

## 고가사다리차의 알루미늄 붐 형상의 최적설계에 관한 연구

김홍건\*, 나석찬<sup>+</sup>, 홍동표<sup>++</sup>, 조남익<sup>+++</sup>  
(논문접수일 2007. 1. 24, 심사완료일 2007. 4. 2)

### A Study on the Optimal Design for Aluminum Boom Shape in High Ladder Vehicles

Kim Hong-Gun\*, Nah Seok-Chan<sup>+</sup>, Hong Dong-Pyo<sup>++</sup>, Cho Nam-Ik<sup>+++</sup>

#### Abstract

An Optimal shape design of the boom system in high ladder vehicles is performed using 3-D finite element method (FEM). Results of structural analyses providing displacements, stresses are implemented for the optimum shape design. Lanczos algorithm is used for the modal analysis in order to find natural frequencies. The optimal shape including cross sectional thickness and length of the boom system is controlled by the subproblem method based on displacement and Von Mises stress. It is found that a plenty of materials can be saved by using shape design optimization in high ladder vehicles. It is also found that the natural frequency is increased until 6th mode and maintained similarly or decreased after 6th mode.

**Key Words** : Shape Design Optimization(형상최적설계), High Ladder Vehicle(고가사다리차), Finite Element Method(유한요소법), Lanczos Algorithm(란초스 알고리즘), Natural Frequency(고유진동수)

## 1. 서론

도시화 과정에서 건축물의 시공 면적이 부족하여 공간을 평면적인 형상보다는 입체적으로 설계하여 건물이 고층화되어 가고 있다. 따라서 고층화된 건물의 비품, 이삿짐, 화물

및 기타 자재 등을 이송, 운반하는데 많은 인력과 시간이 소요되기 때문에 신속하게 이송, 운반할 수 있는 이삿짐용 고가사다리차의 필요성이 절실하게 되었다. 그러나 철 제품을 이용하여 사다리차를 제작하게 되면 철재 재료의 중량이 크기 때문에 차량 또한 대형화 될 수밖에 없다.

\* 전주대학교 기계자동차공학과 (hkim@jj.ac.kr)  
주소: 560-759 전북 전주시 완산구 효자동 3가 1200번지  
+ 전주대학교 공학기술종합연구소  
++ 전북대학교 기계공학부  
+++ 전주비전대학 컴퓨터응용기계과 교수

그러므로 좁은 공간을 이용하는 이삿짐용으로는 부적합하며 이러한 중량적인 문제점을 해결하기 위한 대안으로 제시된 것이 철재 재료보다는 중량이 1/3인 알루미늄 재료의 붐을 사용한 고가사다리차의 제작 필요성이 나타났고 그에 따른 알루미늄 붐 고가사다리차의 기구학적 안전도를 검토하여 신뢰성을 줄 수 있는 설계가 필요하게 되었다.

그러므로 초기설계 단계에서 알루미늄 붐 고가사다리차를 구동하고 작동시키는 유압시스템 기술과 알루미늄 붐의 구조 및 강도의 설계가 최상의 조건을 만족하는가를 검증하여야 한다. 또한 알루미늄 붐 고가 사다리차의 사용 시 중량이동에 따른 진동 및 비틀림 발생 등을 고려하여 검토한 후 고가사다리차에 알맞은 유압 시스템, 기계적 구조 및 부품 등을 적절히 선정, 소비자가 신뢰하고 안전하게 사용할 수 있는 알루미늄 고가사다리차를 개발하여야 한다. 이로써 알루미늄 붐 고가사다리차의 사용으로 안정성과 시간, 인력의 커다란 절감효과도 기대할 수 있으며, 초기설계 단계에서 현재의 경험적 방법과 고가사다리차에 부과되는 최대부하의 한계성을 극복한 이론적이며 과학적인 최상의 조건을 정립하여야만 최적의 고가사다리차의 개발이 가능하다. 초고층용 사다리차는 동적 작업을 많이 수행하는 장비이므로 정·동적 강도 및 구조역학 계산이 필수적이다. 이미 유럽, 미국 및 일본에서는 알루미늄 소재를 이용한 고가사다리차에 관한 연구가 진행되고 있다.

이에 따라서 본 논문에서는 3차원 유한요소법<sup>(1)</sup>을 활용한 컴퓨터 시뮬레이션으로 강도 및 구조역학 계산을 실시하고 그에 따른 안정성이 허용하는 범위에서 형상최적설계를 수행하였다<sup>(2)</sup>. 정·동적 하중에 의한 각 부재의 응력 및 변위 등을 산출하여 부재의 힘에 대한 안정도를 평가하고<sup>(3)</sup> 최종적으로 초고층용 고가사다리차의 최적설계를 하고자한다. 고가사다리차의 알루미늄 붐대의 형상최적설계는 근사부문제법을 적용하여 제약조건으로 최대처짐과 주응력을 고려하여 수행하였다<sup>(4)</sup>. 또한 붐대가 작업도중 영향을 외부조건 즉 바람 등에 의한 변형에 대비하여 진동 모드해석을 수행하였으며<sup>(5)</sup> 이 때 란초스 알고리즘<sup>(6)</sup>을 적용하여 10차에 걸쳐 모드를 해석하였다<sup>(7)</sup>.

## 2. 근사부문제법에 의한 최적설계 절차

형상최적설계를 위하여 적용하는 알고리즘 근사부문제법은 우선 근사치에  $\wedge$ 표시를 하면 우선 목적함수에 관하여는 다음의 식 (1)과 같이 된다.

$$\hat{f}(x) = f(x) + Er \tag{1}$$

여기서 Er은 오차를 의미한다. 마찬가지로 상태변수  $g, h, w$ 는 다음의 식 (2)에서 (4)까지로 된다.

$$\hat{g}(x) = g(x) + Er \tag{2}$$

$$\hat{h}(x) = h(x) + Er \tag{3}$$

$$\hat{w}(x) = w(x) + Er \tag{4}$$

또 목적함수를 최소화하기 위한 제약조건 최소화문제 함수는 식 (5)와 같고 식 (6)~(9)는 각각의 상태변수를 만족할 수 있는 제약조건을 다음과 같이 나타내고 있다.

$$\text{Minimize,} \quad \hat{f} = \hat{f}(x) \tag{5}$$

Subject to,

$$x_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \quad (i=1,2,3,\dots,n) \tag{6}$$

$$\hat{g}_i(X) \leq \bar{g}_i + \alpha_i \quad (i=1,2,3,\dots,m_1) \tag{7}$$

$$\hat{h}_i - \beta_i \leq \hat{h}_i(X) \quad (i=1,2,3,\dots,m_2) \tag{8}$$

$$\underline{w}_i - r_i \leq \hat{w}_i(X) \leq \bar{w}_i + \gamma_i \quad (i=1,2,3,\dots,m_3) \tag{9}$$

이러한 근사부문제법은 수렴조건을 만족하거나 반복설정이 끝날 때까지 계속된다. 여기서  $\hat{f}$  및  $g$  각각 목적함수 및 설계변수의 공차라 하면 수렴조건은 식 (10)~(13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$|f^{(j)} - f^{(j-1)}| \leq \tau \tag{10}$$

$$|f^{(j)} - f^{(b)}| \leq \tau \tag{11}$$

$$|x_i^{(j)} - x_i^{(j-1)}| \leq \rho_i \quad (i=1,2,3,\dots,n) \tag{12}$$

$$|x_i^{(j)} - x_i^{(b)}| \leq \rho_i \quad (i=1,2,3,\dots,n) \tag{13}$$

## 3. 란초스 알고리즘에 의한 모드 해석

란초스 알고리즘(Lanczos Algorithm)에 의한 고유치 해석에는 일반적으로 사용되는 모드추출방법에는 란초스(Lanczos) 축차해법, 부공간(Subspace Iteration) 축차해법, Reduced 해법, Damped 해법, Unsymmetric 해법 등이 있다. 고유치 해석은 근본적으로 축차에 의해 이루어지고 있으며, 전 시스템의 고유치보다는 그중 극히 작은 수의 일부 고유치들에 관심이 있는 경우가 대부분이며, 이에 적합한 부공간 축차법(Subspace Iteration Method)이나 Lanczos 축차 해법이 가장 많이 사용되고 있다<sup>(8,9)</sup>.

부공간축차법은 공학해석에서 가장 많이 이용되고 있는

고유치 해법이며, 대형 시스템의 일부 고유치와 해당 고유벡터를 구하는 방법이다. 부공간축차법은 근본적으로 다음 세 과정을 반복하여 고유치를 계산한다. 구하고자 하는 고유치 수보다 적당히 큰 부공간 크기를 정하고 초기벡터를 근사한다. 동시역축차법을 이용하여 현재 근사공간에서 가장 좋은 근사고유치와 고유벡터를 구한다. 최근 수렴을 가속화시키기 위한 연구, 초기벡터를 효율적으로 구하는 연구, 란초스 방법과의 복합을 위한 연구 등도 이루어지고 있다. 란초스 방법(2)은 변환에 의해 행렬을 삼대각행렬(Tri-Diagonal Matrix)로 만들고, 이로부터 고유치와 고유벡터를 계산하는 방법이다. 실제 이용 시에는 컴퓨터 실수표현의 한계로 인해 란초스 벡터의 수직성이 훼손된다는 것이 단점으로 이를 해결하기 위한 여러 가지 방법들이 제안되었다. 또 중근 고유치를 놓칠 가능성이 있다는 점, 중근 아닌 고유치가 복사될 수 있다는 점 등이 이 방법의 단점으로 언급되고 있다. 대각 질량행렬의 문제에 대해 란초스방법과 부공간 축차법의 효율을 비교한 연구에서는 란초스방법의 효율이 상대적으로 우수하고 구하는 고유치 개수가 많아질수록 그 차이가 커지는 것으로 나타났다. 따라서 신뢰성과 효율성을 만족시키기 위해서 본 논문에서는 란초스 알고리즘을 사용한 모드추출 방법을 사용하였으며, 이 알고리즘은 다음과 같다.

또 란초스 알고리즘은 시스템행렬을 삼대각행렬(Tridiagonal Matrix)로 변환시킴으로써 모드 형상벡터가 최초의 두 벡터와 직교성을 만족시키도록 하는 것이다. 해석에 이용하기 위하여 하중벡터{P}는 하중분포를 나타내는 Load Distribution Vector {R}과 시간의 함수(Amplitude Function) f(t)로 분리한다. 첫 번째 벡터는 시스템의 정적 평형방정식으로부터 다음과 같이 만들어진다.

$$[K]\{q_1\}=\{R\} \quad (14)$$

여기서,  $\{q_1\}=[K]^{-1}\{R\}$ 이다. 만들어진 벡터는 질량행렬에 대해 직교하도록 정규화된다.

$$\{\psi_1\}=\frac{1}{\beta_1}q_1 \quad (15)$$

여기서,  $\beta_1 = \sqrt{\{q_1\}^T [M] \{q_1\}}$ 이다. 두 번째 이후의 모드 형상들은 시스템이 바로 앞에서 만들어진 모드형상으로 진동할 때 발생하는 관성력에 의해 생기는 정적 처짐으로부터 다음과 같이 만들어진다.

$$[K]\{q_2\}=[M]\{\psi_1\} \quad (16)$$

$$\begin{Bmatrix} \sim \\ q_2 \end{Bmatrix} = \{q_2\} - \alpha_1 \{\psi_1\} \quad (17)$$

여기서  $\alpha_1$ 은 두 번째 벡터가 앞의 벡터와 질량행렬에 대해 직교성을 갖기 위한 계수로서 Gram-Schmidt의 직교화 과정에서 만들어진다.

$$\alpha_1 = \{\psi_1\}^T [M] \{q_2\} \quad (18)$$

$$\{\psi_2\} = \frac{1}{\beta_2} \begin{Bmatrix} \sim \\ q_2 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

여기서  $\beta_2 = \sqrt{\left\{ \begin{Bmatrix} \sim \\ q_2 \end{Bmatrix} \right\}^T [M] \left\{ \begin{Bmatrix} \sim \\ q_2 \end{Bmatrix} \right\}}$ 이다.

또 세 번째 벡터는 다음과 같다.

$$[K]\{q_3\}=[M]\{\psi_2\} \quad (20)$$

$$\begin{Bmatrix} \sim \\ q_3 \end{Bmatrix} = \{q_3\} - \alpha_2 \{\psi_2\} - \beta_2 \{\psi_1\} \quad (21)$$

여기서  $\alpha_2 = \{\psi_2\}^T [M] \{q_3\}$   
 $\beta_2 = \{\psi_2\}^T [M] \{q_3\}$

이 되며 세 번째 벡터가 첫 번째 벡터와 직교성을 갖기 위한 계수  $\beta_2$ 가 두 번째 벡터의 Normalization Factor와 일치한다.

$$\{\psi_3\} = \frac{1}{\beta_3} \begin{Bmatrix} \sim \\ q_3 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

여기서  $\beta_3 = \sqrt{\left\{ \begin{Bmatrix} \sim \\ q_3 \end{Bmatrix} \right\}^T [M] \left\{ \begin{Bmatrix} \sim \\ q_3 \end{Bmatrix} \right\}}$ 이다.

네 번째 벡터는 다음과 같다.

$$[K]\{q_4\}=[M]\{\psi_3\} \quad (23)$$

$$\begin{Bmatrix} \sim \\ q_4 \end{Bmatrix} = \{q_4\} - \alpha_3 \{\psi_3\} - \beta_3 \{\psi_2\} - \gamma_3 \{\psi_1\} \quad (24)$$

여기서  $\alpha_3 = \{\psi_3\}^T [M] \{q_4\}$   
 $\beta_3 = \{\psi_2\}^T [M] \{q_4\}$   
 $\gamma_3 = \{\psi_1\}^T [M] \{q_4\}$

$$\{\psi_4\} = \frac{1}{\beta_4} \begin{Bmatrix} \sim \\ q_4 \end{Bmatrix} \quad (25)$$

이 되며  $\beta_4 = \sqrt{\left\{ \begin{matrix} \sim \\ q_4 \end{matrix} \right\}^T [M] \left\{ \begin{matrix} \sim \\ q_4 \end{matrix} \right\}}$  이 된다.

이 때  $\beta_3$ 는 세 번째 벡터의 Normalization Factor와 동일하다. 여기서 이 방법의 중요한 장점이 나타나는데 그것은  $\gamma_3$ 가 0(Zero)이 됨을 간단한 행렬 연산에 의해 확인할 수 있다는 것이다.

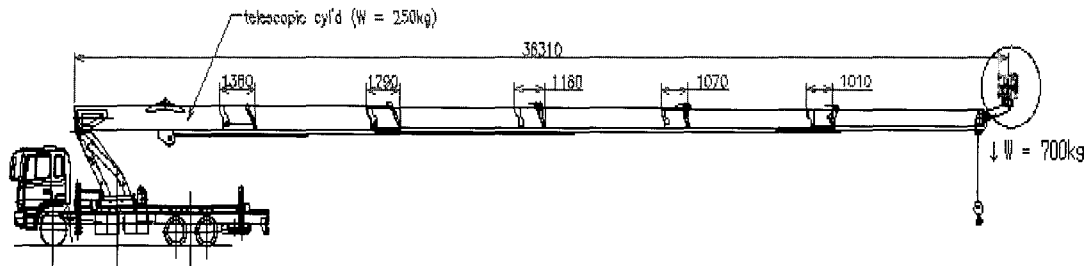
이는 세 번째 벡터가 첫 번째 벡터와 자동적으로 직교조건을 만족함을 의미하며, 따라서 Gram-Schmidt 과정을 다시 적용할 필요가 없음을 보여준다.

계속하여 추후에 만들어지는 벡터는 앞의 절차와 같이 단지 두 벡터에 대하여만 직교하도록 만들어지며, 그렇게 만들어진 벡터는 그 이전의 모든 벡터들과는 자동적으로 직교조건을 만족하는 매우 편리한 형태의 모드 형상 벡터가 만들어지게 된다.

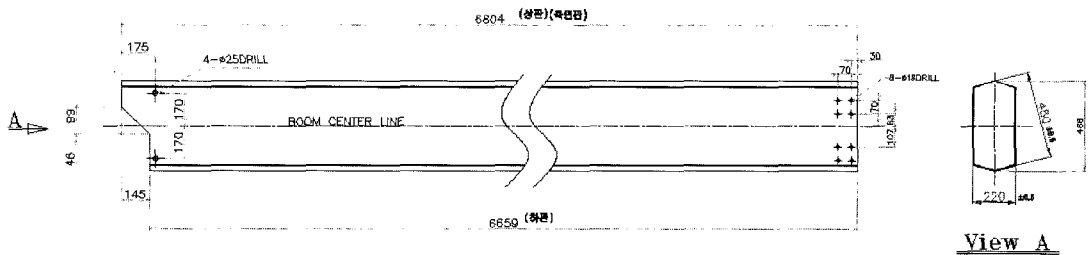
#### 4. 결과 및 고찰

형상최적설계의 수행을 위하여 Fig. 1과 같이 기존의 고가 사다리차의 설계를 바탕으로 고가사다리차에 사용되는 1st Box Ass'y의 단면을 사용하여 외팔보로 가정하고 Fig. 2 (a)에서 보는 바와 같이 초기모델을 모델링하였다. 이 모델

은 직사각형을 갖는 3차원 외팔보로 총 붐의 길이 L=36.3m, 고정단의 단면높이 H1=0.7m, 단면 폭 B1=0.32m이며 끝단의 단면높이도 H2=0.7m, 단면 폭 B2=0.32m 모델링하였다. 이 고가 사다리차는 작업시 자중이나 짐의 적재 하중에 의해 처짐이 발생한다. 이 처짐이 주변 환경이나 바람의 영향으로 일정 범위를 벗어나면 거동이 불안정해질 가능성이 매우 크다. 따라서 처짐이 일정 범위를 벗어나지 않게 하기 위해서 최대 적재하중과 자중에 의한 처짐을 고려하였다. 따라서 초기설계시 제시한 최대 적재하중 700kg과 자중을 외팔보(Cantilever Boom) 끝단에 가하여 유한요소법을 활용하여 최대 주응력 및 처짐량을 해석하였다. 유한요소해석 시 요구되는 물성치는 붐의 강도 및 강성 경량화에 맞는 Al(#70)의 고장력 특수 알루미늄 합금을 사용하였고, 재료의 물성치로 Young's Modulus(E)는 72E9 N/m<sup>2</sup>, Density( $\rho$ )는 2800 kg/m<sup>3</sup>, Poisson's Ratio( $\nu$ )는 0.33을 사용하였다. Fig. 2 (b)는 3-D 유한요소모델에 요소망(Mesh) 생성작업을 수행한 결과를 나타내고 있다. 위와 같은 조건으로 유한요소해석을 실시한 결과, 붐대에 작용하는 상태변수는 Fig. 2 (c)와 같이 최대주응력은 0.115 GPa 최대처짐은 1.286m를 보였다. 위에서 구한 결과 값을 활용하여 제약조건을 제시하고 근사부 문제법에 의한 3차원 외팔보 유한요소모델의 형상최적설계

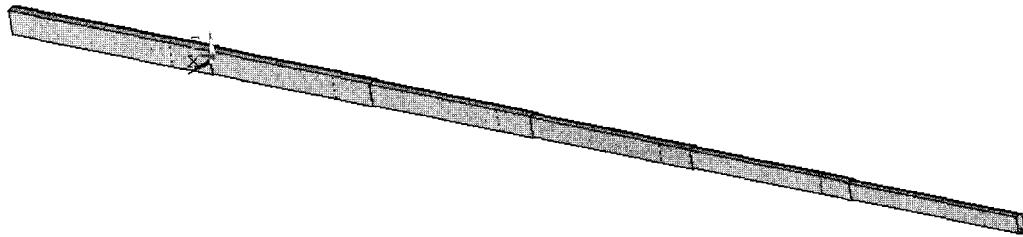


(a) Maximum Length of Boom system

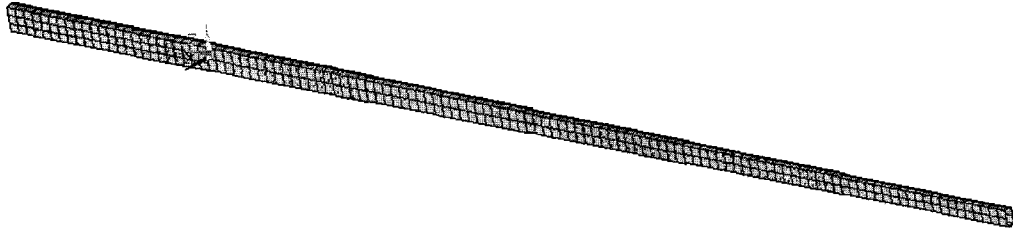


(b) 6th Box Ass'y of Boom System in High Ladder Vehicle

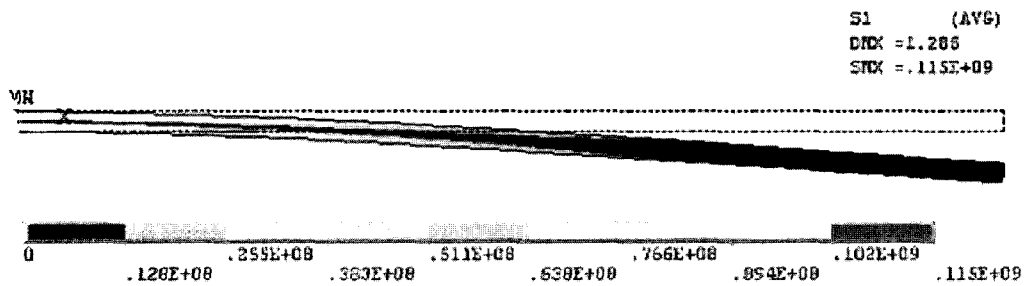
Fig. 1 Drawing of the aluminum boom system of high ladder vehicle



(a) Finite element model of the boom system in high ladder vehicle



(b) Finite element meshes of the boom system in high ladder vehicle



(c) Deformed shape and stress of the boom system in high ladder vehicle

Fig. 2 Structural analysis of the boom system in high ladder vehicle

를 수행하였고 그에 따른 최적설계 문제의 정식화는 다음과 같다.

목적함수(Objective Function),

$$\hat{f}_i(x) = f_i(x) + Er, \quad i=1 \sim 30 \quad (26)$$

설계변수(design variable),

$$0.3 \leq H2 \leq \overline{0.7} \quad (27)$$

$$0.1 \leq B2 \leq \overline{0.32}$$

최소화조건(min),

$$\hat{f}(B2, H2) = (B2 \times H2) + Er \quad (28)$$

제약조건(subject to),

$$\sigma_{\max} \leq 8.5 \text{MPa} \quad (29)$$

$$\delta_{\max} \leq |1.28| \text{m}$$

식 (26)과 같이 근사부문제법에 의한 3차원 고가사다리차 붐 시스템의 형상최적설계를 위해 목적함수의 수렴조건으로 총 반복횟수는 30회로 설정하였다. 그러나 10회 반복 후 Fig. 3과 같은 수렴 결과가 도출되었다. 이 때 붐 시스템의 상태변수 결과 값으로는 최대 처짐은 1.241m이고, 최대주응력 89.1MPa을 나타내었다. 또한 붐 시스템 끝단면의 형상 설계변수, 단면높이 H2는 0.7m에서 0.38m으로 단면폭 B2는 0.32m에서 0.10m로 감소되었다.

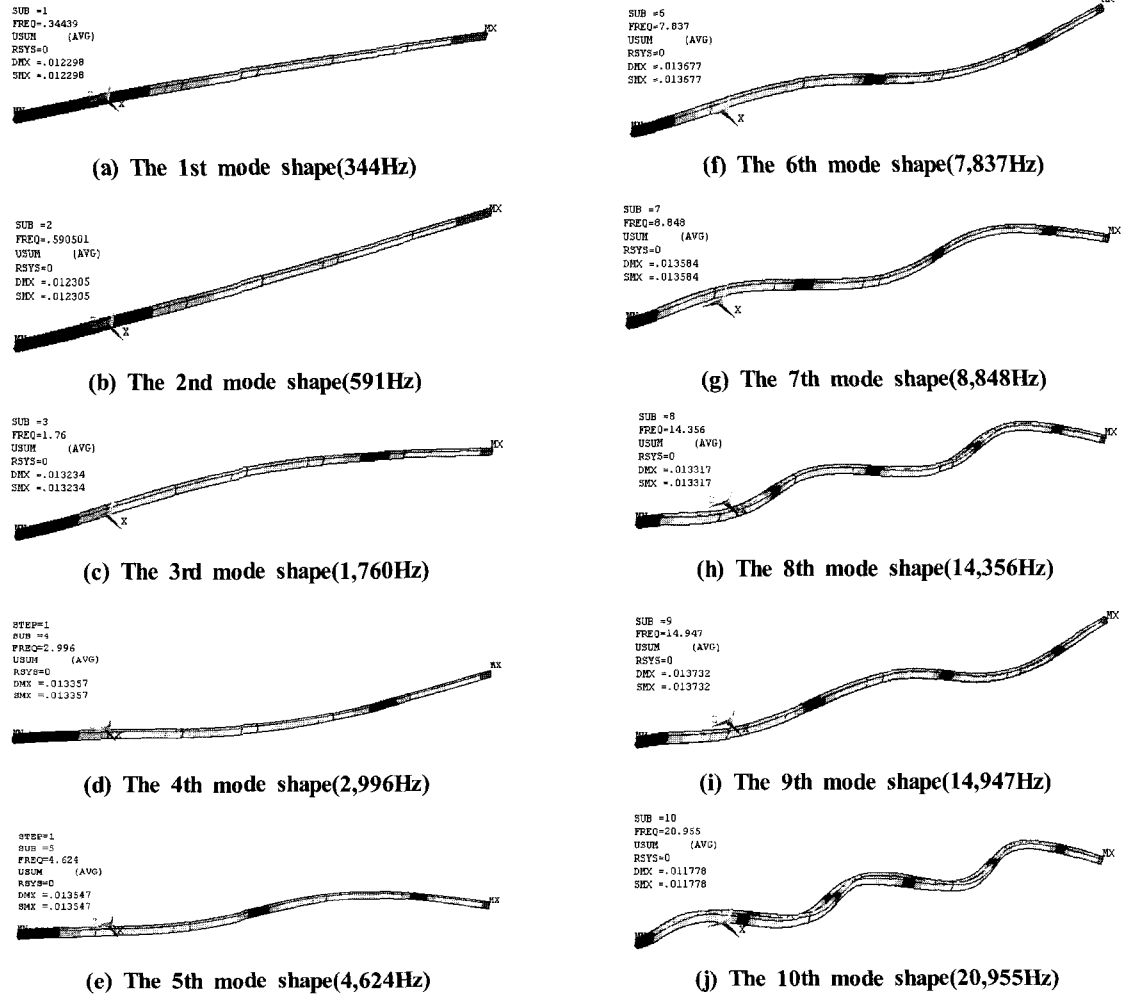


Fig. 4 Mode shapes of the boom system

알루미늄 붐시스템 모드해석은 고가사다리차의 특성상 외부 환경(주변환경, 바람등)의 영향을 고려하지 않을 수 없기 때문에 같은 유한요소모델을 이용한 고유치 산출의 축차해법인 란초스 알고리즘을 사용하여 총 10개의 고유진동주파수를 도출하였다.

고가사다리차 시스템의 고유진동모드 해석 결과는 Fig. 5의 (a)~(j)에서 보이고 있다. 이 때 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS를 이용한 해석결과는 6차 모드에서 최대변형량이 0.01367m를 보이고 있으며, 최소변형량은 0.01178mm를 보였다<sup>(10)</sup>.

## 5. 결론

본 논문에서는 초경량 알루미늄 고가사다리차 붐 시스템을 3차원 유한요소법을 활용한 구조해석을 실시하고, 단면의 형상최적설계를 위하여 근사부문제 알고리즘을 적용하여 도출하였다. 고유진동수를 도출하기 위하여 란초스 축차해법을 10차에 걸쳐 모드 해석을 수행하였다. 알루미늄 붐대 고가사다리차의 성능을 최적화 하는 설계기술 및 시뮬레이션의 개발로 응용 기술을 활용하여 용도의 다양화 및 유사장비의 개발이 가능해졌으며 응력시험을 기초로 하여 향후의 설계나 부분적인 개선 등에 보다 향상된 방법의 구상이나

적용 등이 더욱 활발해지리라 사료된다.

- (1) 유한요소법을 이용한 해석결과 6단 고가 사다리차 붐 시스템의 최대응력은 고정단에서 나타나고 있으며 그때의 값은 최대처짐은 1.221m, 최대주응력은 107MPa를 나타내었다. 최대처짐량 값은 허용 안전을 범위내에 있으므로 이 고가사다리차의 붐 시스템의 안전성을 신뢰할 수 있고 최대응력이 발생하는 붐 겹침 상단부분에 보완 설비를 하는 것이 적절하다.
- (2) 란초스 축차해법에 의한 해석결과 고가 사다리차 붐 시스템의 주된 응답은 (1~10차 모드) 범위 내에서 발생한 주파수를 제시하였다.
- (3) 최대 변형량의 크기는 6차 모드에서 0.01367m를 보이고 있으며 허용 최대처짐량 적게 나타나므로 동적으로 큰 문제를 발생시키지 않는 범위 내에 있다는 결론을 얻을 수 있었다.

### 참 고 문 헌

- (1) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, New York.
- (2) Park, Y. S. and Park, G. J., 1997, "A Development of Move Limit Strategy Based on the Accuracy of Approximation for Structural Optimization," *Journal of the Korea Society of Mechanical Engineers*, Vol. 21, No. 8, pp. 1218~1228.
- (3) Cook, R. D., Malkua, D. S. and Plesha, M. E., 1989, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*,

- John Wiley and Sons 3rd Ed., NewYork, pp. 163~295.
- (4) Kim, H. G., Yang, S. M., Noh, H. G., Nah, S. C., You, K. H. and Cho, N. I., 2003, "A Study on the Optimal Shape Design of 2-D Structures," *KSMTE*, Vol. 12, No. 2, pp. 9~16.
- (5) Shim, J. S, Hwang, E. S. and Park, Th. H., 1995, "Structural Dynamic Analysis by Ritz Vector Method Modified with Lanzos Algorithm," *COSEIK*, Vol. 8, No. 4, pp. 181~187.
- (6) Kim, H. G., Nah, S. C., Kim, S. C., Kang, Y. W., Yang, G. E., Lee, H. K. and Choi, M. C., 2004, "A Study on the Dynamic Analysis in the Shaft of Turbo-Blower for Fuel Cell," *KSMTE*, Vol. 13, pp. 81~87.
- (7) Park, J. H. and Yoo, H. H., 1997, "Vibration Analysis and Experimental Study for Rotating Structures," *KSME(A)*, Vol. 21, No. 2, pp. 272~280.
- (8) Kim, H. G., Nah, S. C., Kim, S. C., Kang, Y. W., Yang, G. E., Lee, H. K. and Choi, M. C., 2004, "A Study on the Dynamic Analysis in the Shaft of Turbo-Blower for Fuel Cell," *KSMTE*, Vol. 13, No. 1, pp. 81~87.
- (9) Lee, B. C. and Oh, S. H., 1996, "A Study on the Development of an Efficient Subspace Iteration Method," *KSME(A)*, Vol. 21, No. 11, pp. 1852~1861.
- (10) Konke, P., 1995, *ANSYS User's Manual*.