

Servo Track Writer 의 Settling Control 을 위한 Feedforward 제어 입력의 최적 설계

Optimal Design of Feedforward Control Input for Settling Control in Servo Track Writer

윤재상*, 이충우**, 강현재*, 정정주†, 서상민***, 오동호***, 이호성***
Jae Sang Yun*, Choong Woo Lee**, Hyun Jae Kang*, Chung Choo Chung†,
Sang Min Suh***, Dong Ho Oh*** and Ho Sung Lee***

Abstract

최근 Hard Disk Drive(HDD)는 컴퓨터 산업의 발달과 함께 멀티미디어 어플리케이션의 요구에 따라 대용량화 추세에 있다. 이러한 대용량 HDD 는 고밀도, 고정밀의 track 정보가 필요하게 되고, 이는 HDD 생산에 고속, 고정밀의 Servo Track Writer(STW)를 필요로 하게 되었다. 그러나, 기존의 STW 는 PID 제어기에 공진 모드 제거를 위한 notch filter 를 사용하기 때문에 고속화에는 한계가 있어 track 정보를 기록하는 생산시간의 단축이 어렵다. 본 논문에서는 이를 위하여 기존의 STW 에 공진 모드의 여기를 최소화하기 위해 제어 입력의 profile 을 설계하는데 convex optimization 을 이용한 최적화 기법을 사용하였다. 이렇게 설계된 제어 입력은 플랜트의 공진 모드가 존재하는 주파수 대역에 에너지를 최소화시켜 공진 모드의 영향을 적게 받는다. 그 결과로 빠른 settling time 과 위치 정밀도가 향상된다. 그 효과는 모의 실험을 통해 검증하였다.

Key Words : HDD, STW, Feedforward, Convex optimization

1. 서론

최근 Hard Disk Drive(HDD)는 컴퓨터 산업의 발달과 함께 멀티미디어 어플리케이션의 요구에 따라 대용량화 추세에 있다. 현재 HDD 의 inch 당 track 수는 200K 이상 증가하고 있다[1]. 이러한 대용량 HDD 는 고밀도, 고정밀의 track 정보가 필요하게 되고, 이는 HDD 의 생산에 고속, 고정밀의 Servo Track Writer(STW)를 필요로 하게 되었다. 그러나, 기존의 STW 는 PID 제어기에 공진 모드제거를 위한 notch filter 를 사용하기 때문에 고속화에는 한계가 있어 track 정보를 기록하는

생산시간의 단축이 어렵다.

이렇게 플랜트의 공진 모드 때문에 생기는 vibration 을 없애기 위하여 HDD 에 대하여 몇 가지 방법들이 제안되어왔다. HDD 의 seek control 에서 vibration 을 최소화시키는 SMART control 기법 [2], Band Reject Filter(BRF)를 사용하여 제어 입력이 특정 주파수 대역에서 에너지를 갖지 않도록 하는 기법[3], LMI constraint 를 이용하여 공진이 존재하는 주파수 대역의 에너지에 제한을 주어 제어 입력을 generation 하는 기법[4], [5]이 그것이다.

본 논문에서는 이 문제를 해결하기 위하여 기존의 STW 에 공진 모드의 여기를 최소화 하기 위해 제어 입력의 profile 을 설계하는데 convex optimization 을 이용한 최적화 기법을 사용하였다. 그러나, HDD 는 일반적으로 random seek 를 하므로 제어 입력 에너지의 주파수가 일정하지 않지만, STW 는 seek pattern 이 고정되어 비교적 일정한 주파수 대역에 제어 입력 에너지가 존재하

† 한양대학교 전기제어생체공학부

E-mail : cchung@hanyang.ac.kr

* 한양대학교 전기공학과

** 한양대학교 전자통신컴퓨터공학과

*** 삼성전자 스토리지 사업부

논문접수일 (2007년 1월 10일)

로 더 효율적으로 적용된다.

제안된 방식은 빠른 settling time 과 위치 정밀도를 향상시킴을 모의 실험을 통하여 검증하였다.

2. 플랜트 모델링

2 장에서는 플랜트의 특성에 대해 설명하고, 그 특성을 고려하여 모의 실험에 맞는 플랜트 모델을 구성한다.

모의 실험의 플랜트는 servo track writing 을 위한 초정밀 positioning 시스템이다. 또한, double integrator 에 1 차 공진을 가지며, bearing 과 마찰 등에 의한 저주파에서의 이득 감소 현상이 존재한다. Positioner 는 특정 범위의 각을 회전하는 일반적인 VCM 모터이다. 즉, 모델링은 VCM 모터와 동일하므로, 기계적인 모델링과 1 차 공진 모드를 포함한 모델은 식 (1)과 같다.

$$P(s) = \frac{K_t}{J_m s^2} \cdot \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} \quad (1)$$

여기서 parameter 는 다음과 같다.

$$K_t : \text{Torque constant}, \quad J_m : \text{Inertia}, \\ \zeta : \text{Damping}, \quad w_n : \text{Resonance Frequency}$$

연속 시간 모델을 구하면 Fig. 1 과 같다. 실제 플랜트는 HP35670A Dynamic Signal Analyzer(DSA) 를 사용하여 측정한 것이고, plant model $P(s)$ 는 식 (1)과 같으며, nominal plant model $P_n(s)$ 은 식 (1)의 $P(s)$ 에서 1 차 공진 모드를 제외한 것으로 식 (2)와 같다.

$$P_n(s) = \frac{K_t}{J_m s^2} \quad (2)$$

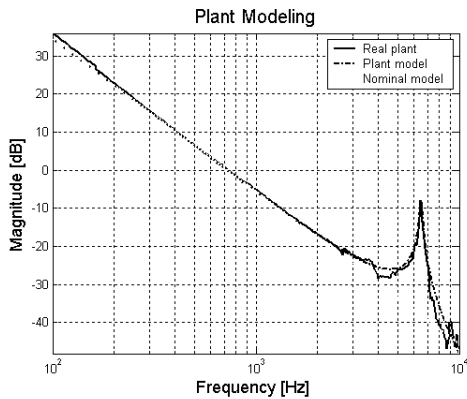


Fig. 1 Frequency response of the plant

3. 제어기 설계

3 장에서는 제어입력과 기준입력신호를 설계하

는 과정을 기술한다. 설계과정에 대한 자세한 내용은 [4],[6]에 설명되어 있다.

3.1 Final-state Control

상태 변수 $x[k] \in \mathbb{R}^n$, 제어 입력 $u[k] \in \mathbb{R}$ 인 선형 이산시간 시스템의 상태공간 모델은 다음과 같다.

$$x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] \quad (3)$$

이 때, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 이다. 식 (3)에서 (A, B) 가 제어 가능하다면 초기 상태 $x[0] = x_0$ 부터 마지막 상태 $x[N] = x_{des}$ 가 정해지면 제어 입력 $u[k]$ 를 구할 수 있다. 하지만, 제어 입력 $u[k]$ 는 유일하지 않으므로 식 (4)와 같이 전체 에너지를 최소화시키도록 선정한다.

$$\min \sum_{k=0}^{N-1} u[k]^2 \quad (4)$$

우선, U 를 식 (5),(6)과 같이 입력 신호의 stack 으로 정의하고,

$$U = [u[0] \ u[1] \ \dots \ u[N-1]]^T \quad (5)$$

$$\Sigma = [A^{N-1}B \ A^{N-2}B \ \dots \ B] \quad (6)$$

식 (3)에서 U 의 linear equality constraint 를 구할 수 있다.

$$\Sigma U = x_{des} - A^N x_0 \quad (7)$$

식 (7)에서 식 (4)와 같이 에너지를 최소화시키는 제어 입력 U 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$U = \Sigma^T (\Sigma \Sigma^T)^{-1} (x_{des} - A^N x_0) \quad (8)$$

3.2 절과 3.3 절에서는 input constraint 와 frequency constraint 에 대해 설명한다.

3.2 Input constraint 를 고려한 설계

우선, 상태 변수 $x[k]$ 와 제어 입력 신호 $u[k]$ 에 관계 있는 새로운 변수 $z[k]$ 를 획득한다.

$$z[k] = C_z x[k] + D_z u[k] \quad (9)$$

이것을 U 에 관한 linear inequality constraint 로 표현하기 위하여 다음과 같이 정의하고,

$$Z = [z[0] \ z[1] \ \dots \ z[N-1]]^T \quad (10)$$

$$\Phi_z = \begin{bmatrix} C_z \\ C_z A \\ \vdots \\ C_z A^{N-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Omega_z = \begin{bmatrix} D_z & 0 & \dots & 0 \\ C_z B & D_z & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ C_z A^{N-2} B & \dots & C_z B & D_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (3)과 식 (9)를 풀면, Z 는 U 의 affine function 으로 표현 가능하다.

$$Z = \Phi_z x_0 + \Omega_z U \quad (13)$$

따라서, U 에 대한 linear inequality constraint 를 식 (14)와 같이 줄 수 있다.

$$z_{\min} \leq \Phi_z x_0 + \Omega_z U \leq z_{\max} \quad (14)$$

3.3 Frequency constraint 를 고려한 설계

제어 입력 $z(t)$ 는 $z[k]$ 로부터 Zero-Order-Hold(ZOH)를 사용하여 구할 수 있다.

$$z(kT_s + \theta) = z[k], \quad 0 \leq \theta \leq T_s \quad (15)$$

여기서, T_s 는 sampling time 이다. $z(t)$ 의 Fourier Transformation $\hat{Z}(j\Omega)$ 는

$$\hat{Z}(j\Omega) = \int_0^{NT_s} z(t)e^{-j\Omega t} dt \quad (16)$$

과 같고, 연속시간에서의 $z(t)$ 는 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$z(t) = \sum_{k=0}^{N-1} z[k]h_0(t - nT_s) \quad (17)$$

아래 식 (18)은 ZOH 의 Impulse Response 이다.

$$h(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < T_s \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

식 (16)과 (17)에서 Fourier Transform 은 식 (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{Z}(j\Omega) &= \sum_{k=0}^{N-1} z[k]H_0(j\Omega)e^{-j\Omega kT_s} \\ &= H_0(j\Omega) \left(\sum_{k=0}^{N-1} z[k]e^{-j\Omega kT_s} \right) \\ &= H_0(j\Omega)[1 \ e^{-j\Omega T_s} \ e^{-j\Omega 2T_s} \ \dots \ e^{-j\Omega(N-1)T_s}]Z \\ &= W(j\Omega)Z \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, $W(j\Omega)$ 는 식 (20)과 같이 정의한다.

$$W(j\Omega) = H_0(j\Omega)[1 \ e^{-j\Omega T_s} \ e^{-j\Omega 2T_s} \ \dots \ e^{-j\Omega(N-1)T_s}] \quad (20)$$

또한, ZOH 의 frequency response 는

$$H_0(j\Omega) = \frac{2\sin(\Omega T_s / 2)}{\Omega} e^{-j\Omega T_s / 2} \quad (21)$$

과 같다. 주파수 Ω_i 에서 $\hat{Z}(j\Omega)$ 의 Frequency 를 제한하기 위해 식 (22)와 같이 constraint 를 줄 수 있다.

$$|\hat{Z}(j\Omega_i)|^2 \leq q_i^2 \quad (22)$$

$W(j\Omega)$ 를 실수 부와 허수 부로 나누어 식 (19)와 식 (22)를 정리하면 식 (23)과 같다.

$$Z^T (W_R^T(j\Omega_i)W_R(j\Omega_i) + W_I(j\Omega_i)^T W_I(j\Omega_i))Z \leq q_i^2 \quad (23)$$

Z 는 U 의 affine function 이므로 위 식은 U 의 quadratic constraint 가 된다.

3.4 STW 시스템에 적용

Fig. 2 는 전체 시스템 블록도이다. $C(z)$ 는 PID controller 를 사용했고, $P(s)$ 는 plant model 이며 식 (1)과 같으며, $P_n(z)$ 은 nominal plant model 로 식 (2)와 같다. 제어 입력 $u(k)$ 는 다음 조건을 만족하도록 구한다.

조건 1. 초기 상태 $x_p[0]$ 와 마지막 상태 $x_p[N]$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$x_p(0) = \begin{bmatrix} x_{pos}[0] \\ x_{vel}[0] \end{bmatrix}, \quad x_p[N] = \begin{bmatrix} x_{pos}[N] \\ x_{vel}[N] \end{bmatrix} \quad (24)$$

x_{pos} 는 position 을, x_{vel} 는 velocity 를 의미한다.

또한, nominal plant model $P_n(z)$ 에 대하여 아래 식 (25)가 성립하므로,

$$P_n(s) = \frac{K_t}{J_m s^2}, \quad y = P_n u_p \quad (25)$$

$u_p(k)$ 는 식 (26)과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_p[0] = \frac{J_m}{k_t} x_{acc}[0], \quad u_p[N] = \frac{J_m}{k_t} x_{acc}[N] \quad (26)$$

이 때, state x_{acc} 는 acceleration 을 의미한다.

조건 2. 공진 모드가 존재하는 주파수 대역에서 $u_p(k)$ 의 frequency component 를 최소화시킨다.

우선, $u[k]$ 에서 $y[k]$ 까지 상태 공간 방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} x[k+1] &= Ax[k] + Bu[k] \\ y[k] &= Cx[k] \end{aligned} \quad (27)$$

이 때, A , B , C 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [C_d \ 0], \\ x[k] &= \begin{bmatrix} x_p[k] \\ u_p[k] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

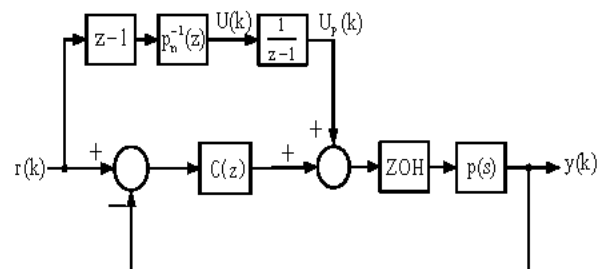


Fig. 2 Closed loop system

또한, 식 (9)의 C_z 와 D_z 를 다음과 같이 정하면,

$$C_z = [0 \ 0 \ 1], \quad D_z = 0 \quad (29)$$

그 결과, 식 (9)는 식 (30)과 같이 되며,

$$z(k) = u_p(k) \quad (30)$$

이 때, $z(k)$ 에 관한 constraint 는 $u_p(k)$ 에 관한 것이 된다. 따라서, $k=0, \dots, N-1$ 와 $U = [u[0] u[1] \dots u[N-1]]^T$ 인 $u[k]$ 에 대한 convex optimization problem 을 요약해보면, 식 (31)과 같이 quadratic constrained program(QCQP) problem 이 된다[8].

$$\begin{aligned} & \min \|U\|_2^2 \\ & \text{subject to } \sum U = x_{des} - A^N x_0 \\ & \quad u_{\min} \leq U_p \leq u_{\max} \\ & \quad U_p^T (W_R^T(j\Omega_i) W_R(j\Omega_i) \\ & \quad \quad + W_I(j\Omega_i)^T W_I(j\Omega_i)) U_p \leq q_i^2, (i=1, \dots, M) \end{aligned} \quad (31)$$

where $U_p = \Phi_z x_0 + \Omega_z U$

4. 모의 실험

4.1 모의 실험 구성

모의 실험의 sampling frequency 는 $20kHz$ 이며 플랜트의 초기 상태와 마지막 상태는 아래와 같다.

$$[x_{pos}[0] x_{vel}[0] x_{acc}[0]]^T = [0 \ 0 \ 0]^T \quad (32)$$

$$[x_{pos}[N] x_{vel}[N] x_{acc}[N]]^T = [835 \ 0 \ 0]^T \quad (33)$$

여기서, 상태 변수 x_{pos} 은 position 을 나타내며 단위는 count 이다. $x_{pos}[N]$ 은 835count 로 설정했으며 835count 는 1track 에 해당한다. 플랜트의 공진은 $6.515kHz$ 에 존재하므로 이것에 의한 vibration 을 억제하기 위하여, $5.72kHz$ 부터 $7.02kHz$ 까지 q_i 값을 조절하면서 식 (31)을 이용하여 frequency constraint 를 주었다. Ω_i 는 다음과 같이 결정했다.

$$\Omega_i = \Omega_l + \frac{\Omega_u - \Omega_l}{M-1} i, \quad i=1, \dots, M \quad (34)$$

이 때, $\Omega_l = 5.72 \times 2\pi$, $\Omega_u = 7.02 \times 2\pi$ 로 하였으며 YALMIP 을 이용하여 제어 입력 $U_p(k)$ 를 구하였다[7].

4.2 모의 실험 결과

Fig. 3 은 목표 정착시간이 $1ms(N=20)$ 일 때, frequency constraint 를 주지 않은 것과 준 것의 제어 입력 $U_p(k)$ 를 비교한 것이고, 그것의 FFT 결과를 Fig. 4 에 나타냈다. Fig. 4 를 살펴보면

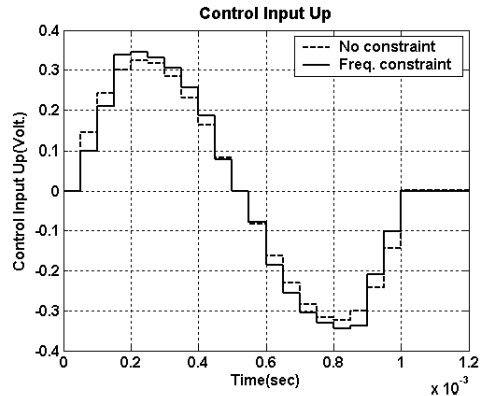


Fig. 3 Control Input U_p

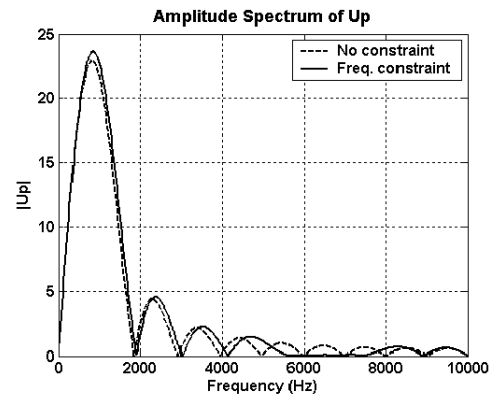


Fig. 4 FFT of control input U_p

frequency constraint 를 주게 됨으로써, 공진이 존재하는 주파수 근처의 에너지가 줄어들고 대신에 그 주변과 저주파 대역의 에너지가 약간 높아진 것을 알 수 있다. 이는 에너지 이동이 일어난 것이다. 이렇게 설계된 제어 입력은 공진의 영향을 최소화시킨다.

다음으로, 목표 정착시간을 $1ms(N=20)$ 에서 $0.7ms(N=14)$, $0.5ms(N=10)$ 로 앞당기면서 모의 실험했다. Fig. 5 와 Fig. 7 은 그 결과 position 을 나타낸 것이며 Fig. 6 과 Fig. 8 은 각각 Fig. 5 와 Fig. 7 를 확대한 것이다. Fig. 5 는 제어 입력의 에너지만 최소화시킨 것으로, 목표 정착시간을 앞당길수록 플랜트 공진의 영향으로 vibration 이 크게 나타난다. Fig. 7 은 에너지를 최소화시킨 것에 frequency constraint 를 준 것으로, 목표 정착시간을 앞당겨도 Fig. 5 에 비해 공진의 영향이 줄어들어 vibration 이 별로 나타나지 않는다. 특히, $1ms$ 에서는 Fig. 5 와 Fig. 7 이 별차이 없지만, $0.7ms$ 와 $0.5ms$ 에서는 큰 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 결과적으로, frequency constraint 를 준 것이 더 빨리 정착되어 정착시간을 앞당길 수 있었다.

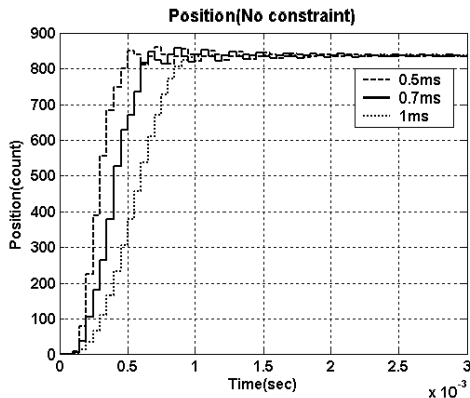


Fig. 5 Position(No constraint)

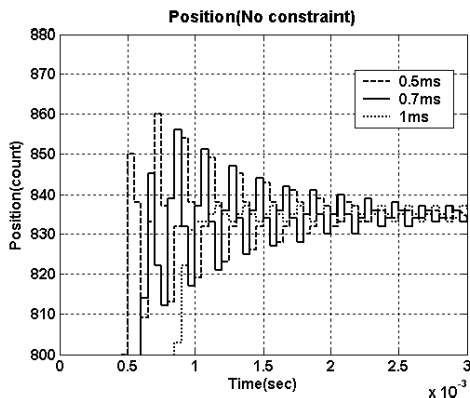


Fig. 6 Zoom In Fig. 5

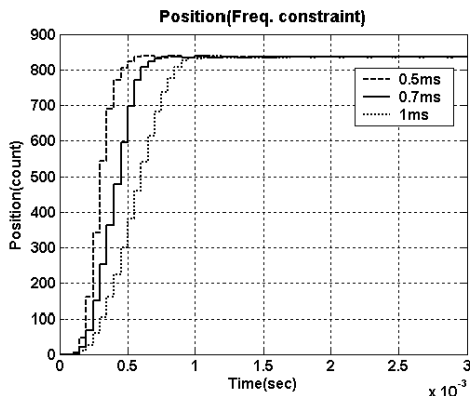


Fig. 7 Position(Freq. constraint)

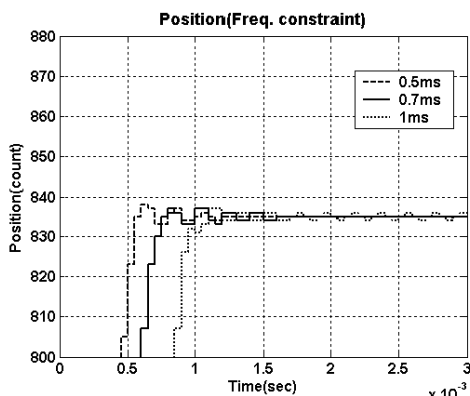


Fig. 8 Zoom In Fig. 7

또한, 설계된 시스템의 강인성을 알아보기 위하여 Fig. 9 와 같이 plant 의 simulation model P 의 gain 에 $\pm 5\%$ perturbation 을 주고 실험하였다. 그 결과 position 의 변화를 Fig. 10 에 나타냈고, 각각의 sensitivity 와 complementary sensitivity 를 Fig. 11 에 나타냈다. 세 경우 모두 sensitivity function 의 peak 가 6dB 를 넘지 않아 강인하게 설계되었음을 확인했다.

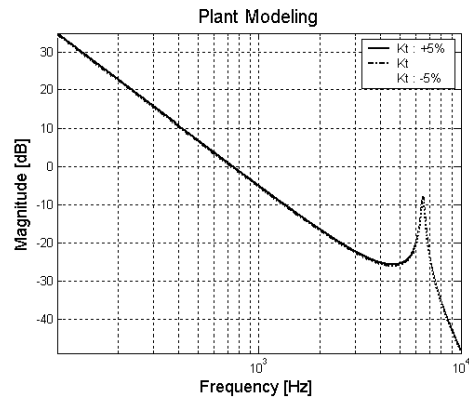


Fig. 9 Perturbed system for Kt

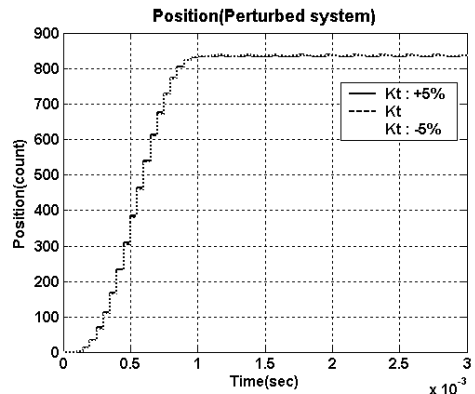
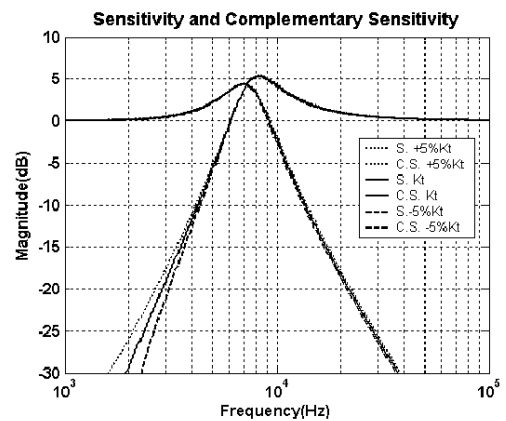


Fig. 10 Position for perturbed system



(S: Sensitivity, C.S.:Complementary Sensitivity)

Fig. 11 Sensitivity and Complementary Sensitivity

5. 결 론

본 논문에서는 기존의 STW 에 공진 모드의 여기를 최소화하기 위해 제어 입력의 profile 을 설계하는데 convex optimization 을 이용한 최적화 기법을 사용하였다. convex optimization problem 은 YALMIP 을 이용하여 쉽게 solution 을 구할 수 있다. 제안된 기법은 모의 실험을 통하여 빠른 settling time 과 위치 정밀도가 향상됨을 검증하였다. 고속, 고정밀의 STW 는 HDD 생산시간을 단축시킨다.

참고문헌

- [1] Che and Kim, 2006, "Transition Curvature Assessment for High TPI Applications," IEEE Trans. on Mag., Vol.42, No.10.
- [2] Y.Mizoshita, S.Hasegawa, and K.Takaishi, 1996, "Vibration Minimised Access Control for Disk Drives," IEEE Trans. on Mag., Vol.32, No.3, pp. 1793-1798.
- [3] A. Okuyama, M. Kobayashi, 2005, "A design based on final-state control for residual vibrationless seeking in hard disk drives," Microsyst Technol.
- [4] M. Hirata, T. Hasegawa, and K. Nonami, 2002, "Seek Control of Hard Disk Drives Based on Final-State Control Taking Account of the Frequency Components and the Magnitude of Control Input," In Proc. Of Advanced Motion Control, pp.40-45.
- [5] M. Hirata, 2006, "Vibration minimized trajectory design for information devices," SICE-ICASE International Joint Conference.
- [6] Shang-Chen Wu, 2005, "Optimal Design of Feedforward Control Input for Settling Control in Hard Disk Drives,"
- [7] J.Löfberg, 2004, "YALMIP:A toolbox for modeling and optimization in MATLAB," in Proceedings of the CACSD Conference, Taipei, Taiwan.
- [8] S. Boyd and L. Vandenberghe, 2004, "Convex Optimization," Cambridge University Press.
- [9] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. Workman, 1998, "Digital Control of Dynamic Systems," 3rd edition, Addison-Wesley, Menlo Park, CA.
- [10] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, 1998, "Discrete-Time Signal Processing," 2nd edition , Prentice Hall.
- [11] K. J. Åström and T. Hägglund, 1995, "PID Controllers: Theory, Design, and Tuning," 2nd edition, ISA.