

# 구조 동특성 파라미터를 이용한 구조물 손상 탐색기법 비교 연구

## A Study for The Comparison of Structural Damage Detection Method Using Structural Dynamic Characteristic Parameters

최 병 민† · 우 호 길\*

Byoung Min Choi and Ho Kil Woo

(2007년 1월 8일 접수 ; 2007년 3월 7일 심사완료)

**Key Words :** Structural Damage(구조물 손상), Natural Frequency(고유진동수), Mode Shape(모드형상), Modal Sensitivity Method(모드민감도법), Residual Force Method(진동잔류력기법), Modal Combination Method(모드조합법), Residual Function(오류함수), Eigenvalue Problem(고유치문제)

### ABSTRACT

Detection of structural damage is an inverse problem in structural engineering. There are three main questions in the damage detection: existence, location and extent of the damage. In concept, the natural frequency and mode shapes of any structure must satisfy an eigenvalue problem. But, if a potential damage exists in a structure, an error resulting from the substitution of the refined analytical finite element model and measured modal data into the structural eigenvalue equation will occur, which is called the residual modal forces, and can be used as an indicator of potential damage in a structure. In this study, a useful damage detection method is proposed and compared with other two methods. Two degree-of-freedom system and Cantilever beam are used to demonstrate the approach. And the results of three introduced method are compared.

### 1. 서 론

#### 1.1 연구 필요성

항공기의 구조 결함에 의한 사고, 종종 발생되는 원자력 발전소 및 화력 발전소 증기 배관의 피로누적 노화로 인한 구조결함, 토목 건축분야의 교량 및 구조물 붕괴 사고 등 일련의 크고 작은 사고들로 인하여 각종 구조물들의 효율적인 구조 안전진단 및 평가방법에 대한 관심이 최근 많이 일고 있으며, 많은 학자들이 이에 대한 연구를 활발히 진행하고 있다. 많은 학자들이 구조물의 고유진동수와 모드형상을 이용하여 구조물 손상 탐색에 관한 연구를 수행

하고 있다. 그러나 일부 이론들은 실제 적용에 있어서 약간의 제약사항들이 있어 현실적인 문제의 적용에 어려움이 있다. 따라서 이를 이론의 장점과 단점을 비교 검토하여 현실적인 문제의 접근에 보다 유용한 이론의 추천이 요구된다.

#### 1.2 연구 동향

Jon D. Collins<sup>(1)</sup>는 고유진동수와 모드형상의 민감도 행렬식을 Taylor급수에 적용하여 구조물 손상 탐색 기법을 수립하였으며, J. M. Ricles와 J. B. Kosmatka<sup>(2)</sup>는 진동잔류력(vibratory residual force)을 오류함수행렬(residual function matrix)으로 표현한 식과 민감도<sup>(1)</sup>를 이용한 구조물 손상 탐색 기법을 제시하였다. M. Rao<sup>(3)</sup>는 손상된 구조물의 고유진동수, 모드형상들을 손상 전의 고유치문제(eigenvalue problem)에 대입하여 나타나는 오차들을 오류함수행렬(residual function matrix)으로 만

\* 교신저자; 정희원, 국방과학연구소  
E-mail : bmchoi2001@add.re.kr  
Tel : (042) 821-4489, Fax : (042) 821-2224  
\* 충남대학교 기계공학과

들고, 이들을 이용하여 최적화문제의 목적함수로 생성한 후 유전자 알고리즘으로 외팔보와 대문 구조(portal frame)에 대한 이론적 손상부위와 결합정도를 산출하였으며, Jung-Huai Chou<sup>(4)</sup>는 트럭의 이동 하중에 의해 반응하는 교량의 정적 거동을 유한요소 모델과 유전자 알고리즘을 적용하여 교량 손상부위와 손상정도를 산출하였다. M.I. Friswell<sup>(5)</sup>는 외팔 평판의 손상부위와 손상정도를 산출하기 위해 유전자 알고리즘을 적용하였으며, 구조물의 고유진동수와 모드형상에 대한 각각의 민감도를 산출하고 여기에 보정요소(weighting factor)를 고려하여 벌칙함수(penalty function)를 구성하고 이를 유전자 알고리즘의 적합도로 적용하였다. 이들 외에도 여러 학자들이 다양한 측면에서 연구를 시도하였다.

### 1.3 연구 개요

구조물에 손상이 발생하게 되면 구조물 손상부위의 강성이 줄어들게 된다. 강성의 변화는 구조물의 고유진동수와 모드형상들이 바뀌게 한다. 이러한 특성을 고려하여 이 연구는 고유진동수와 모드형상의 민감도를 적용한 기준의 모드민감도법<sup>(1,2)</sup>과 손상된 구조물의 고유진동수와 모드형상을 고유치 문제(eigenvale problem)에 직접 대입하여 오류함수(residual function)를 만들고 이를 이용하여 요소강성행렬(element stiffness matrix) 변화량을 찾아내는 진동잔류력기법(residual force method)<sup>(3)</sup>을 소개하였으며, 또한 이 연구에서 제안하는 손상되지 않은 구조물의 고유진동수와 모드형상을 진동잔류력기법<sup>(3)</sup>에 조합하여 오류함수를 만들어 미지수를 줄일 수 있는 모드조합법(modal combination method)을 이론적으로 소개하였다. 2자유도의 스프링, 질량시스템의 예제와 외팔보의 예제에 이들 이론들을 적용하여 그 결과를 비교하였으며, 그 결과들과 이론들의 분석을 통하여 이 연구에서 제안하는 모드조합법의 적용 용이성을 검토하였다.

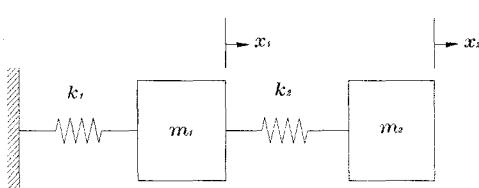


Fig. 1 Applied model

## 2. 예제(1) 정의

각 손상탐색 이론들을 적용하기 위해 Fig. 1과 같은 간단한 예제의 모델을 구성하였다.

손상되기 전의 스프링상수  $k_1$ 이  $50 \text{ N/m}$ 이고,  $k_2$ 값은  $100 \text{ N/m}$ 이다. 질량  $m_1$ ,  $m_2$ 는 손상이 없으면  $m_1$ 은  $50 \text{ kg}$ ,  $m_2$ 는  $100 \text{ kg}$ 이다. 손상된 후의  $k_1$ 값은  $5 \text{ N/m}$ 이고  $k_2$ 값은  $100 \text{ N/m}$ 로 정의하였으며, 이 연구에서 계산한 손상된 후의 스프링상수와 비교할 기준값이 된다. 손상되기 전과 손상 후의 고유진동수, 모드형상들은 각각 Table 2와 같으며, Table 2에 정리된 손상 전과 손상 후의 고유진동수와 모드형상들은 앞에서 정의한 파라미터들을 고유치문제에 대입하여 이론적으로 산출할 수 있다. 주어진 Table 1과 Table 2의 자료들을 이용하여 이 연구에서 소개하는 각 이론들로 손상된 시스템의  $k_1$ ,  $k_2$ 의 변화량을 산출하고 그 결과를 비교하였다.

## 3. 적용 이론

모드민감도법<sup>(1,2)</sup>과 진동잔류력기법<sup>(3)</sup> 그리고 이 연구에서 제안하는 모드조합법의 각 이론들을 수학적으로 정리하고 그 장점과 단점을 비교하였다.

Table 1 Material property

		Undamaged	Defined (damaged)	Damaged
kg	$m_1$	50	50	50
	$m_2$	100	100	100
N/m	$k_1$	50	5	Calculation goal
	$k_2$	100	100	100

Table 2 Natural frequency &amp; mode shape

	1st mode		2nd mode	
	Undamaged	Damaged	Undamaged	Damaged
$\lambda$	0.268	0.033	3.732	3.067
$\Phi$	$x_1$	0.065	0.080	0.126
	$x_2$	0.089	0.083	-0.046
				-0.056

### 3.1 모드민감도법(Modal Sensitivity Method)

고유치 종합행렬은 식 (1)과 같으며, 여기서  $\lambda$ 는 고유진동수 행렬이며,  $\phi$ 는 모드형상 행렬이다.

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi \end{pmatrix} \quad (1)$$

문제에서 정의된 각 스프링의 상수들을 행렬로 표시하면 식 (2)와 같다.

$$r = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

식 (1)의 고유치 종합행렬에 대해 Taylor급수의 1차 항만을 적용하면 식 (3)과 같다. 이때 아래첨자  $d$ 는 손상구조물을 의미하는 것이고, 아래첨자  $a$ 는 손상되지 않은 구조물에 대한 이론값을 의미 한다.

$$\Lambda_d = \Lambda_a + T(r_d - r_a) \quad (3)$$

여기서  $T$ 는 고유치 민감도 행렬식으로서 질량의 변화가 없다고 가정하면, 식 (3)의  $T$ 는 식 (4)와 같이 정리된다.

$$T = \begin{pmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial k} \frac{dk}{dr} \\ \frac{\partial \phi}{\partial k} \frac{dk}{dr} \end{pmatrix}_a \quad (4)$$

식 (4)의 각 성분들은 참고문헌 (6)에서 적용한 식 (5), 식 (6)을 통하여 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial k_{rs}} = \frac{\phi_{ir}\phi_{is}}{\phi_i^T M \phi_i} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi_{kr}}{\partial k_{ij}} = \sum_{n=1}^q \left[ \frac{\phi_{ni}\phi_{kj}\phi_{nr}}{(\lambda_k - \lambda_n)\phi_n^T M \phi_n} \right] (1 - \delta_{kn}) \quad (6)$$

$\lambda_i$ 에서 아래첨자  $i$ 는  $i$ 번째 모드를 의미하며,  $\phi_{kr}$

은  $r$ 번째 절점의  $k$ 번째 모드형상을 의미한다. Fig. 1의 정의된 문제에 식 (4)를 다시 정리하면 식 (7)과 같다.

$$T = \begin{pmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial r} \\ \frac{\partial \phi}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial r} \end{pmatrix}_a \quad (7)$$

식 (7)은 여기서  $2 \times 6$  행렬식이며, 손상 전과 손

상 후의 고유치 차를 행렬식으로 정리하면 식 (8)과 같다.  $\phi_{ij}$ 에서  $i$ 는 모드 번호를 의미하며,  $j$ 는 절점 번호를 의미한다.

$$(\Lambda_d - \Lambda_a) = \begin{pmatrix} \Delta \lambda_1 \\ \Delta \lambda_2 \\ \Delta \phi_{11} \\ \Delta \phi_{12} \\ \Delta \phi_{21} \\ \Delta \phi_{22} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Fig. 1의  $(\Lambda_d - \Lambda_a)$ 는  $1 \times 6$  행렬식이며, 식 (8)을 식 (5)와 식 (6) 그리고 식 (7)을 이용하여 다시 정리하면 식 (9)와 같다.

$$\begin{pmatrix} \Delta \Lambda_1 \\ \Delta \Lambda_2 \\ \Delta \Lambda_3 \\ \Delta \Lambda_4 \\ \Delta \Lambda_5 \\ \Delta \Lambda_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11}\Delta k_1 + T_{12}\Delta k_2 \\ T_{21}\Delta k_1 + T_{22}\Delta k_2 \\ T_{31}\Delta k_1 + T_{32}\Delta k_2 \\ T_{41}\Delta k_1 + T_{42}\Delta k_2 \\ T_{51}\Delta k_1 + T_{52}\Delta k_2 \\ T_{61}\Delta k_1 + T_{62}\Delta k_2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

식 (9)의 좌측 항을 이항하고 제곱을 취하면 식 (10)과 같고 이를 전개하고 함수로 정의하면 식 (11)과 같다.

$$(0) = (T_{i1}\Delta k_1 + T_{i2}\Delta k_2 - \Delta \Lambda_i)^2 \quad (10)$$

$$R_i = T_{i1}^2\Delta k_1^2 + T_{i2}^2\Delta k_2^2 + \Delta \Lambda_i^2 + 2T_{i1}\Delta k_1 T_{i2}\Delta k_2 - 2T_{i1}\Delta k_1 \Delta \Lambda_i - 2T_{i2}\Delta k_2 \Delta \Lambda_i \quad (11)$$

$$R = \sum_{i=1}^6 R_i \quad (12)$$

$\Delta k_1$  과  $\Delta k_2$ 를 구하기 위해 식 (12)에 최소자승법 (least square method)을 적용하면 식 (13), 식 (14)와 같으며 이들을 다시 정리하면 식 (15), 식 (16)과 같다.

$$\frac{\partial R}{\partial \Delta k_1} = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial R_i}{\partial \Delta k_1} \quad (13)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \Delta k_2} = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial R_i}{\partial \Delta k_2} \quad (14)$$

$$\left( \sum_{i=1}^6 T_{i1}^2 \right) \Delta r_1 + \left( \sum_{i=1}^6 T_{i1} T_{i2} \right) \Delta r_2 = \left( \sum_{i=1}^6 T_{i1} \Delta \Lambda_i \right) \quad (15)$$

$$\left( \sum_{i=1}^6 T_{i1} T_{i2} \right) \Delta r_1 + \left( \sum_{i=1}^6 T_{i2}^2 \right) \Delta r_2 = \left( \sum_{i=1}^6 T_{i2} \Delta \Lambda_i \right) \quad (16)$$

식 (15)와 식 (16)을 연립하여 풀면  $\Delta k_1$ 과  $\Delta k_2$ 를 구할 수 있다.

**3.2 진동 잔류력 기법(Residual Force Method)**  
질량에는 변화가 없다고 가정하고, 손상된 구조물의 고유치 문제는 식 (17)과 같이 정의된다.

$$K_d \Phi_{dj} = \lambda_{dj} M \Phi_{dj} \quad (17)$$

여기서 아래첨자  $d$ 는 손상된 구조물을 의미한다. 손상된 구조물의 강성행렬은 손상되지 않은 구조물의 강성행렬에 비해 줄어들게 된다. 따라서 손상된 구조물의 강성행렬식은 식 (18)과 같이 표현할 수 있다. 식 (17)과 식 (18)을 이용하여 오류함수행렬을 정의하면 식 (19)와 같다.

$$K_d = \sum_{e=1}^N \delta b_e K_e \quad 0 \leq \delta b_e \leq 1 \quad (18)$$

$$R_j = -\lambda_{dj} M \phi_{dj} + \sum_{e=1}^N \delta b_e K_e \phi_{dje} \quad (19)$$

모드시험에서 구한 모드 수가  $n$ 개이고, 자유도가  $m$ 개이면 식 (19)는  $n \times m$ 개의 오류함수를 생성할 수 있으며, 이 오류함수를 연립방정식으로 풀어 미지수인  $\delta b_e$ 의 개수를 줄이고  $R_j$ 의 오류함수들이 각각 0이 되는  $\delta b_e$ 를 찾는 방법이다. 연립방정식으로 미지수를 모두 구할 수 없을 경우 최적화 기법을 적용하여 해를 구한다.

### 3.3 모드조합법(Modal Combination Method)

모드조합법은 이 연구에서 제안하는 이론으로 유한요소기법에 기초를 두고 있다. 비감쇠 구조물의 고유치 문제는 식 (20)과 같다.

$$K \Phi_i = \lambda_i M \Phi_i \quad (20)$$

손상된 구조물의 강성행렬식은 식(21)과 같이 표시할 수 있다.

$$K_d = K - \delta K \quad (21)$$

여기서  $\delta K$ 는 강성변화행렬이다. 식 (17)의 양변에  $\Phi_i^T$ 를 곱하고 다시 정리하면 식 (22)와 같다.

$$\Phi_i^T \delta K \Phi_{dj} = \Phi_i^T K \Phi_{dj} - \lambda_{dj} \Phi_i^T M \Phi_{dj} \quad (22)$$

강성행렬과 질량행렬은 각각 수학적으로 대칭(symmetric) 이므로 식 (22)를 전치(transpose)시키고 식 (20)을 대입하면 식 (23)을 얻을 수 있다.

$$\Phi_{dij}^T \delta K \Phi_i = (\lambda_i - \lambda_{dj}) \Phi_{dij}^T M \Phi_i \quad (23)$$

유한요소에 대한 단위요소의 강성변화행렬은 식 (24)와 같다.

$$\delta K_e = \delta b_e K_e \quad 0 \leq \delta b_e \leq 1 \quad (24)$$

식 (23)을 다시 정리하면 식 (25)와 같다.  $\delta b_e$ 이 1인 경우는 유한요소  $e$ 의 강성행렬의 변화가 없는 것으로 구조물의 손상이 없는 것을 의미하며, 1보다 작은 경우는 구조물이 손상된 것을 의미한다.

$$\sum_{e=1}^N (\Phi_{dje}^T K_e \Phi_{ie}) \delta b_e = (\lambda_i - \lambda_{dj}) \Phi_{dij}^T M \Phi_i \quad (25)$$

여기서  $K_e$ 는 단위 유한요소의 강성행렬,  $\Phi_{ie}$ 는  $e$ 번째 유한요소의  $i$ 번째 모드형상,  $\Phi_{dje}$ 는  $e$ 번째 유한요소의  $j$ 번째 손상구조물 모드형상을 의미한다. 식 (25)를 이용하여 시스템의 오류함수(residual function)를 정의하면 식 (26)과 같다.

$$R_{ij} = \sum_{e=1}^N (\Phi_{dje}^T K_e \Phi_{ie}) \delta b_e - (\lambda_i - \lambda_{dj}) \Phi_{dij}^T M \Phi_i \quad (26)$$

여기서  $R_{ij}$ 은 오류함수이며 값이 0을 나타내면 오류가 없는 정상적인 고유치문제임을 의미한다. 식 (26)은  $m$ 개의 손상되지 않은 모드와  $n$ 개의 손상된 모드를 알고 있을 때  $m(m+2n+1)/2$ 개의 오류함수를 구할 수 있다. 손상되지 않은 구조물의 모드 수는 고유치문제를 직접 이론적으로 풀어서 구할 수 있으며,  $m$ 개의 자유도에 대해서는  $m$ 개의 모드를 구할 수 있다. 이론적으로는 오류함수들을 미지수의 수보다 많이 얻을 수 있다. 따라서 모드조합법은 손상되지 않은 고유진동수와 모드형상의 조합으로 많은 오류함수를 구할 수 있어 복잡하고 대형화된 손상탐색 구조물에 적용 가능성을 보여준다.

### 4. 예제(1) 손상탐색 결과

진동잔류력기법과 모드조합법을 이용한 결과는  $\delta b_1$ 의 값이 0.1,  $\delta b_2$ 의 값이 1로 산출되었다. 이 결

과 값들을 이용하여  $\Delta k_1$ ,  $\Delta k_2$ 를 다시 계산하면 Table 3의 결과로 정리된다. Table 3에서 모드민감도법의 결과는 어느 정도 일치하는 것을 알 수 있으나 정확도에 있어서 다소 떨어짐을 알 수 있다. 이것은 모드민감도법 이론의 초기 출발이 Taylor급수의 고차 미분값들은 무시하고 1차 미분값들만을 고려하여 나타난 결과로 사료된다.

모드민감도법의 경우 처음부터 오차를 내포하고 있으며, 대형 문제의 적용에는 민감도 행렬식을 구성하고 프로그램화하는데 복잡하여 많은 어려움이 따른다. 진동잔류력기법과 모드조합법은 좋은 결과를 보여준다.

## 5. 예제(2) 정의 및 이론 적용

Fig. 2와 같이 알루미늄 소재의 15개 유한요소의 외팔보에 5번째 요소에서 90%, 12번째 요소에서 60%의 강성 손상이 있는 모델을 적용하여 손상 탐색을 수행하였다. Fig. 2의 손상 전과 손상 후의 고유진동수와 모드형상은 Table 4과 Fig. 3에 각각 정리하였다. Table 4와 Fig. 3을 통하여 알 수 있듯

이 구조 손상 후의 고유진동수와 모드 형상의 변화가 있음을 알 수 있다. 이는 앞에서도 언급했듯이 구조물의 손상으로 인한 강성의 변화가 고유진동수와 모드형상에 영향을 준 것으로 판단된다.

### 5.1 적용 결과

Fig. 2의 모델에 진동잔류력기법과 모드조합법 두 이론을 적용하여 그 결과를 Table 5에 정리하였다. 앞에서 언급한 방법들을 이용하여 연립방정식을 풀어 미지수를 각각 3개로 줄인 후 유전자 알고리즘을

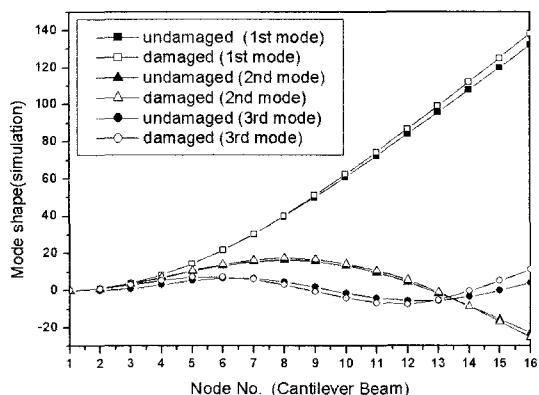


Fig. 3 Mode shape

Table 3 Comparison of the results

	Defined model	Modal sensitivity method	Residual force method	Modal combination method
$\Delta k_1$	-45.0	-44.83	-45.0	-45.0
$\Delta k_2$	0.0	-0.0029	0.0	0.0

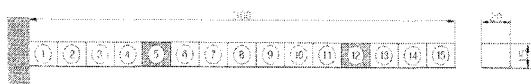


Fig. 2 Two elements damaged model

Table 4 Natural frequency

Mode No.	Natural frequency(Hz)	
	Undamaged model	Two elements damaged model
1	137.2	100.9
2	859.9	785.8
3	2,408.0	1,820.8

Table 5 Comparison of the result for two damaged model

Element No.	Two element damaged model ( $\delta be$ )		
	Defined	Residual force method	Modal combination method
1	1	1	0.999
2	1	1	1
3	1	1	0.999
4	1	1	1
5	0.1	0.100	0.099
6	1	1	1
7	1	1	0.999
8	1	1	1
9	1	1	0.999
10	1	1	1
11	1	1	0.999
12	0.400	0.400	0.400
13	1	1	1
14	1	1	1
15	1	1	0.999

적용하여 구조물 손상탐색을 수행하였다. 유전자 알고리즘의 적합도로는 식 (19)와 식 (26)의 오류함수들을 각각 제곱하고 루트(root)를 취하여 구하였으며, 진동잔류력기법과 모드조합법 두 이론을 적용한 유전자 알고리즘의 수렴과정을 Fig. 4와 Fig. 5로 정리하였다.

Table 5에서도 알 수 있듯이 진동잔류력기법과 모드조합법 두 이론은 좋은 손상탐색 결과를 보여주고 있다. Fig. 4와 Fig. 5를 통해서 보면 모드조합법의 수렴속도가 진동잔류력기법에 비해 다소 빨리 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 이 연구에서 제안하는 모드조합법의 경우 손상되지 않은 구조물의 고유진동수와 모드형상들을 손상된 구조물의 고유진동수와 모드형상들과 조합하여 이루고 있는 식이기 때문에 많은 오류함수를 얻을 수 있다. 손상되지 않은 구조물의 모드 수는 고유치 문제의 행렬식 크기에 좌우되기 때문에 비록 대형 문제라 할지라도 많은 미지수를 줄일 수 있어 실제 적용에 유용할 것으로 사료된다.

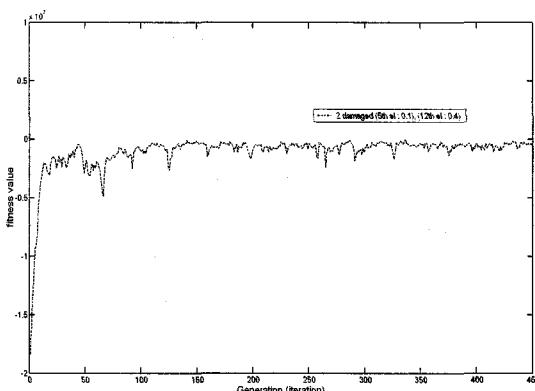


Fig. 4 Generation history (residual force method)

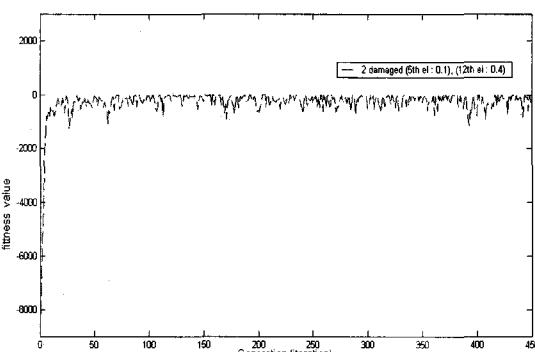


Fig. 5 Generation history (modal combination method)

## 6. 결 론

앞에서 언급한 구조물 손상탐색의 기초 이론들을 비교 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 이 연구에서 소개한 세 가지 이론 중 모드민감도법의 경우 실제 문제의 적용에 있어서 수학적으로 복잡하고 민감도 행렬 프로그램 구현에 어려움이 예상되며, 초기에 이론적 출발부터 오차의 요소를 포함하고 있기 때문에 신뢰도가 다소 떨어진다.

둘째, 이 연구에서 제안하는 모드조합법은 손상 전의 고유진동수와 모드형상들의 이론값들을 손상 후의 고유진동수와 모드형상들과 조합하기 때문에 많은 오류함수를 얻을 수 있어 유한요소가 많은 대형 문제에서도 많은 미지수의 수를 줄일 수 있는 것으로 판단된다.

셋째, 모드조합법은 해의 정확도에 있어서도 좋은 결과를 보였으며, 진동잔류력기법과 비교하였을 때 유전자 알고리즘을 이용한 해를 구하는데 있어서도 보다 빠른 수렴을 얻는 것을 확인할 수 있었다. 또한 예제(2)를 통해 모드조합법은 대형 문제 적용 용이성을 확인할 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- (1) Collins, J. D., Hart, G. C., Hasselman, T. K., Kennedy, B., 1974, "Statistical Identification of Structures", AIAA Vol. 12, No. 2, pp. 185~190.
- (2) Ricles, J. M., Kosmatka, J. B., 1992, "Damage Detection in Elastic Structures Using Vibratory Residual Forces and Weighted Sensitivity", AIAA Vol. 30, No. 9, pp. 2310~2316.
- (3) Rao, M., Srinivas, J., Murthy, B. S. N., 2004, "Damage Detection in Vibrating Bodies Using Genetic Algorithms", Computer & Structures 82, pp. 963~968.
- (4) Chou, J.-H., Ghaboussi, J., 2001, "Genetic Algorithm in Structural Damage Detection", Computer & Structures 79, pp. 1335~1353.

- (5) Friswell, M. I., Penny, J. E. T., Garvey, S.D., 1998, "A Combined Genetic and Eigensensitivity Algorithm for the Location of Damage in Structures", Computer & Structures 69, pp. 547~556.
- (6) Ricles, J.M., 1991, "Non-destructive Structural Damage Detection in Flexible Space Structures Using Vibration Characterization", Final Report to NASA/ASEE Summer Faculty Fellowship Program at Johnson Space Center.
- (7) Choi, B. M., Woo, H. K., 2007, "A Study for Structural Damage Identification Method Using Genetic Algorithm", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 1, pp. 80~87.