

# 다수의 코드율이 가능한 저밀도 패리티 체크 코드의 설계 방법

## A Design Method of Multi-Rate Low Density Parity Check Code

황성희<sup>†</sup>, 김진한\*, 박현수\*\*

Sung-Hee Hwang, Jin-Han Kim and Hyun-Soo Park

### Abstract

일반적으로 주어진 하나의 H matrix 로 다수의 코드율을 가지는 코드화가 가능하다. 하지만 Low Density Parity Check(LDPC) 코드의 H matrix 는 H matrix 내의 1의 개수와 위치에 따라 그 성능이 달라짐으로 해서 하나의 H matrix 로 다수의 코드율을 대응하기 위한 설계 방법이 요구된다. H matrix 의 성능은 일반적으로 girth 나 minimum distance 에 의해 좌우되고 H matrix 의 1의 위치에 따라 달라진다. 본 논문에서는 H matrix 의 girth 와 minimum distance 에 입각한 다수 개의 코드율이 대응 가능한 LDPC code 의 H matrix 설계 방법을 제시하고자 한다. 이렇게 함으로써 하나의 H matrix 로 다수의 코드율에 따른 각각의 성능을 일정 수준 이상 유지하는 multi-rate LDPC code 가 가능하다.

**Key Words :** LDPC, Girth, Minimum distance, H matrix

### 기호설명

- H: Parity check matrix
  - Hj: code rate i 를 위한 H matrix
  - Hp: H matrix 의 parity part matrix
  - Haj: Hj 를 위해 Hj-1 matrix 에 추가되는 matrix
  - RH: Column weight 3 이하인 H 의 부분 matrix
  - RHj: Column weight 3 이하인 Hj 의 부분 matrix
  - RHaj: Column weight 3 인 Haj 의 부분 matrix
  - MH: H matrix 의 mother matrix
  - MHj: Hj matrix 의 mother matrix
  - MHp: Hp 의 mother matrix
  - MHaj: Haj 의 mother matrix
  - MRH: RH 의 mother matrix
  - MRHj: RHj 의 mother matrix
  - MRHaj: RHaj 의 mother matrix
- 여기서 j=1,2,...,i

### 1. 서론

무선 통신 분야 뿐만 아니라 광 정보 저장 장치에서도 정보의 저장을 위한 다수의 코드율을 가지는 에러 정정 코드를 필요하게 된다.

IEEE P802.16e 의 통신 규격은 다수의 코드율을 위한 다수의 LDPC 코드를 에러 정정 코드로써 채용하고 있으며[1] Digital Versatile Disc(DVD)나 Blu-ray Disc(BD)와 같은 광 정보 저장 기기에서는 사용자 데이터를 위한 코드율과 사용자 데이터를 운용하고 관리하기 위한 주소 정보와 같은 부가 정보들을 위한 코드율 등 다수의 코드율을 필요로 했다.

DVD 나 BD 에 있어서 그 에러 정정 코드로써 Reed-Solomon code 를 사용함에 따라 다수의 코드율 대응 용이하게 할 수 있었다. 하지만 정보 저장 매체의 고밀도화 고 용량화 추세에 따라 LDPC 코드의 적용이 시도되고 있다.

앞서 언급한 바와 같이 IEEE P802.16e 의 통신 규격은 다수의 코드율을 지원하는데 있어서 각각의 코드율을 위한 각각의 H matrix 를 채용하고 있다. 이에 반해 본 논문에서는 하나의 H matrix 로 다수의 코드율을 지원하는 LDPC 코드 설계 방법을 제시하고 AWGN 상에서의 에러 정정 능력을 비교하고자 한다.

<sup>†</sup> 삼성전자 DM 총괄 DM 연구소  
E-mail : hshee@samsung.com  
TEL : (031)200-3138

\* 삼성전자 DM 총괄 DM 연구소

\*\* 삼성전자 DM 총괄 DM 연구소

## 2. Multi-rate LDPC code

### 2.1 Multi-rate N x M H matrix

$N \times M$  Multi-rate H matrix 는 Fig. 1 과 같은  $n \times m$  matrix MH 로부터 각각의 인자를  $p \times p$  permutation matrix 로 대체함에 의해 만들어 지는 Block LDPC 인데[1], 우선  $n \times n$  matrix  $H_p$  에 지원하려는  $i$  개의 코드율 중 가장 낮은 코드율을 위한 matrix  $H_{a1}$  을 추가하여  $H1=[H_p|H_{a1}]$ 를 생성하고 여기서 그 다음 낮은 코드율을 위한 matrix  $H_{a2}$  를 추가하여  $H2=[H1|H_{a2}]$ 를 생성하는 방식으로 진행하여 Fig. 2 와 같이 최종적인 matrix  $H=H_i=[H_{i-1}|H_{ai}]$ 를 생성하게 된다.

#### 2.1.1 Multi-rate $n \times m$ matrix MH

MH 는  $n \times n$  matrix  $MH_p$  에 각각의 코드율을 위한 weight 3 column 들을  $k-h(k=m-n)$ 개 추가하여

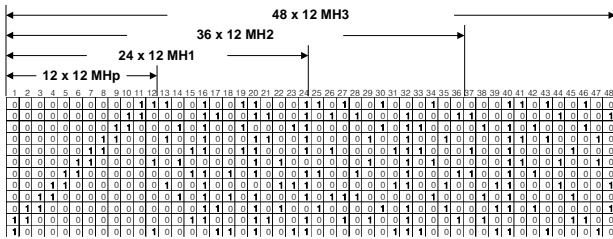


Fig. 1 12 x 48 mother matrix MH for code rate 1/2, 2/3 and 3/4

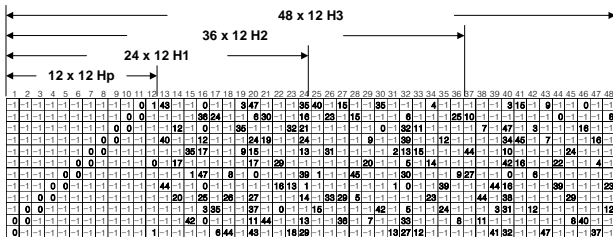


Fig. 2 H matrix of mother matrix MH for code rate 1/2, 2/3 and 3/4 (p=48)

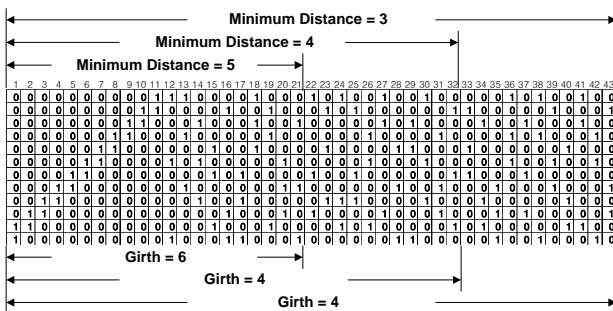


Fig. 3 Girth and minimum distance of 12 x 43 MRH matrix for code rate 1/2,2/3 and 3/4

Fig. 3 과 같이 생성된  $n \times (m-h)$  matrix MRH 에 column weight 평균을 고려하여 (3 과 4 사이가 적당) weight  $w(>3)$  column 들을  $h$  개 추가 함에 의해 설계된다.

#### 2.1.1.1. Multi-rate $n \times (m-h)$ matrix MRH

MRH 는 주어진  $n \times n$  matrix  $MH_p$  에 Fig. 3 과 같이 가장 낮은 코드율을 위한  $MRH_{a1}$  을 생성하여  $MRH1=[MH_p|MRH_{a1}]$ 을 만들고 여기에 다음으로 낮은 코드율을 위한  $MRH_{a2}$  를 생성하여  $MRH2=[MRH1|MRH_{a2}]$ 를 만드는 방식으로 하여 최종적인  $MRH_i=[MRH_{i-1}|MRH_{ai}]$ 를 생성하는데, 각각의  $MRH_j$  는  $MRH_{j-1}$  로부터 다음과 같이 구성된다. 여기서  $j=1,2,\dots,i$  이고,  $i$  는 지원하려는 코드율의 개수이며  $MRH_0=MH_p$  이다.

주어진  $MRH_{j-1}$  에 column 을 추가할 때 girth 와 minimum distance 를 최대한 크게 하는 weight 3 column 을 찾을 수 있다. 이와 같이 주어진 column 들의 집합에 girth 와 minimum distance 를 최대한 크게 하는  $s(\geq 1)$ 개의 column 들을 단계적으로 추가하여 Fig. 3 과 같이  $MRH_{j-1}$  로부터  $MRH_j$  를 생성한다. 여기서  $j=1,2,\dots,i$ .

#### 2.1.1.2. Weight $w(>3)$ column 들의 추가

생성될 MH 의 row weight 분포를 최대한 균등하게 하고 또한 column weight 평균을 고려하여 MRH 에 weight  $w(>3)$  column 들을 추가하여 Fig. 1 과 같이 MH 를 만든다[2].

### 2.1.2 N x M H matrix 의 생성

$n \times m$  MH matrix 의 각각의 인자를  $p \times p$  ( $p=N/n$ ) permutation matrix 으로 대체하고 그 shift 값을 결정함에 의해  $N \times M$  H matrix 를 생성하게 된다.

#### 2.1.2.1. $pn \times p(m-h)$ RH matrix 의 생성

$n \times (m-h)$  MRH matrix 의 각각의 인자를  $p \times p$  ( $p=N/n$ ) permutation matrix 으로 대체하고 그 shift 값을 결정함에 의해  $pn \times p(m-h)$  RH matrix 를 생성하게 되는데 먼저 MRH 의  $MH_p$  matrix 를 encoding 이 용이한 구조 그 shift 값을 결정하여  $H_p$  를 생성[3]한 후 MRH matrix 를 생성할 때와 유사한 방법으로  $H_p$  로부터 RH1 의 girth 와 minimum distance 가 가능한 한 최대가 되도록  $MRH_{a1}$  의 각각의 인자에 대한 permutation matrix 의 shift 값을 결정한다. 이와 동일한 방법으로 RH1 으로부터 RH2 를 그리고 RH<sub>i-1</sub> 로부터 RH<sub>i</sub> 를 Fig.4 와 같이 생성한다.

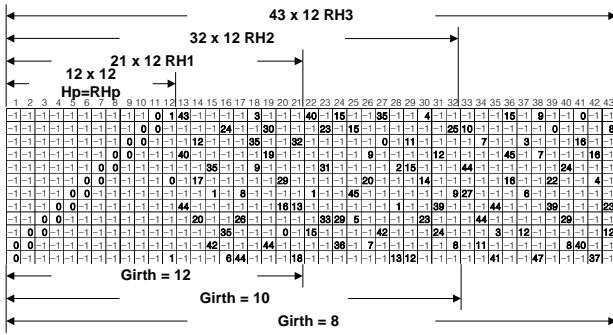


Fig. 4 Girth of RH matrix of MRH matrix for code rate 1/2, 2/3 and 3/4 (p=48)

2.1.2.2. Weight  $w(>3)$  column 들의 shift 값 결정 앞서 생성된 RH 관계하여 Weight  $w(>3)$  column 들의 shift 값을 cycle 4 가 발생하지 않도록 결정하여 Fig. 2 와 같이 최종적인 H matrix 를 생성한다.

### 3. Simulation

#### 3.1 AWGN channel 상에서의 성능 비교

IEEE P802.16e 에 채용된 코드율 1/2, 2/3, 3/4 를 위한 H matrix 들과 본 논문에서 제시한 방법에 의한 Multi-rate H matrix 와의 동일한 코드 길이에서의 성능 비교를 위해 코드율 1/2, 2/3, 3/4 을 위한 H matrix 를 Fig. 2 와 같이 구성하였고 AWGN channel 상에서 각각의 코드율에 대한 여러 정점 후의 bit error rate(ber)와 code error rate(cer)을 비교한 결과는 Fig. 5~7 과 같이 본 논문의 Multi-rate H matrix 에 설계 방법에 의한 LDPC 의 성능이 다소 우수하다는 것을 알 수 있다.

LDPC 의 최대 반복 정점 회수는 20 회 이고  $snr\_dB = 10 \cdot \log_{10}(x^2 / (2 \cdot R \cdot \delta^2))$ 이다. 여기서 x 는 신호의 크기이고 R 은 코드율이다.

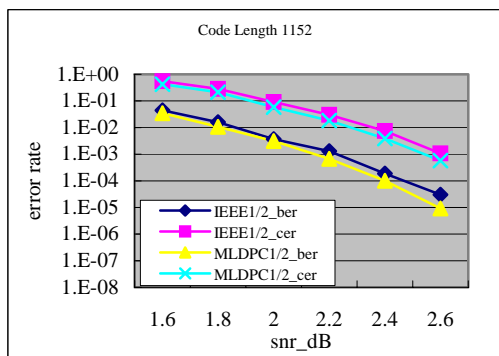


Fig. 5 Ber and cer performance of IEEE LDPC and multi-rate LDPC with code rate 1/2

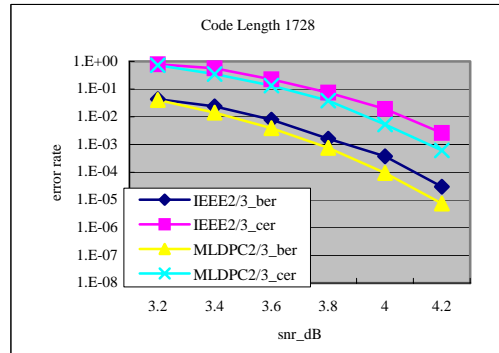


Fig. 6 Ber and cer performance of IEEE LDPC and multi-rate LDPC with code rate 1/2

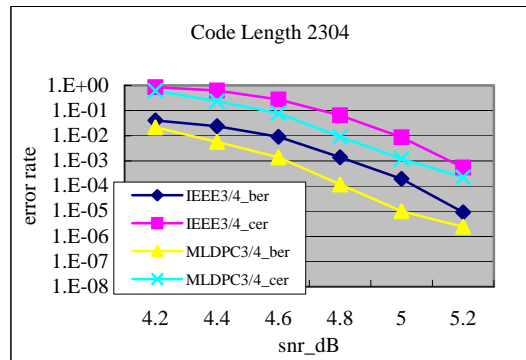


Fig. 7 Ber and cer performance of IEEE LDPC and multi-rate LDPC with code rate 1/2

### 4. 결론

본 논문에서 제시한 방법과 같이 H matrix 설계 함으로써 각각의 코드율에 따른 성능을 보장하면서 다수의 코드율을 대응 할 수 LDPC code 가 가능하다.

### 참고문헌

- [1] IEEE, April 2005, "IEEE P802.16e/D7" pp.475-482
- [2] Thomas J. Richardson, M. Amin Shokrollahi, and Rüdiger L. Urbanke, FEBRUARY 2001, "Design of Capacity-Approaching Irregular Low-Density Parity-Check Codes," IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY, Vol.47, No.2
- [3] Thomas J. Richardson and Rüdiger L. Urbanke, FEBRUARY 2001, "Efficient Encoding of Low-Density Parity-Check Codes," IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY, Vol. 47, No. 2