

# 구조물과 복잡한 지층 특성을 고려한 지반-구조물 시스템의 동적 해석

박 장 호

아주대학교 공과대학 환경건설교통공학부  
(2007. 4. 10. 접수 / 2007. 8. 22. 채택)

## Dynamic Analysis of Soil-Structure System Considering Characteristics of Structure and Complicated Soil Profile

Jang Ho Park

Division of Environmental, Civil and Transportation Engineering, Ajou University

(Received April 10, 2007 / Accepted August 22, 2007)

**Abstract** : In the past, a number of approaches, such as analytical, numerical or experimental methods, have been developed to deal with the soil-structure interaction effects. However, for many problems with complex geometry and material discontinuity most of approaches are nearly unpractical since it is difficult to model structures and complicated soil profiles precisely. This paper presents a soil-structure interaction analysis approach, which can consider precisely characteristics of structures and complicated soil profiles. The presented approach overcomes the difficulties by adopting an unaligned mesh generation approach. From numerical examples, the applicability of the proposed approach is validated and dynamic responses of soil-structure systems subjected to earthquake loading are investigated considering characteristics of structures and complicated soil profiles.

**Key Words** : soil-structure interaction, unaligned mesh generation approach, characteristics of structures, complicated soil profile

### 1. 서 론

암반지역이 아닌 지반에 건설되는 구조물에 지진과 같은 동적 하중이 가해지면 지반과 구조물의 거동이 상호작용하여 암반지역에 건설되는 구조물에서와는 다른 동적 거동을 보이게 된다. 이러한 지반-구조물 상호작용(Soil-Structure Interaction)은 구조물의 특성과 지반의 특성에 영향을 받는다. 따라서 암반지역이 아닌 지반에서 보다 안전하고 경제적인 구조물을 설계하기 위해서는 구조물의 특성과 지반의 특성을 정확히 반영한 지반-구조물 상호작용 해석이 요구된다.

현재까지 해석적 방법, 수치적 방법, 실험적 방법을 포함한 다양한 지반-구조물 상호작용 해석기법들이 개발되었다. 균일지반 위의 기초와 같이 단순한 문제에서는 해석해가 제시되어 있다<sup>1,2)</sup>. 복잡한 경계조건을 갖는 문제에서는 해석해를 구하는 것

이 어려우며, 유한차분법, 경계요소법, 유한요소법 및 이들을 조합한 방법 등과 같은 수치해석방법이 해석에 사용되고 있다<sup>3-6)</sup>. 이 중에서 유한요소법이 복잡한 경계조건을 지닌 문제에 일반적으로 사용되고 있다. 그러나 지반이나 구조물이 복잡한 3차원 형상을 지닌 경우 유한요소법은 경계의 형상을 따라 요소를 만들고 각 요소마다 하나의 물성을 대응시켜야 하므로 요소의 생성에 엄청난 시간과 노력이 소요된다. 또한, 요소의 모양이 정다각형을 벗어나 심하게 왜곡될 수 있고, 이로 인하여 강성행렬은 역행렬의 계산이 어려운 나쁜 성질을 갖게 될 수 있다. 이러한 경우에는 수치해석상의 오차가 커져서 부정확한 결과가 야기될 수 있다<sup>7)</sup>. 따라서 정밀하고 실용적인 해석을 위해서는 구조물 또는 지층의 형상을 비롯한 복잡한 경계조건들을 보다 쉽고 정확하게 묘사할 수 있는 해석기법이 필요하다.

본 논문에서는 불연속을 가지는 함수의 수치적분을 보다 정확히 수행할 수 있는 기법을 사용한 유한요소를 사용함으로써 복잡한 경계조건을 갖는 지반-

구조물 시스템을 정렬된 유한요소망으로 보다 빠르고 편리하게 모델링하고, 정밀한 지반-구조물 상호작용 해석을 수행할 수 있는 해석기법을 제시하였다. 제시한 해석기법을 이용하여 구조물의 특성과 복잡한 지층의 형상 등을 고려한 지반-구조물 시스템의 동적 해석을 수행하고 구조물의 특성과 지층의 형상이 지반-구조물 상호작용에 미치는 영향을 살펴 보았다.

## 2. 지반-구조물 상호작용 해석기법

구조물을 지지하는 지반의 강성이 층분이 크지 않은 경우 구조물을 지지하는 지반과 구조물 사이에 상호작용이 발생하므로 이에 대한 영향이 반드시 고려되어야 한다. 또한, 구조물의 특성과 지반의 특성은 지반-구조물 상호작용에 영향을 미치므로 이러한 특성들이 정확히 고려되어야 한다.

지반-구조물 상호작용 해석방법은 지반을 해석에 포함하는 방식에 따라 직접법과 부분구조법으로 나눌 수 있다<sup>3)</sup>. 본 논문에서는 지반-구조물 상호작용 해석에 단순하고 정확도가 높기 때문에 많이 이용되고 있는 직접법을 사용하였다. Fig. 1과 같은 지반-구조물 시스템을 직접법을 적용한 유한요소로 모델링하면 지반운동을 받는 지반-구조물 시스템의 운동은 다음과 같은 이산화된 운동방정식으로 표현될 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M][E]\{\ddot{u}_{bs}\} + \{f\} \quad (1)$$

여기서 M, C, K는 각각 구조물과 지반의 질량, 감쇠 및 강성행렬을 나타내며,  $u$ 는 절점의 변위를,  $\ddot{u}_{bs}$ 는 기반암에서의 지반가속도를 의미한다. 또한,  $f$ 는 경계면에 작용하는 하중을 의미한다.

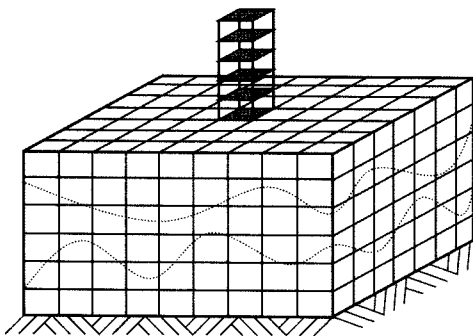


Fig. 1. Model for soil-structure interaction analysis.

평행층상과 같이 지층이 단순한 경우에는 Fig. 1의 실선과 같이 지층의 경계를 따라 유한요소망을 쉽게 구성할 수 있다. 그러나 Fig. 1의 점선과 같이 지반의 지층 형상이 복잡한 경우에는 하나의 요소에 하나의 물성이 대응되도록 유한요소망을 구성하면 모델링에 많은 시간이 소요된다. 지층의 형상이 복잡할수록 이러한 현상은 심해지며, 요소의 모양이 정다각형을 벗어나 심하게 왜곡될 수 있다. 이는 역행렬의 계산이 어려운 나쁜 성질을 갖는 강성행렬을 야기할 수 있다.

본 논문에서는 Fig. 1에서 점선과 같이 복잡한 지층 형상을 갖는 지반-구조물 시스템을 Fig. 1의 실선과 같이 일정한 격자 형태의 요소로 모델링하는 방법을 사용한다. 이렇게 할 경우 불연속을 포함하는 요소가 발생하게 된다. 불연속을 가지는 요소는 수치적분시 오차가 크기 때문에 사용되고 있지 않으나, 불연속을 포함하는 요소의 수치적분이 정확히 이루어진다면 불연속을 포함하는 요소를 사용하여도 정확한 결과를 얻을 수 있다.

일반적으로 유한요소에서의 적분은 Gauss quadrature rule을 사용한다. Gauss quadrature rule에 의한 하나의 불연속을 포함하는 1차원 함수의 적분 오차 범위는 가장 큰 가우스 적분 가중치인  $|w_i|_{\max}$  와 인접한 두 가우스 적분점 사이의 최대거리  $|\zeta_i - \zeta_{i+1}|_{\max}$  에 의하여 결정된다. 실수값  $|w_i|_{\max}$  와  $|\zeta_i - \zeta_{i+1}|_{\max}$  의 최대값은 각각  $1.93N^{-0.795}$ ,  $2.6N^{-1.02}$  으로 불연속을 포함하는 1차원 함수의 적분 오차 범위는 다음의 식으로 표현될 수 있다<sup>8,9)</sup>.

### Error Bound

$$\leq \max|w_i| \cdot \max|\zeta_i - \zeta_{i+1}| \approx 5.07N^{-1.82} \quad (2)$$

Fig. 2와 같이 요소의 크기를 충분히 작게 하면 요소 내에는 불연속이 발생하지 않거나 하나의 불연속만이 존재하게 할 수 있다. 이때 Fig. 2와 같이 요소 내에 하나의 불연속이 존재하는 경우 Gauss quadrature rule에서 기존의 Gauss point보다 많은 수

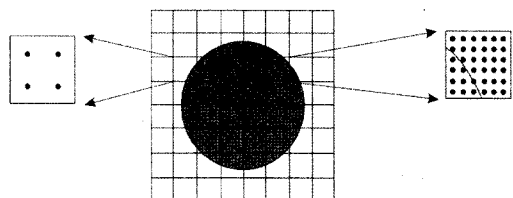


Fig. 2. Unaligned finite element mesh.

Table 1. Error bounds of the improved integration method

| No. of Gauss Points | $\frac{[5.07N^{-1.82}]}{2}$ | $\left(\frac{[5.07N^{-1.82}]}{2}\right)^3$ |
|---------------------|-----------------------------|--|
| 3 × 3 × 3           | 0.3433                      | 0.0404                                     |
| 5 × 5 × 5           | 0.1355                      | 0.00250                                    |
| 7 × 7 × 7           | 0.0734                      | 0.00039                                    |
| 9 × 9 × 9           | 0.0465                      | 0.00010                                    |
| 11 × 11 × 11        | 0.0323                      | 0.00003                                    |

의 Gauss point를 사용하면 식 (2)에 의거하여 불연속을 포함하는 요소의 수치 적분 오차를 최소화하고 정확한 결과를 얻을 수 있다. Table 1은 요소 내에 하나의 불연속이 존재하는 경우 사용한 Gauss point 수에 따른 오차의 범위를 보여주고 있다<sup>8,9)</sup>.

본 논문에서는 이와 같은 수치적분기법을 이용한 유한요소를 사용하여 지반-구조물 시스템을 일정한 격자 형태의 요소로 모델링한다. 이렇게 할 경우 모델링이 빠르고 편리해지며, 요소의 뒤뜰림이 발생하지 않으므로 강성행렬의 ill conditioning이나 요소의 불안전성을 방지할 수 있다. 이때 복잡한 경계조건은 함수나 위치정보 등으로 표현하여 수치적분에서 고려한다.

지반 영역의 경계조건은 해석 결과에 영향을 미치는 인자이다. 본 논문에서는 지반 영역의 경계조건으로 Lysmer 경계를 적용하여 영역의 절점에 감쇠장치를 부착하였다. 절점에는 전단파 에너지를 흡수하는 감쇠장치와 압축파 에너지를 흡수하는 감쇠장치가 부착되며, 감쇠장치 값은 다음의 식들에 의하여 구하여진다<sup>10)</sup>.

$$c_t = A\rho v_s \tag{3}$$

$$c_n = A\rho v_p \tag{4}$$

여기서  $\rho$ 는 지반의 밀도,  $v_s$ ,  $v_p$ 는 각각 전단파와 압축파의 속도,  $A$ 는 유효단면적을 나타낸다.

### 3. 구조물과 복잡한 지층 특성을 고려한 지반-구조물 상호작용 해석

본 논문에서 제안한 지반-구조물 상호작용 해석 기법을 이용하여 다양한 경우의 지반-구조물 시스템에 대한 동적 해석을 수행하고 이를 통하여 구조물의 특성과 복잡한 지층 형상이 지반-구조물 상호작용에 미치는 영향을 살펴보았다.

Table 2. Properties of structure model

| Floor | Level(m) | Stiffness(kN/m) | Mass(kg) |
|-------|----------|-----------------|----------|
| 7     | 22.5     | -               | 1050000  |
| 6     | 19       | 7820000         | 1050000  |
| 5     | 15.5     | 8540000         | 1150000  |
| 4     | 12       | 9020000         | 1150000  |
| 3     | 8.5      | 9890000         | 1150000  |
| 2     | 4.5      | 10200000        | 1150000  |
| 1     | 0        | 7280000         | 1390000  |
| B1    | -3.5     | $\infty$        | 1750000  |

### 3.1. 구조물과 지층의 성질

본 논문에서는 Table 2와 같은 7층 구조물과 동일한 진동수를 갖도록 구조물의 질량과 강성을 변화시키며 지반-구조물 상호작용을 수행하였다. 이때 구조물은 콘크리트구조물로 가정하고 감쇠값으로 0.03을 사용하였다.

지반은 수평 층상(지층 케이스 mm)과 Fig. 3의 네 가지 형태의 지층 형상(지층 케이스 mm, mp, pm, pp) 등 다섯가지 형태의 지층 형상에 대하여 지층의 물성을 변화시켜가며 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 지반의 물성은 Table 3과 같다. 이산화된 지반 영역의 크기는 100m × 100m × 40m이고, 20 × 12 × 8 = 1920개의 직사각형 고체요소를 사용하였다. 수치적분시 사용된 적분점의 개수는 요소 내에 불연속이 존재하는 경우에는 9 × 9 × 9 = 729개의 적분점을 사용하였고 그렇지 않은 경우에는 3 × 3 × 3 = 27개의 적분점을 사용함으로써 계산의 정도를 높임과 동시에 전체 계산량의 증가를 최소화하였다.

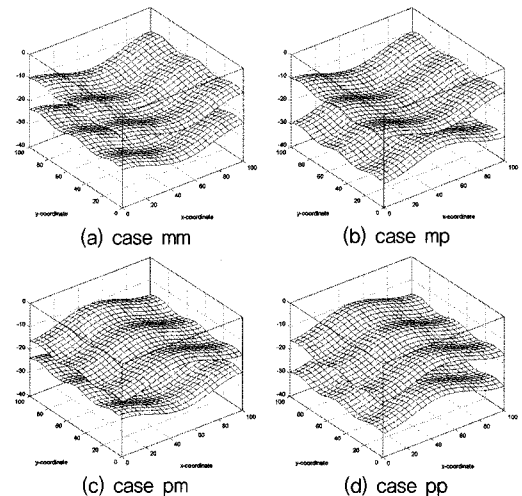


Fig. 3. Four types of soil profiles.

Table 3. Properties of the soil layers

| Type | Layer                 | S-wave velocity (m/s) | Density (kg/m <sup>3</sup> ) | Poisson's ratio | Damping ratio |
|------|-----------------------|-----------------------|------------------------------|-----------------|---------------|
| I    | Top (0-13.33m)        | 600                   | 1900                         | 0.35            | 0.10          |
|      | Middle (13.33-26.67m) | 900                   | 2000                         | 0.30            | 0.04          |
|      | Bottom (26.67-40.00m) | 1200                  | 2100                         | 0.25            | 0.02          |
| II   | Top (0-13.33m)        | 400                   | 1800                         | 0.35            | 0.10          |
|      | Middle (13.33-26.67m) | 800                   | 1900                         | 0.30            | 0.04          |
|      | Bottom (26.67-40.00m) | 1000                  | 2000                         | 0.25            | 0.02          |
| III  | Top (0-13.33m)        | 350                   | 1800                         | 0.35            | 0.10          |
|      | Middle (13.33-26.67m) | 650                   | 1900                         | 0.30            | 0.04          |
|      | Bottom (26.67-40.00m) | 1000                  | 2000                         | 0.25            | 0.02          |

입력가속도로 도로교 설계기준의 설계가속도 응답스펙트럼으로부터 최대가속도는 0.2g, 시간간격은 0.01초를 갖는 인공지진 가속도 시간이력을 생성하고(Fig. 4), 하부경계에서 입력하였다.

### 3.2. 지반의 특성에 따른 지반-구조물 상호작용의 변화

본 논문에서 제시한 해석기법을 이용하여 Table 2에 주어진 구조물에 대하여 지반 형상과 물성을 변화시키며 지반-구조물 상호작용 해석을 수행하였다. 시간이력의 결과는 짧은 시간간격으로 그 차이가 잘 보이지 않는 반면 응답스펙트럼에서는 응답의 차이가 좀 더 명확히 보여 응답스펙트럼 결과만을 도시하였다.

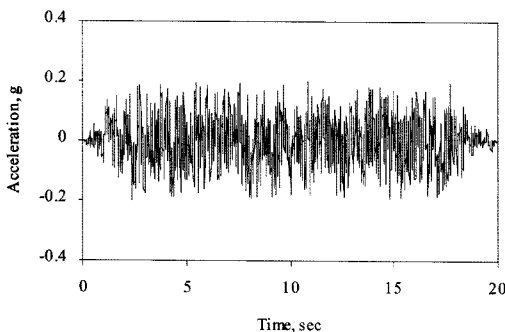
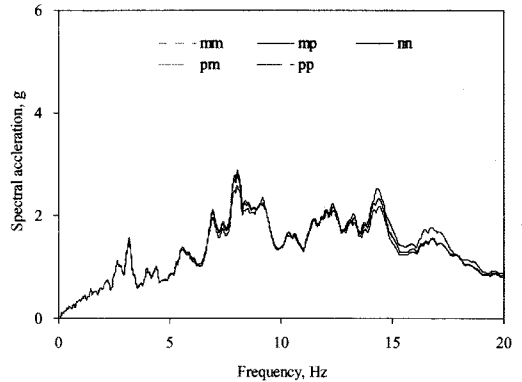
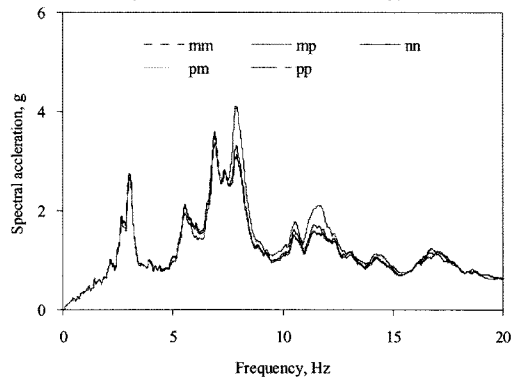


Fig. 4. Acceleration time history of input motion.

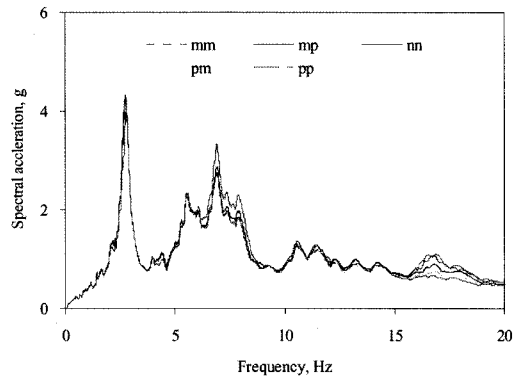
Fig. 5는 구조물과 접한 지표면에서의 응답스펙트럼을 비교한 것으로 지반의 물성과 지층의 형상에 따라 응답의 증폭 구간과 양이 다르게 나타나고 있다. 응답의 최대값은 지반 type I에서는 8.03Hz에서, 지반 type II에서는 7.92Hz에서, 지반 type III에서는 2.75Hz에서 발생하고 있다. 이러한 현상은 구조물과 지반의 상호작용에 의하여 연계된 주요 모드의



(a) Spectral acceleration for soil type I



(b) Spectral acceleration for soil type II



(c) Spectral acceleration for soil type III

Fig. 5. Comparison of response spectra at the ground surface with a structure for different soil types.

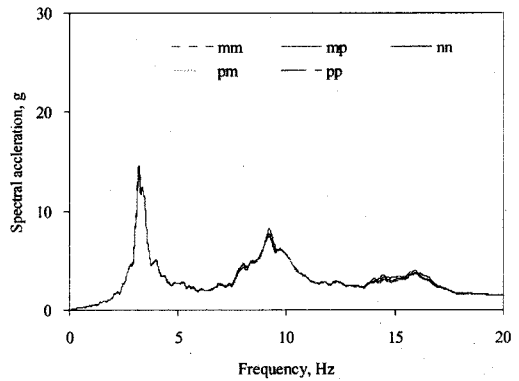
진동수가 변함과 동시에 증폭되는 형태도 다름을 보여준다. 상대적으로 단단한 지반 type I에서는 지반 type II와 지반 type III에 비하여 지층의 형상에 따른 응답의 변화가 작게 나타나고 있다. 지층 형상의 변화에 따른 응답을 비교해 보면 지반 type I에서는 케이스 mm이 최대값을 가지고, 지반 type II에서는 케이스 pp가 최대값을 가지며, 지반 type III에서는 케이스 mm이 최대값을 갖는다. 지층의 형상에 따른 최대값의 차이는 지반 type II에서 31%로 가장 크게 나타났다. 이러한 결과들은 지반의 물성과 지층의 형상에 따라 응답이 변하게 되며, 지층의 형상이 복잡한 경우에는 기존의 수평평행층상 등의 단순화된 해석으로는 정확한 결과를 얻을 수 없으므로 이러한 특성들이 정확히 반영된 해석이 필요함을 보여준다.

Fig. 6은 구조물 상단에서의 응답스펙트럼을 비교한 것으로 구조물과 접한 지표면에서 응답에 비하여 그 차이가 작게 나타나고 있다. 이는 구조물의 1차 모드 진동수가 3Hz 부근인데 반하여 지층의 형상에 따른 지반 응답의 변화가 큰 진동수 구간은 5Hz 이상이어서 구조물 응답에 큰 증폭이 일어나지 않기 때문이다. 그리고 지반의 강성이 작아짐에 따라 구조물 고차모드의 성분이 작게 나타나고 있다. 응답의 최대값은 지반 type I에서는 3.21Hz에서, 지반 type II에서는 3.09Hz에서, 지반 type III에서는 2.75Hz에서 발생하고 있으며, 지반 type II에서의 값이 가장 크게 나타나고 있다. 지층 형상의 변화에 따른 응답을 비교해 보면 지반 type I에서는 케이스 mm이 최대값을 가지고, 지반 type II에서는 케이스 pm이 최대값을 가지며, 지반 type III에서는 케이스 nn이 최대값을 갖는다.

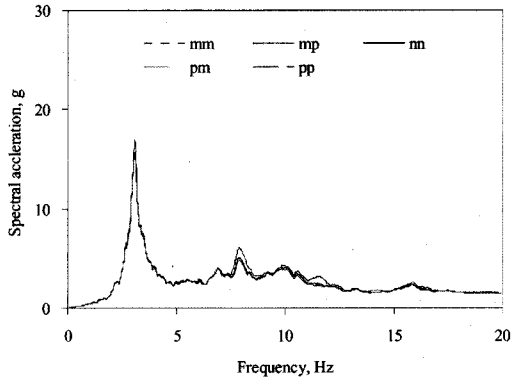
해석결과들을 살펴보면 제시한 해석방법이 지반의 물성과 복잡한 지층의 형상 등의 특성을 잘 반영하고 있음을 알 수 있다.

### 3.3. 구조물의 특성에 따른 지반-구조물 상호작용의 변화

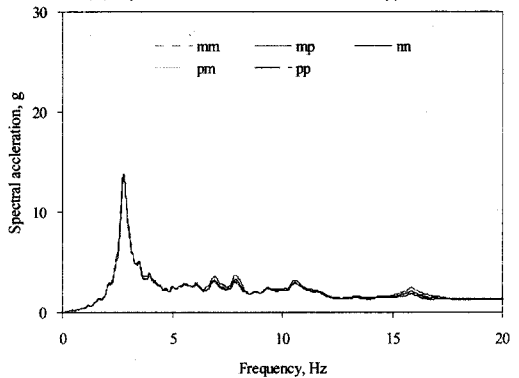
본 논문에서 제시한 해석방법을 이용하여 구조물의 특성이 지반-구조물 상호작용에 미치는 영향을 살펴보았다. Table 2의 구조물과 동일한 진동수를 갖도록 구조물의 질량과 강성을 변화시키며 지반-구조물 상호작용 해석을 수행하였다. 지반은 지층의 형상에 따른 차이가 가장 크게 나타난 지반 type II를 사용하였다.



(a) Spectral acceleration for soil type I



(b) Spectral acceleration for soil type II



(c) Spectral acceleration for soil type III

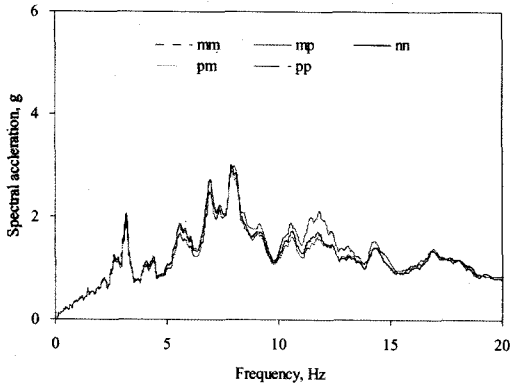
Fig. 6. Comparison of response spectra at the top of the structure for different soil types.

Fig. 7은 구조물과 접한 지표면에서 응답스펙트럼을 나타낸 것으로 (a)는 Table 2에서 구조물의 질량과 강성을 각각 1/2로 줄인 경우의 결과이고, (b)는 Table 2의 구조물에 대한 결과이며, (c)는 Table 2에서 구조물의 질량과 강성을 각각 2배로 늘린 경우의 결과이다. 결과에서 볼 수 있듯이 구조물과 접한 지표면에서 응답스펙트럼은 구조물의 질량이

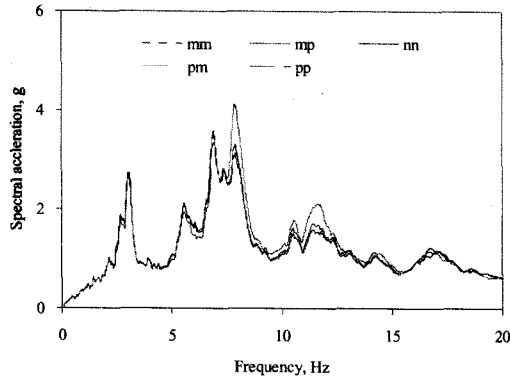
커질수록 지반과 구조물의 상호작용의 효과가 커져서 응답이 크게 나타나고 있다. 또한, 응답에서 주요 모드의 진동수가 구조물의 질량이 증가함에 따라 작아지고 있다. 지층 형상의 변화에 따른 응답을 비교해 보면 구조물이 상대적으로 가벼운 경우와 일반 구조물의 경우는 케이스 pp가 최대값을 가지며, 구조물이 상대적으로 무거운 경우에는 케이스 mm

이 최대값을 갖는다. 그리고 구조물이 상대적으로 가벼운 경우와 일반 구조물의 경우에는 고진동수 영역에서 응답의 최대값이 발생하는 반면에 구조물이 상대적으로 무거운 경우에는 저진동수 영역에서 응답의 최대값이 발생하고 있다.

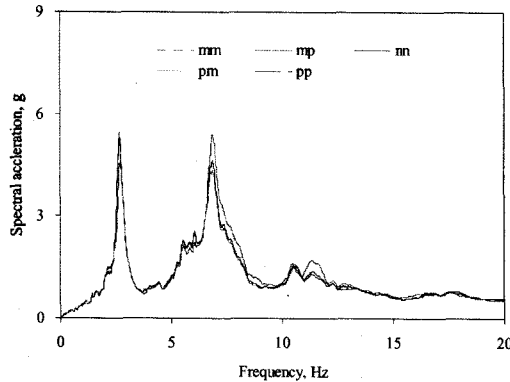
Fig. 8은 구조물 상단에서의 응답스펙트럼을 나타낸 것이다. 결과에서 볼 수 있듯이 구조물과 접



(a) Spectral acceleration for a light structure

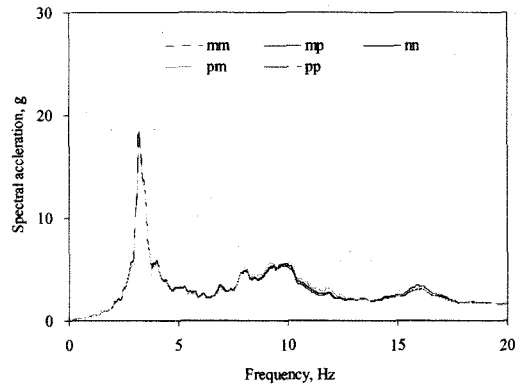


(b) Spectral acceleration for a normal structure

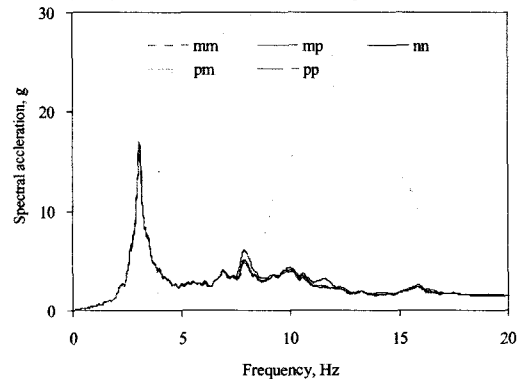


(c) Spectral acceleration for a heavy structure

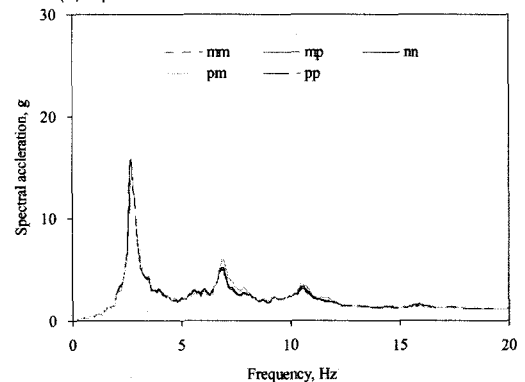
Fig. 7. Comparison of response spectra at the ground surface for different structures.



(a) Spectral acceleration for a light structure



(b) Spectral acceleration for a normal structure



(c) Spectral acceleration for a heavy structure

Fig. 8. Comparison of response spectra at the top of the structure for different structures.

한 지표면에서의 응답에 비하여 구조물의 특성 및 지층의 형상과 지반의 종류에 따른 차이가 작게 나타나고 있다. 이는 구조물의 응답을 지배하는 구조물 1차 모드의 진동수와 지층의 형상에 따른 지반 응답의 변화가 큰 진동수 구간이 상이하여 나타나는 결과이다. 또한 전체적인 응답에서 구조물의 질량이 커질수록 주요 모드에 의한 증폭 구간이 확연하게 나타나고 있다. 지층 형상의 변화에 따른 응답을 비교해 보면 구조물이 가벼운 경우는 케이스 mm이 최대값을 가지며, 일반 구조물의 경우는 케이스 pm이 최대값을 가지고, 구조물이 무거운 경우에는 케이스 mm이 최대값을 갖는다. 이때 구조물의 질량과 지층의 형상에 따라 응답의 차이가 최대 40%를 보였다.

#### IV. 결 론

암반지역이 아닌 지반-구조물 상호작용이 발생할 수 있는 지반의 경우 구조물의 응답은 지반의 물성, 지층의 형상, 구조물의 특성 등에 의해 차이를 보이게 된다. 따라서 엄밀한 지반-구조물 상호작용 해석을 위해서는 지반을 구성하는 지반의 물성, 지층의 형상 그리고 구조물의 특성을 정확히 반영하여야 한다. 그러나 지반이나 구조물이 복잡한 3차원 형상을 지니고 있는 경우 기존의 해석법에서는 이를 적절히 반영하기가 어렵다.

본 논문에서는 불연속을 가지는 함수의 수치적분을 보다 정확히 수행할 수 있는 기법을 이용한 유한요소를 사용함으로써 복잡한 경계조건을 갖는 지반-구조물 시스템을 보다 빠르고 편리하게 모델링하고, 정밀한 지반-구조물 상호작용 해석을 수행할 수 있는 해석기법을 제시하였다. 본 논문에서 제시한 해석 방법은 정렬된 요소를 사용하기 때문에 나쁜 성질을 갖는 행렬이 발생되지 않으며, 지층의 형상을 함수로 표현함으로써 지반-구조물 상호작용 해석을 보다 편리하고 정밀하게 수행할 수 있다.

제시한 해석방법을 이용하여 해석을 수행하고, 이로부터 지반을 구성하는 지층의 형상, 지반의 물성, 구조물의 특성 등이 지반 및 구조물의 응답에 상당한 영향을 미치는 것을 확인하였다. 본 논문에서 다룬 예에서는 지반 물성의 영향은 지반이 단단하지 않은 경우에 크게 나타났으며, 지층 형상의 영향 역시 지반이 단단하지 않은 경우에 크게 나타났다. 구조물 특성의 영향은 구조물의 질량이 커짐에 따라 크

게 나타났다. 그러나 본 논문에서 다룬 예와 달리 구조물의 진동수와 지반 응답의 변화가 큰 진동수 구간이 근접하는 경우에는 매우 복잡한 응답 특성을 보이고 응답이 크게 증폭될 수 있을 것이다. 따라서 보다 안전한 구조물의 설계를 위해서는 지층의 형상, 지반의 물성, 구조물의 특성 등이 보다 정확하고 적절하게 반영되어야 할 것이다.

#### 참고문헌

- 1) Luco, J. E., Westmann, R. A., "Dynamic response of circular footings", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 97, pp. 1381~1396, 1971.
- 2) Philippacopoulos, A. J., "Axisymmetric vibration of disk resting on saturated layered half-space", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 115, pp. 2301~2322, 1989.
- 3) Wolf, J. P., *Dynamic soil structure interaction*, Prentice-Hall Inc, 1985.
- 4) Park, S. and Antin, N., "A discontinuous Galerkin method for seismic soil-structure interaction analysis in the time domain," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 33, pp. 285-293, 2004.
- 5) Zerfa, Z. and Loret, B., "A viscous boundary for transient analyses of saturated porous media", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 33, pp. 89~110, 2004.
- 6) Wang, G., Chen, L., and Song, C., "Finite-infinite element for dynamic analysis of axisymmetrically saturated composite foundations", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 67, pp. 916~932, 2006.
- 7) Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E., and Witt, R. J., *Concepts and applications of finite element analysis*, John Wiley & Sons Inc, 2001.
- 8) Zohdi, T. I., and Wriggers, P., "Computational micro-macro material testing," *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol. 8, pp. 132~228, 2001.
- 9) 박장호, 박재균, "불규칙한 다층 물성을 가지는 지반의 지진 응답 해석", *한국지진공학회 논문집*, 제9권, 제6호, pp. 67~73, 2005.
- 10) Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R. L., "Finite dynamic model for infinite media", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 95, pp. 859~877, 1969.