

공간시계열 자료에 대한 STARMA 모형과 STBL 모형의 예측력 비교*

이성덕¹⁾ 이응준²⁾ 박용석³⁾ 주재선⁴⁾ 이건명⁵⁾

요약

본 논문은 공간시계열 자기회귀 이동평균(STARMA) 모형과 공간 시계열 중선형(STBL) 모형에 대해 식별, 추정, 예측 등의 통계적 절차와 특징들을 논하고, 두 모형을 비교하는데 목적이 있다. 사례연구를 위해 2001년부터 2006년까지 8개 지역으로부터 보고된 월별 Mumps 자료를 사용했고, 예측오차제곱합(SSF)을 활용하여 두 모형의 적합도를 비교하였다.

주요용어: 공간시계열 자기회귀 이동평균모형(STARMA), 공간시계열 중선형 모형(STBL), 최대가능도 추정, 예측, 유행성이하선염자료.

1. 서론

Pfeifer와 Deutsch(1980a, 1980b)가 공간 ARMA(Space-time ARMA, 이하 STARMA) 모형을 제시한 후, 공간시계열 자료(Space time series data)를 이용한 연구들이 다양한 분야에서 실시되고 있다. 공간시계열 자료는 기상학, 생태학, 천문학 뿐 아니라 전염병과 같은 환경과 공간적 역학분야에서도 나타난다. 최근 공간시계열 모형을 전염병 자료에 적용한 대표적 연구자는 Dai와 Billard(1998)이다. Dai와 Billard(1998)는 서로 인접해 있는 미국 12개 주의 유행선 이하선염(이하 mumps) 데이터를 공간시계열 중선형 모형(Space time bilinear model, 이하 STBL)에 대해서 적용하였다. STBL 모형은 공간 이웃 구조 중선형 성질을 가지고 있는 시계열 모형을 사용한 다중 중선형 시계열의 공간적인 형태이다. STBL 모형 실용성과 식별은 Dai와 Billard(1998)에 의해서 제안되어 논의되었다. 그들은 STBL 모형에

* 이 연구는 2005년 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성 사업비)으로 학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었고(KRF-2005-015-C00080) 이건명의 연구는 2005년 교육인적자원부 지방연구중심대학 지원에 의하여 연구되었음.

- 1) (361-763) 충북 청주시 개신동 12번지, 충북대학교 정보통계학과, 기초과학연구소 교수
E-mail: sdlee@chungbuk.ac.kr
- 2) (110-745) 서울시 종로구 명륜동 3가 53번지, 성균관대학교 통계학과, 대학원, 박사과정
E-mail: marin97@unitel.co.kr
- 3) (110-745) 서울시 종로구 명륜동 3가 53번지, 성균관대학교 통계학과, 대학원, 박사과정
E-mail: park9457@skku.edu
- 4) (110-745) 서울시 종로구 명륜동 3가 53번지, 성균관대학교 통계학과, 대학원, 박사과정
E-mail: jjss2000@kwdi.re.kr
- 5) (361-763) 충북 청주시 개신동 12번지, 충북대학교 전기전자컴퓨터학부, 부교수
E-mail: kmlee@chungbuk.ac.kr

대해서 최대 가능도 추정법과 결측치에 대한 모수 추정을 상태 공간(State space)으로 재표현하고 칼만필터(Kalman, 1960)를 이용해서 모수 추정을 하였다(Billard 등, 2003). 그리고 김선우 등(2005)은 위에서 제시한 mumps 자료를 가지고 STAR 모형과 STARMA 모형을 식별하고 모수를 추정하여 두 모형에 대해 적합정도를 비교 분석하여 STARMA 모형이 STAR 모형보다 더 좋은 예측결과를 제공하고 있음을 보여주었다. 본 논문은 실제 공간시계열 자료를 사용하여 STARMA 와 STBL 모형으로 적합시키고 두 모형의 예측결과를 비교분석하고 있다. 사례로 사용된 자료는 한국질병관리본부에서 제 2군 전염병으로 관리하고 있는 Mumps 자료로써, 시간과 공간에 따라 전염성이 매우 강한 특징을 갖고 있다. Mumps 자료를 가지고 모형식별을 한 후 STARMA 와 STBL 모형에 대해 모수를 추정하고 예측결과를 비교 분석하였다. 모형 선택으로는 AIC(Akaike Information Criterion)의 측도를 활용하였다. 2절에서는 공간시계열 모형에 대해 소개하였고, 3절에서는 STARMA 모형과 STBL 모형에 대한 모수추정방법을 소개했다. 또한 4절의 사례연구에서는 모형 선택 통계량으로 AIC 통계량을 통해 STARMA($1_1, 1_1$) 모형과 STBL($1_1, 1_1, 0_1, 0_1$) 모형을 선택하고 각 모형에 대한 월별 관측값과 예측값을 통해 예측력을 비교하였다.

2. 공간시계열 모형(Space time Series Model)

2.1. 자기회귀 이동평균 모형(Space-Time Autoregressive Moving Average)

STARMA 모형은 다음과 같다.

$$Z(t) = \sum_{i=1}^p \sum_{m=0}^{\lambda_i} \phi_m^i W^{(m)} Z(t-i) - \sum_{j=1}^q \sum_{n=0}^{\eta_j} \theta_n^j W^{(n)} e(t-j) + e(t). \quad (2.1)$$

여기서 p 는 최대 자기회귀 차수이고, q 는 최대 이동평균 차수이고, λ_i 는 i 번째 자기회귀 항의 차수이고, η_j 는 j 번째 이동평균 항의 차수이고, ϕ_m^i 은 시간차수 i 와 공간차수 m 의 자기회귀 모수이고, θ_n^j 은 시간차수 j 와 공간차수 n 의 이동평균 모수이고, $e(t)$ 는 t 시점에서 확률을 잡음 벡터이다. $W^{(m)}$ 은 공간차수 m 에 대한 가중행렬을 나타낸다.

2.2. 공간시계열 중선형모형(Space-Time Bilinear Model)

STBL 모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Z(t) &= \sum_{i=1}^p \sum_{m=0}^{\lambda_i} \phi_m^i W^{(m)} Z(t-i) - \sum_{j=1}^q \sum_{n=0}^{\eta_j} \theta_n^j W^{(n)} e(t-j) + e(t) \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{\delta} \sum_{m=0}^{\xi_i} \sum_{n=0}^{\mu_j} \beta_{mn}^{ij} [W^{(m)} z(t-i)][W^{(n)} e(t-j)] + e(t). \end{aligned}$$

여기서 p 는 최대 자기회귀 차수이고, q 는 최대 이동평균 차수이고, r 은 중선형 항의 최대 자기회귀 차수이고, s 는 중선형 항의 최대 이동평균 차수이며, λ_i 는 i 번째 시간차수에서 자기회귀 항의 공간차수이고, η_j 는 j 번째 시간차수에서 이동평균 항의 공간차수이고, ξ_i 는 i 번째

시간차수에서 중선형항 안의 자기회귀항의 공간차수이고, μ_j 는 j 번째 시간차수에서 중선형항 안의 이동평균항의 공간차수이다.

ϕ_m^i 은 시간차수 i 와 공간차수 m 의 자기회귀 모수이고, θ_n^j 은 시간차수 j 와 공간차수 n 의 이동평균 모수이고, β_{mn}^{ij} 는 자기회귀 시간차수 i 와 이동평균 시간차수 j 와 자기회귀 공간차수 m 과 이동평균 공간차수 n 에서의 중선형 모수이다. 그리고 $e(t)$ 는 t 시점에서 확률잡음 벡터이며 $W^{(m)}$ 은 공간차수 m 에 대한 가중행렬을 나타낸다.

2.3. 가중행렬(Weight Matrix)

가중행렬은 지리적으로 인접한 지역일수록 공간의존성이 높게 나타나야 한다. 이에 가중행렬을 보면, 1차 이웃 값(1st order neighbour)은 한 위치에서 가장 가까고 동일한 유크리디안 거리를 갖는 값의 집합으로 두고, 2차 이웃 값(2nd order neighbour)을 1차 이웃 값보다 약간 먼 동일한 위치에 있는 유크리디안 값들로 나타낸다. 3차, 4차 가중행렬 또한 동일한 방법으로 표현할 수 있으며 공간차원에 대한 가중치는 그림 2.1과 같다.

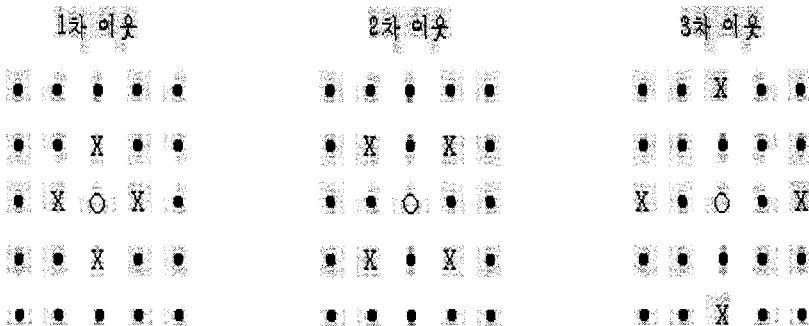


그림 2.1: 공간차수에서 이웃하고 있는 구조의 예

3. 모수 추정

3.1. STARMA 모형

STARMA 모형 (2.1)에 대한 최우추정(Maximum likelihood Estimation)은 다음과 같이 정의한다.

$$e(t) = z(t) - y(t)\theta, \quad t = m, \dots, T. \quad (3.1)$$

여기서 $y(t)$ 와 θ 는 다음과 같다.

$$y(t) = [W^{(0)}z(t-1), \dots, W^{(\lambda_1)}z(t-1), \dots, W^{(0)}z(t-p), \dots, W^{(\lambda_p)}z(t-p)],$$

$$\begin{aligned} & W^{(0)}e(t-1), \dots, W^{(\eta_1)}e(t-1), \dots, W^{(0)}e(t-q), \dots, W^{(\eta_q)}e(t-q)], \\ \theta &= (\phi_0^1, \dots, \phi_{\lambda_1}^1, \dots, \phi_0^p, \dots, \phi_{\lambda_p}^p, \theta_0^1, \dots, \theta_{\eta_1}^1, \dots, \theta_0^q, \dots, \theta_{\eta_q}^q)^T. \end{aligned}$$

그리고 $e(t)$ 는 다음과 같이 가정한다.

$$e(t) = [e_1(t), \dots, e_n(t)]^T \sim iid N(0, \Sigma).$$

그러면 우도함수는 다음과 같다.

$$L(\phi, \theta, \sigma^2) = 2\pi^{-\frac{Tg}{2}} \Sigma^{-1} e^{-\frac{1}{2}[e(t)^T \Sigma^{-1} e(t)]}.$$

또한 로그우도함수로 나타내면 다음과 같다.

$$L(\phi, \theta, \sigma^2) = -\frac{Tg}{2} \ln(2\phi) - \frac{Tg}{2} \ln|\Sigma| - 2^{-1} \sum_{t=m}^T [z(t) - y(t)\theta]^T \Sigma^{-1} [z(t) - y(t)\theta].$$

여기서, $Q(\theta)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$Q(\theta) = \sum_{t=m}^T e(t)^T e(t) = \sum_{i=1}^g \sum_{t=1}^T [z_i(t) - y_i(t)\theta]^2.$$

모수 θ 와 Σ 에 대해서 $L \equiv L(\phi, \theta, \sigma^2)$ 를 최대화하기 위해서, θ 를 고정하고, Σ 를 최대화 시키면(Anderson, 1984) 다음을 얻는다.

$$\Sigma = (Tg)^{-1} \sum_{t=m}^T [z(t) - y(t)\theta][z(t) - y(t)\theta]^T.$$

Σ 를 고정하고, L 을 최대화 시키는 것은 $Q(\theta)$ 을 최소화하는 것과 같다. $e(t)$ 는 비선형이기 때문에 바로 최대우도추정치를 명확히 구할 수 없다. 이에 $e(\theta)$ 을 최소화시키기 위해 수치해석 방법인 Newton-Raphson 방법을 사용했다.

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} - H^{-1}(\theta^{(i)})G(\theta^{(i)}).$$

여기서 $\theta^{(i)}$ 는 i 번 반복해서 얻는 모수 추정치의 벡터이며, 기울기(gradient) 벡터 $G(\theta)$ 와 헤이시안(Hessian) 행렬 $H(\theta)$ 는 다음과 같다.

$$G(\theta) = \frac{dQ}{d\theta}, \quad H(\theta) = \frac{d^2Q}{d\theta d\theta^T}.$$

여기서, $dQ/d\theta = 2 \sum_{t=m}^T de(t)^T e(t)/d\theta$ 이다.

$$\frac{d^2Q}{d\theta d\theta^T} = 2 \sum_{t=m}^T [I_R \otimes e(t)^T] \frac{d^2e(t)}{d\theta d\theta^T} + 2 \sum_{t=m}^T \frac{de(t)^T de(t)}{d\theta d\theta^T}.$$

3.2. STBL 모형

모형 (2.2)에 대한 모수의 조건부최우추정(conditional maximum likelihood estimation)은 다음과 같다.

$$e(t) = z(t) - y(t)\theta, \quad t = m, \dots, T.$$

여기서 $y(t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y(t) = & [W^{(0)}z(t-1), \dots, W^{(\lambda_1)}z(t-1), \dots, W^{(0)}z(t-p), \dots, W^{(\lambda_p)}z(t-p), \\ & W^{(0)}e(t-1), \dots, W^{(\eta_1)}e(t-1), \dots, W^{(0)}e(t-q), \dots, W^{(\eta_q)}e(t-q), \\ & W^{(0)}z(t-1)W^{(0)}e(t-1), \dots, W^{(\xi_1)}z(t-1)W^{(\mu_1)}e(t-1), \dots, \\ & W^{(0)}z(t-1)W^{(0)}e(t-s), \dots, W^{(\xi_1)}z(t-1)W^{(\mu_s)}e(t-s), \dots, \\ & W^{(0)}z(t-r)W^{(0)}e(t-1), \dots, W^{(\xi_r)}z(t-r)W^{(\mu_1)}e(t-1), \dots, \\ & W^{(0)}z(t-r)W^{(0)}e(t-s), \dots, W^{(\xi_r)}z(t-r)W^{(\mu_s)}e(t-s), \dots,]. \end{aligned}$$

여기서 θ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta = & (\phi_0^1, \dots, \phi_{\lambda_1}^1, \dots, \phi_0^p, \dots, \phi_{\lambda_p}^p, \theta_0^1, \dots, \theta_{\eta_1}^1, \dots, \theta_0^q, \dots, \theta_{\eta_q}^q, \\ & \beta_{00}^{11}, \dots, \beta_{\xi_1 \mu_1}^{11}, \dots, \beta_{00}^{1s}, \dots, \beta_{\xi_1 \mu_s}^{1s}, \dots, \beta_{00}^{r1}, \dots, \beta_{\xi_r \mu_1}^{r1}, \dots, \beta_{00}^{rs}, \dots, \beta_{\xi_r \mu_s}^{rs}). \end{aligned}$$

그리고 $e(t)$ 는 다음과 같이 가정한다.

$$e(t) = [e_1(t), \dots, e_n(t)]^T \sim iid N(0, \Sigma).$$

e_0 의 조건하에서 즉, $e(t) = 0, t = 1, \dots, m-1$ 의 조건하에서 $\{e(t)\}$ 의 결합밀도 함수는 다음과 같다.

$$L(\phi, \theta, \beta, \sigma^2 | \mathbf{e}_0) = -2^{-1}n(T-m+1) \log |\Sigma| - 2^{-1} \sum_{t=m}^T e(t)^T \Sigma^{-1} e(t).$$

Jacobian은 단위행렬이고 $\{z(t)\}$ 의 우도함수는 다음과 같다.

$$L(\phi, \theta, \beta, \sigma^2 | \mathbf{e}_0) = -2^{-1}n(T-m+1) \log |\Sigma| - 2^{-1} \sum_{t=m}^T [z(t) - y(t)\theta]^T \Sigma^{-1} [z(t) - y(t)\theta].$$

여기서 $Q(\theta)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$Q(\theta) = \sum_{t=m}^T e(t)^T e(t) = \sum_{i=1}^g \sum_{t=1}^T [z_i(t) - y_i(t)\theta]^2.$$

모수 θ 와 Σ 에 대해서 $L \equiv L(\phi, \theta, \beta, \sigma^2 | e_0)$ 를 최대화하기 위해서, 고정된 θ 에서 Σ 를 최대화시키면(Anderson, 1984) 다음을 얻는다.

$$\hat{\Sigma} = [n(T-m+1)]^{-1} \sum_{t=m}^T [z(t) - y(t)\theta][z(t) - y(t)\theta]^T.$$

Σ 를 고정하고, L 을 최대화 시키는 것은 $Q(\theta)$ 을 최소화하는 것과 같다. $\{e(t)\}$ 는 비선형이기 때문에 바로 최대우도추정치를 명확히 구할 수 없다. 이에 $Q(\theta)$ 을 최소화시키기 위해 수치해석 방법인 Newton-Raphson 방법을 사용했으며 이것은 STARMA 모형에서 제시한 바와 같다.

4. 사례연구

4.1. 자료설명

유행성이하선염(이하 Mumps)는 홍역, B형 간염등과 더불어 우리나라에서 제 2군 전염병으로 분류하고 있으며, 직접적인 접촉이나 비말(droplet) 또는 다른 오염된 물질이 코나 입으로 들어가서 감염된다. Mumps는 1998년 4,461명의 환자가 발생한 이후 점차 감소하는 추이를 보이지만 여전히 16개 시도에서 높은 발생률을 보이는 전염병으로 알려져 있다. Mumps는 뇌수막염, 고환염, 부고환염, 난소염, 췌장염 등의 합병증을 동원하고 일단 감염되면 특이요법이 없어, 예방을 최우선으로 한다. 이에 예방을 위해 우리나라에서는 생후 12~15개월과 4~6세에 MMR 백신(홍역-유행성이하선염(볼거리)-풍진 혼합백신) 접종을 추천하고 있다. 본 논문에서 사용된 Mumps는 한국질병관리본부(Korea Center for Disease Control & Prevention)에서 2001년 1월부터 2006년 4월까지 전염병 감시체계로 전산 보고된 자료이다. Mumps 자료는 계절성(Seasonality) 조정을 위해 12차분을 하고 $h(z) = \ln(z)$ 을 함으로써 정상성(stationary) 가정을 만족시켰다.

본 연구의 관심영역 그림 4.1은 지형적인 공통경계(common)를 중심으로 나누었기 때문에 서울을 포함한 광역시은 각 도와 하나로 묶어 15개 시도를 8개로 재분류하였다. 이에 가중치 행렬(Weight matrix) $W^{(i)}$ 의 차원은 8×8 행렬로 나타내었고, 그 원소 $W^{(i)}_{ij}$ 은 i 번째 이웃하는 시도 개수의 역비례로 구하였다. 표 4.1은 각 주에서 첫 번째 이웃하고 있는 시도를 표시하였다.

4.2. 모형식별 및 추정

모형식별은 공간시계열 자기상관함수(Space-Time Autocorrelation Function: STACF)와 공간시계열 편자기상관함수(Space-Time Partial Autocorrelation Function: STPACF) 등의 감소패턴을 보면서 공간차수와 시간차수를 식별하였고 AIC, AICc BIC, BICc 등을 통계를 비교 분석하여 최종 모형을 선택하였다. 이에 식별된 모형은 선형으로 STARMA(1₁,1₁) 모형을 식별했고, 비선형 모형으로는 STBL(1₁,1₁,0₁,0₁) 모형을 식별할 수 있었다. 최종모형 STARMA(1₁,1₁)과 STBL(1₁,1₁,0₁,0₁)에 대한 모두 추정은 Newton-Raphson 방법과 칼만필터링(Kalman filtering)을 이용했고 그 결과는 표 4.2에 제시했다.

표 4.1: 각 시도에서 첫번째 이웃하고 있는 집합

시도	이웃시도
서울+인천+경기	강원, 대전+충남, 충북
강원	서울+인천+경기, 충북, 대구+경북
대전+충남	서울+인천+경기, 충북, 대구+경북
충북	서울+인천+경기, 충북, 전북
전북	대전+충남, 충북, 대구+울산+경북, 부산+울산+경남, 광주+전남
광주+전남	전북, 부산+울산+경남
대구+경북	강원, 충북, 전북, 부산+울산+경남
부산+울산+경남	대구+경북, 전북, 광주+전남

4.3. 예측(Prediction)

본 논문에 사용된 mumps 자료는 추정에 2001년 1월 ~ 2005년 4월 자료까지의 월별 자료를 활용하였고 제외된 나머지 자료(2005년 5월 ~ 2006년 4월)는 예측력을 파악하는데 사용했다. STARMA($1_1, 1_1$)과 STBL($1_1, 1_1, 0_1, 0_1$) 모형의 예측력 비교는 관측값과 예측값 차이를 제곱하여 더한 예측 오차 제곱합(Sum of square prediction error)을 사용하였고 2005년 5월 이후 1년간의 8개 시도의 월별자료에 대해서 관측값과 예측값의 비교한 표를 표 4.3에 나타내었다. SSF는 다음과 같다.

$$SSF = \sum_{i=1}^{12} [\text{observed value} - \text{predicted value}]^2.$$

표 4.3을 보면 STBL 모형의 예측 오차 제곱합은 $SSF = 16,802$ 이고 STARMA 모형의 예측 오차 제곱합은 $SSF = 17,246$ 으로, STBL 모형이 mumps 자료에 더 좋은 예측적합도를 보여 주었다.

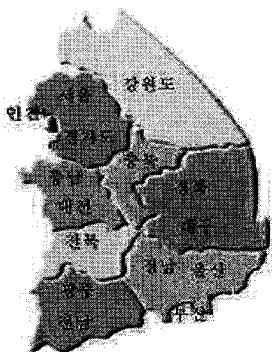


그림 4.1: Mumps 관심대상지역

0	1/3	1/3	1/3	0	0	0	0
1/3	0	0	1/3	0	0	1/3	0
1/3	0	0	1/3	1/3	0	0	0
1/5	1/5	1/5	0	1/5	1/5	0	0
0	0	1/5	1/5	0	1/5	1/5	1/5
0	0	0	0	1/2	0	0	1/2
0	1/4	0	1/4	1/4	0	0	1/4
0	0	0	0	0	1/3	1/3	1/3

그림 4.2: 가중 행렬

표 4.2: 모형 계수 추정 결과

모형	계수	추정치
STARMA	ϕ_0^1	0.695
	ϕ_1^1	0.1612
	θ_0^1	-0.3582
	θ_1^1	-0.0407
	MSE	0.9751
	AIC	-2.5066
STBL	ϕ_0	0.7051
	ϕ_1	0.1602
	θ_0	-0.3772
	θ_1	-0.0505
	β_{01}	-0.062
	β_{11}	-0.024
	MSE	0.9715
	AIC	-0.0456

표 4.3: 월별 Mumps 자료에 대한 관측값과 예측값의 비교

	STARMA		STBL	
	관측값	예측값	관측값	예측값
2005-05	235	274	235	271
2005-06	187	257	187	255
2005-07	151	181	151	181
2005-08	94	84	94	84
2005-09	68	79	68	79
2005-10	167	152	167	148
2005-11	260	187	260	183
2005-12	231	257	231	253
2006-01	88	95	88	95
2006-02	63	71	63	70
2006-03	139	150	139	150
2006-04	76	133	76	130
SSF	17246		16802	

5. 결론

본 연구는 공간위치와 시간의 변화에 따라 동시에 관찰되는 공간시계열 자료에 대해 모

형을 식별하고 모수를 추정하고 예측하는 문제를 다루었다. 연구에 사용된 mumps 자료는 한국질병관리본부에서 2001년 1월부터 2006년 4월까지 16개 시도에서 월별로 조사된 자료로 STACF와 STPACF 등을 이용하여 모형을 식별하고 AIC, AICc BIC, BICc 등을 통계를 비교 분석하여 최종 모형 STARMA(1₁,1₁)과 STBL(1₁,1₁,0₁,0₁) 모형을 선택했다. 그리고 모형에 대한 모수추정한 후 예측오차제곱합을 기준으로 두 모형을 비교한 그 결과 STBL 모형이 STARMA 모형보다 더 좋은 예측값을 제공하였다.

참고문헌

- 김선우, 정애란, 이성덕 (2005). 공간자료에 대한 지리적 가중회귀 모형과 크리깅의 비교, <응용통계연구>, **18**, 271–280.
- Anderson, T. W. (1984). *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 1–24.
- Billard, L. and Dai, Y. (2003). Maximum likelihood estimation in space time bilinear models, *Journal of Time Series Analysis*, **24**, 25–44.
- Billard, L. and Dai, Y. (2003). Modeling spatial-temporal epidemics, *Department of Statistics*, 1–34.
- Dai, Y. and Billard, L. (1998). A space-time bilinear model and its identification, *Journal of Time Series Analysis*, **19**, 657–679.
- Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems, *Transactions of ASME-Journal of Basic Engineering*, Ser. D, **82**, 35–45.
- Pfeifer, P. E. and Deutsch, S. J. (1980a). A three-stage iterative procedure for space-time modeling, *Technometrics*, **22**, 35–47.
- Pfeifer, P. E. and Deutsch, S. J. (1980b). Identification and Interpretation of first order space-time ARMA models, *Technometrics*, **22**, 397–408.

[2006년 7월 접수, 2006년 9월 채택]

부록

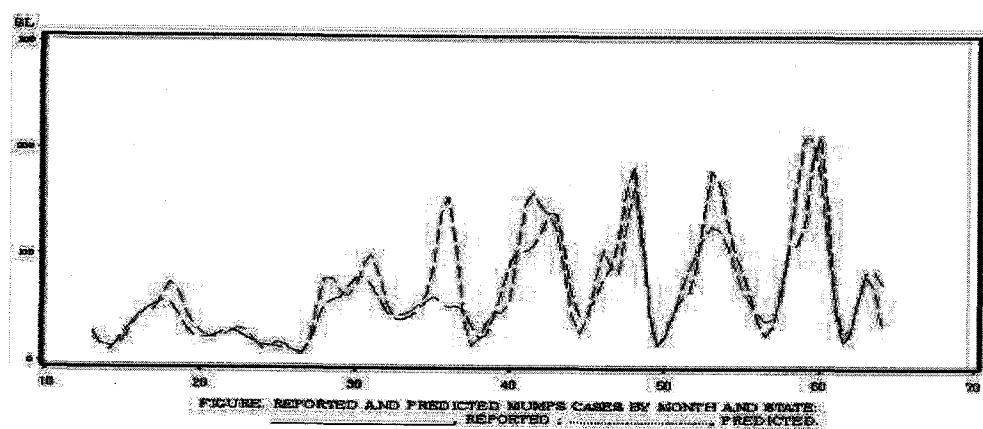


그림 A.1: 서울지역

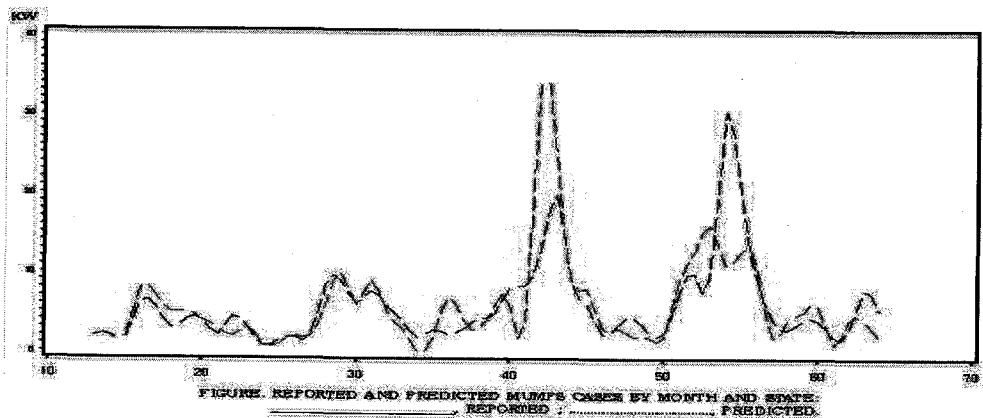


그림 A.2: 강원지역

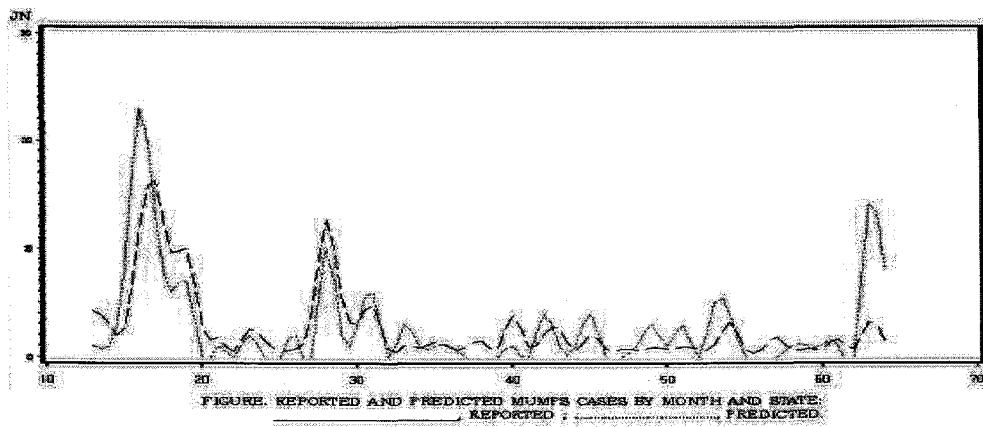


그림 A.3: 전남지역

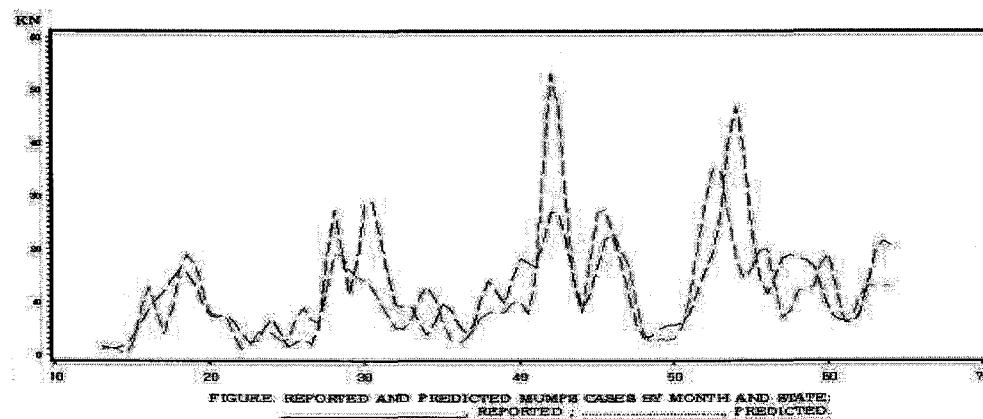


그림 A.4: 경남지역

A Comparison on Forecasting Performance of STARMA and STBL Models with Application to Mumps Data*

S. D. Lee¹⁾ Y. J. Lee²⁾ Y. S. Park³⁾ J. S. Joo⁴⁾ K. M. Lee⁵⁾

ABSTRACT

The major purpose of this article is to formulate a class of Space Time Autoregressive Moving Average(STARMA) model and Space Time Bilinear model(STBL), to discuss some of their statistical properties such as model, identification approaches, some procedure for estimation and the predictions, and to compare the STARMA model with the STBL model. For illustration, The Mumps data reported from eight city & provinces monthly over the years 2001-2006 are used and the result from STARMA and STBL model are compared with using SSF(Sum of Square Prediction Error).

Keywords: Space time Autoregressive Moving Average Model(STARMA), Space Time Bilinear model(STBL), maximum likelihood estimation, prediction, mumps data.

* This work was supported by Korea Research Foundation Grant funded by Korea Government (KRF-2005-015-C00080).

- 1) Professor, Department of Computer Science Graduate School,
Chungbuk National University, Chungbuk 361-763, Korea
E-mail: sdlee@chungbuk.ac.kr
- 2) Graduate Student, Department of Statistics, Sungkyunkwan University, Seoul 110-745, Korea
E-mail: marin97@unitel.co.kr
- 3) Graduate Student, Department of Statistics, Sungkyunkwan University, Seoul 110-745, Korea
E-mail: park9457@skku.edu
- 4) Graduate Student, Department of Statistics, Sungkyunkwan University, Seoul 110-745, Korea
E-mail: jjs2000@kwdi.re.kr
- 5) Associate Professor, School of Electronics & Computer Science, Chungbuk National University,
Chungbuk 361-763, Korea
E-mail: kmlee@chungbuk.ac.kr