

지능판에 동위치화된 압전 센서-액추에이터의 응답특성 연구

Response between Collocated Sensor and Actuator Bonded on a Smart Panel

이영섭†

Young-Sup Lee

(2007년 2월 13일 접수 ; 2007년 3월 7일 심사완료)

Key Words : Active Structural Acoustical Control(능동구조음향제어), Collocated Sensor and Actuator(동위치화된 센서 및 액추에이터), Direct Velocity Feedback(직접속도피드백), In-plane Motion Coupling(면내운동 연성), Smart Panel(지능판)

ABSTRACT

A smart panel with structural sensors and actuators for minimizing noise radiation or transmission is described in the paper with the concept of active structural acoustical control. The sensors and actuators are both quadratically shaped piezoelectric polyvinylidene fluoride(PVDF) polymer films to implement a volume velocity sensor and uniform force actuator respectively. They are collocated on either side of the panel to take advantage of direct velocity feedback(DVFB) strategy, which can guarantee a robust stability and high performance as long as the sensor-actuator response is strictly positive real(SPR). However, the measured sensor-actuator response of the panel showed unexpected result with non-SPR property. In the paper, the reason of the non-SPR property is investigated by theoretical analysis, computer simulation and experimental verification. The investigation reveals that the arrangement of collocated piezoelectric PVDF sensor and actuator pair on a panel is not relevant to get a high feedback gain and good performance with DVFB strategy.

1. 서 론

능동구조음향제어(active structural acoustical control, ASAC)는 소음을 방사하거나 투과시키는 판 구조물에 대한 소음제어의 수단으로 사용되어 왔다⁽¹⁾. 이 제어기법은 판에 직접 액추에이터를 부착시키는 구조부착 액추에이터(structural actuators)와 음향센서(acoustic sensors) 또는 구조부착 센서(structural sensors)를 주로 사용한다. 구조부착 액추에이터는 음향센서나 구조부착 센서가 감지하는 판의 전체적 음향방사 또는 투과를 최소화 시

키도록 설계된 제어기에 의해 구동된다⁽¹⁾.

능동소음제어(ANC)에 주로 이용되는 다중 입출력(MIMO) 제어기는 다중의 센서로부터 신호를 받아 필터링 등의 신호처리 과정을 통해 다중의 액추에이터로 제어신호를 발생시켜 전체 제어시스템을 구동시키게 된다⁽²⁾. 그러나 이 경우 전체시스템의 구성요소들 중에서 일부의 오작동 등은 전체 제어시스템의 안정도에 큰 영향을 줄 수 있으며, 이는 제어 성능의 저하로 직결된다. 또한 제어시스템에 설치되는 마이크로폰이나 스피커 등은 중량증가 및 공간 문제를 유발하기도 한다.

이러한 측면에서 능동구조음향제어는 상대적으로 능동소음제어에 비해 장점이 존재한다고 하겠다. 특히 MIMO 시스템 보다는 다중의 단일입출력(multiple SISO) 제어시스템의 채택은 능동구조음향제어의 우

† 교신저자; 정희원, 전북대학교 기계항공시스템공학부
E-mail : highfield@naver.com
Tel : (063)270-2319, Fax : (063)270-2319

수한 점으로 부각될 수 있다.

특히 동위치화된(colloated) 센서 및 액추에이터 쌍을 이용한 직접속도 피드백(direct velocity feedback, DVFB) 제어시스템은 센서와 액추에이터 간의 응답이 “절대 양의 실수”(strictly positive real, SPR) 만 충족된다면 이론적으로 무한대의 피드백 이득을 적용시킬 수 있어 우수한 제어기를 제공해 줄 수 있다^(3,4). 특히 상대적으로 매우 단순한 아날로그 제어시스템의 구성이 가능하여 센서 및 액추에이터 이외에 전원증폭기와 적분기 등만 있으면 DVFB 제어시스템이 구현될 수 있다.

한편, Johnson과 Elliott은 판의 체적속도(volume velocity)는 저주파의 음향방사에 대한 좋은 추정자(estimator)임을 보였다⁽⁵⁾. 실제로 있어 체적속도는 2차함수 형상의 PVDF(polyvinylidene fluoride) 폴리미 스트립 배열⁽⁵⁾이나 가변 폭을 가진 PVDF 스트립⁽⁶⁾ 또는 압전 패치 배열⁽⁷⁾ 등을 이용하여 계측하였다. 이러한 구조부착 센서들은 판의 체적속도에 비례하는 출력 값을 제공하므로, 동위치화된 액추에이터를 사용하면 단일 입출력의 동위치화된 센서-액추에이터 쌍을 제공한다.

이 연구에서는 DVFB 제어기를 적용하여 동위치화된 압전 센서-액추에이터 쌍을 판에 부착한 능동구조음향제어에 관해 기술하게 된다.

그런데 동위치화된 압전 센서/액추에이터 쌍의 전달함수는 면외(out-of-plane)운동과 면내운동이 연성(in-plane coupling)되어 나타나므로 SPR 특성을 가지지 못하는 것으로 확인 되었다.

특히 이 논문은 이러한 면내운동의 연성현상에 관해 이론적, 실험적으로 체계적인 분석을 시도하여 그 현상의 근원을 탐구하고자 하였다.

2. 센서와 액추에이터의 설계

2.1 체적속도 센서(Volume Velocity Sensor)

Fig. 1의 빛금친 부분과 같은 2차함수 형상의 분

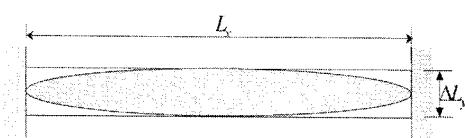


Fig. 1 A clamped-clamped beam with a quadratically shaped piezoelectric strip sensor

포된 압전 스트립 센서 ($L_x \times \Delta L_y \times h_{pe}$: 길이 \$\times\$ 폭 \$\times\$ 두께)의 x 방향에 대한 민감도 함수 $S(x)$ 를 아래와 같이 정의한다.

$$S(x) = -k(L_x x - x^2) \quad (1)$$

여기서 $k = 4\Delta L_y / L_x^2$ 는 상수이고, 압전 센서 스트립은 Fig. 1과 같이 양단고정보 ($L_x \times \Delta L_y \times 2h_s$: 길이 \$\times\$ 폭 \$\times\$ 두께)의 한쪽 면에 부착된다. 이때 보가 면외굽힘운동(out-of-plane flexural motion)을 한다면, 압전 스트립 센서의 전하출력 $q_{oop}(t)$ 는 다음과 같이 표현된다^(8,9).

$$q_{oop}(t) = \int_0^{L_x} \int_0^{\Delta L_y} h_{sen} S(x) [e_{31} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}] dx dy \quad (4)$$

여기서 e 는 압전상수이고, $h_{act} = h_s + h_{pe}/2$ 로서 보의 중립축과 압전센서 사이의 면외방향 거리이고, w 는 보의 면외방향 변위이다.

식 (2)는 x 와 y 방향의 전하출력성분을 각각 $q_{oop,x}(t)$ 와 $q_{oop,y}(t)$ 로 분리해서 나타낼 수 있다.

$$q_{oop,x}(t) = e_{31} h_{sen} \Delta L_y \int_0^{L_x} S(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx, \quad (3a)$$

$$q_{oop,y}(t) = e_{32} h_{sen} L_x \int_0^{\Delta L_y} S(x) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dy. \quad (3b)$$

식 (3a)의 $q_{oop,x}(t)$ 를 부분적분을 통해 나타내면,

$$q_{oop,x}(t) = e_{31} h_{sen} \Delta L_y \left\{ \left[S(x) \frac{\partial w}{\partial x} \right]_0^{L_x} - \left[\frac{\partial S(x)}{\partial x} w \right]_0^{L_x} + \int_0^{L_x} \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x^2} w dx \right\} \quad (4)$$

그리고, 보와 압전센서 형상함수의 경계조건은 다음과 같이 표현된다.

$$w(0) = w(L_x) = 0, \frac{\partial w(0)}{\partial x} = \frac{\partial w(L_x)}{\partial x} = 0 \quad \text{for } 0 \leq x \leq L_x \quad (5)$$

$$\frac{\partial S(x)}{\partial x} = -2kx + kL_x, \quad \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x^2} = -2k \quad \text{for } 0 < x < L_x \quad (6a)$$

$$S(0)=0, \quad S(L_x)=0, \quad \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x^2}=\delta \quad \text{for } x=0 \text{ or } L_x \quad (6b)$$

식 (4)의 $q_{oop,x}(t)$ 는 식 (5) 및 (6)을 적용하면 아래처럼 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} q_{oop,x}(t) &= e_{31}h_{sen}\Delta L_y \int_0^{L_x} \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x^2} w(x) dx \\ &= 2e_{31}h_{sen}kW_{v,beam}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $W_{v,beam}(t) = \Delta L_y \int_0^{L_x} w(x) dx$ 는 Fig. 1의 보가 면외운동을 할 때 전체표면의 체적변위(volume displacement)이다.

그리고, 식(3b)의 $q_{oop,y}(t)$ 를 적분하면,

$$q_{oop,y}(t) = e_{32}h_{sen}L_x S(x) \left[\frac{\partial w(x, \Delta L_y)}{\partial y} - \frac{\partial w(x, 0)}{\partial y} \right] \quad (8)$$

그런데, 만약 압전 센서 스트립의 폭 ΔL_y 가 충분히 작다면, 면외방향의 굽힘변위 $w(x)$ 는 $(x, 0)$ 와 $(x, \Delta L_y)$ 의 위치에서 동일한 값을 가진다고 가정할 수 있을 것이다. 또한 기울기 $\partial w(x, 0)/\partial y$ 와 $\partial w(x, \Delta L_y)/\partial y$ 도 동일해서 식 (8)의 $q_{oop,y}(t)$ 는 0이 될 것이다. 그러므로, 2차함수 형상의 압전센서는 양단고정보의 조화체적속도(harmonic volume velocity) $U_{v,beam}(\omega_o)$ 를 측정하는데 사용될 수 있다. 이때

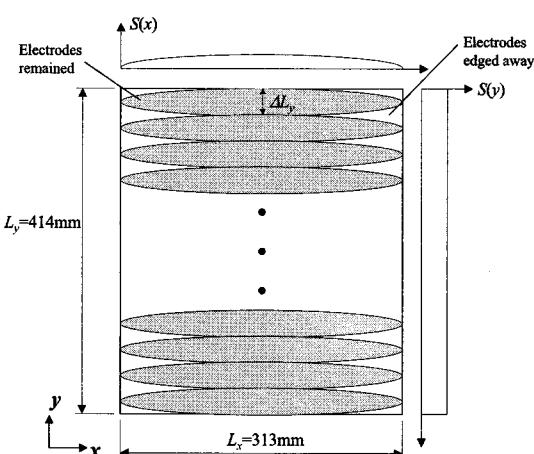


Fig. 2 A C-C-C-C plate with multiple quadratically-shaped piezoelectric strip sensors

$U_{v,beam}(\omega_o)$ 는 체적변위 $W_{v,beam}(\omega_o)$ 를 시간에 대해 미분한 것이 된다.

$$U_{v,beam}(\omega_o) = j\omega_o W_{v,beam}(\omega_o) = j\omega_o \frac{q_{oop}(\omega_o)}{2e_{31}h_{sen}k} \quad (9)$$

여기서 ω_o 는 면외방향 진동에 대한 주파수이고, 이 압전센서는 보의 흘수 굽힘모드에만 응답한다. (꺽수모드에서는 (+)체적부분과 (-)체적부분이 서로 상쇄되므로 센서의 출력은 0이 된다.)

이상의 결과로부터, Fig. 2에서 보는 것과 같이, 4단 고정(C-C-C-C) 판의 체적속도는 2차함수 형상의 압전 센서 스트립의 다중배열로서 계측 가능할 것이다. 즉, 판을 연속적인 N 개의 압전 센서 스트립을 부착한 N 개의 동일한 양단고정보 배열로 취급하는 것이다.

그래서, 판의 체적속도 $U_v(\omega_o)$ 는 개별 센서 스트립의 전류출력의 합으로 얻어지게 된다.

$$U_v(\omega_o) = \sum_{n=1}^N U_{v,beam}(\omega_o) = j\omega_o \frac{Q_{oop}(\omega_o)}{2e_{31}h_{sen}k} \quad (10)$$

여기서 $Q_{oop}(\omega_o)$ 는 전체 전하출력으로 개별 센서 스트립의 전하출력 $q_{oop}(\omega_o)$ 의 합이다.

그러므로, 다중으로 배열된 각 센서 스트립의 민감도 함수 $S(x)$ 의 정확성은 판의 체적속도를 계측하는 센서로서 필수적인 요소가 된다⁽¹⁰⁾. 또한 계측하고자 하는 판의 면외굽힘 모드의 파장은 각 센서 스트립의 폭 ΔL_y 보다 더 커야 한다. 왜냐면, 앞에서 $w(x, 0)$ 와 $w(x, \Delta L_y)$ 가 동일하다는 가정을 했기 때문이다. 즉, 이 센서는 저주파에서만 유효하다. 한편, 판의 음향방사에는 주로 (1,1), (1,3), (3,1), 그리고 (3,3) 등과 같은 저차모드에 의한 기여가 지배적인 것으로 알려져 있다.

2.2 균일힘 액추에이터의 설계

면외방향의 균일힘을 기진시킬 수 액추에이터는 압전필름 양면에 매우 얇은 전극이 있는 구조이다. 이 액추에이터는 입력전압, $V_3(t)$ 에 의해 작동되는데, 이로 인한 판의 강제 면외 굽힘운동은 다음의 식과 같이 표현된다^(8,9).

$$(D_s + D_{pe}) \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + m \frac{\partial^2 w(t)}{\partial t^2}$$

$$= -h_{act} V_3(t) \left(e_{31} \frac{\partial^2 S(x, y)}{\partial x^2} + 2e_{36} \frac{\partial^2 S(x, y)}{\partial x \partial y} + e_{32} \frac{\partial^2 S(x, y)}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

여기서 $h_{act} = h_s + h_{pe}/2$ 이며, D_s 와 D_{pe} 는 각각 판과 압전 액추에이터의 굽힘강성이다.

면외방향 균일힘을 발생하기 위한 필요조건으로 압전 액추에이터는 y 방향을 따라서는 일정한 민감도 함수(sensitivity function)를 가져야 하며, x 방향으로는 식 (1)과 같은 2차 함수적 민감도를 가져야 한다. 그러므로 Figs. 3, 4처럼, 분포된 면외방향 균일 힘 $f_u(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$f_u(t) = -h_{act} V_3(t) L_{pe} [S(x, y)] = 2h_{act} e_{31} k V_3(t) \quad (12)$$

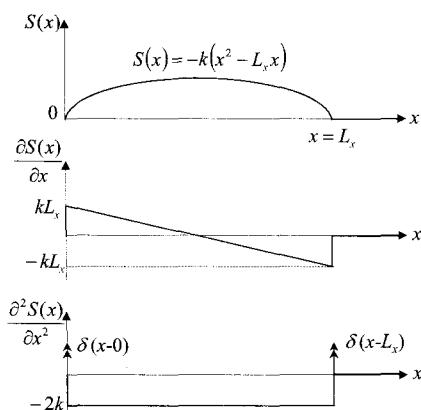


Fig. 3 Spatial sensitivity function $S(x)$ to design a uniform normal force actuator

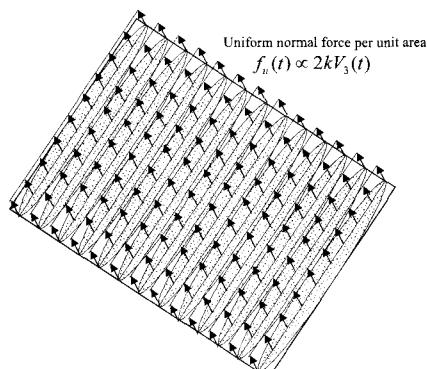


Fig. 4 Uniform normal line forces generated by an array of quadratically shaped piezoelectric actuator strips

즉, $k = 16.903$ ($L_x = 0.313$ m, $L_y = 0.414$ m) 그리고 $h_{act} = 0.00075$ m일 때, Table 1의 특성을 갖는 지능판의 액추에이터에 100 V가 걸리면 m^2 당 약 0.13 N의 균일힘이 유도된다. 이 지능판에는 각 스트립의 폭은 지능판이 10,000 Hz에서의 약 30 mm 인 최소 구조 굽힘파장(파수는 206 m^{-1})과 비교하여 더 작은 10 mm로 결정하였다.

2.3 지능판의 제작

설계된 압전 센서 및 액추에이터를 주어진 형상에 맞춰 PVDF 필름의 표면전극을 에칭(etching)하여 제작한 뒤, 사각형 알루미늄판($L_x \times L_y \times 2h_s = 0.313 \times 0.414 \times 0.001$ m)의 양면에 대칭이 되게 에폭시로

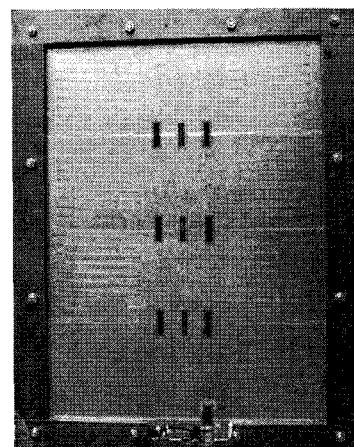


Fig. 5 A smart panel with multiple quadratically shaped PVDF strip sensors and actuators on either side

Table 1 Physical properties of the panel and film

	Plate (aluminum)	PVDF film
Dimension (mm) (length \times width)	$L_x \times L_y = 313 \times 414$	$L_x \times \Delta L_y = 313 \times 10$ (40 strips)
Thickness (mm)	$2h_s = 1$	$h_{pe} = 0.5$
Mass density (kgm^{-3})	$\rho_s = 2700$	$\rho_{pe} = 1780$
Young's modulus (Nm^{-2})	$Y_s = 7.1 \times 10^{10}$	$Y_{pe} = 2.0 \times 10^9$
Poisson ratio	$\nu_s = 0.33$	$\nu_{pe} = 0.31$
Loss factor	$\eta_s = 0.05$	$\eta_{pe} = 0.05$

부착하였다. 즉 판의 각 면에는, Fig. 5와 같이, 40개의 입전 스트립이 배열 형태를 이루게 제작되었다.

Table 1에 판과 PVDF 센서 및 액추에이터의 물리적 특성을 나타내었다. Fig. 5와 같이 제작된 지능판은 나무로 제작된 실험용 상자 위에 12지점의 체결 위치에서 철제 바와 더불어 볼트 및 너트로 고정되었다.

3. 지능판의 해석적 모델링

앞 절에서 제작된 지능판이 주위가 모두 고정되어 (C-C-C-C) 조화 면외진동을 할 때 체적속도 센서와 균일힘 액추에이터 사이의 주파수 응답함수는 아래와 같이 정의될 수 있다.

$$T_{oop}(j\omega_o) = j\omega_o \frac{Q_{oop}(\omega_o)}{V_3(\omega_o)} = j\omega_o 4e_{31}^2 h_{act} h_{sen} k^2 \frac{W_v(\omega_o)}{f_u(\omega_o)} \quad (13)$$

여기서 $W_v(\omega_o)$ 는 판의 체적변위이다. 그리고 판의 굽힘모드는 참고문헌 (11)에 보여 진 것처럼 두 개의 보 함수(beam function)의 곱, $\phi_m(x_i, y_i) = \phi_m(x_i)\phi_n(y_i)$ 으로 계산될 수 있다. 이에 의해 수식 계산 과정 후, 식 (13)의 지능판에 대한 FRF는 Fig. 6과 같이 3개의 성분으로 분리하여 아래처럼 표시 할 수 있다.

$$T_{oop}(j\omega_o) = j\omega_o T_1(j\omega_o) T_2(j\omega_o) T_3(j\omega_o) \quad (14)$$

여기서 $T_1(j\omega_o) = f_u(\omega_o)/V_3(\omega_o) = 2e_{31}k h_{act}$, $T_2(j\omega_o) = W_v(\omega_o)$, $/f_u(\omega_o) = \sum_m \sum_n C_{mn} b_{mn}$ 그리고 $T_3(j\omega_o) = Q_{oop}(\omega_o)$, $/W_v(\omega_o) = 2e_{31}k h_{sen}$ 이다. 수식에 대한 부족한 설명은 참고문헌 (9)에 나와 있다.

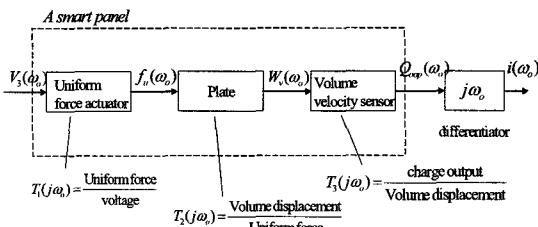


Fig. 6 Decomposed transfer functions representing each component of the smart panel

4. 실험 및 논의

4.1 직접속도 피드백 제어

직접속도 피드백 제어는 참고문헌 (4)에 자세히 언급되어 있으므로, 이를 참고하기 바라며, 여기선 간단히 그 중요성에 대해 언급한다.

만약 센서-액추에이터의 주파수 응답함수(FRF)와 제어기의 FRF가 모두 “무조건 양의 실수” (strictly positive real, SPR) 특성을 가진다면, 속도 피드백 제어 시스템은 무조건적으로 안정적 (unconditionally stable)일 것이다. 그러므로 원칙적으로는 제어 센서로부터의 신호를 영(zero)으로 만들기 위해 피드백 이득은 무한대로 증가시킬 수 있다. 그러나, 실제로는 시스템의 개방루프 FRF는 Nyquist 안정도 판별법으로 분석이 되어야 한다.

4.2 센서-액추에이터 응답

직접속도 피드백제어에 앞서 우선 센서-액추에이터의 응답을 측정하여 시스템의 SPR 특성을 확인하는 실험을 수행하였다.

Fig. 7에서 보는 바와 같이, 신호발생기에서 발생된 백색잡음을 전원증폭기를 통과시킨 후 입력전압 V_3 으로 지능판의 한쪽 면에 부착된 압전 액추에이터 배열에 가하였고, 이에 의해 다른 면에 부착된 압전 센서배열에서 가진된 판의 진동신호(체적변위에 비례) $q(\omega)$ 를 출력하게 된다.

이것을 미분하여 판의 체적속도에 비례하는 전류 출력(current output) $i(\omega)$ 를 얻었다. 그래서 주파수응답은 식 (15)와 같이 얻을 수 있다.

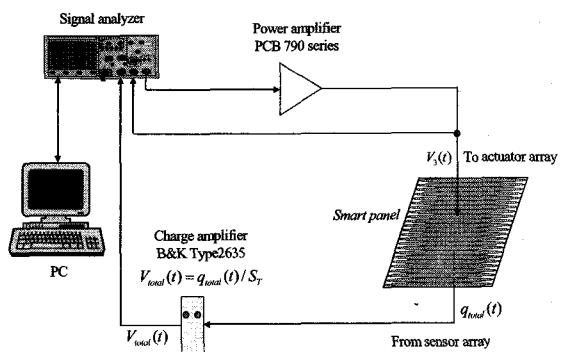


Fig. 7 Measured FRF of the matched PVDF sensor /actuator pair with the coupling problem

$$T_m(j\omega) = j\omega \frac{q(\omega)}{V_3(\omega)} = \frac{i(\omega)}{V_3(\omega)} \quad (15)$$

실험에 의한 결과는 Fig. 8에 나타내었다. 이러한 실험결과는 앞의 3절에서 언급된 이론적 해석과는 매우 다른 양상을 보였다.

즉, 1) 주파수와 함께 공진의 크기가 증가해 가는 경향을 보이며, 급격한 위상 저점이 공진점에서 발생하게 된다. (12,000 Hz에서의 위상변화를 볼 것.) 2) 이로 인해 센서-액추에이터 사이의 위상응답이 $\pm 90^\circ$ 를 초과하게 되어 SPR 특성을 잃어버리게 된다. 3) 이것은 SPR 특성을 갖는 시스템의 경우 DVFB 제어기법을 적용하여 무조건적 안정성을 가지는 제어기의 설계가 더 이상은 불가능하게 된다는 의미를 가진다.

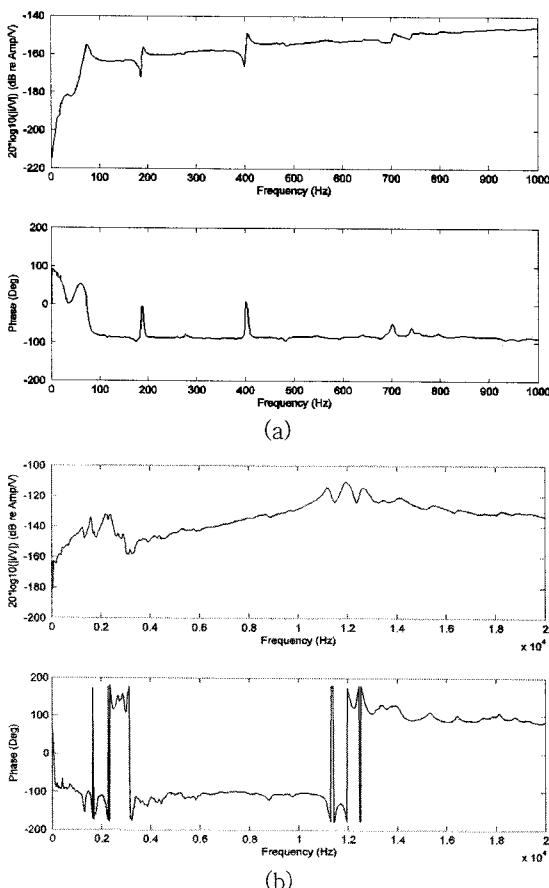


Fig. 8 Measured FRF of the collocated sensor/actuator pair with the coupling problem. (a) 0~1,000 Hz. (b) 0~20,000 Hz

4.3 면내운동 연성현상

Fig. 8와 같은 실험에서 측정된 현상은 센서와 액추에이터 간의 면내운동(in-plane motion)과 면외운동(out-of-plane motion) 간의 연성 문제인 것으로 추론되었다. (사실은 무수한 시행착오 끝에 이러한 추론에 도달했었다. 전자기적 노이즈, 센서 또는 액추에이터의 제작 불량 등을 고려했었다.)

면내력을 계산하기 위해 식 (11)의 우변에 있는 힘 함수(forcing function)의 팔호안을 Macauley의 표기법을 이용하여 계산하면⁽¹²⁾,

$$\begin{aligned} & e_{31} \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x^2} + 2e_{36} \frac{\partial^2 S(x)}{\partial x \partial y} + e_{32} \frac{\partial^2 S(x)}{\partial y^2} \\ &= e_{31}(< x >^{-2} - < x - L_x >^{-2})(< y - k(x^2 - L_x x) >^0 \\ &\quad - < y + k(x^2 - L_x x) >^0) + 2ke_{31}(2x - L_x) \\ &\quad (< x >^{-1} - < x - L_x >^{-1})(< y - k(x^2 - L_x x) >^{-1} \\ &\quad + < y + k(x^2 - L_x x) >^{-1}) + (k^2 e_{31}(2x - L_x)^2 + e_{32}) \\ &\quad (< x >^0 - < x - L_x >^0)(< y - k(x^2 - L_x x) >^{-2} \\ &\quad - < y + k(x^2 - L_x x) >^{-2}). \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 세 번째 항은 선 굽힘모멘트(line bending moment) [N]를 나타내는데, 2차 함수 형상의 압전 액추에이터의 외곽선을 따라 작용하게 된다. 그래서 하나의 판 스트립에 작용하는 면내 분포 합력(resultant in-plane distribution force)은 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$f(x) = (k^2 e_{31}(2x - L_x)^2 + e_{32}) \cdot V_3(t) \quad (17)$$

이 합력은 x 및 y 방향 성분으로 분리되며, 이때의 기울기 $\theta(x)$ 는 $\tan \theta(x) = \frac{\partial S(x)}{\partial x} = -k(2x - L_x)$ 로서 주어진다.

$$\begin{aligned} f_x(x) &= f(x) \sin \theta(x) \\ f_y(x) &= f(x) \cos \theta(x) \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)의 x 방향 면내 합력성분을 Fig. 9에 도시하였는데, 면내력의 성분은 1개의 2차 함수 형상 액추에이터 스트립에 대해서 압전 액추에이터의 각 위치에 따라 그 힘의 크기가 상이하게 작용함을 알 수 있으며, 이들을 상대적인 크기로 표시하였다. 이 결과에서 최대의 면내력 $f_x(x)$ 는 액추에이터 스트립의

양단 위치인 $x=0$ 와 $x=L_x$ 에서 작용한며, $x=L_x/2$ 에서 면내력 $f_x(x)$ 는 최소가 됨을 알 수 있다.

실험용 상자 위에 고정된 지능판이 압전 액추에이터에 의해 면내력(in-plane force)의 지배하에 놓여지게 되면, 지능판 하나의 스트립에 대해 실제적인 경계조건은 “고정-고정”도 “자유-자유”도 아니다. 판의 면내운동에서 경계조건의 모델링은 사실 지극히 난해한 문제로 알려져 있다. 면내력에 대해 판의 경계조건을 스프링과 댐퍼로서 정의하게 되면 좀 더 정밀하게 되겠지만, 이 논문에서는 계산의 단순화를 위해 “자유-자유” 경계조건으로 가정하였다.

즉, 판의 하나의 스트립, 즉 길이와 폭이 각각 L_x 및 ΔL_y 인 양단자유의 보(beam)에 대해 x 방향의 면내력 $f_x(x)$ 가 작용한다고 고려하였다.

한편, Cremer and Heckl은 얇은 판의 면내 고유진동수(in-plane natural frequency)는 아래와 같이 주어질 수 있다⁽¹¹⁾.

$$\omega_{i,mn} = c^2 \sqrt{(m\pi/L_x)^2 + (n\pi/\Delta L_y)^2} \quad (19)$$

여기서 c 는 면내 종파 (longitudinal wave)의 위상속도로서 $c=c_L=\sqrt{Y_s/\rho_s(1-\nu_s^2)}$ 일 수 있다. 그래서 첫 번째 면내 고유진동수는 x 방향에 대해, 즉 $(m, n)=(1, 0)$ 에서는 약 $\omega_{i,x1}=8,700\text{ Hz}$ 이고, y 방향에 대해서는, 즉 $(m, n)=(0, 1)$ 에서는 약 $\omega_{i,y1}=67,900\text{ Hz}$ 였다. 그래서 첫 번째 전단모드는 $\omega_{i,y1}$ 보다 더

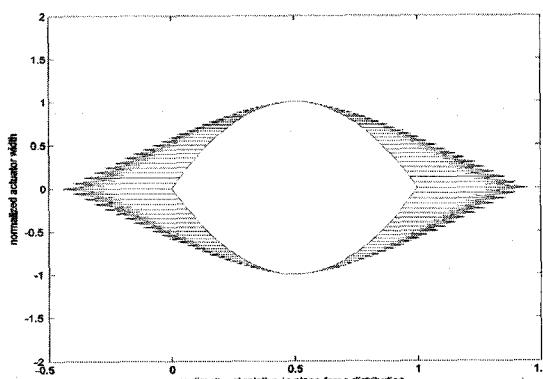


Fig. 9 In-plane force distribution $f_x(x)$ of a PVDF actuator strip. The quadratic shape of the actuator strip is exaggerated to show the relative magnitude of force components

높을 것으로 추정되었다.

왜냐면, 이 모델에서는 y 방향의 면내진동모드가 x 방향에 비해 훨씬 높은 주파수에서 발생하므로 x 방향의 면내진동모드가 지능판의 반대면에 부착된 압전센서 스트립에 의해 얻어지는 전하출력의 예측에 매우 중요함을 알 수 있다. 또한 판의 음향방사에 지배적인 모드가 보통 낮은 주파수에 있으므로 여기서 y 방향의 면내운동은 무시한다.

그러므로 x 방향의 면내진동에 대한 지능판의 센서스트립에 의한 전하출력 $q_{ip,x}(t)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$q_{ip,x}(t) = e_{31} \int_0^{L_x} S(x) \frac{\partial u}{\partial x} dx \quad (20)$$

이때 x 방향의 면내변위는 $u(x,t)=\sum_m A_m(t)\psi_m(x)$ 인데, $A_m(t)$ 은 모드진폭, $\psi_m(x)=\cos \frac{m\pi}{L_x}x$ 로서 양단자유보의 모드형상을 의미한다⁽¹⁴⁾.

식 (20)의 계산을 단순화하기 위해 평균면내력 $f_{x,ave}=\frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} f_x(x)dx$ 을 도입하면, $f_{x,ave}(\omega_i)$ 에 의한 변위 u 는 아래처럼 표현된다.

$$u(x, \omega_i) = \sum_m \frac{\psi_m(x)}{\rho_s A_s L_s} \int_0^{L_s} \psi_m(x) f_{x,ave}(\omega_i) dx \quad (21)$$

여기서 ω_{im} 은 m 번째 면내 고유진동수, ω_i 는 면내진동수이다. 이를 정리하면, 센서 스트립의 전하출력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_{ip,x}(\omega_i) = \frac{e_{31} f_{x,ave}(\omega_i)}{\pi \rho_s A_s} \sum_m \frac{\frac{1}{m} \cdot \sin m\pi \cdot \int_0^{L_x} S(x) \frac{\partial \psi_m(x)}{\partial x} dx}{[\omega_{im}^2 (1+j\eta_s) - \omega_i^2]} \quad (22)$$

지능판에 부착된 N 개의 센서 스트립 배열의 전체 전하출력 $Q_{ip,x}(\omega_i)$ 는 아래처럼 표현할 수 있다.

$$Q_{ip,x}(\omega_i) = \sum_{n=1}^N q_{ip,x,n}(\omega_i) \quad (23)$$

즉, 센서배열에 의한 전체 면내 주파수응답 $T_p(j\omega_i)$

는 다음처럼 정의될 수 있다.

$$T_{ip}(\omega_i) = j\omega_i \frac{Q_{ip,x}(\omega_i)}{V_3(\omega_i)} \quad (24)$$

그러므로, 지능판의 한쪽면에 부착된 압전 액추에 이터 배열은 면외운동 뿐 아니라 면내운동을 유발시키기 때문에 동위치화되어 다른면에 부착되어 있는 압전 센서 배열은 마찬가지로 두 가지 운동에 대해 모두 전하출력을 발생시키게 된다.

그런데, Fig. 10처럼 굽힘 및 종방향 변위를 동시에 겪는 보의 표면에 부착된 충분히 얇은 PVDF 필름의 변형률은 다음과 같이 주어진다⁽¹³⁾.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x} = h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial x} \quad (25)$$

여기서 U 는 전체변위로서 종방향변위 u 및 굽힘변위 w 를 포함한다. 이에 따라, 식 (25)과 마찬가지로, 지능판의 경우에도 식 (24)의 면내운동 응답과 식 (13)의 면외운동 응답을 동시에 고려해야만 한다. 즉, 이것은 지능판에 부착된 센서-액추에이터간의 전체 FRF T_{total} 은 아래처럼 주어질 수 있음을 알 수 있다.

$$T_{total} = T_{oop} - T_{ip} \quad (26)$$

식 (26)를 바탕으로, Fig. 11과 같이 전체 FRF T_{total} 을 가는 선, 면내운동 FRF T_{ip} 를 점선 그리고 면외운동 FRF T_{oop} 를 굵은 선으로 나타내었다.

Fig. 11(a)는 저주파 구간인 1,000 Hz 이하의 FRF 계산 결과인데, 실험에서 계측된 FRF인 Fig. 8에서 보는 바와 같이 음향방사에 유효한 굽힘모드는 면내운동과 연성됨으로써 실제 계측시에는 제대로 나타

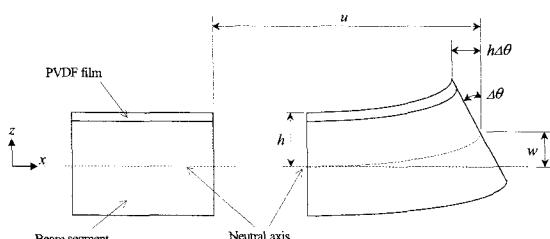


Fig. 10 Schematic of the deflection of a small part of a flexible beam with a PVDF film

나지 않았음을 확인할 수 있었다. 계산된 굽힘모드는 실제 지능판이 순수한 굽힘운동만을 하였더라면 계측시에도 이와 유사한 결과를 얻었을 것이다. 즉, 첫 번째 굽힘모드만 선명히 확인되고, 그 이상의 굽힘모드는 면내진동에 의해 거의 덮여 진 것이다.

그리고, Fig. 11(b)는 20,000 Hz 이하의 FRF 계산 결과인데, 실제 계측된 FRF인 Fig. 8의 가장 큰 12,000 Hz의 모드는 계산된 결과와 비교하여 첫 번째 면내진동모드임을 확인할 수 있었다. 특히, 그 모드에서 위상의 급격한 변화는 DVFB 제어에 반드시 요구되는 SPR 조건을 충족시킬 수 없게 된다는 것

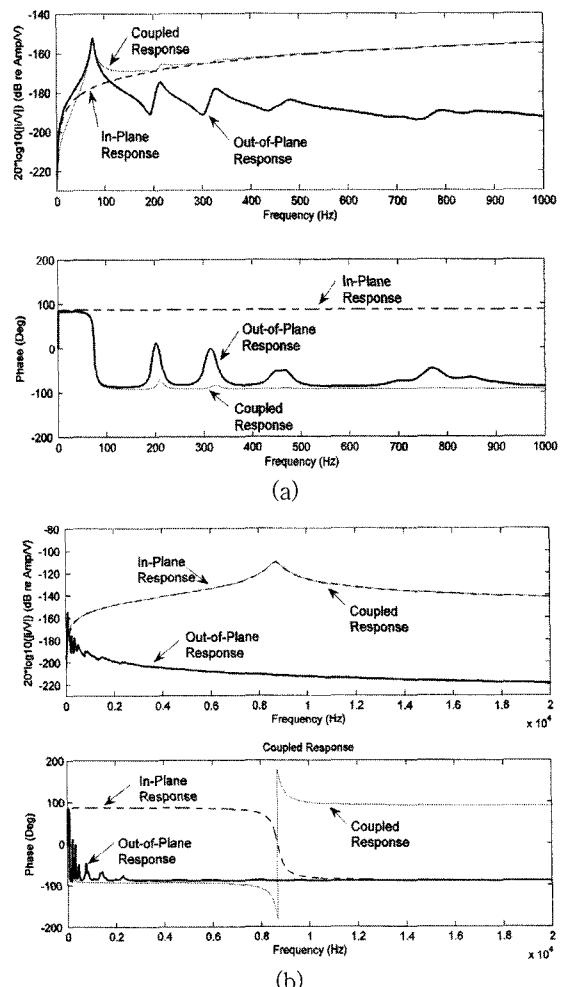


Fig. 11 Calculated total responses T_{total} (thin lines), out-of-plane responses T_{oop} (thick lines), and in-plane responses T_{ip} (dotted lines). (a) 0~1,000 Hz. (b) 0~20,000 Hz

을 증명해 준다. 즉, 압전재료로 제작되어 넓은 면적을 가지며 동위치화된 센서와 액추에이터의 배치로서 DVFB 제어를 적용시키려면 극히 제한적인 피드백 이득만이 유효함을 의미한다.

참고로 식(19)를 이용하여 계산된 첫 번째 면내진동모드는 8,700 Hz였으나, 실제 지능판의 상하면에 부착된 PVDF 필름의 영향을 고려하여 Fig. 11(b)의 계산을 얻을 수 있었다.

Fig. 8의 12,000 Hz의 모드가 첫 번째 면내진동모드임을 보이기 위한 또 다른 실험도 진행되었다. 가속도계를 지능판의 표면에 수평으로 눌힌 상태에서 고정시켜 각각 x 및 y 방향에 대해 면내진동을 측정한 결과, 명확하게 12,000 Hz에서 첫 번째 공진이 계측됨을 확인하였다.

5. 결 론

이 논문은 능동구조음향제어를 실제의 판 구조물에 대해서 적용하여 음향특과를 최소화하기 위한 연구에 대해 기술하였다. 이를 위해 2차함수 형상의 압전 PVDF 필름 스트립 배열로 제작된 센서와 액추에이터를 실험용 지능판의 양면에 대칭으로 동위치화시켜 부착하였다. 센서와 액추에이터를 동위치화 시킨 것은 그 응답이 SPR 조건만 만족된다면, DVFB제어기법으로 매우 우수한 안정도와 높은 피드백 이득을 적용할 수 있기 때문이다. 그런데 센서-액추에이터 응답의 측정 결과 예상치 못했던 면내운동 현상이 나타났다. 이것은 응답이 면내운동과 면외운동이 결합되면서 SPR 특성이 사라지고 음향방사에 의미 있는 면외운동 성분이 면내운동 성분에 의해 덮여 버린 결과를 보여 주었다. 즉, DVFB 제어를 적용할 수 없게 된 것이다. 이 논문은 이러한 현상에 대해 이론적으로 그리고 실험적으로 면내운동 현상에 의한 응답특성을 분석하였다. 그래서 동위치화된 압전 센서-액추에이터 쌍으로 능동적 음향/진동 제어에 DVFB를 적용시킬 때 그 피드백 이득이 매우 제한될 수 있음을 밝혔다.

후 기

이 논문은 2005년도 전북대학교 지원 연구비에 의해 연구되었음.

참 고 문 헌

- (1) Fuller, C. R., Elliott, S. J. and Nelson, P. A., 1996, "Active Control of Vibration", Academic Press.
- (2) Nelson, P. A. and Elliott, S. J., 1992, "Active Control of Sound", Academic Press.
- (3) Balas, M. J., 1979, "Direct Velocity Feedback Control of Large Space Structures", Journal of Guidance and Control, Vol. 2, No. 3, pp. 252~253.
- (4) Lee, Y. S., 2004, "Collocation of Sensor and Actuator for Active Control of Sound and Vibration", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 14, No. 3, pp. 253~263.
- (5) Johnson, M. E. and Elliott, S. J., 1995, "Active Control of Sound Radiation Using Volume Velocity Cancellation", Journal of Acoustical Society of America, Vol. 98, No. 4, pp. 2174~2186.
- (6) Charette, F., Berry, A. and Guigou, C., 1998, "Active Control of Sound Radiation from a Plate Using a Polyvinylidene Fluoride Volume Displacement Sensor", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 103, No. 3, pp. 1493~1503.
- (7) Preumont, A., Francois, A. and Debru, S., 1999, "Piezoelectric Array Sensing for Real-time, Broad-band Sound Radiation Measurement", ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 121, pp. 446~452.
- (8) Lee, C. K., 1990, "Theory of Laminated Piezoelectric Plates for the Design of Distributed Sensors/Actuators. Part I: Governing Equations and Reciprocal Relationships", Journal of Acoustical Society of America, Vol. 87, No. 3, pp. 1144~1158.
- (9) Lee, Y.-S., 2000, "Active Control of Smart Structures Using Distributed Piezoelectric Trans-

- ducers”, PhDthesis, University of Southampton.
- (10) Rex, J. and Elliott, S. J., 1992, “The QWSIS-A New Sensor for Structural Radiation Control”, Proceedings of MOVIC, pp. 339~343.
- (11) Warburton, G. B., 1951, “The Vibration of Rectangular Plates”, Proceedings of the Institute of Mechanical Engineering, Vol. 168, pp. 371~384.
- (12) Sullivan, J. M., Hubbard, Jr. J. E. and Burke, S. E., 1996, “Modeling Approach for Two-dimensional Distributed Transducers of Arbitrary Spatial Distribution”, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 99, No. 5, pp. 2965~2974.
- (13) Cremer, L. and Heckl, M, 1988, “Structure-borne Sound(2nd Edition)”, Springer-Verlag.
- (14) Bishop, R. E. D. and Johnson, D. C., 1960, “The Mechanics of Vibration”, Cambridge University Press.