

파동 유도 봉의 단면 변화에 따른 진동 전달 특성

Vibration Transmission Characteristics due to the Variation in the Cross-section of a Waveguide

김 대 승* · 김 진 오†

Dae Seung Kim and Jin Oh Kim

(2007년 1월 15일 접수 ; 2007년 3월 9일 심사완료)

Key Words : Waveguide(파동 유도 봉), Cross-section(단면), Vibration Transmission(진동 전달), Magnification(증폭률), Stress Concentration(응력 집중)

ABSTRACT

This paper presents a theoretical approach to describe the characteristics of vibration transmission in the waveguide with varying cross-section. The waveguide considered in this paper has a tapered section in the middle of an axisymmetric stepped rod. The distributions of the vibration displacement and stress along the waveguide were derived and they were verified by comparing the theoretically-calculated results with those obtained by the finite-element analysis. The vibration magnification and the concentrated stress under forced vibration were calculated for this rod according to the taper length. The paper established a theoretical basement of designing waveguides for maximizing the vibration transmission under minimum stress concentration.

1. 서 론

초음파 센서 및 액추에이터 기술이 응용되고 있는 여러 분야 중 하나인 초음파 가공은 유리나 세라믹과 같은 난삭재를 절삭하거나 절단하는데 사용되고 있다⁽¹⁻³⁾. 주파수가 수십 kHz인 진동을 가함으로써 가공을 용이하게 해주는 초음파 가공기는 전기적 신호로부터 초음파 진동을 발생시키는 진동 변환기와 초음파 진동을 전달하는 파동 유도 봉, 그리고 가공 공구로 이루어진다.

초음파 가공기에서 진동 변환기⁽⁴⁾에 의해 발생한 진동은 파동 유도 봉을 통해 증폭되면서 가공 공구에 전달된다^(1,2). 파동 유도 봉은 단면 형상이 대개 원형이며, 진폭 증대를 위하여 단면 크기가 길이 방

향으로 감소한다. 이러한 파동 유도 봉의 형태에 계단형, 지수함수형, 테이퍼형 등이 있다. 파동 유도 봉의 진동 변위 증폭률의 크기는 봉의 양단 면적비가 같더라도 봉의 형태에 따라 다르다. 즉 계단형, 지수함수형, 테이퍼형 순이다^(3,5).

계단형 봉은 단면의 크기가 다른 두 개의 균일한 봉을 결합한 형태로서, 제작이 쉽고 진동 증폭률이 가장 크지만, 단면 불연속 지점에서 응력 집중이 발생하는 단점이 있다^(3,5). 계단형 봉의 단면 변화부를 테이퍼형으로 변형시키거나 필릿(fillet) 형상으로 변형시키면, 이러한 응력 집중이 완화되지만 그 대신에 진동 증폭률이 감소된다^(3,5). 따라서 계단형 봉 설계에 이러한 형상 변형을 고려하고 진동 전달 특성을 해석하는 게 필요하다.

이 논문은 Fig. 1(a)에 보인 바와 같이 계단형 봉의 단면 변화부를 (b)와 같이 테이퍼형으로 변형시킨 파동 유도 봉을 대상으로 하여, 응력 집중을 완화시키면서 진동 증폭률을 극대화하는 봉의 길이를

† 교신저자; 정회원, 숭실대학교 공과대학 기계공학과
E-mail : jokim@ssu.ac.kr
Tel : (02) 820-0662, Fax : (02) 820-0668
* 숭실대학교 대학원 기계공학과

산출하는 이론을 제시한다. 이를 위해 한 쪽 끝에서 가진하고 다른 쪽 끝은 자유로운 경우, 변위 진폭이 최대가 되도록 공진을 발생시키는 봉의 최적 길이 식을 유도한다. 진동응답을 구하고, 그 결과를 유한 요소해석 결과와 비교하여 이론해의 타당성을 검증한다. 유한 요소해석결과로부터 최대 응력을 추출하여 응력 집중 계수 값의 크기를 검토한다.

2. 운동방정식과 경계 조건

봉의 단면 $A(x)$ 가 x 좌표에 따라 변화할 때 종진동의 운동방정식을 진동 변위 $u(x, t)$ 로 나타내면 다음과 같다^(6,7).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

여기서 $c_0(=\sqrt{E/\rho})$ 는 종방향 파동의 전파속도이고, ρ 는 밀도, E 는 영률(Young's modulus)이다.

진동 변위를 공간좌표 x 와 시간 t 에 대하여 변수 분리하기 위하여 $u(x, t) = U(x) \exp(i\omega t)$ 로 표현하고, 식(1)을 변수 분리하여 공간에 대해서 나타내면 다음과 같다⁽⁸⁾.

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{4A^2} [(A')^2 - 2AA''] + k^2 \right\} A^{1/2} U = 0 \quad (2)$$

여기서 $k = \omega/c_0$ 로 파동수(wave number)이다.

테이퍼 진 II 영역($L_1 \leq x \leq L_1 + L_2$)에서는 단면적이 x 의 함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$A_{II}(x) = A_I [1 - \alpha(x - L_1)]^2 \quad (3a)$$

$$\alpha = \frac{1}{L_2} \left(1 - \sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}} \right) = \cot \theta \quad (3b)$$

식(3)을 식(2)에 대입하여 II 영역에서의 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + k^2 \right] A_{II}^{1/2} U = 0 \quad (4)$$

I 영역과 III 영역의 운동방정식은 단면이 균일하므로, 이 영역의 운동방정식은 식(4)에서 A_{II} 를 삭제한 형태가 된다.

Fig. 1(b)의 도파관은 $x=0$ 에서 $u(0, t) = U_0 e^{i\omega t}$ 로 가진되고, I과 II 영역의 경계면과 II와 III 영역의 경계면에서 변위와 힘이 연속이며, III 영역의 끝에서 자유롭다. 변위 U 와 힘 F 로 표현되는 경계조건이 다음과 같이 설정된다.

$$x=0 \text{에서 } U_I = U_0, F_I = 0 \quad (5a)$$

$$x=L_1 \text{에서 } U_I = U_{II}, F_I = F_{II} \quad (5b)$$

$$x=L_1+L_2 \text{에서 } U_{II} = U_{III}, F_{II} = F_{III} \quad (5c)$$

$$x=L_1+L_2+L_3 \text{에서 } F_{III} = 0 \quad (5d)$$

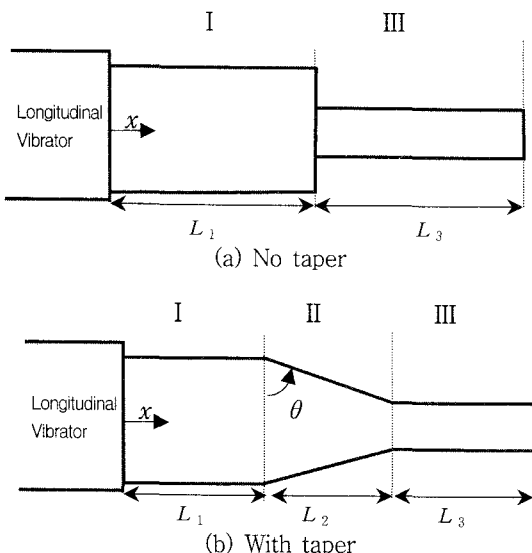


Fig. 1 Axisymmetric stepped rod excited at $x=0$

3. 진동 변위 및 응력 분포

단면이 균일한 I 영역과 III 영역에서 식(4)의 해는 삼각함수만으로 간단히 표현된다.

$$U_I(x) = C_1^I \sin kx + C_2^I \cos kx \quad (6a)$$

$$U_{III}(x) = C_1^{III} \sin kx + C_2^{III} \cos kx \quad (6b)$$

단면적이 변화하는 II 영역의 해는 그렇지 않다. 이에 대한 방정식의 해는 베셀함수로 표현된다. 그러나 해석 결과를 활용하여 물리적 의미를 파악하기 위해서는 좀 더 단순한 표현이 바람직하다. 이를 위해 삼각함수로 표현되는 해를 구하였다.

3.1 베셀함수를 이용한 해

테이퍼 진 II 영역의 일반해를 베셀함수로 나타내면 다음과 같다^(7,8).

$$U_{II}(x) = \zeta^{-1/2} [C_1 J_{1/2}(\lambda \zeta) + C_2 J_{-1/2}(\lambda \zeta)] \quad (7)$$

여기서 $\zeta = 1 - \alpha(x - L_1)$ 이고 $\lambda = k/\alpha$ 이다.

응력 σ 는 $EA(dU/dx)$ 이고 여기에 단면적 A 를 곱하면 힘 F 이므로, 식(6)과 (7)을 경계조건 (5a~c)에 대입한다. 변위해와 응력해를 구하여 정리하면 다음과 같다.

$$U_I(x) = U_0 \cos kx \quad (8a)$$

$$U_{II}(x) = \frac{\zeta^{-1/2}}{J_{3/2}(\lambda)J_{-1/2}(\lambda) + J_{-3/2}(\lambda)J_{1/2}(\lambda)} \times [B_1 J_{-1/2}(\lambda \zeta) + B_2 J_{1/2}(\lambda \zeta)] \quad (8b)$$

$$U_{III}(x) = \sqrt[4]{\frac{A_I}{A_{III}}} \frac{U_0}{J_{3/2}(\lambda)J_{-1/2}(\lambda) + J_{-3/2}(\lambda)J_{1/2}(\lambda)} \times \left\{ \left[-B_1 J_{-3/2}\left(\frac{k}{\alpha} \sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}}\right) + B_2 J_{3/2}\left(\frac{k}{\alpha} \sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}}\right) \right] \times \sin k(x - L_1 - L_2) + \left[B_1 J_{-1/2}\left(\frac{k}{\alpha} \sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}}\right) + B_2 J_{1/2}\left(\frac{k}{\alpha} \sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}}\right) \right] \times \cos k(x - L_1 - L_2) \right\} \quad (8c)$$

$$\sigma_I(x) = -E U_0 k \sin kx \quad (8d)$$

$$\sigma_{II}(x) = \frac{Ek\zeta^{-1/2}}{J_{3/2}(\lambda)J_{-1/2}(\lambda) + J_{-3/2}(\lambda)J_{1/2}(\lambda)} \times [-B_1 J_{-3/2}(\lambda \zeta) + B_2 J_{3/2}(\lambda \zeta)] \quad (8e)$$

$$\sigma_{III}(x) = \sqrt[4]{\frac{A_I}{A_{III}}} \frac{EkU_0}{J_{3/2}(\lambda)J_{-1/2}(\lambda) + J_{-3/2}(\lambda)J_{1/2}(\lambda)} \times \left\{ \left[-B_1 J_{-3/2}\left(\frac{k}{\alpha} \sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}}\right) + B_2 J_{3/2}\left(\frac{k}{\alpha} \sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}}\right) \right] \times \cos k(x - L_1 - L_2) + \left[-B_1 J_{-1/2}\left(\frac{k}{\alpha} \sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}}\right) + B_2 J_{1/2}\left(\frac{k}{\alpha} \sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}}\right) \right] \times \sin k(x - L_1 - L_2) \right\} \quad (8f)$$

여기서

$$B_1 = J_{3/2}(\lambda) \cos kL_1 + J_{1/2}(\lambda) \sin kL_1 \quad (9a)$$

$$B_2 = J_{-3/2}(\lambda) \cos kL_1 - J_{-1/2}(\lambda) \sin kL_1 \quad (9b)$$

이다.

3.2 삼각함수를 이용한 해

II영역에서 식(4)의 변위해 U_{II} 는 삼각함수를 이용하여 다음과 같은 형태로 표현될 수 있다⁽⁹⁾.

$$U_{II}(x) = \frac{1}{1 - \alpha(x - L_1)} [C_1'' \sin kx + C_2'' \cos kx] \quad (10)$$

식(6)과 (10)을 경계조건 (5a~c)에 대입하여 변위해와 응력해를 구하여 정리하면 다음과 같다.

$$U_I(x) = U_0 \cos kx \quad (11a)$$

$$U_{II}(x) = \frac{U_0}{1 - \alpha(x - L_1)} \times \left\{ -\left[\frac{\alpha}{k} \cos kL_1 + \sin kL_1 \right] \sin k(x - L_1) + \cos kL_1 \cos k(x - L_1) \right\} \quad (11b)$$

$$U_{III}(x) = \frac{A_I U_0}{A_{III} k} \left\{ \alpha^2 (L_2 \cos kL_2 - \frac{1}{k} \sin kL_2) \cos kL_1 - (1 - \alpha L_2) k \sin k(L_1 + L_2) - \alpha \sin kL_1 \sin kL_2 \right\} \times \sin k(x - L_1 - L_2) + \frac{U_0}{1 - \alpha L_2} \left\{ \cos k(L_1 + L_2) - \frac{\alpha}{k} \cos kL_1 \sin kL_2 \right\} \times \cos k(x - L_1 - L_2) \quad (11c)$$

$$\sigma_I(x) = -E U_0 k \sin kx \quad (11d)$$

$$\sigma_{II}(x) = \frac{EU_0}{[1 - \alpha(x - L_1)]^2} \times \left\{ (\alpha^2(x - L_1) \cos kL_1 - [1 - \alpha(x - L_1)] k \sin kL_1) \times \cos k(x - L_1) - \left(\left[\frac{\alpha^2}{k} + k(1 - \alpha(x - L_1)) \right] \cos kL_1 + \alpha \sin kL_1 \right) \times \sin k(x - L_1) \right\} \quad (11e)$$

$$\sigma_{III}(x) = \frac{EA_I U_0}{A_{III}} \left\{ \alpha^2 (L_2 \cos kL_2 - \frac{1}{k} \sin kL_2) \cos kL_1 - (1 - \alpha L_2) k \sin k(L_2 + L_1) - \alpha \sin kL_1 \sin kL_2 \right\} \times \sin k(x - L_1 - L_2) + \frac{U_0}{1 - \alpha L_2} \left\{ \cos k(L_1 + L_2) - \frac{\alpha}{k} \cos kL_1 \sin kL_2 \right\} \times \cos k(x - L_1 - L_2) \quad (11f)$$

$$\begin{aligned} & \times \cos k(x-L_1-L_2) \\ & - \frac{EU_0k}{1-\alpha L_2} \left(\cos k(L_1+L_2) - \frac{\alpha}{k} \cos kL_1 \sin kL_2 \right) \\ & \times \sin k(x-L_1-L_2) \end{aligned} \quad (11f)$$

3.3 봉의 길이

해석 결과에 표기된 봉의 영역별 길이 $L_1 (=L_3)$ 과 L_2 를 결정한다. 식(3)을 테이퍼 각 θ 와 반지름 R_I 및 R_{III} 와의 관계로 나타내면 다음과 같다.

$$L_2 = (R_I - R_{III}) \tan \theta \quad (12)$$

Fig. 1(b)의 과동 유도 봉은 I 영역과 III 영역의 길이가 같은 경우($L_1 = L_3$)를 고려 대상으로 한다. 봉의 끝의 변위 진폭이 최대가 되려면 가진 주파수가 1차 모드 공진 주파수와 같아야 한다. 식(12)에 의해 II 영역의 길이 L_2 를 설정하고, 식(11f)를 경계 조건(5d)에 대입하여 L_1 을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L_1 = & \frac{1}{k} \tan^{-1} \left\{ \cot kL_2 + \right. \\ & + \frac{1}{2kL_2} \left(\sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}} - 2 + \sqrt{\frac{A_I}{A_{III}}} \right) \\ & \left. + \sqrt{\csc^2 kL_2 + \left[\frac{1}{2kL_2} \left(\sqrt{\frac{A_{III}}{A_I}} - \sqrt{\frac{A_I}{A_{III}}} \right) \right]^2} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

4. 결과 및 토의

앞 절에서 유도된 식들을 이용하여 Fig. 1(b)의 과동 유도 봉에서의 변위 분포와 응력 분포를 구하고 유한 요소 해석 결과와 비교해서, 유도된 식들의 타당성을 검증한다.

4.1 이론 해 비교

과동 유도 봉에 대해서 가진 주파수는 20 kHz로 설정하고, 진동 변화기의 끝에서의 변위가 통상 1~3 μm 정도이므로 가진 변위 U_0 를 1 μm 로 설정하였다.

치수는 I 영역의 반지름 $R_I = 20 \text{ mm}$, III 영역의 반지름 $R_{III} = 5 \text{ mm}$, 테이퍼 각 $\theta = 42^\circ$ 일 때, 식(12)에 이들 치수를 대입하여 구한 II 영역의 길이는 $L_2 = 13.5 \text{ mm}$ 이다. 물성치는 영률이 $E = 200 \text{ GPa}$ 과 밀도가 $\rho = 7,800 \text{ kg/m}^3$ 이다.

과동 유도 봉의 치수와 물성치를 식(8f)에 대입하고, 경계 조건(5d)를 적용해 Mathematica⁽¹⁰⁾의 FindRoot 기능을 이용해 구한 I 영역의 길이는 $L_1 = L_3 = 59.6 \text{ mm}$ 이다. 식(13)을 이용하여 구한 I 영역의 길이도 $L_1 = L_3 = 59.6 \text{ mm}$ 이다. 베셀함수로 표현된 식(8)로부터 II 영역의 변위 분포와 응력 분포를 구하여 Fig. 2에 사각형 기호로 나타내었다. 삼각함수로 표현된 식(11)로부터 II 영역의 변위 분포와 응력 분포를 구하여 Fig. 2에 실선으로 나타내었다.

Fig. 2에 보는 것과 같이 이 두 가지 이론 해로 구한 변위와 응력 분포는 거의 일치한다. 최대 변위는 과동 유도 봉의 오른쪽 끝에서 발생하며, 크기는 15.7 μm 이다. 즉 증폭률이 15.7이다. 이는 계단형 봉의 변위 증폭률⁽⁵⁾인 16 보다 작다. 그리고 계단형 봉에서 최대 응력은 봉 길이의 중간인 단면 불연속 지점에서 발생하지만, 단면 변화부가 테이퍼진 봉에서는 노치가 형성되는 세 번째 경계면($x = L_1 + L_2$)에서 최대 응력 79.1 MPa이 발생한다.

4.2 유한요소해석 결과와 비교

앞 절에서 두 가지 이론 해를 토대로 종진동의 가진 응답을 구했다. 하지만 이론 해는 공간 좌표 x 에 따라 단면 내의 평균 변위와 평균 응력의 크기만을 나타내므로 봉의 표면 근처에서 발생하는 응력 집중 현상을 제대로 설명할 수 없다. 이론적 해석의 결과를 검증하고 과동 유도 봉에서의 최대 응력을 구하기 위해 유한요소해석을 하였다. 상용 프로그램인 ANSYS를 이용하였고, 앞 절에서 이론 해석의 대상과 동일한 봉의 공진 주파수를 구한 후 가진 응답 해석을 하였다.

해석에 사용된 봉의 단면은 원형이므로, 축대칭 경계 조건을 적용할 수 있는 사각 평판 요소인 SOLID 183을 이용하여 모델링 하였다. 모드 해석을 통해 공진 주파수를 구하였다. 이 공진 주파수를 가진 주파수로 선정하며 1 μm 의 진동 변위가 왼쪽 끝에 가해지는 경우의 진동 응답을 구하고 최대 변위와 최대 응력을 구했다. 최대 변위는 오른쪽 끝면의 중앙에서 발생하며, 최대 응력은 노치가 형성되는 지점인 세 번째 경계면의 가장자리에서 발생한다. 그런데 요소 분할 개수를 증가시킬수록 공진 주파수와 최대 변위는 19.48 kHz와 15.2 μm 로 수렴하는데 반해, 최대 응력은 발산한다. 그래서 과동 유도 봉의 공진 주파수

와 변위에 영향이 거의 없도록 반경 1mm의 필릿을 세 번째 경계면의 가장 자리에 설정하고, 최대 응력이 수렴할 때까지 요소망의 밀도를 증가시켰다. 그 결과 공진 주파수가 19.50 kHz일 때, 최대 응력 143 MPa를 얻었다. 이 때 길이 방향 4.2mm 간격으로 단면에서 평균 변위와 평균 응력을 계산하여 Fig. 2에 동그라미로 나타냈다. 유한요소해석 결과로부터 산출한 평균 변위는 I 구간에서는 거의 같고, 테이퍼진 II 구간과 III 구간의 좌반부에서는 약간 작다. 그리고 평균 응력은 I 구간과 테이퍼진 II 구간에서는 거의 같고 III 구간의 왼쪽 경계부에서 차이가 나기 시작해서 오른쪽으로 갈수록 거의 일치한다.

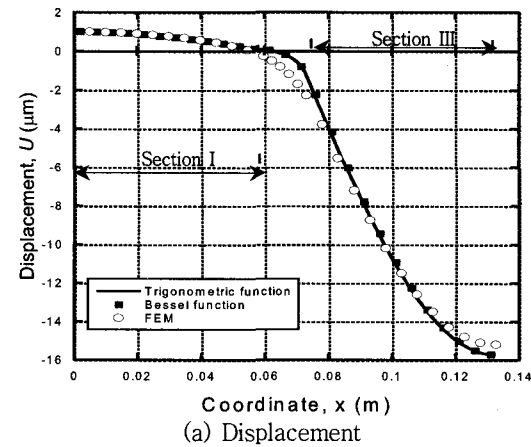
유한요소해석 결과로부터 산출한 변위와 응력 분포의 전체적인 경향은 이론 해석 결과와 대체로 잘 맞고 있음을 확인하였다. 그렇지만 이 연구에서 제시한

이론 해석 결과의 타당성을 좀 더 확실하게 검토하기 위해서는 이전의 문헌⁽⁵⁾에서 제시한 것처럼 실험 결과와 비교하는 추가 작업이 필요하다.

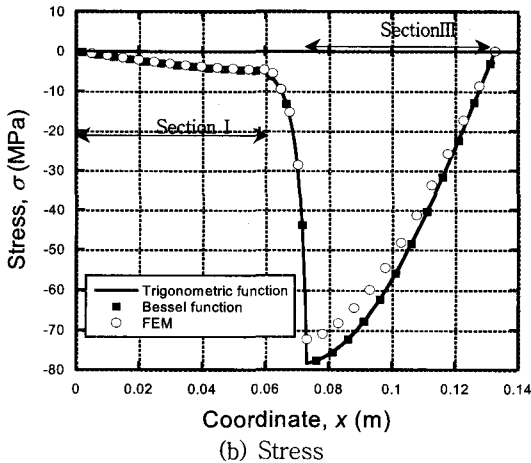
다음절에서는 II 영역의 테이퍼 길이에 따른 진동 전달 특성을 파악하기 위해 이 봉의 변위 증폭률과 응력의 크기를 계단형 봉의 경우와 비교한다.

4.3 진동 증폭률과 집중 응력

Fig. 1(b)와 같이 단면 변화부가 테이퍼인 봉과 (a)와 같이 계단형 봉에 대해서, 변위가 최대인 오른쪽 끝에서의 평균 변위를 구하고, 응력 집중이 발생하는 단면 불연속인 지점에서의 평균 응력을 구한다. 계단형 봉의 형상 조건을 충족시키기 위해 식 (13)에서 $L_2 \rightarrow 0+$ 으로 접근시키면 I 영역과 III 영역의 길이 $L_1 = L_3 = 63.3$ mm로 파장의 1/4이 된다. 이 치수들

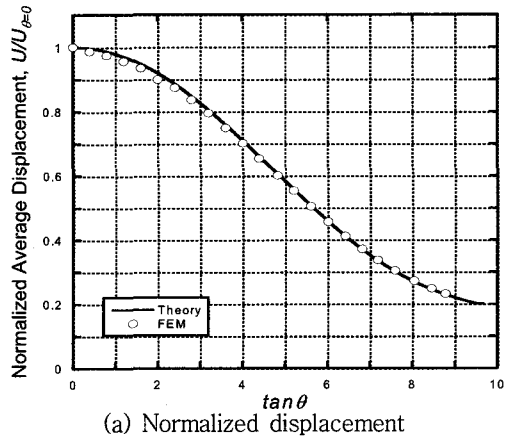


(a) Displacement

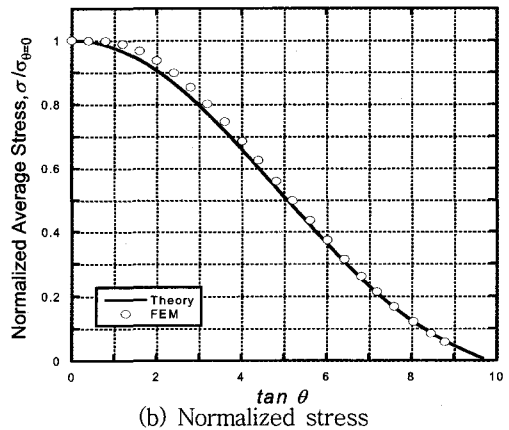


(b) Stress

Fig. 2 Displacement and stress distribution of a stepped rod with tapered section



(a) Normalized displacement



(b) Normalized stress

Fig. 3 Normalized displacement at the end of the rod ($x=L$) and normalized stress at $x=L_1+L_2$

을 식 (11c)와 (11f)에 대입하여 자유단에서의 평균 변위와 단면 불연속부에서의 평균 응력을 구하면 다음과 같다.

$$x = L_1 + L_2 + L_3 \text{에서 } U_{\theta=0}(L) = \frac{A_I U_0}{A_{III}} \quad (14a)$$

$$x = L_1 + L_2 \text{에서 } \sigma_{\theta=0}(L_1 + L_2) = -\frac{EkU_0 A_I}{A_{III}} \quad (14b)$$

Fig. 1(b)에서 보인 단면 변화부가 테이퍼인 봉에 대해서, 식 (12)를 이용해 테이퍼 각에 따라 II 영역의 길이 L_2 와 I 영역과 III 영역의 길이 L_1 을 구한 후, 식 (11c)에 대입해 과동 유도 봉의 변위가 최대가 되는 자유단에서의 변위를 구한다. 위에서 구한 L_2 와 L_1 을 식 (11e)에 대입하여 응력 집중이 발생하는 III 영역의 시작점에서의 평균 응력을 구한다. 얻어진 진동 변위와 응력을 각각 식 (14a)의 변위와 (14b)의 응력으로 나누어 정규화해서, 유한요소해석 결과와 함께 Fig. 3에 나타냈다. 이론 해의 그래프와 유한요소해석 결과의 그래프가 서로 잘 맞으므로 이론 해의 타당성을 재확인 하였다.

Fig. 3에 보인 바와 같이 테이퍼 길이가 증가함에 따라 변위 증폭률과 III 영역의 시작점에서의 평균 응력은 모두 감소한다. 그런데 이 부위에서의 평균 응력 변화는 변위 증폭률 변화량보다 대체로 크게 나타난다. 그 이유는 θ 가 클수록 III 영역의 길이가 짧아지므로 이 영역의 시작점은 응력의 크기가 0인 봉의 끝에 접근하기 때문이다.

유한요소해석을 통해 얻은 최대 응력을 평균응력

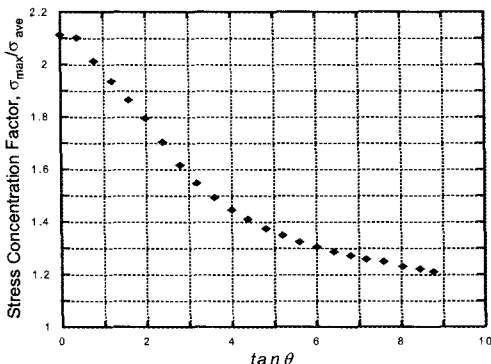


Fig. 4 Stress concentration factor at $x = L_1 + L_2$

으로 나누어 응력 집중 계수를 구하여, θ 에 따른 그래프로 Fig. 4에 나타내었다. θ 가 클수록, 즉 테이퍼 길이가 클수록 응력 집중 계수는 감소한다. 단면 변화가 완만할수록 응력 집중이 작은 경향을 정량적으로 확인하였다.

응력에 의한 도파관의 파손을 예방하기 위해서는 도파관에서의 응력은 피로한도보다 작아야 한다⁽⁵⁾. 여기서 피로한도는 다음과 같다.

$$\sigma_{\text{eall}} = S \sigma_e \quad (15)$$

여기서 σ_{eall} 는 허용 응력, S 는 안전 계수, σ_e 는 재질의 피로한도이다.

Fig. 4에서의 응력 집중 계수와 평균 응력을 곱한 값이 식 (15)에 의해 계산된 허용 응력과 같을 때에 θ 값을 추출한다. 그러면 식 (12)와 (13)에 의해 봉의 길이를 산정할 수 있다.

5. 결 론

단면 변화부를 테이퍼 형상으로 변형시킨 계단형 과동 유도 봉에 대해서, 테이퍼 영역의 단면 변화 치수에 따른 진동 전달 특성을 해석하였다. 테이퍼 영역의 진동 응답을 삼각함수로 단순화 한 해를 구하고, 기존의 베셀함수로 나타낸 해와 비교하여 검증하였다. 단순화 한 이론 해로부터 허용응력 범위에서 진동 전달률을 극대화 하는 봉의 길이를 산출하는 식을 유도하였다.

이론 해로부터 진동 변위와 응력 분포를 계산하고, 이를 유한요소해석 결과와 비교하여 서로 잘 맞는 것을 확인함으로써 이론 해의 타당성을 검증하였다. 테이퍼 영역의 길이에 따른 진동 전달률과 집중 응력의 변화를 계산하였다. 테이퍼 영역의 길이가 클수록, 즉 테이퍼 기울기가 작아 단면 변화가 완만할수록 응력 집중이 작아지는 경향을 정량적으로 확인하였다.

응력 집중을 완화하면서 진동 전달률을 극대화 하는 과동 유도 봉을 설계하는 데에 사용할 이론적 토대를 확보하였다.

후 기

이 연구는 숭실대학교 교내연구비 지원으로 이루어졌습니다.

참고 문헌

- (1) Toe, T. B., Aspinwall, D. K., Wise, M. L., 1998, "Review on Ultrasonic Machining", International Journal of Machine Tools and Manufacturing, Vol. 38, No. 4, pp. 239~255.
- (2) Eisner, E., 1963, "Design of Sonic Amplitude Transformers for High Magnification", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 35, No. 9, pp. 1367~1377.
- (3) Rozenberg, L. D., Kazantsev, V. F., Makarov, L. O. and Yakhimovich, D. F., 1964, Ultrasonic Cutting, Consultant Bureau, New York, Chapter 3.
- (4) Kim, D. S., Kim, J. O., 2006, "Variation in the Vibration Characteristics of a Piezoelectric Transducer due to Pre-pressure", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 1, pp. 89~100.
- (5) Amin, S. G., Ahmed, M. H. M., Youssef, H. A., 1995, "Computer-aided Design of Acoustic Horns for Ultrasonic Machining Using Finite-element Analysis", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 55, pp. 254~260.
- (6) Graff, K. F., 1991, Wave Motion in Elastic Solids, Dover, New York, Chapter 2.
- (7) Li, Q. S., 2000, "Exact Solutions for Longitudinal Vibration of Multi-step Bars with Varying Cross-section", ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 122, No. 2, pp. 183~187.
- (8) Choi, I. S., Chun, H. Y., Kim, J. O., Kim, I. S., 2003, "Improving Wave Propagation Performance of an Ultrasonic Waveguide for Heat isolation", Journal of the Acoustical Society of Korea, Vol. 22, No. 7, pp. 545~553.
- (9) Marshall, W. 1996, "A Two-port Analogous Circuit and SPICE Model for Salmon's Family of Acoustic Horns", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 99, No. 3, pp. 1459~1464.
- (10) Wolfram, S. 1999, The Mathematica Book, 4th ed., Wolfram Media Inc., Cambridge University Press.