

균열 진단을 위한 센서 위치 선정

Sensor Placement Method for Damage Identification

권 계 시* · 김 충 환*

Kye-Si Kwon and Chung Hwan Kim

(2007년 2월 6일 접수 ; 2007년 3월 30일 심사완료)

Key Words : Sensor Placement(센서 위치 선정), Model Updating(모델 개선), FE Model(유한요소모델), Damage Identification(균열 진단)

ABSTRACT

Sensor placement method for damage identification has been developed for model updating using Taguchi method. In order to select the optimal sensor location, the analysis of variance of objective function using orthogonal array was carried out. Then, modal data at the selected locations were used for damage identification using model updating. The numerical model of a cantilever beam was used in order to compare the damage identification results with conventional sensor location method.

1. 서 론

기계 구조물은 열악한 작동조건 등에 의하여 균열 등으로 이어지는 손상을 입게 될 수도 있다. 따라서 구조물의 손상 진단은 작동에 안정성을 증가 시킬 수 있기 때문에 중요하다. 만일 균열이 초기에 진단이 된다면 짧은 시간에 적은 비용으로 수리가 가능하기 때문에 균열의 진단은 중요하다. 이러한 균열을 진단하기 위하여 여러 가지 방법이 개발되었으나 진동 데이터를 이용한 방법이 실용적인 측면에서 장점이 있어서 많이 사용되어 오고 있다. 특히 진동신호를 이용한 모델 개선 방법(model updating method)은 구조물의 결함의 유무 그리고 정확한 위치와 양을 진단할 수 있는 장점이 있다⁽¹⁻⁴⁾. 모델 개선 방법은 유한요소모델의 파라미터를 실험으로 측정된 데이터를 이용하여 개선하는 것이다. 유한요소모델은 공간적으로 많은 양의 정보를 가지고 있다. 그러나

실제로 측정하는 데이터는 센서의 개수 및 위치가 제한이 있기 때문에 측정의 개수 또는 위치에 따라서 진동의 신호의 중요한 정보를 잃게 될 수도 있다. 따라서 이 논문에서는 구조물의 손상을 진단하기 위한 제한된 개수의 센서의 위치를 최적화하고 센서의 위치에 의한 영향을 효과적으로 알 수 있는 방법을 연구하는 데에 목적이 있다.

센서의 위치 문제와 액추에이터의 위치 선정의 문제는 제어공학으로부터 연구가 시작되었다^(5,6). 한편으로는 모드 시험을 위한 센서의 위치 선정법도 활발한 연구가 진행되고 있다⁽⁶⁻¹³⁾. 여기서 센서 위치 선정을 위한 대부분의 방법은 유한요소모델을 사용하였다. 진동 센서를 위치시키는 방법은 어떤 목적함수를 사용하는 문제와 어떤 알고리즘으로 목적함수를 최적화 하는 것에 따라서 여러 가지 방법으로 나누어질 수 있다. 센서의 위치 선정은 모델 축소 방법을 이용한 방법이 많이 사용 되는데, 대표적으로는 Guyan 축소 방법을 많이 쓰이는데 관성이 크고 강성이 작아지도록 주(master) 위치를 찾아서 이 위치에 센서를 위치시키는 방법이다⁽⁸⁾.

각 모드의 독립성을 최대로 하기 위하여 effective

† 교신저자; 정회원, 순천향대학교 기계공학과
E-mail : kskwon@sch.ac.kr
Tel : (041) 530-1670, Fax : (041) 530-1550

* 정회원, 한국기계연구원

independence(EI)방법을 사용하여 센서의 위치를 선정하는 방법도 제안되었다^(9,10). 여기서 EI 행렬의 대각 행렬을 보면 각 센서의 해당하는 타겟 모드(target mode)의 독립성을 알 수 있다. 따라서 제일 적은 대각 행렬부터 삭제 하면 남은 센서의 위치가 최적의 위치를 나타낸다. Reynier⁽¹²⁾는 EI의 개념을 이용하여 모델 개선법의 센서 선정에 적용하였다.

센서의 위치를 선정하거나 또는 선정된 센서의 평가를 위하여 모드 형상의 MAC(modal assurance criterion)를 사용하여 각 모드의 독립성을 평가하거나 모드 형상의 특이값(singular value)의 최대와 최소값의 비를 이용하는 방법도 있다^(7,8). 또한 모드의 관측성을 크게 하기 위하여 모드의 운동에너지를 비교하기도 한다⁽⁷⁾. 한편으로 센서 선정에 관한 목적함수를 최적화 하는 알고리즘으로 최근에 신경망을 이용한 방법 및 유전자 알고리즘이 사용되고 있다⁽¹²⁻¹⁴⁾.

그러나 이러한 평가 방법 및 센서 선정 방법의 대부분은 모드 시험을 위한 센서의 위치 선정법이기 때문에 균열 진단을 위한 센서 위치 선정에 직접 사용하기에는 한계를 지닌다. 한편 균열 진단을 위한 센서 위치 선정법으로는 Shi⁽¹⁶⁾의 논문이 대표적인데 이 논문에서는 강성의 변화에 대한 모드 형상의 민감도행렬을 구한 뒤 Kammer의 EI 알고리즘을 적용하여 센서의 위치를 결정하였다.

최근에 강건한 모델 개선법 및 이를 이용한 균열 진단을 위하여 다구찌 방법이 시도 되었다^(3,4). 다구찌 방법은 강건설계 및 품질공학에 널리 쓰이던 방법⁽¹⁷⁾으로 직교배열표(orthogonal array)⁽¹⁸⁾를 사용하여 계산의 효율성을 극대화하였고, 신호대 잡음비(signal to noise ratio)를 최대화함으로 강건한 특징을 갖는다. 이 연구는 지난번 연구의 연장으로 이러한 다구찌 방법에서 사용된 목적 함수가 구조물의 손상의 위치와 측정 센서의 위치에 따라서 민감하게 변하는 위치를 선정하였다. 이러한 센서의 위치를 효과적으로 평가하기 위하여 직교배열표를 사용하여 센서의 위치에 따른 목적 함수의 분산분석(ANOVA)을 통하여 센서를 선정하였다.

2. 다구찌 방법을 사용한 모델 개선법

2.1 목적함수

균열 진단을 위한 모델 개선법은 목적함수의 최소

화 문제로 나타낼 수 있다. 여기서 목적함수는 유한 요소모델로부터 얻는 모달 데이터와 실험으로 구한 모달 데이터의 차이를 최소화 하는 것으로 정의된다. 구조물의 균열진단을 위한 목적함수를 정의하기 위하여 해석적 모델에서 구한 모달 데이터와 실제 구조물에서의 모달 데이터의 차를 다음과 같이 정의한다.

$$J = W_{\omega} J_{\omega} + W_{\phi} J_{\phi} \quad (1)$$

여기서 J_{ω} 와 J_{ϕ} 는 각각 고유진동수와 모드 형상에 관련된 목적함수가 된다. 여기서 W_{ω} 와 W_{ϕ} 는 각각 J_{ω} 와 J_{ϕ} 의 가중치 함수(weighting function)가 된다. 각각의 목적함수에서 n 개의 모달 데이터가 사용된다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J_{\omega} = \sum_{r=1}^n \left(\frac{\omega_r^m - \omega_r^a}{\omega_r^m} \right)^2 \quad (2)$$

$$J_{\phi} = \sum_{r=1}^n \left(MSF\{\phi\}_r^m - \{\phi\}_r^a \right)^T \left(MSF\{\phi\}_r^m - \{\phi\}_r^a \right) \quad (3)$$

여기서 ω 와 $\{\phi\}$ 는 각각 고유진동수와 모드형상 벡터이다. 윗 첨자 m , a , T 는 각각 측정된 데이터, 해석으로 구한 데이터와 행렬의 전치(transpose)를 나타낸다. 여기서 실험으로 구한 모드와 해석으로 얻는 모드의 직접 차를 구하기 위해서는 MAC를 이용한 짝짓기를 하고, 실험으로 구한 모드 형상에 MSF(modal scale factor) 곱하여 해석으로 구한 모드 형상을 비교해야 한다⁽²⁾.

다구찌 방법에서는 목적 함수를 신호대 잡음비로 다음과 같이 정의하였다.

$$SN = -10 \log \left(\frac{1}{n} J \right) \quad (4)$$

그러면 식(1)에서 정의된 목적함수의 최소화는 식(4)의 신호대 잡음비의 최대화와 같게 된다.

2.2 직교배열표

신호대 잡음비를 최대화하는 파라미터를 구하기 위해서는 각 파라미터가 신호대 잡음비에 미치는 효과를 알아내야 된다. 이러한 파라미터의 수가 많아지면 파라미터 전체의 영향을 알아내려면 많은 계산이 필요하다. 한편으로는 각각의 파라미터의 주효과(main effect)를 알아내기 위한 방법으로 Table 1과

Table 1 Orthogonal array OA(8,7,2,2)

Run number	Parameters(factors)							SN ratio
	1(A)	2(B)	3(C)	4(D)	5	6	7	
1	0	0	0	0	0	0	0	SN ₁
2	1	0	1	0	1	0	1	SN ₂
3	0	1	1	0	0	1	1	SN ₃
4	1	1	0	0	1	1	0	SN ₄
5	0	0	0	1	1	1	1	SN ₅
6	1	0	1	1	0	1	0	SN ₆
7	0	1	1	1	1	0	0	SN ₇
8	1	1	0	1	0	0	1	SN ₈

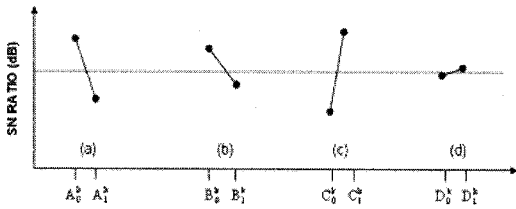


Fig. 1 Plots of factor effects

같은 직교배열표를 사용하면 계산을 효과적으로 할 수 있게 된다⁽¹⁶⁾.

직교배열표에 대한 자세한 사항은 참고문헌 (16)을 참조할 수 있으며 웹사이트⁽¹⁷⁾로부터 다운로드 받을 수도 있다. 직교배열표는 $OA(N, p, s, t)$ 혹은 $L_N(s^p)$ 로 나타낼 수 있다⁽¹⁷⁾. 여기서 N, p, s, t 는 각각 실험 수, 파라미터 개수, 수준, 강도(strength)를 나타낸다. 직교배열표를 이용한 주효과를 계산하는 방법과 이를 이용한 파라미터 최적화 방법은 참고문헌 (3,4)에 자세히 다루어져 있다.

주효과가 Fig. 1과 같이 계산이 되면 분산 분석을 통하여 전체 변동폭에 비해 각 파라미터의 변화가 어느정도가 되는지 분석하게 된다⁽¹⁶⁾. 각 파라미터의 중대성은 이 변동(variance)에 의해 결정한다.

3. 센서의 위치 선정

센서 위치 선정은 어떤 목적함수를 최적화 하는지 또는 최적화 하는 알고리즘을 어떤 것을 사용했는지에 따라서 각각의 장단점을 갖는다. 기존의 대부분의 방법은 유한요소모델의 고유벡터의 크기가 최대가 되는 위치를 선정하는 방법 또는 고유벡터 사이의 독립성이 최대가 되게 하는 방법이다.

이 연구에서는 다구찌 방법을 이용한 모델개선

법^(3,4)의 연장된 연구로서 목적함수가 식 (1)과 같이 주어 질 때 직교배열표를 사용한 ANOVA분석을 통하여 균열의 위치에 따른 센서의 영향을 평가하고 이를 이용하여 센서의 최적 위치를 선정하는 방법을 개발하려고 한다. 여기서 센서의 위치를 위한 알고리즘은 균열 진단을 위한 알고리즘과 약간 다른데 균열 진단을 위해서는 식 (1)을 최소화하는 것이 목적이나 센서 위치 선정을 위해서는 균열이 있을 때 식 (1)이 최대화가 되도록 센서를 선정해야 한다. 여기서 센서의 위치를 선정하기 위하여 유한요소모델을 사용하는데 모델 개선법과는 달리 센서의 선정을 위해서는 식 (2)과 (3)의 m 은 유한요소모델에서 균열이 존재할 때 얻은 모드 데이터이고 a 는 균열이 없을 때의 유한요소모델을 사용하여 얻은 모드 데이터를 사용한다.

균열진단의 대부분의 문제는 균열의 위치를 모르는 경우가 대부분이다. 게다가 균열의 위치에 따라 센서의 최적 위치 역시 바뀌게 된다. 따라서 균열의 위치와 센서의 위치에 따른 ANOVA분석을 동시에 수행하여 센서의 위치를 선정하게 된다.

3.1 센서의 위치 선정을 위한 분산 분석

모델 개선법을 이용한 균열 진단을 위해서는 강성 감소를 나타내는 무차원 변수가 개선 파라미터로 사용되어야 한다. 강성 감소를 나타내는 파라미터 β_i 는 i 번째 요소에서 균열이 없을 때의 강성 K_i^u 과 균열로 인해 감소된 강성 K_i^d 의 비로 정의 된다^(3,4).

$$\beta_i = \frac{K_i^d}{K_i^u} \tag{5}$$

같은 양의 강성의 변화가 있더라도 변화된 강성의 위치에 따라서 목적함수 (1)은 변화하는 양이 달라지게 된다. 이 연구는 다양한 위치에 존재하는 균열의 크기와 그 목적함수에 대한 효과를 효율적으로 계산하기 위하여 직교배열표를 사용하여 ANOVA분석을 하였다. 많은 파라미터를 다룰 수 있는 직교배열표를 사용하면 많은 파라미터를 다루는 것이 가능하나 이 방법의 설명을 위하여 강성 파라미터를 4개를 사용한다. 만일 균열이 없는 강성 파라미터를 $(\beta_{10}, \beta_{20}, \beta_{30}, \beta_{40})_0$ 라고 정의 하면 각 수준 간격인 만큼 균열에 의해 강성이 감소된 파라미터 $(\beta_{11}, \beta_{21}, \beta_{31}, \beta_{41})_1$ 는 다음과 같이 정의 될 수 있다.

$$\begin{aligned} (\beta_1)_1 &= (\beta_1)_0 - \Delta, & (\beta_2)_1 &= (\beta_2)_0 - \Delta \\ (\beta_3)_1 &= (\beta_3)_0 - \Delta, & (\beta_4)_1 &= (\beta_4)_0 - \Delta \end{aligned} \quad (6)$$

직교배열표 OA(8,7,2,2)를 사용한다면 모두 8번의 계산이 각 파라미터의 효과를 계산하는데 필요하다. 직교배열표에서 1과 0은 각 파라미터의 식(6)의 괄호 밖의 아래첨자에 해당 값이다.

여기서 고유치(eigenvalue)의 변화에 대한 식(1)의 목적함수는 센서의 위치에 따라서 불변하는 양이고 고유벡터(eigenvector)의 변화에 따른 식(2)의 목적함수는 센서의 위치에 따라서 변화하는 양이다. 따라서 센서를 최적 위치를 효과적으로 선정하기 위해서는 강성이 변했을 때 모드 형상의 변화에 대한 목적함수인 식(2)의 J_ϕ 를 이용해야 함을 알 수 있다.

센서의 i 번째 위치에서 각 파라미터 $j=\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4$ 의 균열 효과에 의한 목적함수의 변화 $J_{\phi}(i, j_0)$ 와 $J_{\phi}(i, j_1)$ 는 직교배열표로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} J_{\phi}(i, j_0) &= \frac{J_{\phi_1}(i) + J_{\phi_3}(i) + J_{\phi_5}(i) + J_{\phi_7}(i)}{4}, \\ J_{\phi}(i, j_1) &= \frac{J_{\phi_2}(i) + J_{\phi_4}(i) + J_{\phi_6}(i) + J_{\phi_8}(i)}{4} \end{aligned} \quad (7)$$

$i=1, 2, \dots, N$

N 은 센서의 위치 선정을 위한 총 고려대상의 위치 개수를 의미한다. 여기서 $J_{\phi_1}, J_{\phi_2}, \dots, J_{\phi_8}$ 은 Table 1과 같은 직교배열표를 사용하여 구한 목적함수이고 다음 식(8)과 같이 파라미터를 식(3)에 대입하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} J_{\phi_1}(i) &= J_{\phi}((\beta_1)_0, (\beta_2)_0, (\beta_3)_0, (\beta_4)_0) \\ J_{\phi_2}(i) &= J_{\phi}((\beta_1)_1, (\beta_2)_0, (\beta_3)_1, (\beta_4)_0) \\ &\dots \\ J_{\phi_8}(i) &= J_{\phi}((\beta_1)_1, (\beta_2)_1, (\beta_3)_0, (\beta_4)_1) \end{aligned} \quad (8)$$

센서의 위치 i 와 균열의 위치, j 에 따른 모드형상에 대한 목적함수의 분산, $V_{\phi}(i, j)$ 은 다음과 같이 계산이 가능하다.

$$\begin{aligned} V_{\phi}(i, j) &= (J_{\phi}(i, j_0) - J_{\phi_{ave}}(i))^2 + (J_{\phi}(i, j_1) - J_{\phi_{ave}}(i))^2 \\ J_{\phi_{ave}}(i) &= \frac{J_{\phi_1}(i) + J_{\phi_2}(i) + \dots + J_{\phi_8}(i)}{8} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 식(9)를 이용한 분산분석을 통해 센서의 위치 i 에 대한 목적함수가 영향이 큰 위치에 센서를 선정하게 된다. 고유진동수에 대한 목적함수의 분산 분석도 마찬가지로 구할 수 있으나 고유진동수는 센서의 각 위치에 따른 정보가 없기 때문에 고유진동수만을 이용해서는 센서의 위치 및 균열 진단의 위치를 분석하는 데에는 정보에 한계가 있다.

3.2 센서의 위치 선정

최적의 센서 위치는 관심 있는 균열의 위치에 따라서 달라지게 되는 문제가 있다. 한편으로는 모델 개선법을 사용한 균열진단의 문제에서는 관심이 있는 모든 위치의 균열의 유무 및 크기를 평가해야 한다. 따라서 센서의 위치와 균열 위치의 분산분석을 동시에 수행하여 식(9)의 분산의 영향이 적은 곳에서 부터 측정 센서를 차례로 없애서 최종적으로는 가장 중요한 정보를 갖는 센서만 사용한다.

만약 센서를 고려중인 모든 위치 즉 r 개의 위치에 설치를 했을 때 고려 대상인 k 개의 균열에 진단을 위한 각 강성 요소의 변화 효과를 보면 균열 위치에 따른 분산의 효과를 알 수 있다.

$$V_{elem}(j) = \sum_{i=1}^r V_{\phi}(i, j) \quad j=1, 2, \dots, k \quad (10)$$

식(10)을 보면 각 강성요소가 변했을 때 균열이 얼마나 진단이 잘 될지 그 영향을 알 수 있다. 특정 강성 요소에 대하여 분산의 효과가 작은 것은 균열 진단이 어려운 위치를 나타낸다. 균열 진단의 문제는 균열의 위치 및 크기를 모를 때 균열을 진단하는 것이므로 분산의 효과가 작은 부분의 균열은 더욱 진단하기 어렵게 되므로 이를 고려해야 한다. 이와 같은 결과는 목적함수에 포함된 모드 수에 대하여 분산의 결과가 달라지게 되므로 각 균열의 위치에서 분산의 효과가 모델 개선을 위하여 충분하도록 모드수를 늘려주는 것이 필요하다. 한편으로는 k 개의 균일한 크기의 균열에 대한 센서의 민감도를 알아보기 위한 분산 분석은 다음과 같다.

$$V_{sen}(i) = \sum_{j=1}^k V_{\phi}(i, j) \quad j=1, 2, \dots, r \quad (11)$$

여기서 센서의 위치에 따라서 분산의 효과를 얻을 수 있으며 그 영향이 작은 것을 차례로 없애면 남은

것이 선정된 센서의 위치이다. 그러나 이 방법을 바로 적용하면 그 영향이 작은 부분의 균열과 영향이 큰 부분의 균열에 대한 구별없이 전체의 효과를 기준으로 센서를 선정하기 때문에 균열의 분산 영향이 적은 위치를 진단하는 데에는 부적합한 센서의 위치가 선정될 수 있음에 주의해야 한다.

따라서 고려중인 모든 균열의 위치에서 센서의 분산 효과가 동일하게 나타내게 하여 다음과 같이 식 (10)의 결과를 이용하여 식 (11)을 변형하여 다음과 같이 분산 분석을 사용하면 이러한 한계를 어느 정도 극복하는 것이 가능하다.

여기서 센서의 위치에 따라서 분산의 효과를 얻을 수 있으며 그 영향이 작은 것을 차례로 없애면 남은 것이 선정된 센서의 위치이다. 그러나 이 방법을 바로 적용하면 그 영향이 작은 부분의 균열과 영향이 큰 부분의 균열에 대한 구별없이 전체의 효과를 기준으로 센서를 선정하기 때문에 균열의 분산 영향이 적은 위치를 진단하는 데에는 부적합한 센서의 위치가 선정될 수 있음에 주의해야 한다.

따라서 고려중인 모든 균열의 위치에서 센서의 분산 효과가 동일하게 나타내게 하여 다음과 같이 식 (10)의 결과를 이용하여 식 (11)을 변형하여 다음과 같이 분산 분석을 사용하면 이러한 한계를 어느 정도 극복하는 것이 가능하다.

$$V_{\phi}^{\prime}(i, j) = \frac{V_{\phi}(i, j)}{V_{elem}(j)}, \quad i=1, 2, \dots, r, \quad j=1, 2, \dots, k \quad (12)$$

여기서 최종적인 센서의 효과는 다음과 같다.

$$V_{sen}^{\prime}(i) = \sum_{j=1}^k V_{\phi}^{\prime}(i, j), \quad i=1, 2, \dots, r \quad (13)$$

여기서 센서의 위치에 따라서 분산의 효과가 작은 것을 차례로 없애면 남은 것이 선정된 센서의 위치이다. 한편으로 균열의 위치에 따른 분산 분석의 결과는 모드 개수에 대해서 영향이 있다. 따라서 충분한 개수의 모드가 사용되어야만 각 균열위치에 해당하는 것에 대한 분산의 영향이 고르게 되는지를 센서의 위치 선정에 앞서 먼저 검토 되어야 한다.

4. 수치 예제

이 연구에서 제안한 방법으로 센서의 위치를 선정

하고 기존의 센서 위치 선정 방법을 사용한 결과와 비교하려고 한다. 최종적으로 이렇게 얻은 선정된 센서의 위치에서 측정된 진동 데이터를 이용한 모델 개선방법을 통한 균열 진단 결과를 평가 하려고 한다.

Fig. 2와 같이 10개의 요소로 이루어진 보의 유한 요소모델을 사용하여 센서위치 선정 방법에 적용하려고 한다. 이렇게 선정된 센서를 이용하여 모델 개선법에 의한 균열진단에 적용 하려고 한다. Fig. 2의 보는 다음과 같은 파라미터를 적용하였다: $E=2.061011 \text{ N/m}^2$, 단면적 $A=0.02 \times 0.02 \text{ m}^2$ 보의 길이 $l=0.8 \text{ m}$, 밀도 $\rho=7895 \text{ kg/m}^3$.

균열의 모델을 위해 감소된 파라미터의 폭을 $\Delta=0.3$ 라고 하여 가정하여 식 (9)를 사용하여 그 효과를 보았다. 여기서 모의실험을 위하여 저주파의 5개 모드만을 포함 시켰다. 보의 유한요소모델에서 회전 자유도(rotational degree of freedom)는 일반적으로 센서를 사용하여 측정하기 어렵기 때문에 회전 자유도계는 모든 모의실험의 측정 데이터에서 제외하였다. ANOVA 분석을 위하여 직교배열표를 사용하여 그 효과를 알아보았다. 10개의 강성 요소에서 균열의 효과를 알아보기 위하여 OA(24,12,2,3)의 직교배열표를 사용하여 10개의 강성 요소를 처음부터

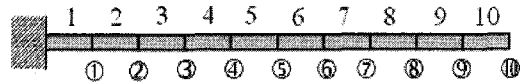


Fig. 2 FE model of cantilever beam(stiffness element 1, 2,..., 10; sensor location: ①②③,...⑩)

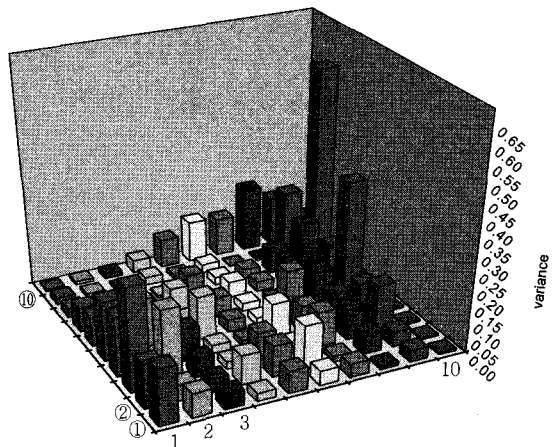


Fig. 3 ANOVA analysis of mode shape(stiffness element 1, 2, .., 10; sensor location: ①②③,...⑩)

순서대로 직교배열표에 배치하고 각 강성 요소에서 감소된 강성의 효과를 구하여 Fig. 3을 얻었다. 여기서 센서의 위치의 정보를 위하여 식 (9)에 의한 모드 형상에 대한 목적함수만을 사용하였다.

Fig. 3에서 알 수 있듯이 센서의 위치 및 균열의 위치에 따라서 분산의 영향이 달라지는 것을 알 수 있다. 따라서 어떤 위치의 균열을 진단하고자 하느냐에 따라서 센서의 최적 위치가 바뀌게 됨을 알 수 있다. 그러나 일반적인 균열 진단의 문제는 어느 위치에 균열이 존재하던지 모두 진단을 할 수 있어야 한다. 따라서 식 (11)과 같이 모든 균열의 영향을 더하여 센서의 위치에 따른 목적함수의 영향을 알아보았다.

Fig. 4에서 알 수 있듯이 3,5,7,10번 위치에서 센서를 선정하는 것이 균열 변화에 따른 목적함수의 변화가 커짐을 알 수 있다. 그러나 이것은 모든 균열의 영향이 합에 해당하는 것을 최대화 시키는 센서의 위치이기 때문에 이 위치에 선정하더라도 특정한 위치의 균열은 진단하기 어려울 수도 있다. 따라서 Fig. 5와 같이 식 (10)에 의한 균열의 위치에 대한 영향을 고찰 하는 것이 필요하다.

Fig. 5는 병진 운동을 측정하는 10개의 센서를 사

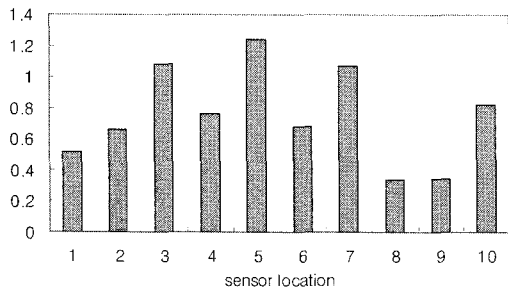


Fig. 4 ANOVA analysis of mode shape with respect to sensor selection

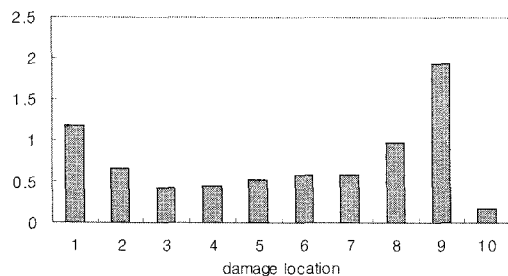


Fig. 5 ANOVA analysis of mode shape with respect to damage location

용하였을 때 동일한 크기의 균열에 따른 식 (1)에 의한 목적함수의 분산 분석을 한 그림을 보여준다. Fig. 5에서 알 수 있듯이 외팔보의 9번 요소에 생긴 균열은 목적함수를 크게 바꾸어서 모델 개선을 하면 균열 검출이 비교적 쉽고 10번 요소에 생긴 균열을 상대적으로 균열에 대한 그 영향이 작아서 실제 모델 개선 시 이용한 균열 진단을 수행하는 경우 측정 데이터의 잡음등에 영향을 받게 될 수 있다. 만약 제한된 개수의 센서 위치를 선정한다면 Fig. 5보다 더 정보가 줄어들게 되고 또한 잘못 센서의 위치를 선정하는 경우에는 특정 위치에서는 균열을 진단하지 못하게 될 수 있게 된다. 특히 분산의 영향이 작은 부분에서의 균열 진단은 센서의 위치 선정에 의해 영향을 받을 수 있으므로 이를 주의해야 한다. 한편으로 식 (13)을 고려하면 모든 위치에서의 균열에 대한 영향을 균등하게 선정하는 것이 가능하게 된다. 이 연구에서는 5개의 센서를 10개의 위치 중에서 선정하는 것을 고려하였고 식 (13)을 이용하여 ③, ④, ⑤, ⑦, ⑩ 위치의 5개의 센서 위치를 선정 할 수 있었다. 이 예제에서는 식 (13)을 사용하여 선정된 5개의 센서의 위치는 식 (11)을 이용한 위치 선정과 같은 위치이다.

여기서 Fig. 4와 Fig. 5와 같은 분산 분석의 결과는 고려하는 모드의 개수에 따라서 많이 변하게 된다. 많은 모드를 사용하는 것이 더 많은 정보를 사용하기 때문에 바람직하다. 하지만 고차모드는 잡음이나 유한요소모델의 이산화 오차 등이 있기 때문에 이를 고려해야 한다.

모드형상에 대한 목적 함수 뿐만 아니라 고유치에 대한 목적 함수도 모델 개선에서 사용된다. 각 균열의 위치에서 균열의 크기가 $\Delta=0.3$ 이고 5개 모드에 대한 고유치에 의한 목적함수의 분산은 Fig. 6과 같

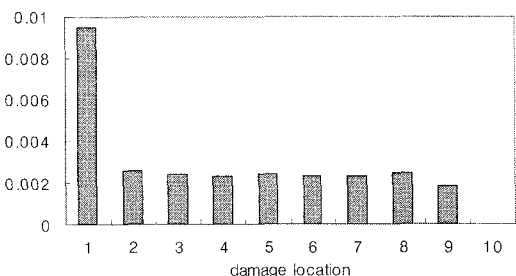


Fig. 6 ANOVA analysis of natural frequency with respect to damage location

다. 고유치에 대한 효과는 센서의 위치에 대해서 모두 동일하다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 고정단 근처에 있는 부분이 가장 영향이 크고 자유단에 있는 영향은 거의 없게 된다. 따라서 고유치만을 이용한다면 자유단 부분에서의 균열은 진단이 거의 어렵게 됨을 알 수 있다.

식 (1)의 목적함수를 최소화하는 방법을 사용한 모델 개선법은 고유치와 고유벡터의 가중치에 모델 개선의 결과가 달라지게 된다. 따라서 적절한 가중치가 모델개선을 이용한 진단에 중요한 이슈가 되었다. 대부분의 기존의 연구에서는 경험적으로 또는 기존의 문헌을 참조하여 W_ω 와 W_ϕ 를 결정하였다. 이 연구에서는 ANOVA 분석을 수행하여 고유치와 고유벡터의 분산 분석 효과를 분석한 결과를 이용하여 이 두 정보를 극대화하는 방향으로 가중치를 선정하려고 한다. Fig. 4~6에서 알 수 있듯이 5개의 모드를 사용하였을 때 J_ϕ 는 J_ω 의 약 200배 정도 크게 된다. 따라서 2개의 정보가 비슷하도록 가중치를 주는 것이 필요하다. 그러나 일반적으로 모드형상과 고유치의 잡음의 정도가 다르고 제한된 개수의 센서를 사용한다는 것을 고려해야 된다. 가중치에 대한 효과를 알기 위하여 $W_\omega=1, 5, 10, 20, 30, 40, 100, 200, 500$ 와 $W_\phi=1$ 을 사용하여 모델 개선법을 이용한 균열 진단을 수행하여 이의 효과를 알아보았다. 이러한 가중치 효과를 고찰하기 위하여 Fig. 2의 외팔보 모델에 10개위 위치에 센서가 있다고 가정하고 5 모드를 사용하여 다구찌 방법을 사용한 모델 개선을 적용하여 균열을 진단하려고 한다. 여기서 균열은 10개의 요소 중 4군데에 50% 강성 감소 만큼의 손상이 있다고 가정하였다 (1=0.5, 3=0.5, 9=0.5, 10=0.5). 실제 실험의 잡음의 효과를 고려하기 위하여 균열이 있을 때의 고유치와 고유벡터에 각각 2%와 10%의 잡음을 추가 하였다.

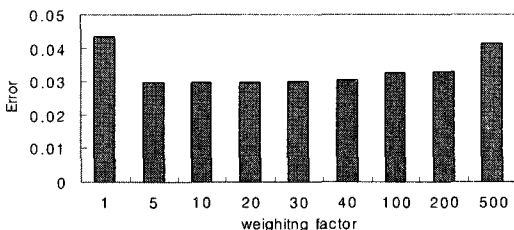


Fig. 7 Error effect of weighting factors

Fig. 7은 각 가중치 W_ω 에 대해서 다음의 오차를 나타낸 그림이다.

$$\sum_{i=1}^k (\beta_i^{exact} - \beta_i^{identified})^2 \quad (14)$$

Fig. 7에서 알 수 있듯이 가중치의 변화에 대해서 결과의 차이가 크지는 않았으며 W_ω 가 5와 200 사이에서 비교적 좋은 결과가 나오게 됨을 알 수 있다. 이 결과는 다른 위치에서 다른 양의 균열이 존재 하더라도 비슷한 경향을 보인다. 따라서 고유진동수와 벡터의 상대적인 가중치를 고려할 때 각각의 분산 분석을 이용하여 상대적인 가중치를 정하는 것이 가능함을 알 수 있다. 그럼에서 알 수 있듯이 고유벡터의 영향이 훨씬 크므로 이를 고유진동수의 영향과 균형을 맞추기 위하여 그 만큼 더 고유진동수에 가중치를 두어야 하고, 동시에 센서의 위치가 줄어드는 것을 고려하는 것도 고려하여 이 연구에서는 $W_\omega=100, W_\phi=1$ 을 사용하였다.

가중치인 $W_\omega=100, W_\phi=1$ 을 사용하고, 이 방법으로 선정된 센서의 위치인 ③, ④, ⑤, ⑦, ⑩의 위치를 사용한 균열 진단을 다른 기존의 방법으로 선정된 센서의 위치와 비교하기 위하여 기존의 참고문헌 (7)에서 사용한 Guyan 방법에 의한 방법과 EI (effective independence)를 사용한 방법으로 선정된 센서의 위치의 모드 데이터를 사용한 모델 개선을 수행한 결과를 비교하였다.

Guyan방법으로 센서를 선정하기 위하여 우선 회전좌표계를 축소를 하여 행렬의 크기를 반으로 줄인 후 대각행렬의 비를 이용하여 강성(stiffness)이 크고 관성(inertia) 영향이 적은 것부터 차례로 삭제하여 남은 것을 사용하였다⁽⁷⁾. EI(effective independence) 방법은 모드 형상이 고려된 모드수에 대해서 최대한 독립성이 유지되도록 선정하여 5개 모드를 가정하여 5개의 위치를 선정하였다. 또한

Table 2 Sensor location for damage identification

	Location
Guyan	②, ④, ⑤, ⑦, ⑨
EIDV	①, ③, ⑤, ⑦, ⑩
Proposed	③, ④, ⑤, ⑦, ⑩
Others	①, ②, ⑥, ⑧, ⑨

이 방법에서 선정된 곳이 아닌 다른 위치에서의 데이터를 이용한 결과와 비교하였다. 비교를 위한 센서의 위치는 Table 2와 같다.

모의 실험을 위하여 균열은 10개의 요소 중 4군데에 50% 장성 감소 만큼의 손상이 있다고 가정하여 실험으로 얻은 데이터를 만들었다(1=0.5, 3=0.5, 9=0.5, 10=0.5). 제한된 센서의 위치를 위하여 5개의 위치의 모드형상 데이터만을 사용하였다. 실제 실험의 잡음의 효과를 고려하기 위하여 균열이 있을 때의 고유진동수와 모드형상에 각각 2%와 10%의 잡음과 6%와 20%의 잡음을 추가 하였다. 5에서 알 수 있듯이 9번의 위치가 모드형상 변화에 가장 민감한 위치이고, 10번 위치가 가장 덜 민감한 위치이다. 또한 고유진동수의 경우 1번 위치의 균열이 가장 민감하게 검출이 가능한 위치이고 10번 위치가 가장 덜 민감한 위치이다.

결과의 비교를 위하여 다구찌 방법을 이용하여 5개

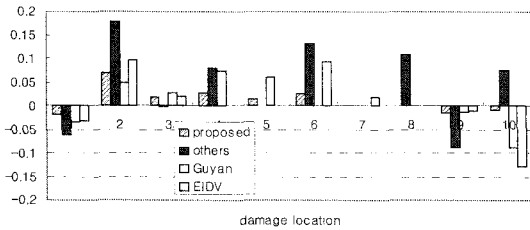


Fig. 8 Damage Identification error with respect to various sensor location(2%, 10% noise)

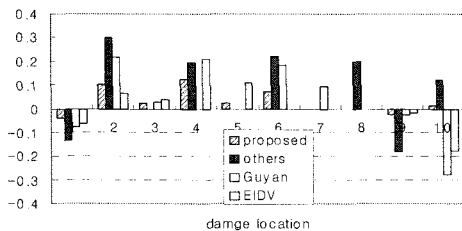


Fig. 9 Damage Identification error with respect to various sensor location (6%, 20% noise)

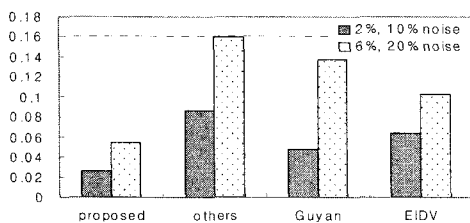


Fig. 10 Standard deviation (error)

모드를 이용하여 균열이 없는 초기 해석모델 모델을 사용하여 식(1)을 최소화 시키는 모델 개선을 수행하였다. 다구찌 방법을 이용한 모델 개선법에 대한 자세한 내용은 참고문헌을 참조 할 수 있다^(3,4).

Fig. 8은 Table 2와 같이 제안 된 방법과 기존의 센서 선정 방법을 사용하여 선정된 센서를 이용하여 모델 개선을 통하여 균열을 진단한 후 실제의 결과와 뺀 오차, $\beta_{exact} - \beta_{identified}$ 를 나타낸다. 여기서 실험을 위한 데이터는 고유진동수와 모드형상에 각각 2%와 10%의 잡음을 추가 하였다. 만일 이 방법으로 선택된 센서 이외의 위치에서만 센서를 선택한 경우에는 약 20%정도 오차가 존재함을 알 수 있다. 그러나 이 방법으로 선정된 위치를 사용한 경우에는 약 7%내의 오차 범위 내에서 균열을 진단할 수 있었다. Fig. 9는 잡음이 더 증가한 경우의 효과를 알아보기 위하여 고유진동수와 고유벡터에 각각 6%와 20%의 잡음을 추가한 경우를 보여준다. Fig. 8과 Fig.9에서 알 수 있듯이 제안된 방법으로 센서를 선택한 경우 오차가 가장 적었다. Fig. 10은 Fig. 8과 Fig. 9의 표준편차를 보여준다. 외팔보의 예제를 통한 얻은 결과인 Fig. 10에서 알 수 있듯이 Guyan 방법 혹은 EIDV방법으로 선정된 센서의 위치가 이 방법으로 선정된 위치 이외의 위치에서 센서를 설치할 때 보다 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

5. 결 론

균열 진단을 위한 목적 함수 분산이 최대가 되도록 센서의 위치를 선정하는 방법을 제안하였다. 목적 함수의 분산 분석을 통하여 어떤 위치의 균열을 진단하려고 하는지에 따라서 센서의 최적 위치가 바뀔 수 있음을 알 수 있었다. 균열 진단의 경우 균열의 위치에 해당하는 파라미터가 많이 때문에 이를 효과적으로 고려하기 위하여 전체적인 균열의 효과에 대하여 목적 함수가 민감하게 되도록 센서의 위치를 선정하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법을 외팔보의 유한 요소 모델에 적용하여 균열 진단에 보다 효율적인 센서 위치 선정 방법임을 확인하였다.

참 고 문 헌

(1) Doebling, S. W., Farra, C. R., Prime, M. B.

and Shevitz, D. W., 1996, "Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: a Literature Review", Los Alamos National Laboratory Report, LA-13070-MS.

(2) Friswell, M. I. and Mottershead, J. E., 1995, *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publishers.

(3) Kwon, K. S. and Lin, R. M., 2005, "Finite Element Model Updating using Taguchi Method", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 280, No. 1-2, pp. 77~99.

(4) Kwon, K. S. 2006, "Damage Assessment of Structures using Taguchi method", *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 16, No.7, pp. 720~728.

(5) Yu, T. K. and Seinfeld, J. H., 1973, "Observability and Optimal Measurement Locations in Linear Distributed Parameter Systems", *International Journal of Control*, 18, pp. 885~799.

(6) Kubrusly, C. S. and Malebranche, H., 1985, "Sensors and Controllers Location in Distributed Systems a Survey", *Automatica*, 52, pp. 141~52.

(7) Penny, J. E. T. et al, 1994, "Automatic Choice of Measurement Locations for Dynamic Testing", *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 2, pp. 407~414.

(8) Breitfeld, T., 1995, "A Method for Identification of a Set of Optimal Points for Experimental Modal Analysis", *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, Nashville, Tennessee.

(9) Kammer, D. C., 1991, "Sensor Placement for

On-orbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 14, pp. 199~196.

(10) Kammer, D. C., 1992, "Effects of Noise on Sensor Placement for On-orbit Modal Identification of Large Space Structures", *Transactions ASME, Journal of Dynamical Systems, Measurement and Control*, Vol. 114, No. 3, pp. 436~443.

(11) Reynier, M. and Abou-Kandil, H., 1999, "Sensors Location for Updating Problems", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, No. 2, pp. 297~314.

(12) Stabb, M. and Blelloch, P., 1995, "A Genetic Algorithm for Optimally Selecting Accelerometer Locations", *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, Nashville, Tennessee.

(13) Yao, L, Setheres, W. A., Kammer, D. C., 1993, "Sensor Placement for On-orbit Modal Identification via a Genetic Algorithm", *AIAA Journal*, Vol. 31, pp. 1167~1169.

(14) Worden, K. and Burrows, A. P., 2001, "Optimal Sensor Placement for Fault Detection", *Engineering Structures*, Vol. 23, pp. 885~901.

(15) Shi, Z. Y., Law, S. S. and Zhang, L. M., 2000, "Optimum Sensor Placement for Structural Damage Detection", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 126, No.11 pp. 1173~1179.

(16) Taguchi, G., 1986, *Introduction to Quality Engineering*, Asian Productivity Organization.

(17) Sloane, N. J. A., 2006, Website: <http://www.research.att.com/~njas/oadir/index.html>. A Library of Orthogonal Array.