

수동 변속기 내 기어 선형해석을 통한 동역학적 해석

안민주* · 조성민** · 윤종윤*** · 김준성 · 류성기†

*한국폴리텍VII대학(경상대학교 대학원 기계항공공학부) · **INOCOM LTD · ***오하이오주립대학교 기계공학과
경상대학교 기계항공공학부, 항공기부품기술연구소(지식기반기계부품소재연구개발클러스터사업단)
(2007. 6. 4. 접수 / 2007. 10. 14. 채택)

Linear Analysis of Geared System with a Manual Transmission

Minju Ahn* · Sungmin Cho** · Jongyun Yoon*** · Junseong Kim · Sungki Lyu†

*Korea Polytechnic VII(Graduate School, GSNU)

**INOCOMM LTD

***OSU Dept. of Mechanical Eng.,

School of Mechanical & Aerospace Eng., ReCAPT(K-MEM R&D Cluster), GSNU

(Received June 4, 2007 / Accepted October 14, 2007)

Abstract : Vibro-impacts in manual transmissions result due to several nonlinearities such as multi-staged clutch characteristics and gear backlashes. For the sake of understanding the torsional system, one specific manual transmission with front engine and front wheel drive configuration is investigated with a linear model under the several assumptions substituting the nonlinear factors. First, this system is examined with the mathematical approaches by expressing the governing equations to find out the torsional motions. Second, this system is analyzed using the linear model in order to understand its modal and frequency response characteristics using eigensolution method and the FRF(Frequency Responses Function) analysis. Third, with the given results from the eigensolutions, several mode shapes are investigated related to the torsional motion characteristics. Fourth, the system characteristics with the FRFs are studied with the basic approach, with which the several key parameters will be suggested based upon the results in the further studies.

Key Words : natural frequency, mode shapes, FRF, eigensolutions

1. 서론

일반적으로 자동차를 포함한 회전시스템 내에서 발생하는 임펄스 형태의 진동(Vibro-impact)현상은 몇몇 비선형 요소들로부터 야기된다¹⁻⁵⁾. 이런 비선형 요소들은 백래쉬, 다단계 클러치 댐퍼 특성 등 시스템 사이에 존재하는 간극으로 인해 발생한다. 임펄스 형태의 진동은 시스템간의 진동현상을 심화시키며 더 나아가 과도한 소음 원인으로 작용하며, 자동차 시스템의 소음진동 수준을 저하시키게 된다. 이와 관련하여, 시스템의 질적수준을 떨어뜨리는 원인을 찾아 분석하고 해결하기 위해 일반적으로 실험적 접근을 많이 사용하는데, 이런 방법은 실제 시스템을 가지고 측정하기 때문에 시스템 현상과약 및 분석

을 위한 신뢰성 높은 데이터를 얻거나 직접적으로 현상을 관측하는 데는 유리하나 이런 데이터를 얻기 위한 비용이나 소요되는 시간을 고려한다면 비합리적일 수 있다.

따라서 시스템 현상을 분석하고 주요 컨트롤 요소를 파악하기 위해 사전에 실시하는 해석적 방법이 합리적으로 이용될 수 있으며, 기타 여러 불합리한 기회비용을 줄일 수 있다. 본 연구에서 다루게 될 회전 시스템에서 흔히 볼 수 있는 래틀(Rattle)이나 변속감 저하 등의 시스템 품질 향상과 관련된 기본적인 아이디어는 해석방법에 의해 얻을 수 있으며, 실험적인 접근을 보다 더 용이하게 하는데 많은 도움을 줄 수 있다. 본 연구에서 다루게 될 시스템은 일반 자동차내 구동계 시스템(Driveline)으로서, 엔진으로부터 발생하는 출력을 플라이 휠로부터 바퀴까지 전달하는 제반의 회전 시스템을 일컫는데, 이런

† To whom correspondence should be addressed.
sklyu@gnu.ac.kr

시스템을 모델링 하기 위해서는 각각의 하부 시스템을 유한요소 시스템(Lumped Parameter System)으로 구분하며, 이를 바탕으로 수립한 수학적 모델을 가지고 시스템의 동적 특성을 계산하여 얻을 수 있다. 시스템 동적 특성을 얻기 위한 방법으로서, 고유치 해석(Eigen solution)을 실시하는데 여기서 구한 고유치 및 고유벡터를 통해 선형 시스템 특성을 얻을 수 있으며, 각각의 하부 시스템(Subsystem)의 상대변위 및 이 때 작용하는 변수를 파악하여 각 고유 진동수 및 Mode Shape에 따른 주요 컨트롤 인자를 파악할 수 있다.

2. 시스템 구성 및 고찰

본 장에서는 여기서 다루게 될 시스템에 대한 구동계 시스템 구성에 대한 묘사와 더불어 선형적 시스템 특성에 대해 설명하고자 한다. Fig. 1은 앞 바퀴 굴림 방식 차량에 장착되는 트랜스미션(FF: Front engine and Front wheel) 을 묘사하고 있다⁹⁾. 몇 단 기어에 체결되는지 여에 따라 트랜스미션 내 기어간 구동방식이 상이하게 변할 수 있으며 엔진으로부터 전달되는 토크 전달 경로가 틀려지는데, 이것은 그림에서 보듯이 기어 체결에 필요한 구동 및 비구동 기어가 각각 입력 및 출력축에 따로 구성되어 있기 때문이다. 예를 들면, 1, 2, 3 및 후진 비구동 기어(Driven Gear)는 출력축에 달려 있는 반면, 3단 및 4단 비구동기어들은 입력축에 연결되어 있기 때문이다. 또한, 후진 기어와 연결되는 아이들러(Idler)는 입력축과 출력축 사이에 위치해 있다. 따라서, 본 시스템의 기어가 체결되는 각각의 경우를 분석하기 위해서는 이에 맞는 시스템 토크 전달경로 및 수학적 모델을 구성하여야 한다.

Fig. 1에서 보는 바와 같이 전체 시스템은 14 자유도계 모델로 묘사할 수 있는데, 그 중에서도 위의 그림은 3단 기어가 체결된 경우를 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이, 입력축에 있는 1, 2, 5 및 후진 기어는 입력축과 용접 또는 고정 방식으로 연결되어 하나의 하부 시스템으로 작동할 수 있도록 구성되어 있으며, 마찬가지로 3단 및 4단 기어는 출력축에 같은 방식으로 고정되어 있다.

본 시스템을 분석하기 위한 몇 가지 가정은 다음과 같다. 1) 본 시스템은 토크를 전달하는 구동계로서 선형적 특성 분석을 위해 댐핑요소는 생략하며, 시스템은 기본적으로 Semi-definite 시스템 특성을 가진다. 2) 선형 요소에 불필요한 클러치 히스테리시스(Hysteresis) 및 기어 백래쉬(Gear Backlash)는 무시한다. 3) 각 기어 쌍들은 항상 맞물려 돌아가며 비선형 요소와 관련된 기어 백래쉬 사이에 발생하는 비선형 동적 특성은 고려하지 않는다⁶⁾. 4) 시스템 분석을 위하여 클러치 내에서 작용하는 단단계 클러치 댐핑은 무시하며, 선형적으로 하나의 클러치 스프링 상수만을 고려한다. 5) 엔진 속도 및 트랜스미션 내 온도는 항상 일정하다^{6,9)}.

3. 시스템 수학적 모델 및 선형적 특성 분석

위에서 설명한 14 자유도계 모델을 식으로 나타내면 다음과 같다. 시스템 특성분석을 위한 고유치 및 고유벡터를 구하기 위해 입력 토크 및 댐핑 행렬은 위에서 언급한 가정하에 식에서 생각한다. 여기서 $\theta(t)$ 는 각 시스템의 절대 회전치(Absolute torsional displacement)를 나타내며, \underline{M} 은 관성 행렬 그리고 \underline{K} 는 회전스프링 상수 행렬을 나타낸다.

$$\underline{M}\ddot{\theta}(t) + \underline{K}\theta(t) = 0 \tag{1}$$

$$\theta = [\theta_f, \theta_h, \theta_i, \theta_o, \theta_{o1}, \theta_{o2}, \theta_{o5}, \theta_h, \theta_r, \theta_d, \theta_4, \theta_j, \theta_p, \theta_v]^T \tag{2}$$

$$\underline{M} = \text{diag}[I_f, I_h, (I_i + I_{13}), I_o, I_{o1}, I_{o2}, I_{o5}, I_{r1}, I_{or}, I_{d4}, I_{j1}, I_{j2}, (I_v + I_t)] \tag{3}$$

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & K_{37} & K_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{43} & K_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{53} & 0 & K_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{63} & 0 & 0 & K_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{73} & 0 & 0 & 0 & K_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{18} & K_{88} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{98} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{100} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{111} & K_{112} & K_{113} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{121} & K_{122} & 0 & K_{124} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{131} & 0 & K_{133} & K_{134} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{141} & K_{143} & K_{144} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

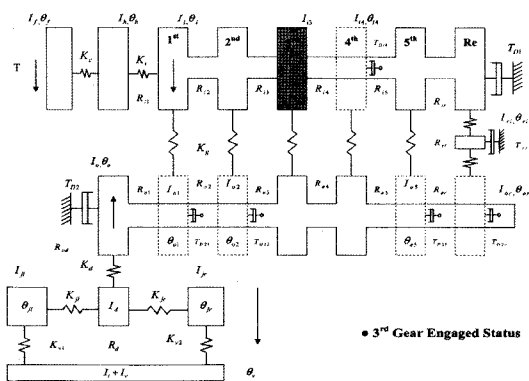


Fig. 1. Torsional model of driveline with 14 degrees of freedom⁶⁾.

Table 1. Specific stiffness values corresponding to eq. (4)

| |
|--|
| $K_{11} = K_c, K_{12} = -K_c$ |
| $K_{21} = -K_c, K_{22} = (K_c + K_i), K_{23} = -K_i$ |
| $K_{32} = -K_i, K_{33} = K_i + K_g(R_{i1}^2 + R_{i2}^2 + R_{i3}^2 + R_{i5}^2 + R_w^2)$ |
| $K_{34} = K_g R_{i3} R_{o3}$ |
| $K_{35} = K_g R_{i1} R_{o1}, K_{36} = K_g R_{i2} R_{o2}, K_{37} = K_g R_{i5} R_{o5}$ |
| $K_{38} = K_g R_r R_{r1}$ |
| $K_{43} = K_g R_{i3} R_{o3}, K_{44} = K_g (R_{o3}^2 + R_{o4}^2) + K_d R_{o4}^2$ |
| $K_{410} = K_g R_{i4} R_{o4}, K_{411} = K_d R_{o4} R_d$ |
| $K_{53} = K_g R_{i1} R_{o1}, K_{55} = K_g R_{o1}^2$ |
| $K_{63} = K_g R_{i2} R_{o2}, K_{66} = K_g R_{o2}^2$ |
| $K_{73} = K_g R_{i5} R_{o5}, K_{77} = K_g R_{o5}^2$ |
| $K_{83} = K_g R_r R_{r1}, K_{88} = 2K_g R_{r1}^2, K_{89} = K_g R_{r1} R_{o9}$ |
| $K_{98} = K_g R_{r1} R_{o9}, K_{99} = K_g R_{o9}^2$ |
| $K_{104} = K_g R_{i4} R_{o4}, K_{1010} = K_g R_{i4}^2$ |
| $K_{114} = K_d R_{o4} R_d, K_{1111} = K_d R_d^2 + K_{ji} + K_{jr}$ |
| $K_{1112} = -K_{ji}, K_{1113} = -K_{jr}$ |
| $K_{1211} = -K_{jr}, K_{1212} = K_{ji} + K_{v1}, K_{1214} = -K_{v1}$ |
| $K_{1311} = -K_{jr}, K_{1313} = K_{jr} + K_{v2}, K_{1314} = -K_{v2}$ |
| $K_{1412} = -K_{v1}, K_{1413} = -K_{v2}, K_{1414} = K_{v1} + K_{v2}$ |

식 (4)는 각 회전스프링 상수를 간략히 행렬 변 호로 나타냈는데, 각각의 경우에 해당하는 스프링 상수 공식은 Table 1에서 보는 바와 같다.

위에서 설명한 식과 이미 주어진 값들을 가지고 14자유도계 시스템의 고유 진동수와 Mode Shape을 계산할 수 있는데, 계산을 위해 대입한 시스템 상 수는 Appendix와 같다.

위 식으로부터 $\underline{x} = \underline{0}$ (Trivial solution)이 아니기 위한 조건은 (7)과 같다.

$$\underline{M}\ddot{\theta}(t) + \underline{K}\theta(t) = 0, \quad \underline{\theta}(t) = \underline{\chi}e^{i\omega t} \quad (5)$$

$$\left[-\omega^2 \underline{M} + \underline{K} \right] \underline{\chi}e^{i\omega t} = \underline{0} \quad (6)$$

$$\det \left[-\omega^2 \underline{M} + \underline{K} \right] = 0 \quad (7)$$

식 (7)로부터 특성 식(Characteristic Equation)을 구 할 수 있는데, 여기서 구한 $\omega_i^2 = \lambda_i$ 를 시스템 고유 치(Eigen value)라 하며, ω_i 를 시스템의 고유진동수 (Natural Frequency)라 한다. 식 (7)로부터 구한 $\omega_i^2 = \lambda_i$ 를 이용하여, 식 (6)에 대입하면 다음과 같다.

$$\left[\underline{K} - \lambda_i \underline{M} \right] \underline{x}_i = \underline{0} \quad (8)$$

식 (8)로부터 각각의 고유치 λ_i 에 해당하는 \underline{x}_i 를 구할 수 있는데, 이 때 \underline{x}_i 를 각각의 고유치(λ_i) 또는 고유진동수(ω_i)에 해당하는 고유벡터(Eigenvector)라 한다. 보통 시스템의 특성을 나타내는 각 고유진동수에 해당하는 상대변위는 고유벡터로 나타내는데, 이를 Mode Shape이라 한다. 대개 Mode Shape을 표현할 때는 각 시스템간의 상대변위가 중요하므로, 각 벡터 내의 최대값으로 나누어 1과 -1사이의 정렬값(Normalization)으로 나타낸다.

Table 2와 Fig. 2는 위에서 설명한 식 (5)로부터 (8)까지의 식을 이용하여 14자유도계를 계산하여 구한 시스템 특성으로서 처음 5개의 고유진동수와 Mode Shape에 대한 설명을 하고 있다.

각각의 Mode Shape은 고유벡터 특성에서 나타나는 상대변위 및 이와 관련된 하부 시스템간의 동적 특성을 바탕으로 명명될 수 있는데, 고유진동수와 관련하여 어느 시스템 상수가 주로 관여하는지 예측할 수 있다. 예를 들면, 60Hz 근처의 시스템 특성은 클러치 스프링에 의해 작용함을 알 수 있는데, 일반적으로 자동차에서 나타나는 여러 비선형 작용중에 래틀(Rattle)과 같은 현상이 이 주파수 대역에서 나타나게 되는데, Mode Shape을 통해 이와 같은 현상은 주로 클러치 스프링 상수 특성 조절이나 드라이브라인 상의 샤프트(Drive Shaft) 스프링 상수를 조절함으로써 개선할 수 있음을 예측할 수 있다. 실제 시스템의 보다 정밀한 시뮬레이션을 위해서는 비선형 모델을 추가하여 수치해석 또는 수학적 모델에 의한 분석을 하는 것이 보다 더 바람직하지만, 때로는 시간상의 문제, 기타 시뮬레이션 장비의 제한이 발생할 경우에는 위에서 제시한 모델링 기법을 통한 선형 모델만을 가지고도 각 시스템의 동적 특성을 예측할 수 있으며, 이런 해석 방법을 통해 중요 컨트롤 인자를 찾아낼 수 있다.

Table 2. First five natural frequencies of a 14DOF system. Also, refer to Figure 2 for mode shapes

| Mode | Description | Natural Freq.(Hz) |
|------|------------------------------------|-------------------|
| 0 | Rigid body mode(f_0) | 0 |
| 1 | Driveline surging mode(f_1) | 9.1 |
| 2 | Clutch spring mode(f_2) | 64.3 |
| 3 | Clutch + Input Shaft mode(f_3) | 273 |
| 4 | Right Axle mode(f_4) | 442 |
| 5 | Left Axle mode(f_5) | 518 |

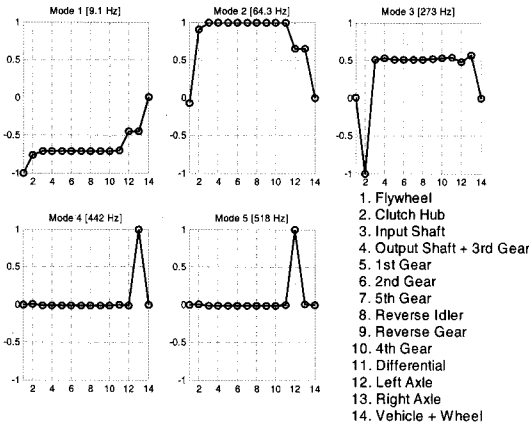


Fig. 2. First five modes of a 14DOF system(Fig. 1).

본 연구에서는 600Hz 미만의 저주파수 대역의 결과만을 제시하였는데, 이는 일반적인 자동차 속도 대역을 고려한 것으로서 그 이상의 주파수는 실제 시스템과는 현실적으로 거리가 있기 때문이다. 예를 들면, 생산시 제한되는 일반 자동차의 속도는 보통 8000RPM 미만이며, 엔진 실린더 수에 따라 약간씩은 달라지겠지만, 이 속도에 따른 엔진 폭발 주파수(Firing Frequency)는 대략 300Hz(4기통)에서 400Hz(6기통) 미만이기 때문이다.

예를 들면, 엔진 회전수가 8000RPM인 경우, 4기통 엔진의 폭발 주파수는 $\left(\frac{2 \times 8000 \times 2\pi}{60}\right) \times \frac{1}{2\pi} = 266.67(\text{Hz})$ 이고, 6기통 엔진의 경우는 $\left(\frac{3 \times 8000 \times 2\pi}{60}\right) \times \frac{1}{2\pi} = 400(\text{Hz})$ 임을 계산을 통해 알 수 있다.

4. 주파수 응답 특성(Frequency Response)

$$\underline{\underline{M}}\ddot{\theta}(t) + \underline{\underline{C}}\dot{\theta}(t) + \underline{\underline{K}}\theta(t) = \underline{\underline{T}}(t) \quad (8)$$

$$\underline{\underline{C}}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\zeta_i\omega_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\underline{\underline{C}} = [\Phi^T]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 2\zeta_i\omega_i \\ 0 \end{bmatrix} [\Phi]^{-1} \quad (10)$$

식 (8)은 댐핑을 포함한 시스템을 나타낸 것으로서, 시스템 고유 특성을 얻기 위해서 적용하였던 식

(5)에서 댐핑 행렬($\underline{\underline{C}}$)을 고려하고, 식 우변에 입력 토크 벡터($\underline{\underline{T}}(t)$)를 추가하였다.

일반적으로 실제 시스템 내에서 작용하는 회전 댐핑 값을 실험에 의해 측정하여 댐핑 행렬을 구성할 수 있으나, 실 측정이 불가할 경우에는 모달 댐핑 값(The modal damping ratios)으로부터 댐핑 행렬을 역계산하여 얻을 수 있다. 즉, 식 (9)는 고유치 해석으로부터 얻어진 고유진동수와 각 하부 시스템에 작용하는 임의의 모달 댐핑값에 의하여 얻을 수 있다. 본 시스템 해석에서는 5%의 모달 댐핑 값을 일괄적으로 적용하였다. 식 (9)로부터 얻어진 댐핑 행렬로부터 실제 물리적인 시스템을 예측하기 위한 댐핑 행렬을 구하여야 하는데, 이는 식 (10)의 상관관계에 의하여 도출해 낼 수 있다. 이런 상관관계는 기본적인 시스템 고유치 해석 방법으로부터 유도할 수 있다⁹⁾. 여기서 $\underline{\underline{\Phi}}$ 는 고유치 해석으로 얻을 수 있는 정렬된 고유 벡터 행렬(The normal modal matrix)이다⁸⁾. 이렇게 함으로써 기본 구성 요소인 $\underline{\underline{M}}$, $\underline{\underline{C}}$, $\underline{\underline{K}}$ 행렬을 얻을 수 있고, 여기서 식 우변 항에 입력 토크 벡터를 다음과 같이 대입한다⁶⁾.

$$\underline{\underline{T}}(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T e^{i(2\pi f)t}, \omega = 2\pi f \quad (11)$$

식 (8)과 (11)로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [-\omega^2 \underline{\underline{M}} + i\omega \underline{\underline{C}} + \underline{\underline{K}}] \underline{\underline{\chi}} e^{i(2\pi f)t} &= \underline{\underline{T}} e^{i(2\pi f)t} \\ \underline{\underline{\theta}}(t) &= \underline{\underline{\chi}} e^{i(2\pi f)t} \\ \underline{\underline{T}}(t) &= \underline{\underline{T}} e^{i(2\pi f)t} \end{aligned} \quad (12)$$

따라서, 식 (12)로부터, 일반적인 주파수 응답 특성은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\underline{\underline{\chi}}(\omega) = [-\omega^2 \underline{\underline{M}} + i\omega \underline{\underline{C}} + \underline{\underline{K}}]^{-1} \underline{\underline{T}} \quad (13)$$

위에서 제시한 방법을 이용하여, 세가지 형태의 주파수 응답을 나타낼 수 있는데, 여기에는 Compliance, Mobility 그리고 Accelerant가 있다. 보통 트랜스미션 내에 각 기어 쌍의 움직임을 측정하기 위해서 자기 방식에 의한 Magnetic Probe이 사용되는데, 실 실험치와의 비교를 위해서는 해석상의 결과 또한 Mobility($Y_{ij}(f)$)를 사용하는 것이 더 편의성을 줄 수 있다. 또한 이런 각각의 하부 시스템의 주파수 응답특성을 이용하여, 비교 기준점이 되는 플

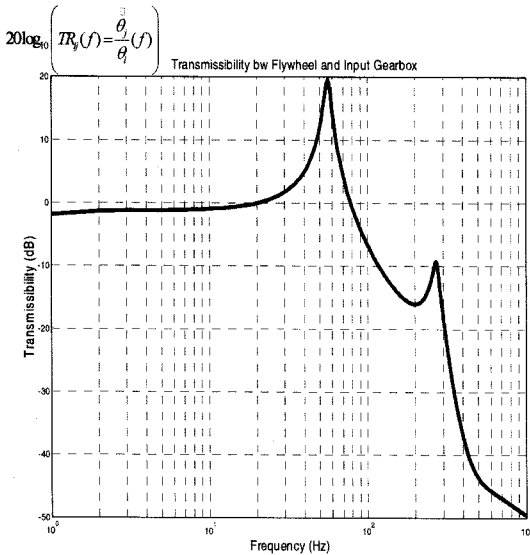


Fig. 3. Transmissibility spectra for the 14DOF system.

라이휠과의 상대적인 응답 특성을 보기 위해 Transmissibility($TR_{ij}(f)$)를 사용할 수 있다.

다음은 여기서 설명한 상관관계를 식으로 나타낸 것이다.

$$Y_{ij}(f) = \frac{\theta_i}{T_j}(f); Y_{i1}(f) = \frac{\theta_i}{T_1}(f) \quad (14)$$

$$TR_{ij}(f) = \frac{\theta_j}{\theta_i}(f); TR_{i1}(f) = \frac{\theta_j}{\theta_1}(f) \quad (15)$$

식 (15)로부터 $TR_{ij}(f)$ 는 i 번째 하부 시스템과 j 번째 시스템 간의 Mobility 비율로서 보통 플라이휠에서의 Mobility 스펙트럼과 관심 하부 시스템에서의 계산 또는 측정된 Mobility 값의 비율을 계산할 수 있다. Fig. 3은 14 자유도계 Mobility 스펙트럼을 보여주고 있는데, 주파수에 따른 시스템 응답 특성을 데시벨(dB) 크기로 나타내고 있다. 예를 들어, Fig. 2의 결과에서 보면, 플라이휠은 공진 주파수는 9 Hz와 64 Hz에서 상대적인 변위를 나타내고 있는 반면, 클러치 허브(Clutch hub) 또는 입력축(Input shaft)의 경우는 9, 64 및 273Hz에서 공진 현상을 보이고 있다. 물론, 이런 현상은 단순 Compliance나 Mobility에서도 관측할 수 있으나, 여기서는 Fig. 3에서와 같이 Transmissibility 만을 고찰한다. Fig. 3에서 보는 바와 같이 공진 주파수 대역에서 시스템 공진 현상이

잘 나타나고 있으며, 이는 Fig. 2에서 나타난 Mode shape 상대 변위와 잘 일치함을 알 수 있다.

위 그림에서 알 수 있듯이, 플라이휠을 기준으로 엔진으로부터 들어오는 토크는 하부 시스템의 두 번째 및 세 번째 공진 주파수 영역의 공진과 어울려 시스템 내 진동현상을 가진 시킬 수 있음을 예측할 수 있으며, 시스템 설계시 가능한 한 이 주파수 대역을 피하거나 입력토크에 의한 가진이 시스템의 진동을 확대시키는 것을 예방할 수 있도록 설계해야 함을 알 수 있다. 물론, 이와 관련하여 이 주파수 대역의 입력토크와 관련하여 여러가지 비선형 현상 또한 잘 나타남을 알 수 있었다.

4. 결론

본 논문에서는 일반적인 구동계 시스템 선형 해석을 위해 실차 모델에 적용되는 트랜스미션 및 Driveline을 가지고 어떻게 수학적으로 모델링을 하며, 어떤 식으로 시스템 기본 특성을 구하는지에 대해 고찰하였다. 첫째, 입력 및 출력축 기어가 있는 14 자유도계 모델을 바탕으로 어떤 식으로 수학적 행렬을 구성하는지를 제시하였다. 이 개념은 참고 문헌¹⁾로부터 그 기본 개념을 발전시킨 것으로서 어떠한 구성 특징을 갖는 Driveline도 이런 기본적 개념을 바탕으로 수학적 모델을 구성할 수 있다. 둘째, 이미 수립된 수학적 모델을 가지고 시스템의 기본적인 선형특성을 계산하였는데, 시스템 특성은 공진 주파수와 이에 따른 Mode Shape으로 알아보았다. 각각의 공진 주파수에 따른 Mode Shape 특성을 정의함으로써 어떠한 시스템 동적 특징이 나타나는지에 대해 언급하였다. 셋째, 위에서 구한 시스템 공진주파수 및 Mode Shape특성과 관련하여 주파수 응답 특성을 알아보았으며, 특히 각 시스템간의 Transmissibility를 구함으로써, 기본 입력 토크 대비 관심 하부 시스템의 시스템 응답 특성을 알아보았다. 위에서 구한 시스템 특성 및 주파수 응답 특성을 통해 시스템 설계자가 고려해야 할 주파수 영역을 고찰해보았으며, 본 연구는 다음으로 이어질 일련의 연구에서 보다 더 자세히 다루어 질 것이다.

본 연구에서는 일반적으로 실차에 적용되는 구체적 트랜스미션과 일반적으로 적용되는 앞바퀴 굴림 방식 Driveline을 중심으로 시스템 수학적 모델링과 이를 통한 시스템 특성 해석 방법에 대해 고찰하였다. 대개의 시스템은 비선형 특성과 연동되어 그 특성이 나타나지만, 실험 전에 기본적인 시스템

의 특성인 공진 주파수 및 주파수 응답 특성을 알아봄으로써, 보다 더 합리적이고 비용이 절감되는 실험을 할 수 있는데, 본 연구에서 제시하는 모델링 기법 및 해석 방법을 적용함으로써 사전에 시스템 동적특성을 예측해 볼 수 있다. 차후에는 본 연구의 연장선에서 어떤 중요 인자에 따라 시스템 특성이 변할 수 있으며 어떤 식으로 시스템 특성을 예측할 수 있는지와 더불어, 원래 복잡한 모델(14자유도계)의 특성을 유지하면서 어떤 식으로 보다 더 간단한 모델로 변환 적용할 수 있는지에 대해 알아보고자 한다. 이런 방법은 차후 해석상 비선형 모델을 적용할 경우, 계산상의 속도 및 보다 더 신뢰성 있는 방법을 구현함에 있어서 중요하고도 실용적인 방법이 될 것이다.

감사의 글 : 이 논문은 산업자원부 지방기술혁신사업(RTI04-01-03) 지원에 의해 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) 조성민 외, “회전 시스템 내 기어 동역학적 특성에 대한 이론적 해석”, 한국안전학회지, 제22권, 제1호, pp. 1~6, 2007.
- 2) P. Couderc, J. Callenaere, J.D. Hagopian and G. Ferraris, “Vehicle Driveline Dynamic Behavior: Experimentation and Simulation”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 218, No. 1, pp. 133~157, 1998.
- 3) J.P. Den Hartog, Mechanical Vibrations, Dover, pp. 351~353, 2001.
- 4) C.L. Gaillard and R. Singh, “Dynamic analysis of automotive clutch dampers”, Applied Acoustics, Vol. 60, pp. 399~424, 2000.
- 5) T.C. Kim and R. Singh, “Dynamic Interactions between Loaded and Unloaded Gear”, SAE Noise and Vibration Conf., 01NVC-100, pp. 158~165, April-May 2001.
- 6) R. Singh, H. Xie and R.J. Comparin, “Analysis of Automotive Neutral Gear Rattle”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 131, No. 2, pp. 177~196, 1989.
- 7) E.P. Trochon and R. Singh, “Effect of Automotive Gearbox Temperature on Transmission Rattle Noise”, Noise-Con, pp. 151~156, 1998.
- 8) JY. Yoon, “Effect of Multi-Stage Clutch Damper Characteristics on Vibro-Impacts within a Geared System”, MS Thesis, The Ohio State University, 2003.

- 9) E.P. Trochon, “Analytical Formulation of Automotive Drive trains Rattle Problems”, MS Thesis, The Ohio State University, 1997.

Appendix

Appendix 1. Variable of inertia and numerical value

| Variable | Inertia | Numerical Value | Unit |
|----------|----------------|-----------------|------------------|
| If | Flywheel | 0.13757 | Kgm ² |
| Ih | Clutch Hub | 0.00576142 | |
| Ii | Input Shaft | 0.003097388 | |
| Io | Output Shaft | 0.00532679 | |
| Io1 | 1st Speed Gear | 0.002569658 | |
| Io2 | 2nd Speed Gear | 0.001388366 | |
| Io5 | 5th Speed Gear | 0.00052332 | |
| Iri | Idler | 0.00043512 | |
| Ior | Reverse Gear | 0.001329 | |
| Ii3 | 3rd Speed Gear | 0.00057967 | |
| Ii4 | 4th Speed Gear | 0.000873376 | |
| Id | Differential | 0.0215 | |
| Ijl | Left CV Joint | 0.00390837 | |
| Ijr | Right CV Joint | 0.0434954 | |
| It | Tire Disk | 0.28 | |
| Iv | Vehicle | 433.5 | |

Appendix 2. Variable of radius and numerical value

| Variable | Radius | Numerical Value | Unit |
|----------|-----------------------------------|-----------------|------|
| Ri1 | 1st Gear on Input Shaft | 18.296 | mm |
| Ri2 | 2nd Gear on Input Shaft | 29.5085 | |
| Ri3 | 3rd Gear on Input Shaft | 35.492 | |
| Ri4 | 4th Gear on Input Shaft | 41.9485 | |
| Ri5 | 5th Gear on Input Shaft | 45.9155 | |
| Rir | Reverse Gear on Input Shaft | 16.3555 | |
| Rri | Idler | 40.1445 | |
| Ro1 | 1st Gear on Output Shaft | 63.204 | |
| Ro2 | 2nd Gear on Output Shaft | 51.9915 | |
| Ro3 | 3rd Gear on Output Shaft | 46.008 | |
| Ro4 | 4th Gear on Output Shaft | 39.5515 | |
| Ro5 | 5th Gear on Output Shaft | 35.5845 | |
| Ror | Reverse Gear on Output Shaft | 54.954 | |
| Rod | Differential Gear on Output Shaft | 26.6265 | |
| Rd | Differential Gear | 103.3735 | |

Appendix 3. Variable of stiffness and numerical value

| Variable | Stiffness | Numerical Value | Unit |
|----------|---------------------------|-----------------|--------|
| Ki | Inputshaft | 10000 | Nm/rad |
| Kg | Gear Mesh | 270000000 | |
| Kd | Gear Mesh of Differential | 270000000 | N/m |
| Kjl | CV Joint Left1 | 6663.499157 | |
| Kjr | CV Joint Right1 | 5385.803274 | Nm/rad |
| Kv1 | CV Joint Left2 | 6663.499157 | |
| Kv2 | CV Joint Right2 | 5385.803274 | |