

유연한 LCZ와 집합 크기를 갖는 새로운 이진 LCZ 수열 집합의 생성

준회원 김 영 식*, 장 지 웅*, 종신회원 노 종 선**, 정 하 봉***

New Constructions of Binary LCZ Sequence Sets With Flexible LCZ and Set Size

Young-Sik Kim*, Ji-Woong Jang* *Associate Members*,
Jong-Seon No*, Ha-Bong Chung** *Lifelong Members*

요 약

이 논문에서는 파라미터 $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$ 를 갖는 새로운 낮은 상관 구역 수열을 생성한다. 이 방식에서는 자유롭게 낮은 상관 구간의 길이 L 을 선택할 수 있으며, 이에 따라서 집합의 크기 M 이 결정이 된다. 그리고 이 생성 방식을 사용하게 되면 선택된 낮은 상관 구간의 길이 L 과 집합의 크기 M 이 Tang, Fan, 그리고 Matusufuji 한계를 기준으로 최적에 가까운 집합을 생성할 수가 있다.

Key Words : Binary sequences, Flexible low correlation zone, Low correlation zone, PN sequences, QS-CDMA system

ABSTRACT

In this paper, we construct new LCZ sequence sets with parameters $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$. In this scheme, we can relatively freely choose the LCZ length L and the resulting LCZ sequence set has the size M , which is nearly optimal with respect to Tang, Fan, and Matusufuji bound.

I. 서 론

부호 분할 다중 접속 (code division multiple access) 시스템에서는 많은 사용자들이 Gold 수열군과 같은 좋은 상관 특성을 갖는 의사 불규칙 수열을 사용해서 무선 자원을 공유할 수 있다. 하나의 Gold 수열 집합은 주어진 집합의 크기와 주기에 대해서 이론적인 하한을 만족하는 최대의 상관 값을 갖는다는 의미에서 Sidelnikov 한계에 대해서 최적인 수열이다^[1]. 이 하한은 대략 수열의 주기의 2배

의 제곱근과 같다. 그래서 수열군이 최적이라고 하더라도 자기상관과 상호상관 값은 상대적으로 큰 값을 갖게 된다. 그래서 최적의 수열군을 사용한다고 하더라도 상당한 양의 다중 접속 간섭이 생길 수 있다.

Gaudenzi, Elia, 그리고 Vilola는^[2] 준동기 부호 분할 다중 접속 시스템(QS-CDMA)을 제안하였다. 이 시스템에서는 서로 다른 사용자간의 수 칩 이내의 시간 지연이 허용되고 이것은 무선 통신 시스템을 설계하는데 더 큰 유연성을 제공해 준다.

※ 본 연구는 교육인적자원부, 산업자원부, 노동부의 출연금으로 수행한 최우수실험실지원사업과 정보통신부의 출연금으로 수행하고 있는 과제의 연구결과입니다.

* 삼성전자(kingsi@ccl.snu.ac.kr, stasera@ccl.snu.ac.kr), ** 서울대학교 전기·컴퓨터공학부 및 뉴미디어통신공동연구소(jsno@snu.ac.kr)

*** 홍익대학교 전자전기공학부(habchung@hongik.ac.kr)

논문번호: KICS2006-10-417, 접수일자: 2006년 10월 11일, 최종논문접수일자: 2007년 2월 6일

QS-CDMA 시스템을 위한 수열 집합을 설계할 때 가장 중요한 문제는 전체적인 상관 값의 최대값을 최소화 시키는 것이 아니라 원점 근처에서 낮은 상관 구역을 (low correlation zone) 갖는 것이다. 사실 구역 안에서 작은 상관 값을 갖는 LCZ 수열은 다른 잘 알려진 최적의 상관 특성을 갖는 수열군보다도 더 좋은 성능을 보여주었다^[3].

S 가 주기가 N 인 M 개의 수열의 집합이라 하자. 만일 S 에 있는 임의의 두 개의 수열들 사이의 상관 함수의 크기가 offset τ 의 구간 $-L < \tau < L$ 안에서 ϵ 보다 작거나 같은 값을 갖는다면 S 는 (N, M, L, ϵ) LCZ 수열 집합이라 부른다. Long, Zhang, 그리고 Hu는^[3] Gordon-Mills-Welch (GMW) 수열을 사용해서 이진 LCZ 수열 집합을 제안하였다. 소수 p 에 대해서 Tang과 Fan은^[4] Long의 연구에서 각각의 수열의 알파벳 크기를 확장해서 p 진 LCZ 수열을 제안하였다. Kim, Jang, No, 그리고 Chung은^[5] 최적의 4진 LCZ 수열 집합을 제안하였다. 그리고 Jang, No, Chung, 그리고 Tang은^[6] 새로운 최적의 p 진 LCZ 수열 집합을 생성하였다. 최근에 Jang, No, 그리고 Chung은^[7] unified 수열을 사용해서 최적의 p^2 진 LCZ 수열 집합을 생성하는 방법을 발견하였다^[8]. 또한 LCZ 수열의 특수한 경우라 할 수 있는 $\epsilon=0$ 인 ZCZ 수열에 대한 연구도 진행되어 왔다^{[9],[10]}.

이 논문에서는 파라미터 $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$ 를 갖는 새로운 낮은 상관 구역 설계 방식을 제안한다. 이 방식에서는 자유롭게 낮은 상관 구간의 길이 L 을 선택할 수 있으며, 이에 따라서 집합의 크기 M 이 결정이 된다. 그리고 선택된 낮은 상관 구간의 길이 L 과 M 은 Tang, Fan, 그리고 Matsufuji 한계를 기준으로 최적에 가까운 집합을 생성할 수가 있다.

II. 새로운 수열 집합의 설계

$N=2^{n+1}-2$ 라 하자. Z_N 이 modulo N 인 정수의 집합이라 하자. 즉, $Z_N = \{0, 1, \dots, N-1\}$ 이다. $a(t)$ 가 이상적인 자기상관 특성을 갖는 주기가 2^n-1 인 이진수열이라 하자. D_u 는 $a(t-u)$ 인 특성 집합이라 하자. 즉,

$$D_u = \{t \mid a(t-u) = 1, 0 \leq t \leq 2^n - 2\} = D_0 + u$$

이다. 여기서 $u \in Z_{2^n-1}$, $D_0 + u = \{d+u \mid d \in D_0\}$, 그리고 “+”는 modulo 2^n-1 덧셈을 의미한다.

$\overline{D}_u = Z_{2^n-1} \setminus D_u$ 라 하자. $a(t)$ 의 균형성으로부터 다음을 얻는다.

$$|D_u| = 2^{n-1} \quad (1)$$

$$|\overline{D}_u| = 2^{n-1} - 1 \quad (2)$$

$a(t)$ 의 difference-balance 성질로부터 $u \neq v$ 에 대해서 다음 식이 성립한다.

$$|D_u \cap D_v| = 2^{n-2} \quad (3)$$

$$|D_u \cap \overline{D}_v| = 2^{n-2} \quad (4)$$

$$|\overline{D}_u \cap \overline{D}_v| = 2^{n-2} - 1 \quad (5)$$

중국인의 나머지 정리로부터 동형사상 $\phi: w \rightarrow (w \bmod 2, w \bmod 2^n - 1)$ 에 의해 $Z_N \cong Z_2 \otimes Z_{2^n-1}$ 가 성립한다. 여기서 \otimes 는 direct product이다. 논문에서 우리는 $w \in Z_N$ 과 $(w \bmod 2, w \bmod 2^n - 1)$ 을 같은 의미로 사용할 것이다. $u \in Z_{2^n-1}$ 에 대해서 C_u 가 다음과 같은 Z_N 의 부분 집합이라 하자.

$$C_u \cong 0 \otimes A_u \cup 1 \otimes D_{1-u} \quad (6)$$

여기서 A_u 는 D_u 또는 \overline{D}_u 이다. 그러면 다음 식이 성립한다.

$$|C_u| = \begin{cases} |D_u| + |D_{1-u}| = 2^n, & \text{if } A_u = D_u \\ |\overline{D}_u| + |D_{1-u}| = 2^n - 1, & \text{if } A_u = \overline{D}_u \end{cases} \quad (7)$$

$s_u(t)$ 가 다음과 같이 정의되는 C_u 의 특성 수열이라 하자.

$$s_u(t) = \begin{cases} 1, & t \in C_u \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

A_u 에 따라서 Z_N 의 두 개의 서로 다른 부분 집합 중 하나가 될 수 있는 C_u 처럼 수열 $s_u(t)$ 도 하나는 2^n 개의 1을 갖고 다른 하나는 2^n-1 개의 1을 갖는 두 개의 서로 다른 수열 중 하나가 될 수 있다. 이진 수열 $s_u(t)$ 와 $s_v(t)$ 의 상관 함수 $R_{u,v}(\tau)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$R_{u,v}(\tau) = \sum_{t=0}^{N-1} (-1)^{s_u(t)+s_v(t+\tau)}$$

$d_{u,v}(\tau) = |C_u \cap (C_v + \tau)|$ 라 하자. 여기서 $\tau \in Z_N$, $C_v + \tau = c + \tau$, $c \in C_v$, 그리고 “+”는 modulo N 덧셈을 의미한다. 그러면 다음의 보조정리를 얻을 수 있다.

보조정리 1. 상관 함수 $R_{u,v}(\tau)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$R_{u,v}(\tau) = N - 2(|C_u| + |C_v| - 2d_{u,v}(\tau))$$

□

이제 (6)에서의 C_u 의 두 개의 특성 수열의 집합을 정의하자.

정의 2. 집합 U_1 는 $A_u = D_u$ 인 C_u 의 모든 특성 수열 $s_u(t)$, $1 \leq u < 2^{n-1}$ 의 집합이다. 마찬가지로 $A_u = \overline{D}_u$ 인 C_u 의 모든 특성 수열 $s_u(t)$, $1 \leq u < 2^{n-1}$ 의 집합을 U_2 라 부른다.

□

다음 정리는 정의 2에서의 수열들 사이의 상관값을 보여준다.

정리 3. $U_1 \cup U_2$ 에서의 두 개의 수열 $s_u(t)$ 와 $s_v(t)$ 사이의 상관 함수는 다음과 같다.

경우 1) $s_u(t), s_v(t) \in U_1$

i) $u \neq v$

$$R_{u,v}(\tau) = \begin{cases} 2^n - 2, & \text{for } \tau = (0, u-v), (0, v-u), \\ & (1, u+v-1), (1, 1-u-v) \\ -2, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ii) $u = v$

$$R_{u,v}(\tau) = \begin{cases} 2^{n+1} - 2, & \text{for } \tau = 0 \\ 2^n - 2, & \text{for } \tau = (1, 2u-1), (1, 1-2u) \\ -2, & \text{otherwise} \end{cases}$$

경우 2) $s_u(t) \in U_1, s_v(t) \in U_2$

i) $u \neq v$

$$R_{u,v}(\tau) = \begin{cases} -2^n, & \text{for } \tau = (0, u-v), (1, 1-u-v) \\ 2^n, & \text{for } \tau = (0, v-u), (1, u+v-1) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ii) $u = v$

$$R_{u,v}(\tau) = \begin{cases} -2^n, & \text{for } \tau = (1, 1-2u) \\ 2^n, & \text{for } \tau = (1, 2u-1) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

경우 3) $s_u(t), s_v(t) \in U_2$

i) $u \neq v$

$$R_{u,v}(\tau) = \begin{cases} 2^n - 2, & \text{for } \tau = (0, u-v), (0, v-u) \\ -2^n + 2, & \text{for } \tau = (1, u+v-1), \\ & (1, 1-u-v) \\ -2, & \text{for } \tau = (0, \tau_2), \tau_2 \neq \pm(u-v) \\ 2, & \text{for } \tau = (1, \tau_2), \\ & \tau_2 \neq \pm(u+v-1) \end{cases}$$

ii) $u = v$

$$R_{u,v}(\tau) = \begin{cases} 2^{n+1} - 2, & \text{for } \tau = 0 \\ -2^n + 2, & \text{for } \tau = (1, 2u-1), (1, 1-2u) \\ -2, & \text{for } \tau = (0, \tau_2), \tau_2 \neq 0 \\ 2, & \text{for } \tau = (1, \tau_2), \tau_2 \neq \pm(2u-1) \end{cases}$$

증명) $\tau = (\tau_1, \tau_2) \in Z_2 \otimes Z_{2^{n-1}}$ 이라 하자. 정의 2로부터 $u+v \neq 1 \pmod{2^n-1}$ 임은 자명하다. 그러면 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} d_{u,v}(\tau) &= |C_u \cap (C_v + \tau)| \\ &= |\{0\} \cap \{\tau_1\} \cap A_u \cap (A_v + \tau_2)| \\ &\quad + |\{0\} \cap \{1+\tau_1\} \cap A_u \cap (D_{1-v} + \tau_2)| \\ &\quad + |\{1\} \cap \{\tau_1\} \cap D_{1-u} \cap (A_v + \tau_2)| \\ &\quad + |\{1\} \cap \{1+\tau_1\} \cap D_{1-u} \cap (D_{1-v} + \tau_2)| \\ &= \begin{cases} |A_u \cap (A_v + \tau_2)| + |D_{1-u} \cap (D_{1-v} + \tau_2)|, & \text{for } \tau_1 = 0 \\ |A_u \cap (D_{1-v} + \tau_2)| + |D_{1-u} \cap (A_v + \tau_2)|, & \text{for } \tau_1 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

(8)

경우 1) $s_u(t), s_v(t) \in U_1$;

i) $u \neq v$

이 경우 $A_u = D_u$ 이고 $A_v = D_v$ 이다. 이로부터

(1)과 (3)을 (8)에 대입하면

$$d_{u,v}(\tau) = \begin{cases} 2^{n-1} + 2^{n-2}, & \text{for } \tau = (0, u-v), (0, v-u), \\ & (1, u+v-1), (1, 1-u-v) \\ 2^{n-1}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

를 얻을 수 있고, 따라서 다음 식이 성립한다.

$$R_{u,v}(\tau) = \begin{cases} 2^n - 2, & \text{for } \tau = (0, u-v), (0, v-u), \\ & (1, u+v-1), (1, 1-u-v) \\ -2, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

ii) $u = v$

이 경우 마찬가지로 다음 식을 얻는다.

$$d_{u,u}(\tau) = \begin{cases} 2^n, & \text{for } \tau = 0 \\ 2^{n-1} + 2^{n-2}, & \text{for } \tau = (1, 2u-1), (1, 1-2u) \\ -2, & \text{otherwise} \end{cases}$$

따라서

$$R_{u,u}(\tau) = \begin{cases} 2^{n+1} - 2, & \text{for } \tau = 0 \\ 2^n - 2, & \text{for } \tau = (1, 2u-1), (1, 1-2u) \\ -2, & \text{otherwise} \end{cases}$$

경우 2)와 경우 3)은 각각 $A_u = D_u$, $A_v = \bar{D}_v$ 그리고 $A_u = \bar{D}_u$, $A_v = \bar{D}_v$ 이고 이것을 (8)에 대입하면 경우 1)과 유사하게 증명할 수가 있다. □

여기서 경우 1)-ii)와 경우 3)-ii)는 자기상관 함수에 해당한다. 또한 $u = v$ 인 경우에 각각의 상관 함수에는 두 개의 sidelobe가 존재한다. 즉, $\epsilon = 2$ 을 넘는 상관 값이 두 개 있다. 그리고 다른 경우에는 총 네 개의 sidelobe가 존재한다. 다음의 예제는 생성과정을 보여준다.

예제 4. $n = 4$ 일 때, 주기가 15인 이진 m -수열을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$000100110101111$$

그러면 이 m -수열의 support 집합은 다음과 같이 주어진다.

$$D_0 = \{3, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14\}$$

$u = 6$ 인 경우에 다음 식이 성립한다.

$$D_6 = \{0, 2, 3, 4, 5, 9, 12, 13\}$$

그리고

$$D_{-5} = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 13\}$$

그래서 특성 집합

$$C_6 = \{0\} \otimes D_6 \cup \{1\} \otimes D_{-5} \\ = \{0, 1, 2, 4, 7, 9, 12, 13, 17, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 28\}$$

을 갖는 수열 $s_6(t) \in U_1$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$s_6(t) = 111010010100110001111101100010$$

여기서 특성 집합을 보면, 이 논문에서 제안한 interleaving 방식은 단순히 D_6 을 짝수 위치에 그리고 D_{-5} 를 홀수 위치에 대입하는 방식과는 분명히 다른 것을 알 수 있다.

마찬가지로 $v = 3$ 에 대해서 수열 $s_3(t) \in U_1$ 을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$s_3(t) = 111001110111101010010000110100$$

$s_6(t)$ 와 $s_3(t)$ 사이의 상호 상관 값들은 다음과 같이 열거할 수 있다.

$$R_{6,3}(\tau) = -2, -2, -2, -2, -2, -2, -2, 14, -2, -2, \\ -2, -2, 14, -2, -2, -2, -2, -2, 14, -2, \\ -2, -2, -2, 14, -2, -2, -2, -2, -2, -2$$

이 경우에 LCZ는 7이고 $\epsilon = 2$ 이다. □

예제에서 살펴볼 수 있었던 것처럼 $U_1 \cup U_2$ 에 있는 수열들 사이의 상관 함수들에는 다양한 LCZ가 존재한다. 다음 장에서 $U_1 \cup U_2$ 에서 적절한 수열들을 선택함으로써 LCZ 수열 집합을 설계할 것이다.

III. 준 최적 이진 LCZ 수열 집합의 생성

이 장에서는 $U_1 \cup U_2$ 에서 이진 수열을 생성하는 두 가지 방법을 제시할 것이다. 그 결과 나온 이진 LCZ 수열 집합은 다음의 한계를 기준으로 거의 최적에 가까운 집합을 이룬다.

정리 5. [Tang, Fan, 그리고 Matsufuji [11]] S_7 가 파라미터 (N, M, L, ϵ) 을 갖는 하나의 LCZ 수열 집합이라 하자. 그러면 다음 식이 성립한다.

$$ML^{-1} \leq \frac{N-1}{1-\epsilon^2/N} \quad (9)$$

□

이 경우 $\epsilon=2$ 이기 때문에 (9)은 다음과 같이 된다.

$$ML \leq N+4 + \frac{12}{N-4}$$

그리고 $n \geq 4$ 인 경우 다음 식이 성립한다.

$$M \leq \left\lfloor \frac{N+4}{L} \right\rfloor \quad (10)$$

여기서 $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 작거나 같은 최대의 정수를 의미한다. $(N, M, L, 2)$ LCZ 수열 집합이 (10)의 등식을 만족시킬 때 최적이라 부른다.

앞에서 sidelobe의 위치가 원점에 대해서 대칭인 것을 상기하라. 그래서 원점으로부터 sidelobe까지의 거리를 볼 때 최대 두 개의 서로 다른 거리가 존재한다. $L_{u,v}$ 가 $R_{u,v}(\tau)$ 에서의 원점으로부터 가장 가까운 sidelobe들의 거리를 나타낸다. 하자. 그러면 $L_{u,v}$ 는 다음의 보조정리에서처럼 결정될 수 있다.

보조정리 6. $s_u(t), s_v(t) \in U_1 \cup U_2, 1 \leq v \leq u < 2^{n-1}$ 에 대해서 $L_{u,v}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$L_{u,v} = \begin{cases} \frac{N}{2} - u - v + 1, & \text{if } u-v \text{ is odd} \\ u-v, & \text{if } u-v \text{ is even and } u \neq v \\ 2u-1, & \text{if } u=v \end{cases} \quad (11)$$

증명) 0에서 $(0, u-v)$ 까지의 거리 d_1 이 다음과 같이 주어진다.

$$d_1 = \begin{cases} u-v, & \text{if } u-v \text{ is even} \\ \frac{N}{2} - (u-v), & \text{if } u-v \text{ is odd} \end{cases}$$

마찬가지로 0에서 $(1, u+v-1)$ 까지의 거리 d_2 는 다음과 같이 주어진다.

$$d_2 = \begin{cases} u+v-1, & \text{if } u-v \text{ is even} \\ \frac{N}{2} - (u+v-1), & \text{if } u-v \text{ is odd} \end{cases}$$

그래서 $L_{u,v}$ 는 d_1, d_2 , 그리고 $2u-1$ 중 최소값이고 이것으로 보조정리가 증명되었다. □

보조정리 6은 $U_1 \cup U_2$ 에서 선택한 수열 $s_u(t)$ 들의 집합의 LCZ는 $s_u(t)$ 가 U_1 또는 U_2 중 어디에서 선택된 것인가에는 상관없이 u 값에만 의존한다는 것을 말해 준다. 그래서 우리가 이제 하려는 것은 index 집합 $I \subset \{1, 2, \dots, 2^{n-1}-1\}$ 을 선택해서 다음과 같은 수열의 집합

$$W_I = \{s_u(t) \in U_1 \mid u \in I\} \cup \{s_u(t) \in U_2 \mid u \in I\}$$

을 생성하는 것이고 그 결과 좋은 LCZ 수열 집합을 만들어 내는 것이다.

보조정리 6은 집합 W_I 의 LCZ가, $|u-v|$ 가 홀수인 경우 $2^n - (u+v)$, $|u-v|$ 가 영이 아닌 짝수인 경우 $|u-v|$, 그리고 $u=v$ 인 경우 $2u-1$, 이렇게 세 가지 값 중 최소값이 된다는 것을 말해 준다. 그래서 주어진 파라미터 L 을 유지하기 위해서, 집합 W_I 의 LCZ는 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다.

- i) I 에서의 index들은 $\frac{L+1}{2}$ 보다 크거나 같아야 한다.
- ii) 두 개의 index들의 합은 그 차이가 짝수가 아니라면 $2^n - L$ 보다 작거나 같아야 한다.
- iii) 그 차이는 L 보다 작은 짝수가 돼서는 안 된다.

동시에 주어진 L 에 대해서 I 의 크기가 가능하면 크게 만들어야 한다. 이러한 제약조건들로부터 상당히 복잡한 최적화 설계문제를 만들 수 있다. 이 문제에 대한 해는 매우 복잡할 것이지만, 앞서 말한 제약조건들은 index 집합 I 가 홀수의 공차를 갖는 등차수열을 형성하도록 하는 방안을 암묵적으로 제시해 준다.

생성 1. 홀수인 정수 f 와 음이 아닌 정수 $f_0 < f$ 를 선택하자. 그런 후에 index 집합 I 를 다음과 같이 만들자.

$$I = \left\{ f_0 + mf \mid m=1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{2^{n-1}-f_0}{f} \right\rfloor \right\}$$

□

그러면 생성 1에서의 W_I 의 집합의 크기 M 과 LCZ L 이 다음 정리에서처럼 주어지는 것은 쉽게 알 수 있다.

정리 7. q 와 r 이 각각 2^{n-1} 의 f 로 나누었을 때의 몫과 나머지가 하자. 즉, $2^{n-1} = qf + r$ 이다. 그러면 생성 1에서의 W_f 는 파라미터 $(2^{n+1} - 2, M, L, 2)$ 를 갖는 이진 LCZ 수열 집합이 되고 M 과 L 은 다음과 같이 주어진다.

$$M = 2q$$

그리고 만일 $f_0 = 0$ 이면

$$L = \begin{cases} f+2r, & \text{for } f \geq 2r+1 \\ 2f-1, & \text{for } f < 2r+1 \end{cases} \quad (12)$$

그리고 만일 $f_0 \neq 0$ 이면

$$L = \begin{cases} f+2r-2f_0, & \text{for } f \geq 2r-2f_0 \\ 2f, & \text{for } f < 2r-2f_0 \end{cases} \quad (13)$$

증명) 보조정리 6과 f 가 홀수라는 사실로부터 L 은 $2f$, $2f+2f_0-1$, 그리고 $2^n - (u+v)$ 중 가장 작은 값이 된다. 여기서 u 와 v 는 I 에서 가장 큰 값과 두 번째로 큰 값을 의미한다. $u+v = 2qf - f + 2f_0$ 이기 때문에 $2^n - (u+v) = f+2r-2f_0$ 가 된다. 그래서 다음 식이 성립한다.

$$L = \min\{2f, 2f+2f_0-1, f+2r-2f_0\} \quad (14)$$

(14)으로부터 (12)와 (13)를 얻을 수 있다. □

만일 f 가 짝수면 보조정리 6으로부터 집합 W_f 의 LCZ는 다음과 같이 된다.

$$L = \min_{u,v \in I, u \neq v} (u-v) = f$$

그러나 만일 f 가 홀수이면 정리 7로부터 LCZ는 f 보다는 크게 되고 이것이 바로 우리가 공차 f 를 홀수로 한 이유이다. 이제 우리는 다음의 따름정리를 쉽게 얻을 수 있다.

따름정리 8. 생성 1에서의 집합의 크기와 LCZ는 (15)와 같이 주어진다. □

$$ML = \begin{cases} N - M(f-2r) - 4r + 2, & \text{for } f \geq 2r+1 \text{ and } f_0 = 0 \\ N - M - 4r + 2, & \text{for } f < 2r+1 \text{ and } f_0 = 0 \\ N - M(f-2r+2f_0) - 4r + 2, & \text{for } f \geq 2(r-f_0) \text{ and } f_0 \neq 0 \\ N - 4r + 2, & \text{for } f < 2(r-f_0) \text{ and } f_0 \neq 0 \end{cases} \quad (15)$$

생성 1을 통해 생성된 집합의 최적화 정도는 따름정리 8을 통해서 쉽게 계산해 볼 수 있다. (15)에서의 결과를 (10)에서의 한계와 비교해 봄으로써 (15)에서의 처음 세 개의 부등식은 최적일 수 없음을 쉽게 볼 수 있다. 그러나 대부분의 집합은 거의 최적에 가까운 값을 갖게 된다. 생성 1이 최적의 집합을 생성하지 못하였기 때문에 자연히 우리는 또 다른 생성 방식을 찾아보았다. 그 결과 I 에서의 인접한 index들 사이의 차이가 $f+2$ 또는 f 이렇게 두 개의 서로 다른 값을 갖도록 하는 다음의 생성 방식을 찾았다.

생성 2. U_1 과 U_2 모두에서 선택된 수열 $s_u(t)$ 의 index u 는 인접한 index들 간의 차이가 번갈아가면서 f 와 $f+2$ 가 되는 $f+2-f_0$ 로부터 시작하는 하나의 수열을 이루도록 선택한다. 즉,

$$I = \{u_j \mid j = 0, 1, 2, \dots, J, u_0 = f+2-f_0, u_{2k+1} - u_{2k} = f, u_{2k+2} - u_{2k+1} = f+2\}$$

여기서 J 는 $u_j < 2^n - 1$ 을 만족하는 최대의 정수이고, f_0 는 0 또는 1이고 f 는 홀수인 정수이다. □

집합의 크기 M 과 LCZ L 은 다음 정리에서처럼 주어진다.

정리 9. q 와 r 이 각각 $2(f+1)$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지가 하자. 즉, $2^{n-1} - 1 = 2q(f+1) + r$ 이다. 그러면 생성 2에서의 W_f 는 파라미터 $(2^{n+1} - 2, M, L, 2)$ 를 갖는 이진 LCZ 수열 집합이 된다. 여기서 M 은 다음과 같이 주어진다.

$$M = \begin{cases} 4q, & \text{for } 0 \leq r < f+2-f_0 \\ 4q+2, & \text{for } f+2-f_0 \leq r < 2f+2 \end{cases}$$

그리고 L 은 (16)과 같이 주어진다.

증명) 보조정리 6과 f 가 홀수라는 사실로부터 L 은 $2f+2$, $2(f+2-f_0)-1$, 그리고 $2^n - (u+v)$ 중에서 가장 작은 값이 된다. 여기서 u 와 v 는 각각 I 에서

가장 큰 원소와 그 다음으로 큰 원소이다.

만일 $0 \leq r < f+2-f_0$ 이면 $|l|=2q$ 이고 $u+v=4q(f+1)-f-2f_0$ 이다. 그래서 $2^n - (u+v) = f+2+2r+2f_0$ 이다. 따라서 다음 식이 성립한다.

$$L = \min \{2f+2, 2f+3-2f_0, f+2+2r+2f_0\} \quad (17)$$

만일 $f+2-f_0 \leq r < 2f+2$ 이면 $|l|=2q+1$ 이고 $u+v=4q(f+1)+f+2-2f_0$ 이다. 그래서 $2^n - (u+v) = 2r-f+2f_0$ 이다. 따라서 다음 식이 성립한다.

$$L = \min \{2f+2, 2f+3-2f_0, 2r+2f_0\} \quad (18)$$

(18)로부터 (16)과 (17)을 얻을 수 있다. □

이제 우리는 다음의 따름정리를 쉽게 얻을 수 있다.

따름정리 10. 생성 2에서의 M 과 L 의 곱은 (19)와 같이 주어진다. □

여기서 생성 1과 생성 2는 같은 주기 내에서도 서로 다른 M 과 L 을 갖는 수열 집합을 만들어 낼 수 있다. 또한 따름정리 8과 따름정리 10은 LCZ 수열 집합을 생성할 때의 유연성과 집합의 크기와 집합의 LCZ 사이의 상충 관계를 보여준다. 이러한 설계 방식은 LCZ 수열 집합을 설계할 때 상당한 유연성을 제공해 줄 수 있는데다가 많은 경우 최적에 가까운 집합을 만들어 내기 때문에 유용한 방식이다.

IV. 결론

이 논문에서는 파라미터 $(2^{n+1}-2, M, L, 2)$ 를 갖는 새로운 낮은 상관 구역 설계 방식을 제안하였다. 기존의 LCZ 수열의 생성 방법에서는 낮은 상관 구역의 길이가 고정되어 있었지만, 이 논문에서 제시한 생성방법을 사용하면 비교적 자유롭게 낮은 상관 구간의 길이를 선택할 수 있으면서도 동시에 거의 최적에 가까운 수열군의 크기를 얻을 수 있다. 이러한 특징은 LCZ 수열을 사용하는 QS-CDMA 시스템의 설계에 상당량의 유연성을 제공해 줄 수가 있다.

참고문헌

- [1] P. V. Kumar and C.-M. Liu, "On lower bounds to the maximum correlation of complex roots-of-unity sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 36, no. 3, pp. 633-640, May 1990.
- [2] R. De Gaudenzi, C. Elia, and R. Viola, "Bandlimited quasi-synchronous communication systems," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 10, no. 2, pp. 328-343, Feb. 1992.
- [3] B. Long, P. Zhang, and J. Hu, "A generalized QS-CDMA system and the design of new spreading codes," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 47, no. 6, pp. 1268-1275, Nov. 1998.
- [4] X. H. Tang and P. Z. Fan, "A class of pseudonoise sequences over $GF(p)$ with low correlation zone," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 4, pp. 1644-1649, May 2001.
- [5] S.-H. Kim, J.-W. Jang, J.-S. No, and H. Chung,

$$L = \begin{cases} 2r+f+2+2f_0, & \text{for } 0 \leq r < \frac{f-3f_0}{2} \\ 2f+2-f_0, & \text{for } \frac{f-3f_0}{2} \leq r < f+2-f_0 \text{ and } \frac{3f+2-3f_0}{2} \leq r < 2f+2 \\ 2r-f+2f_0, & \text{for } f+2-f_0 \leq r < \frac{3f+2-3f_0}{2} \end{cases} \quad (16)$$

$$ML = \begin{cases} N-M(f-2r-2f_0)-4r-2, & \text{for } 0 \leq r < \frac{f-3f_0}{2} \\ N-Mf_0-4r-2, & \text{for } \frac{f-3f_0}{2} \leq r < f+2-f_0 \\ N-M(3f-2r-2f_0+2)-4(r-f)+2 & \text{for } f+2-f_0 \leq r < \frac{3f+2-3f_0}{2} \\ N-Mf_0+2-4(r-f), & \text{for } \frac{3f+2-3f_0}{2} \leq r < 2f+2 \end{cases} \quad (19)$$

"New constructions of quaternary low correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 4, pp. 1469-1477, Apr. 2005.

- [6] J.-W. Jang, J.-S. No, H. Chung, and X. Tang, "New sets of optimal p -ary low correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, to be published.
- [7] J.-W. Jang, J.-S. No, and H. Chung, "A new construction of optimal p^2 -ary low correlation zone sequences using unified sequences," *IEICE Trans. Fundamentals*, to be published in Nov. 2006.
- [8] J.-S. No, " p -ary unified sequences: p -ary extended d -form sequences with ideal autocorrelation property," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48, no. 9, pp. 2540-2546, Sep. 2002.
- [9] P. Z. Fan, N. Suehiro, N. Kuroyanagi and X. M. Deng, "Class of binary sequences with zero correlation zone," *IEE Electron. Lett.*, vol. 35, no. 10, pp. 777-779, May 1999.
- [10] H. Torii, M. Nakamura, and N. Suehiro, "A new class of zero-correlation zone sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 3, pp. 559-565, Mar. 2004.
- [11] X. H. Tang, P. Z. Fan, and S. Matsufuji, "Lower bounds on correlation of spreading sequence set with low or zero correlation zone," *IEE Electron. Lett.*, vol. 36, no. 6, pp. 551-552, Mar. 2000.

김 영 식 (Young-Sik Kim)

준회원

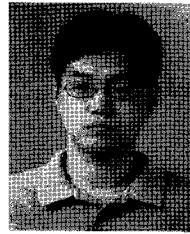


2001년 2월 : 서울대학교 전기공학부 공학사
 2003년 2월 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 석사
 2007년 2월 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 박사
 2007년 3월 : 삼성전자

<관심분야> 시퀀스, 오류정정부호, 디지털통신

장 지 웅 (Ji-Woong Jang)

준회원



2000년 2월 : 서울대학교 전기공학부 공학사
 2002년 2월 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 석사
 2006년 2월 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 박사
 2006년 3월~현재 : 삼성전자

<관심분야> 시퀀스, 오류정정부호, 디지털통신

노 종 선 (Jong-Seon No)

종신회원

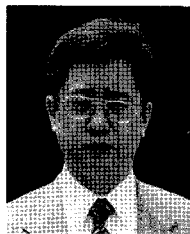


1981년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학사
 1981년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학사
 1984년 2월 : 서울대학교 대학원 전자공학과 석사
 1988년 5월 : University of

Southern California, 전기공학과 공학박사
 1988년 2월~1990년 7월 : Hughes Network Systems, Senior MTS
 1990년 9월~1999년 7월 : 건국대학교 전자공학과 부교수
 1999년 8월~현재 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부 교수
 <관심분야> 시퀀스, 시공간부호, LDPC 부호, OFDM, 이동통신, 암호학

정 하 봉 (Ha-Bong Chung)

종신회원



1981년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업 공학박사
 1985년 : 미국 University of Southern California, 전기공학과 공학석사
 1988년 : 미국 University of Southern California, 전기공학과 공학박사

1988년~1991년 : 미국 뉴욕주립대 전기공학과 조교수
 1991년~현재 : 홍익대학교 전자전기공학부 교수
 <관심분야> 부호 이론, 조합수학, 시퀀스 설계