 8과 9에서

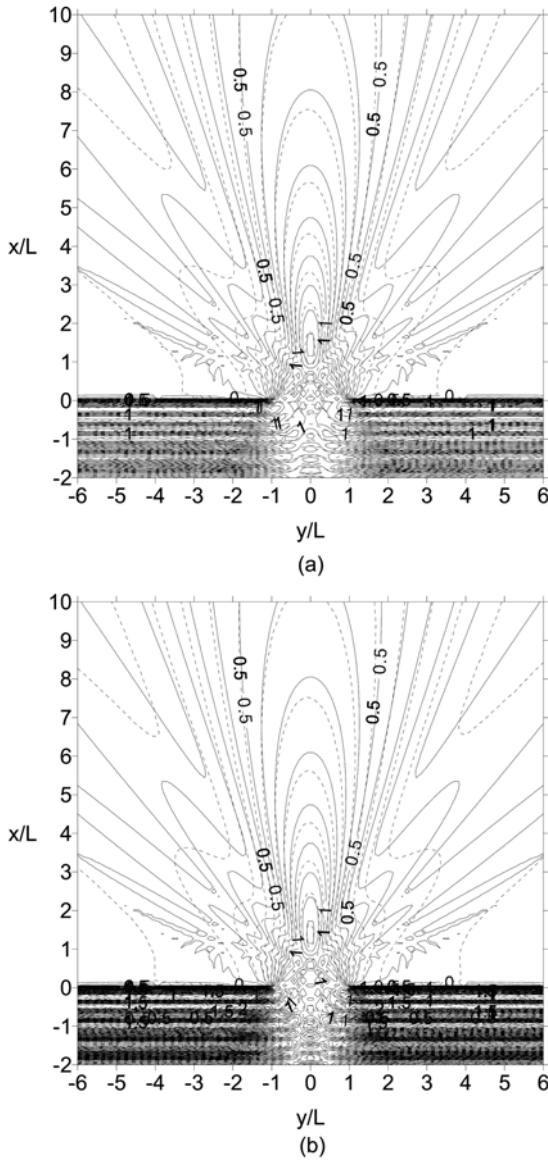


Fig. 8. Comparison of diffraction coefficients between Solution 1-2 (solid line) and finite element numerical solution (dashed line) for breakwater gap of $B = 2L$: (a) $C_r = 0.5$; (b) $C_r = 1.0$.

해석 해는 실선으로, 수치 해는 점선으로 나타내었다. 해석 해 1-2는 방파제에서 멀리 떨어진 곳에서는 매끄럽고 비교적 수치 해와 일치하는 반면, 방파제 가까운 곳에서는 매우 불규칙한 결과를 보인다. 이 또한 방파제 가까운 곳에서 식 (11)이 무한대로 가는 문제 때문인 것으로 판단된다. 한편, 해석 해 2-2는 전체적으로 매끄러운 모습을 보이며, 회절계수가 아주 작은 방파제 바로 뒤를 제외하고는 수

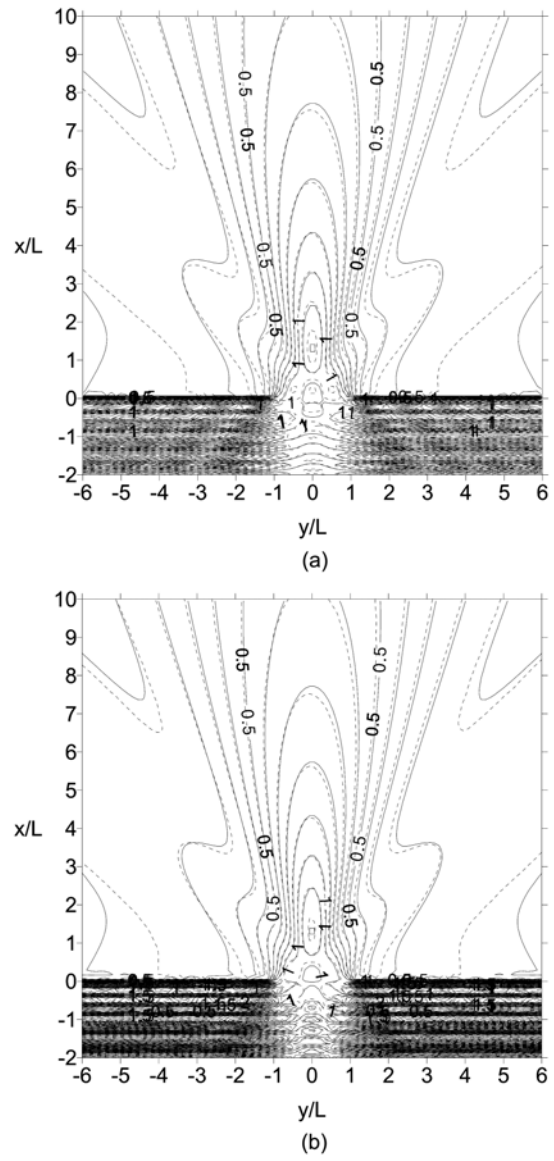


Fig. 9. Comparison of diffraction coefficients between Solution 2-2 (solid line) and finite element numerical solution (dashed line) for breakwater gap of $B = 2L$: (a) $C_r = 0.5$; (b) $C_r = 1.0$.

치 해와 잘 일치한다. 방파제 전면의 반사계수가 큰 경우, 개구부 뒤에서의 파고가 아주 약간 감소하는 경향을 보인다.

Fig. 11은 $B = 2L$ 의 개구부가 있는 방파제에서 전면의 반사계수가 1.0일 때 방파제 전후면 네 파장 거리($x = \pm 4L$)에서 해석 해 1-2와 2-2로 계산된 회절계수를 비교한 것이다. 이 경우에도 해석 해 2-2는 Penney and Price(1952)의 해석 해가 된다. 다른 해들에 비해 경제층 근사를 사

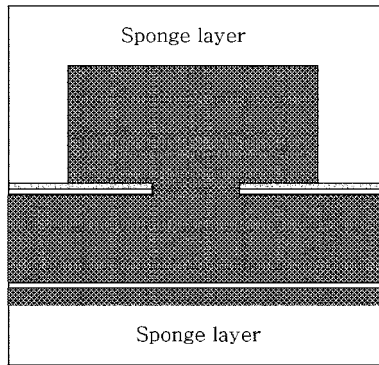


Fig. 10. Sketch of computational domain for solving mild-slope equation using finite element model.

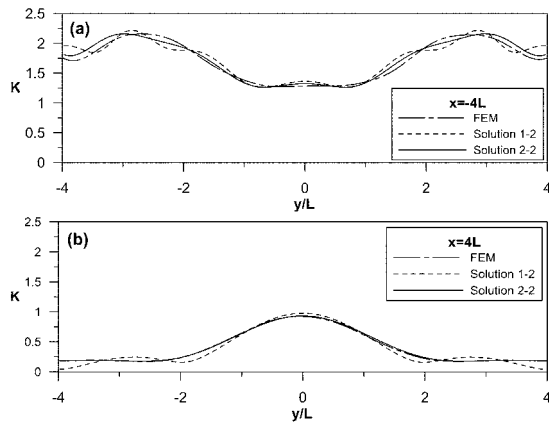


Fig. 11. Comparison of diffraction coefficients among analytic solutions 1-2 and 2-2 and numerical solution for $B = 2L$ and $C_r = 1.0$: (a) $x = -4L$; (b) $x = 4L$.

용하는 해석 해 1-2가 좀 더 진동하는 특징을 보이지만, 전체적으로는 세 해가 비슷한 변화를 보인다.

Fig. 12는 방파제 전면의 반사계수가 0.5일 때 계산된 회절계수를 비교한 것이다. 방파제 후면($x = 4L$)에서는 반사계수 1.0인 경우와 거의 같은 결과를 보이며, 방파제 전면($x = -4L$)에서는 예상했던 대로 반사계수 1.0인 경우에 비해 반사파가 절반으로 줄어서 $|y/L|$ 이 약 2.0 이상 되는 부분에서 회절계수가 1.5 정도로 감소한다.

3.2 반사계수가 항 입구 정온도에 미치는 영향

여기서는 방파제 전면의 반사계수가 변함에 따라 항 입구 정온도에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보고자 한다. 반무한 방파제와 개구부가 있는 방파제 모두 해석 해 1은 $x = 0$ 즉, y 축을 따라 매끄러운 결과를 보이지 않기 때문

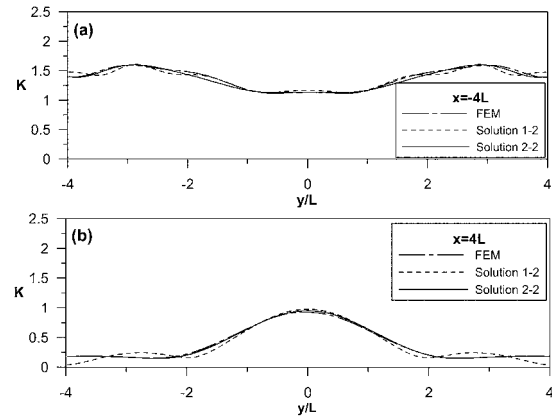


Fig. 12. Comparison of diffraction coefficients among analytic solutions 1-2 and 2-2 and numerical solution for $B = 2L$ and $C_r = 0.5$: (a) $x = -4L$; (b) $x = 4L$.

에, 해석 해 2의 결과를 사용하였다.

Fig. 13은 반무한 방파제의 바다 쪽 끝, 즉 원점에서 y 축의 음의 방향으로(즉 바다 쪽으로) $0L$, $1L$ 및 $2L$ 만큼 떨어진, x 축에 평행한 횡단면들을 따라, 방파제 전면의 반사계수 변화에 따른 회절계수의 변화를 보여준다. 우선 방파제의 끝에서 멀어짐에 따라 회절계수가 크게 감소함을 알 수 있다. 또한 반사계수가 감소함에 따라 회절계수의 최대값과 최소값의 차이가 점점 줄어든다. 방파제의 끝을 지나는 횡단면($y/L = 0$)의 경우, 방파제 전면에서, 반사계수가 1.0일 때 최대 1.4~1.5의 값을 보이는 회절계수가 반사계수 0.5일 때는 1.2 정도로 줄어든다. 방파제에서 멀리 떨어진 곳에서도 반사계수 감소에 따른 절대적인 파고 감소는 적지만, 상대적인 감소는 여전히 큼을 알 수 있다. 예를 들어, $y/L = -2$ 인 횡단면에서, 반사계수 1.0일 때는 최대 1.1 이상이던 회절계수가 반사계수 0.5일 때는 1.04 정도로 줄어든다.

Fig. 14는 폭 $B = 2L$ 의 개구부를 갖는 방파제의 경우 개구부의 중심을 지나는 횡단면($y/L = 0$)과 방파제 끝을 지나가는 횡단면($y/L = \pm 1$)을 따라, 방파제 전면의 반사계수 변화에 따른 회절계수의 변화를 보여준다. 우선 개구부의 중심을 지나는 횡단면에서는 개구부로부터 멀어짐에 따라 회절계수가 점점 증가하는데, 이는 방파제에서 반사된 파가 회절되어 가운데 쪽으로 들어오기 때문이다. 반면에 방파제 끝을 지나는 횡단면에서는 방파제 가까운 곳에서는 방파제로부터의 거리가 증가함에 따라 회절계수가 증가하다가 x/L 이 대략 2보다 작아지면 다시 감소하여 비교적 일정한 값이 된다. 또한, 반무한 방파제의 경우와 마찬가지로

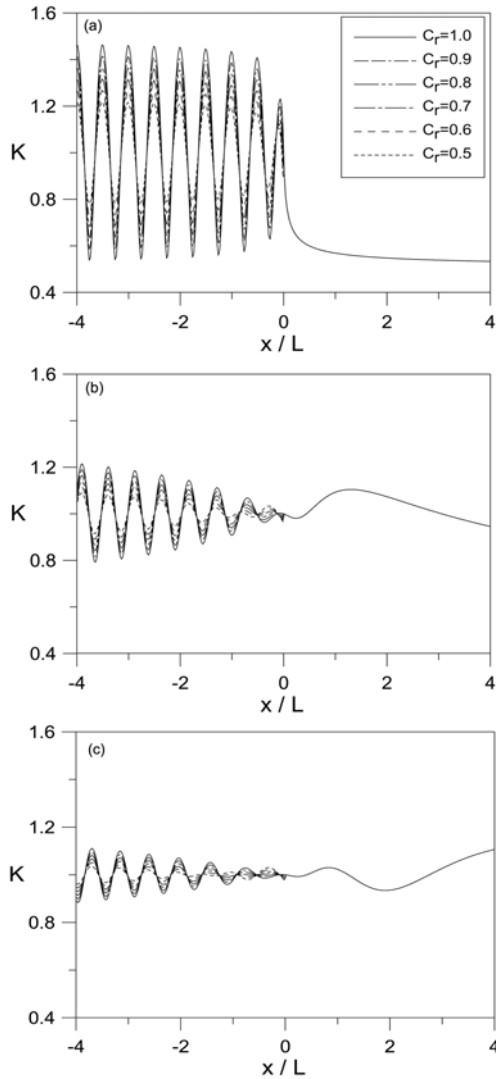


Fig. 13. Comparison of diffraction coefficients along different transects parallel to x -axis for semi-infinite breakwater with different reflection coefficients: (a) $y/L = 0$; (b) $y/L = -1$; (c) $y/L = -2$.

로, 반사계수가 감소함에 따라 회절계수의 최대값과 최소값의 차이가 점점 줄어들는다. 개구부의 중심을 지나는 횡단면($y/L = 0$)의 경우, $x/L = -6$ 부근에서, 반사계수가 1.0일 때 최대 1.5 이상의 값을 보이는 회절계수가 반사계수 0.5일 때는 1.2 정도로 줄어든다. 방파제 끝을 지나는 횡단면($y/L = \pm 1$)에서도 $x/L = -2$ 부근에서, 반사계수가 1.0일 때 최대 1.5 이상이던 회절계수가 반사계수 0.5일 때는 1.2 정도로 줄어든다.

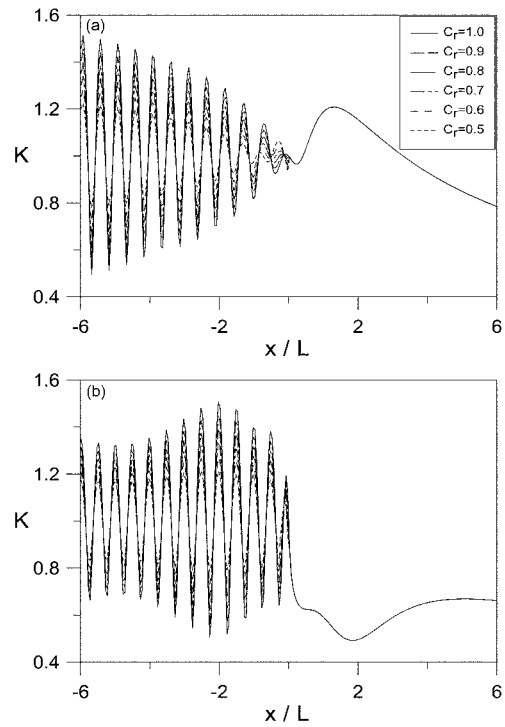


Fig. 14. Comparison of diffraction coefficients along different transects parallel to x -axis for breakwater gap of $B = 2L$ with different reflection coefficients: (a) $y/L = 0$; (b) $y/L = \pm 1$.

4. 결 론

본 연구에서는 부분반사 전면 및 완전반사 후면을 갖는 반무한 방파제 및 개구부가 있는 방파제에 의한 파의 산란 현상에 대하여 두 가지 방법을 통해 해석 해를 유도하였다. 이는 수심이 일정하고 미소 진폭파 이론에 근거한 입사파가 방파제에 직각으로 입사하는 경우에 적용 가능하며, 변수 변환 및 좌표 변환을 통해 지배방정식인 Laplace 방정식을 상미분 방정식으로 전환하여 해석 해를 구하였다. 본 연구에서 유도된 해석 해를 천해 조건에서 환경사 방정식을 유한 요소 수치 모형으로 풀 결과와 비교하여 해석 해의 타당성을 검토하였다. 두 해석 해 중 경계층 근사를 이용한 해석 해 1보다 근사 기법 없이 지배방정식을 풀 해석 해 2가 좀 더 정확한 것으로 판단되며, 유한 요소 수치 모형과도 더 잘 일치하는 것으로 나타났다. 마지막으로 해석 해를 이용하여 방파제 전면에서의 반사계수가 작아짐에 따라 항 입구에서 파가 감소하는 것을 보임으로써 전면이 부분반사인 방파제가 항 입구의 정온도에

긍정적인 영향을 미친다는 사실을 알 수 있었다.

감사의 글

본 논문은 해양수산부의 해양한국발전프로그램(KSGP) 연구개발사업과 교육인적자원부의 두뇌한국21사업의 지원을 받았음.

참고문헌

- Lamb, H. (1945). *Hydrodynamics*, 6th ed., Dover, New York, 538-540.
- McIver, P. (1999). Water-wave diffraction by thin porous breakwater. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering* 125(2), 66-70.
- Penney, W.G and Price, A.T. (1952). The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwaters. *Philosophical Transactions of the Royal Society, Series A* 244, 236-253.
- Sollitt, C.K. and Cross, R.H. (1972). Wave transmission through porous breakwaters. *Proceedings of 13th International Conference on Coastal Engineering, ASCE, Vancouver, Canada, 1827-1846.*
- Sommerfeld, A. (1896). *Mathematische theorie der diffraction. Mathematische Annalen* 47, 317-374.
- Yu, X. (1995). Diffraction of water waves by porous breakwaters. *Journal of waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering* 121(6), 275-282.

Received January 15, 2007

Accepted April 23, 2007