

# 상판 위 질량의 순간적인 움직임에 의해 가진되는 6-자유도 공압제진대의 진동 응답에 대한 연구

## A Study on Response Analysis of 6-DOF Pneumatic Vibration Isolation Table Loaded by Transient Movements of Carriage on It

선종오\* · 신윤호\* · 김광준†

Jong-oh Sun, Yun-ho Shin and Kwang-joon Kim

(2007년 3월 21일 접수 ; 2007년 5월 22일 심사완료)

Key Words : Pneumatic Isolator(공압제진대), XY-stage(이송대), Moving Mass(이동질량), Transient Response(과도응답)

### ABSTRACT

As environmental vibration requirements on precision equipments get more stringent, use of pneumatic vibration isolators becomes more crucial and, hence, their dynamic performance needs to be further improved. Dynamic behavior of those pneumatic vibration isolation tables is very important to both manufacturer and customer as performance specifications. Together with conventional transmissibility, transient response characteristics are another critical performance index especially when movements of components, e.g., x-y tables, of the precision equipments are very dynamic. In this paper, analysis on transient response of a pneumatic vibration isolation table loaded by a mass moving on it is presented. This is a conventional dynamics problem on a rigid body with 6 degree of freedom and a mass with another degree of freedom. How to obtain transient responses of the isolation table is described when the movements of the mass are prescribed relative to the table.

### 1. 서 론

90년대 후반에 들어 반도체 및 광학 관련 산업 등의 중요성이 커지고 있는데, 이러한 산업에서 사용되는 정밀장비들의 성능은 지반진동(ground vibration)에 민감한 특성을 가진다. 따라서, 정밀장비 구동 시 지반 진동에 대한 기준이 최근 들어 크게 강화되고 있으며<sup>(1,2)</sup>, 정밀장비에 전달되는 지반진동 수준을 허용 기준 이하로 낮추기 위하여 별도의 제진장치를 이용하기도 한다. 이러한 제진장치로서 공기스프링

(pneumatic spring)을 이용한 공압제진대(pneumatic vibration isolator)가 많이 사용되고 있으며, 지반진동 절연을 위한 공기스프링의 설계 연구 및 제어 연구가 활발히 진행되고 있는 실정이다<sup>(3,4)</sup>.

공기스프링은 압축 공기를 강성요소로서 이용하기 때문에 작은 강성을 가질 수 있다. 그 결과 공압제진대는 1~5 Hz 정도의 낮은 공진주파수 특성을 띠게 되어 저주파 영역에 존재하는 미세 지반 진동까지 절연할 수 있게 된다. 그러나, 공기스프링이 가지는 작은 강성은 낮은 공진주파수를 가진다는 장점과 더불어 공압제진대 정반에 직접적으로 가해지는 힘에는 취약하다는 단점을 가진다. 특히 LCD 표면검사기, 진공 합착기 등과 같이 장비의 일부가 동적 움직임을 가지는 정밀장비의 구동에 의해 발생하는

† 교신저자 : 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : kjkim@kaist.ac.kr

Tel : (042) 869-3024, Fax : (042) 869-8220

\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

힘은 제진대 정반에 큰 오버슈트(overshoot)를 발생시킬 수 있으며, 이는 정밀장비의 성능 발현을 저해한다. 따라서, 이러한 과도응답을 줄일 수 있는 연구가 필요하나 아직 미비한 실정이다.

운전 중 장비의 일부분이 이동하는 공정의 경우 그 움직임이 멈춘 후 발생하는 잔류진동이 소멸될 때까지 다음 공정을 기다려야만 한다. 따라서, 장비 운전에 의해 발생하는 제진대의 과도응답 또한 지반진동과 제진대 사이의 전달률과 함께 공압제진대의 중요한 성능지표로서 주목되어야 한다. 또한, 과도응답을 줄이기 위한 제진대 설계 연구가 필요하나, 그에 앞서 과도응답 예측을 위한 모델이 필요하다. 이 논문에서는 정밀장비의 이송부(XY-stage)에 의해 발생하는 공압제진대의 과도응답을 예측하기 위한 모델을 구성하고 그 응답을 예측해 보고자 한다. 이러한 예측을 통하여 제진대 공급자는 사용자의 정밀 장비 운전조건과 목표 정착시간에 맞는 제진대, 다시 말해 알맞은 질량의 정반과 공기스프링을 선택할 수 있다. 또한, 사용자는 제진대의 구성정보로부터 목표 정착시간에 맞는 정밀장비의 운전조건, 즉 이송부의 속도와 가속도를 결정할 수 있다.

## 2. 이송부를 포함하는 공압제진대의 운동방정식 유도

이송부를 포함하는 공압제진대 전체 계의 실질적인 입력은 리니어 모터(linear motor)와 같은 구동부에 의해 발생하는 힘이 되겠으나, 이송부의 움직임이 정해져 있을 때는 그 실질적인 입력힘이 얼마인가는 관심 대상이 되지 않는다. 이러한 상황 하에서 제진대에 가해지는 힘은 작용·반작용 법칙에 의해

이송부의 관성력으로 표현이 가능하며, 이송부가 제진대 위에서 가지는 움직임은 자유도가 아닌 입력으로서 생각해야 한다.

### 2.1 유도를 위한 가정

이송부를 포함하는 공압제진대 전체 계에 대한 운동방정식을 유도하기 위하여 다음과 같은 가정도 도입한다.

- Fig. 1에 나타낸 바와 같이 4개의 공기스프링과 정반으로서 구성되는 공압제진대의 정반 위에 움직임을 가지는 두 개의 질량이 있는 경우를 생각한다.

- 정반 위에 설치되는 장비의 이동질량을 제외하는 부분은 정반에 고정되어 정반과 함께 하나의 강체로 간주하며, 이동질량은 집중질량으로 간주한다.

- Fig. 1에 나타낸 바와 같이 정반 위에 위치하는 이동질량의 움직임은 정반에 고정된 좌표계에 대하여 첫 번째 질량은  $x$ 방향으로만 움직임을 가지고, 두 번째 질량은 첫 번째 질량 위에 위치하면서  $y$ 방향으로만 움직임을 가진다. 또한, 두 질량은 정반에 고정된 좌표계에서 알려진 변위와 속도, 가속도로 거동한다.

- 이동질량에 의해 발생하는 힘은 상호작용력으로서 공압제진대에 입력으로 작용한다. 실질적인 리니어 모터에 의한 입력은 이동질량의 움직임에 의해 묘사되는 관성력으로 근사화가 가능하다.

- 정반 운동의 각변위는 충분히 작아서( $2^\circ$ 이하)정반에 고정된 좌표계에서 관성좌표계로의 좌표 변환시 작은 각변위에 대한 변환행렬(direction cosine for infinitesimal rotations) 사용이 가능하며, 수평·수직방향 변위 역시 충분히 작다.

- 회전강성요소는 무시하며, 수직·수평방향의 강성요소들에 의한 힘은 각 방향으로만 작용하고, 그 강성과 감쇠계수는 일정하다.

### 2.2 이송부를 포함하는 공압제진대의 운동방정식 유도

이 절에서는 이해의 용이함을 위하여 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 3 자유도를 가지는 공압제진대 위에 하나의 이동질량이 움직이는 시스템에 대한 운동방정식 유도를 예시로서 보인다.

Fig. 2에서 보는 바와 같이 관성좌표계를 A프레임이라 하고  $xy$ 축으로 표시하고, 정반의 무게중심 G에 원점이 위치하며 정반에 고정되어 있는 좌표계를 B

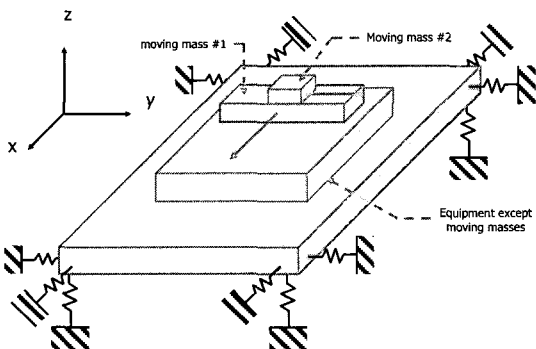


Fig. 1 Scheme of the whole system

프레임이라 하며  $x'y'$ 축으로 표시한다. 또한, 각각  $x, y$ 방향의 단위 벡터를  $\underline{i}, \underline{j}$ 라하고,  $x', y'$ 방향의 단위 벡터를  $\underline{i}', \underline{j}'$ 이라한다.  $\underline{i}, \underline{j}$ 와  $\underline{i}', \underline{j}'$  사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\begin{Bmatrix} \underline{i}' \\ \underline{j}' \end{Bmatrix} = \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \underline{i} \\ \underline{j} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{i} \\ \underline{j} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{C}$ 는 direction cosine 행렬이며, 작은 각변위에 대해서 다음과 같이 근사화 할 수 있다<sup>(5)</sup>.

$$\begin{Bmatrix} \underline{i}' \\ \underline{j}' \end{Bmatrix} = \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \underline{i} \\ \underline{j} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \theta \\ -\theta & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{i} \\ \underline{j} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Fig. 2를 참고하여 다음과 같은 벡터들을 정의한다.

- 무게중심의 위치 벡터

$$\underline{G} = X\underline{i} + Y\underline{j} \quad (3)$$

여기서,  $X, Y$ 는 A프레임에서 무게중심의 좌표를 나타낸다.

- B프레임에서의 이동 질량의 위치 벡터

$$\underline{d} = q\underline{i}' + h\underline{j}' \quad (4)$$

- A프레임에서의 이동 질량의 위치 벡터

$$\underline{r} = \underline{G} + \underline{d} = \{X\underline{i} + Y\underline{j}\} + \{q\underline{i}' + h\underline{j}'\} \quad (5)$$

제진대에 가해지는 모든 힘은 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 관성 좌표계에서 관찰한 이송부의 가속도와 그 질량으로서 표현되는 관성력과 각 방향 공기스프

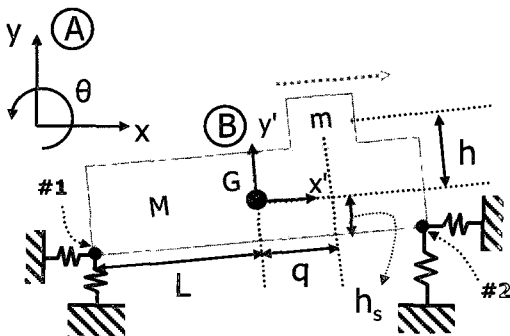


Fig. 2 3-DOF isolation table with a moving mass

링에 의한 힘들이다. A 프레임에서 관찰한 움직이는 질량의 위치 벡터  $\underline{r}$ 을 미분하여 가속도를 구하면 다음과 같다<sup>(6)</sup>.

$$\ddot{\underline{r}} = \frac{{}^A d^2 \underline{r}}{dt^2} = \frac{{}^A d^2 \underline{G}}{dt^2} + \frac{{}^B d^2 \underline{d}}{dt^2} + 2 \cdot {}^A \underline{\omega}^B \times \frac{{}^B d \underline{d}}{dt} + {}^A \underline{\alpha}^B \times \underline{d} + {}^A \underline{\omega}^B \times ({}^A \underline{\omega}^B \times \underline{d}) \quad (6)$$

여기서, 미분 기호  $\frac{{}^A d}{dt}$ 와  $\frac{{}^B d}{dt}$ 는 각각 A 프레임과 B 프레임을 기준프레임으로 하는 미분을 나타내며,  ${}^A \underline{\omega}^B$ 와  ${}^A \underline{\alpha}^B$ 는 정반의 각속도와 각가속도를 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$${}^A \underline{\omega}^B = \dot{\theta} \underline{k}, \quad {}^A \underline{\alpha}^B = \ddot{\theta} \underline{k} \quad (7)$$

Fig. 3에 나타낸 움직이는 질량의 자유물체도로부터 다음과 같은 수식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} N_x &= ma_x \\ &= m(\ddot{X} + \ddot{q} - 2\dot{q}\dot{\theta} - q\ddot{\theta} - q\dot{\theta}^2 - h\ddot{\theta} + h\dot{\theta}^2) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} N_y &= ma_y + mg \\ &= m(\ddot{Y} + \ddot{q}\theta + 2\dot{q}\dot{\theta} + q\ddot{\theta} - q\dot{\theta}^2 - h\ddot{\theta} - h\dot{\theta}^2 + g) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $N_x, N_y$ 는 각각 이동질량과 정반사이에서 발생하는  $x, y$ 방향의 상호작용력이며,  $a_x, a_y$ 는 각각 이동질량의  $x, y$ 방향 가속도로서 다음과 같다.

$$a_x = \ddot{\underline{r}} \cdot \underline{i}, \quad a_y = \ddot{\underline{r}} \cdot \underline{j} \quad (10)$$

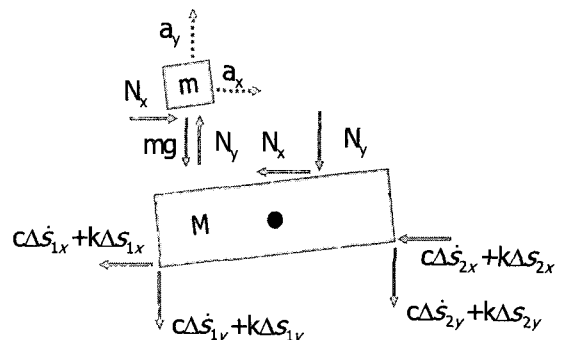


Fig. 3 Free body diagram of 3-DOF isolation table with a moving mass

움직이는 질량이 가지는 가속도에 의해 정반에 가해지는 관성력은 작용·반작용의 법칙에 의해서 그 가속도의 반대방향으로 작용하게 된다. Fig. 3에 나타난 공압제진대 정반의 자유물체도에 뉴턴의 제 2 법칙(Newton's 2<sup>nd</sup> law)과 오일러(Euler)법칙을 적용하여 제진대 정반의 운동방정식을 다음과 같이 유도해 낼 수 있다.

$$M\ddot{X} + 2c(\dot{X} + h_s\dot{\theta}) + 2k(X + h_s\theta) = -N_x \quad (11)$$

$$M\ddot{Y} + 2c\dot{Y} + 2kY = -N_y \quad (12)$$

$$I\ddot{\theta} + 2c(L^2\dot{\theta} + h_s^2\dot{\theta} + h_s\dot{X}) + 2k(L^2\theta + h_s^2\theta + h_sX) = -(q - h\theta)N_y + (h + q\theta)N_x \quad (13)$$

식 (8), (9)를 식 (11)~(13)에 대입한 후 작은 변위라고 가정하여  $X, Y, \theta$ 의 2차항들을 소거하면 다음과 같이 행렬 형태의 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad \{x\} = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ \theta \end{Bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M+m & 0 & -mh \\ 0 & M+m & mq \\ -mh & mq & I+mh^2+mq^2 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 2c & 0 & 2ch_s \\ 0 & 2c & 2mq \\ 2ch_s & 0 & 2c(L^2+h_s^2)+2mq\dot{q} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 2k & 0 & 2kh_s \\ 0 & 2k & m\dot{q} \\ 2kh_s & 0 & 2k(L^2+h_s^2)-mgh \end{bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} -m\dot{q} \\ -mg \\ mh\dot{q} - mgq \end{Bmatrix}$$

이와 같은 방법을 두 개의 이동질량을 포함하는 6자유도 공압제진대에 확장 적용하여 운동방정식을 유도한다. 그 결과는 부록(appendix)에 수록하도록 한다.

### 2.3 이송부를 포함하는 공압제진대 전체 시스템의 특성

6자유도 운동방정식은 그 양이 상당히 방대하며, 앞에서 유도된 3자유도 운동방정식이 6자유도 운동방정식의 특징을 모두 갖고 있으므로, 이 절에서는 3자유도 운동방정식을 통해 시스템의 특성을 살펴본다.

식 (14)에서 각 행렬의 특성을 살펴보면 질량, 감쇠 및 강성 행렬은 모두 이동질량의 변위, 속도, 가속도항( $q, \dot{q}, \ddot{q}$ )들을 포함하는 시변(Time-variant) 행렬이다. 따라서, 시스템의 해석적인 응답을 얻는 것은 굉장히 어려우며, 이 논문의 3장에서는 수치적인 접근방법을 통해서 시스템의 응답을 예측하고자 한다. 또한, 질량행렬은 언제나 대칭행렬(symmetric)인 반면에 감쇠행렬과 강성행렬은 이동질량의 속도 및 가속도항( $\dot{q}, \ddot{q}$ )에 의하여 생기는 항들로 인하여 비대칭(asymmetric)행렬을 이룬다. 강성 및 감쇠행렬이 비대칭을 이루는 이유는 질량이 이동하는 중에는 시스템의 정적평형점이 정의 될 수 없는 동역학 문제이기 때문이다. 일반적으로 감쇠 및 강성행렬의 대칭성은 정적평형 점에서 미소변위를 다루는 진동 문제에서 선형시스템인 경우에 정의되는 특징이다. 제진대위에서 질량이 이동하는 경우에는 그 정적평형 점이 정의될 수 없으며, 정반위에서 이동질량의 움직임을 미소변위라 할 수 없기 때문에 강성 및 감쇠행렬이 비대칭성을 나타낸다.

반면에 이동질량이 정지한 후에는 이동질량의 속도와 가속도항( $\dot{q}, \ddot{q}$ )들은 모두 소거되며 모든 행렬은 대칭 및 시불변(time-invariant)의 특성을 갖게 된다. 이러한 상황에서는 이 시스템은 초기치 진동 문제로 그 해석적인 응답을 구할 수 있다. 그러나, 그 초기속도와 초기 변위를 계산하기 위해서는 수치적으로 질량이 정지하기 전까지 동역학 문제를 풀어야 하기 때문에 과도응답 예측에 있어서 큰 의미를 가진다고 할 수 없다. 반면에, 질량이 정지한 후에는 시스템의 모드해석이 가능하므로 과도응답을 줄이기 위한 제진대 설계에 있어서 유용한 정보가 될 것으로 사료된다.

## 3. 이송부를 포함하는 공압제진대의 과도응답 예측을 위한 모사실험

### 3.1 유도된 운동방정식의 검증

이 절에서는 4계 문제-쿠타(Runge-Kutta)법을 이용하여 2.3절에서 유도된 운동방정식으로부터 얻은

Table 1 Conditions of simulation for comparison of the results from ADAMS and Matlab

Mass of the table	4,400 kg
Dimension of the table	Length : 2 m, Width : 1 m, Thickness : 0.3 m
Stiffness of air spring	$5.7 \times 10^5$ N/m
Damping coefficient of air spring	$5.7 \times 10^3$ N-s/m
Mass of a moving mass	400 kg
Distance of a moving mass from the mass center in z' direction	0.17 m
Input(displacement of a moving mass on the isolation table)	$x(t) = 0.7 \sin\left(2t - \frac{\pi}{2}\right)$

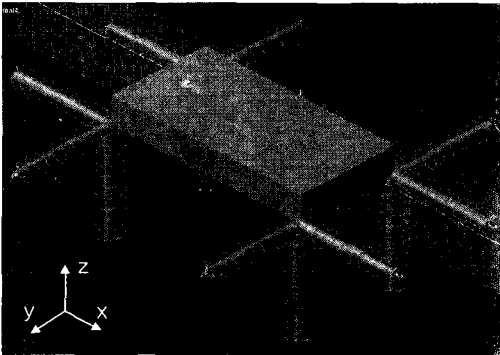


Fig. 4 A model for simulation in ADAMS

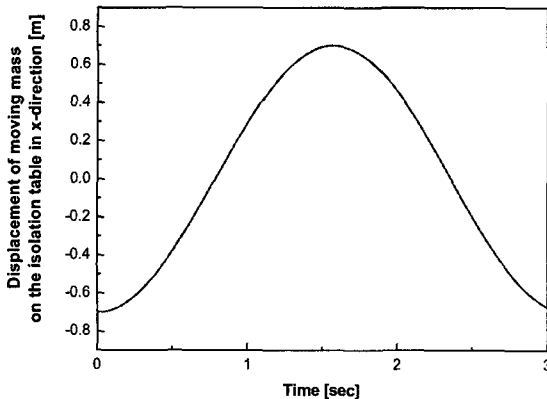


Fig. 5 Displacement of a moving mass on the isolation table in x-direction

응답을 다물체 동역학 프로그램인 ADAMS에서의 모사실험 결과와 비교하여 유도된 운동방정식의 타당성을 검증한다.

ADMAS에서 Fig. 4와 같이 공압제진대를 모델링한 후, 그 위에 움직이는 집중질량을 위치시킨다. 그 후, Fig. 5와 같은 사인파형으로 집중질량을 공압제진대 위에서 x방향으로 이동하게 하였다. 모사실험은 하나의 질량이 움직이는 경우로 가정하였으며 그 조건은 Table 1과 같다. Fig. 6에는 유도된 운동방정식으로부터 얻어진 공압제진대 한쪽 모서리 부의

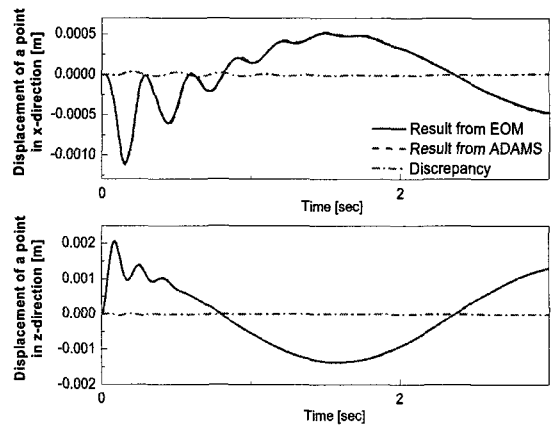


Fig. 6 Comparison of simulation results from the derived EOM and ADAMS

Table 2 Conditions of simulation with two moving masses

Mass of the table	4,400 kg
Dimension of the table	Length : 2 m, Width : 1 m, Thickness : 0.3 m
Stiffness of air spring	$5.7 \times 10^5$ N/m
Damping coefficient of each air spring	$5.7 \times 10^2$ N-s/m
Mass of moving masses	First mass : 400 kg Second mass : 40 kg
Distance of moving masses from the mass center in direction	First mass : 0.35 m Second mass : 0.5 m
Input (displacement of moving masses on the isolation table)	First mass Stroke : 1.4 m Velocity : 0.2 m/s Acceleration : $0.5 \text{ m/s}^2$ Second mass Stroke : 0.6 m Velocity : 0.083 m/s Acceleration : $0.5 \text{ m/s}^2$

응답을 실선으로, ADAMS로부터 얻어진 응답을 점선으로 나타내었으며, 그 차이를 일점쇄선으로 나타내었다. 그래프에서 보는 바와 같이 두 응답은 일치하며, 그 차이는 응답수준에 비하여 작다는 것을 관찰할 수 있다. 따라서, 2장에서 유도된 운동방정식의 타당성을 입증할 수 있다.

### 3.2 모사실험

Table 2는 두 개의 질량이 움직이는 경우에 대한 모사실험 조건으로서 실제 산업현장에서 사용되는 LCD표면 검사장비의 운전조건을 나타낸다. 입력에 해당하는 이동질량의 변위와 속도, 가속도는 일반적인 XY-스테이지의 움직임과 같이 초기 정지 상태에서 가속도를 가지고 움직이기 시작하여 등속운동 구간을 거쳐 다시 목표 지점에서 감속하여 멈춰서는 움직임을 근사화하여 표현하였다. 첫 번째 질량이 x

방향으로 움직이고 그 위에서 y방향으로 움직이는 두 번째 질량이 공압제진대를 대각선으로 이동하게 되는 상황을 입력으로 하였으며, 그에 해당하는 첫 번째 질량의 움직임은 Fig. 7(a)에, 두 번째 질량의 움직임은 Fig. 7(b)에 나타내었다.

Fig. 8은 모사실험의 결과로서 좌측 옆에는 각 방향 회전운동 각변위를 나타내었고 우측 옆에는 각 방향 병진운동의 변위를 나타내었다. 움직이는 질량이 가속도를 가지는 구간 즉, 질량이 출발하거나 멈추는 구간에서 공압제진대의 응답이 큰 변화를 가지며, 수평방향의 병진운동 응답수준이 수직방향의 응답수준보다 크다는 것이 관찰된다. 병진운동을 관찰하면 수평방향 응답이 각각  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$  mm 정도로서  $10^{-3}$  mm 정도의 수직방향 응답보다 크다. 정착시간을 살펴보면 이 모델은 이송부가 정지한 후, 약 1.5초 이후에 최대 응답의 5% 이하로 응답이 감소한다.

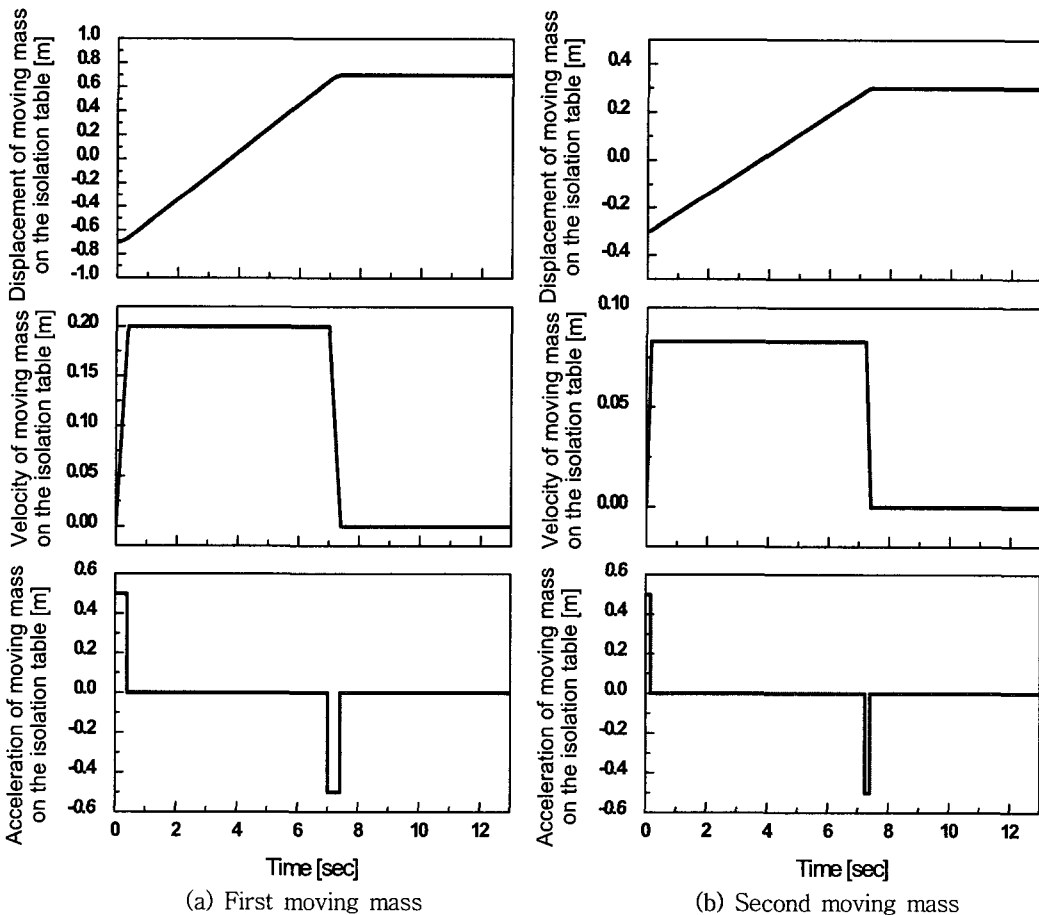
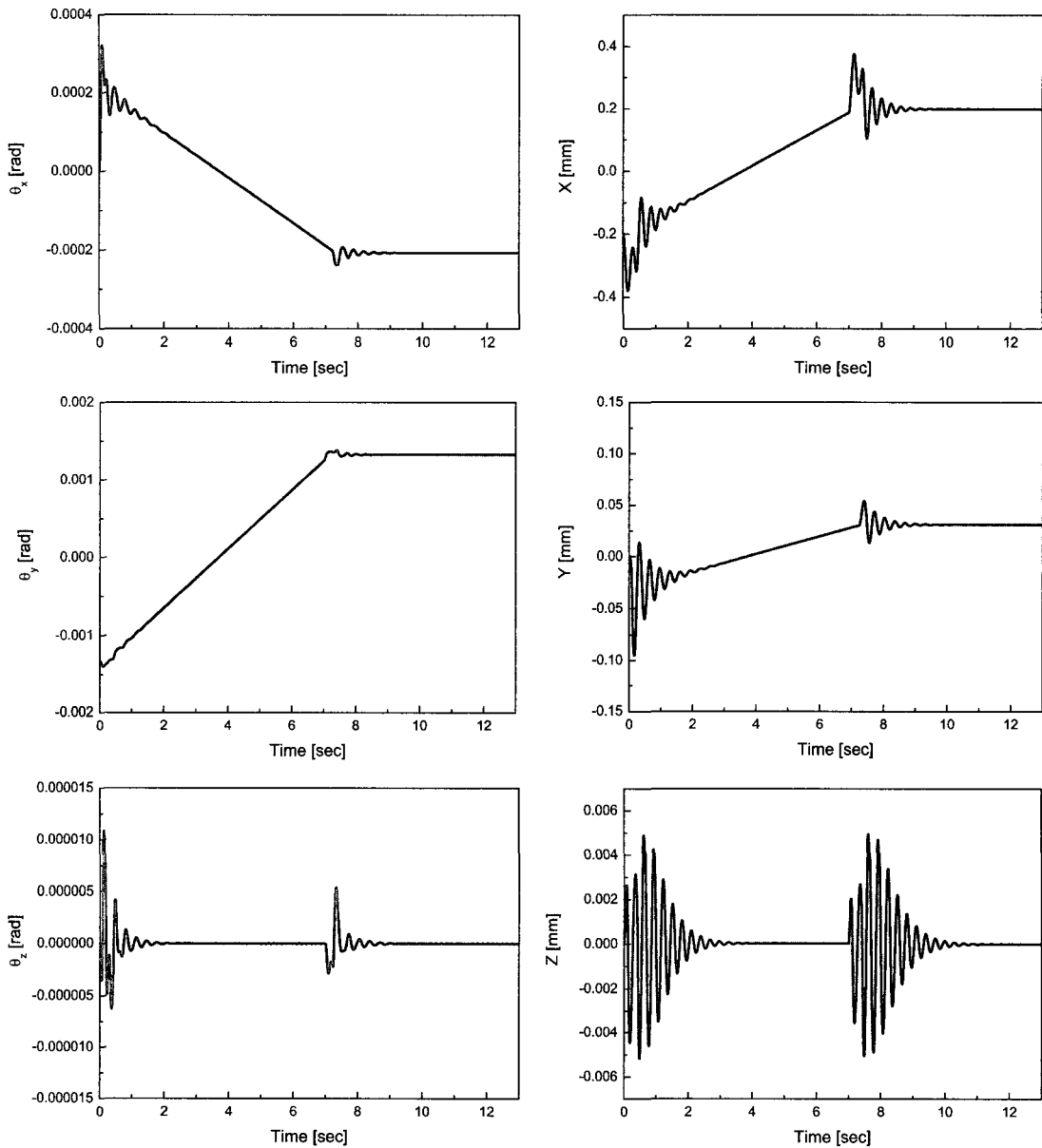


Fig. 7 Input : Displacement, velocity and acceleration of two moving masses



(a) Rotation response

(b) Translation response

Fig. 8 Simulation results with two moving masses

#### 4. 결 론

이 논문에서는 XY-스테이지 같이 움직이는 질량을 포함하는 정밀장비가 공압제진대에 설치되어 작동될 시, 움직이는 질량의 관성력에 의해 공압제진대에 상당한 과도응답이 야기될 수 있음을 지적하였다.

과도응답 예측을 위해 움직이는 질량을 포함한 공

압제진대 전체 계에 대해 6자유도 운동방정식을 수립하였으며, 그 특성을 살펴보았다. 운동방정식을 구성하는 질량, 감쇠, 강성 행렬은 이동질량이 정지해 있을 때는 시불변 행렬이 되나, 이동질량이 움직임을 가질 때는 모두 시변 행렬이 된다. 또한, 질량행렬은 항상 대칭행렬인 반면에 감쇠 및 강성 행렬은 이동질량이 움직임을 가질 때에는 비대칭행렬로 나

타나며, 이동질량이 정지하였을 때는 대칭행렬로 나타난다. 이는 질량의 이동 중에는 전체 시스템이 정적 평형점이 정의되지 않는 동역학 문제가 되기 때문에 나타나는 특성이라는 점을 지적하였다.

마지막으로 유도된 운동방정식으로부터 공압제진대의 과도응답을 룬제-쿠타 법을 이용해 수치적으로 계산할 수 있었다.

향후에는 유도된 운동방정식에 적용될 공기스프링의 수직방향 및 수평방향 동강성계수를 추출하고, 동강성계수가 가지는 동적 변위 입력의 크기 의존성을 시간영역에서 공압제진대의 과도응답 계산 시 적용하는 방법을 개발하여 보다 정확한 과도응답을 계산해 내고자 한다.

후 기

이 연구는 ㈜대일시스템의 지원을 받아 수행되었습니다.

참 고 문 헌

(1) Gordon, C. G., "Generic Vibration Criteria for Vibration-sensitive Equipment", Proceedings of SPIE, San Jose, CA.  
 (2) Ungar, E. E., Sturz, D. H. and Amichk H., 1990, "Vibration Control Desing of High Technology Facilities", Sound and Vibration.

(3) Lee, J.-H., Kim, K.-J., 2007, "Modeling of Nonlinear Complex Stiffness of Dual-chamber Pneumatic Spring for Precision Vibration Isolations", Journal of Sound and Vibration, Vol. 301, pp. 909~926.

(4) Oh, K.-Y., 2006, "The Performance Enhancement of Pneumatic Vibration Isolator in Low Frequency by Time Delay Control", Master's thesis KAIST.

(5) Greenwood, D. T., 2003, "Advanced Dynamics", Cambridge.

(6) Kane, T. R., Levinson, D. A. 1985, "Dynamics : theory and applications", McGraw-Hill.

부 록

2개의 이동질량을 포함하는 6자유도 공압제진대의 운동방정식.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad \{x\} = \begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \\ X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} -m_2 g q_2 + m_2 (h_1 + h_2) \ddot{q}_2 \\ q_1 g (m_1 + m_2) - \ddot{q}_1 [m_1 h_1 + m_2 (h_1 + h_2)] \\ m_2 (q_2 - q_1) \ddot{q}_2 \\ -\ddot{q}_1 (m_1 + m_2) \\ -m_2 \ddot{q}_2 \\ -g (m_1 + m_2) \end{Bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} I_x + m_1 h_1^2 + m_2 [q_2^2 + (h_1 + h_2)^2] & -m_2 q_1 q_2 & -q_1 \{m_1 h_1 + m_2 (h_1 + h_2)\} & 0 & -m_1 h_1 & m_2 q_2 \\ -m_2 q_1 q_2 & I_y + m_1 (q_1^2 + h_1^2) + m_2 [q_1^2 + (h_1 + h_2)^2] & -m_2 (h_1 + h_2) q_2 & m_1 h_1 + m_2 (h_1 + h_2) & 0 & -q_1 (m_1 + m_2) \\ -q_1 \{m_1 h_1 + m_2 (h_1 + h_2)\} & -m_2 (h_1 + h_2) q_2 & I_z + m_1 q_1^2 + m_2 [q_1^2 + q_2^2] & -m_2 q_2 & q_1 (m_1 + m_2) & 0 \\ 0 & m_1 h_1 + m_2 (h_1 + h_2) & -m_2 q_2 & M + m_1 + m_2 & 0 & 0 \\ -m_1 h_1 & 0 & q_1 (m_1 + m_2) & 0 & M + m_1 + m_2 & 0 \\ -m_2 (h_1 + h_2) & -q_1 (m_1 + m_2) & 0 & 0 & 0 & M + m_1 + m_2 \end{bmatrix}$$



$$[C] = \begin{bmatrix} 4W^2c_v + 4h_s^2c_h & -2m_2q_2\dot{q}_1 & -2\dot{q}_1[m_1h_1 + m_2(h_1 + h_2)] & 0 & 4h_sc_h & 0 \\ +2m_2q_2\dot{q}_2 & 4L^2c_v + 4h_s^2c_h & -2m_2(h_1 + h_2)\dot{q}_2 & -4h_sc_h & 0 & 0 \\ -2m_2q_1\dot{q}_2 & +2q_1\dot{q}_1(m_1 + m_2) & 4c_h(W^2 + L^2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +2m_2q_2\dot{q}_2 + 2m_1\dot{q}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4h_sc_h & +2m_2q_1\dot{q}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 4h_sc_h & 0 & -2m_2\dot{q}_2 & 4c_h & 0 & 0 \\ 2m_2\dot{q}_2 & -2\dot{q}_1(m_1 + m_2) & 2\dot{q}_1(m_1 + m_2) & 0 & 4c_h & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 4c_v \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 4W^2k_v + 4h_s^2k_h & -m_2q_2\ddot{q}_2 & -\ddot{q}_1[m_1h_1 + m_2(h_1 + h_2)] & 0 & 4h_sk_h & 0 \\ +m_2q_2\ddot{q}_2 & 4L^2k_v + 4h_s^2k_h & -m_2\ddot{q}_2(h_1 + h_2) & -4h_sk_h & 0 & 0 \\ -m_2q_1\ddot{q}_2 & +q_1\ddot{q}_1(m_1 + m_2) & 4k_h(W^2 + L^2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +m_2q_2\ddot{q}_2 + q_1\ddot{q}_1(m_1 + m_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4h_sk_h & -m_2\ddot{q}_2 & 4k_h & 0 & 0 \\ 4h_sk_h & 0 & \ddot{q}_1(m_1 + m_2) & 0 & 4k_h & 0 \\ m_2\ddot{q}_2 & -\ddot{q}_1(m_1 + m_2) & 0 & 0 & 0 & 4k_v \end{bmatrix}$$

$k_v, c_v$ : 수직방향(vertical) 강성, 감쇠계수  
 $k_h, c_h$ : 수평방향(horizontal) 강성, 감쇠계수  
 $m_1, m_2$ : 첫 번째, 두 번째 이송부의 질량  
 $q_1, q_2$ : 첫 번째, 두 번째 이송부의 정반 위에서의 변위

$h_1, h_2$ : 무게중심으로부터 첫 번째, 두 번째 이송부  
 까지의 높이  
 $W, L$ : 무게중심으로부터 공기 스프링까지의 x, y방  
 향 거리