

# 라플라스 변환을 이용한 1차원 열전도의 수치해석

신운철\* · 배신철

단국대학교 기계공학과

(2007. 7. 9. 접수 / 2007. 8. 12. 채택)

## A Numerical Method for One-dimensional Inverse Heat Conduction Problem Using Laplace Transform

Woon-Chul Shin\* · Sin-Chul Bae

Department of Mechanical Engineering, Dankook University

(Received July 9, 2007 / Accepted August 12, 2007)

**Abstract** : An numerical method to estimate thermal diffusivity has been developed for one-dimensional unsteady heat conduction problem, when the temperatures are know at two positions in a semi-infinite body. Using the closed form solution which has already derived an explicit solution for the inverse problem for one-dimensional transient heat conduction using Laplace transform technique, we first estimate the surface temperature. The thermal diffusivity can be estimated by using the estimated surface temperature and measured temperatures, which include some uncertainties. The estimated surface heat flux and thermal diffusivity are found to be in good agreement with those of the experimented conditions. This method will be extended to the simultaneous measurement of thermal diffusivity and thermal conductivity.

**Key Words** : inverse problem, numerical method, thermal diffusivity, Laplace transform

### 1. 서 론

전도역산문제의 활용은 아주 다양하며 공학적으로 활용도가 매우 높은 분야이다. 이러한 전도역산의 연구는 초기에 우주항공분야에서 발전해왔다.

고체내부에서 수행한 천이 온도측정을 이용하여 표면온도나 열유속과 같은 표면 조건을 예측하거나 고체의 열확산계수와 열용량과 같은 열물성치를 결정하는 역산해석의 이용은 수많은 실제적인 적용을 갖고 있다. 특히 화재에 노출된 벽면의 열유속 측정, 지구궤도로 재진입하는 우주선의 표면 열유속 측정 및 내연기관의 내벽 온도의 측정과 같은 표면으로부터 직접 측정이 불가능한 경우에 이러한 전도역산을 이용하면 매우 효율적 측정이 가능하다<sup>1)</sup>.

그러나 역산해석의 수행과 관련된 어려움들 또한 인지되어야 한다. 주요한 어려움은 역산 해들이 측정과 모델링에 발생하는 오차들을 포함한 입력데

이터에 매우 민감하다는 사실이다. 따라서 결과해가 유일하지 않다는 것이다. 수학적으로 역산문제는 “ill-posed problem”이라고 불리는 범주에 속한다. 즉 그것의 해가 입력데이터에 미소한 변화 하에서 해가 존재하고, 유한한 개수여야 하며 지속적으로 데이터를 형성해야한다는 일반적인 요구조건을 충족하지 못한다는 것이다. 이러한 어려움을 극복하기 위해 전도역산문제를 풀기 위한 다양한 기법들이 제안되어왔다.

최근 들어 컴퓨터의 용량이 증가하고 이와 관련된 프로그램의 개발에 힘입어 전도역산문제를 수치해석적으로 연구하는 경향이 증가하고 있다. 이와 관련된 연구로 Hsieh and Su<sup>2)</sup>와 Bell<sup>3)</sup>은 유한 차분법을 이용하였고 Lithouhi and Beck<sup>4)</sup>는 유한요소법을 이용하였으며 Shoji and Ono<sup>5)</sup>는 경계요소법을 사용하였다. 더욱이 Huang and Tsai<sup>6)</sup>은 켈레 경사도법 (conjugate gradient method)을 이용하여 임의의 경계조건에 대한 역산해를 유도하였다. 그러나 이러한 수치해석적 방법은 해를 충분히 효과적으로 얻을 수 있음에도 불구하고 전도역산에 영향을 주는 인자나

\* To whom correspondence should be addressed.  
s88119@koshu.net

해의 특성을 이해하는데 충분한 정보를 주지 못한다<sup>7)</sup>. 따라서 전도역산의 해에 대한 이해와 신속한 해의 수렴을 위하여 새로운 방법이 필요한 실정이다.

최근에 Monde<sup>7)</sup>는 라플라스 변환을 이용하여 일차원 천이 열전도에 대한 역산문제를 양함수형태로 유도하였고 결과적인 해는 표면온도와 표면열유속을 매우 정밀하게 예측할 수 있다는 것을 보여주었다.

본 논문은 기존에 라플라스 변환으로 유도한 해석적 해뿐만 아니라 열적 시험법을 지원하는 방법론적인 관점, 데이터 획득 및 처리과정, 측정, 자동화된 제어시스템 및 실험장치를 포함하는 시스템의 하드웨어 요소를 고려한다. 또한 가열블록의 열적 상태량을 예측하기 위하여 실험적 데이터 처리를 위한 컴퓨터 코드의 개념과 실제화가 이루어지며 특히 열확산계수를 정밀하게 구하기 위한 방법을 제안한다.

## 2. 실험장치 및 방법

### 2.1. 실험장치

실험장치는 Fig. 1과 같이 크게 진공 시스템, 가열모듈, 전원공급 장치, 데이터 처리 시스템, 온도측정부로 구성된다.

진공시스템은 열물성치 측정 중 대류에 의한 열손실을 방지하고 시료의 온도 상승에 따른 산화를 방지하기 위한 것으로 진공 챔버, 챔버내의 온도를 일정하게 하기 위한 냉각 장치, 진공게이지, 진공용 로터리 펌프로 구성되어 있다.

Fig. 2는 본 실험에 사용된 진공챔버로 두께 6mm인 스테인레스 스틸로 제작하였으며 외형적 치수는 L175×W186×H240mm이다.

가열모듈은 직경이 31mm이고 길이가 31mm인 순철(표준물질)을 사용하였으며 한쪽 면에는 서모포

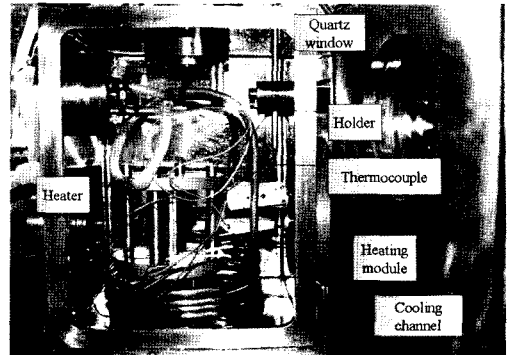


Fig. 2. Vacuum chamber(heating module, cooling channel).

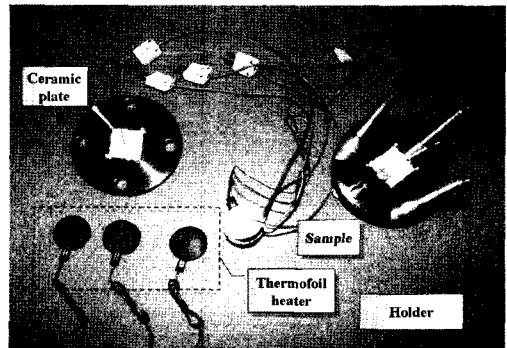


Fig. 3. Heating module(thermofoil heater, holder).

일 히터(Minco, HK5561R20.2L12A)를 두께 0.5mm인 서멀테이프(TH-TP000HS, 4.0W/mK)로 부착하였다.

사용된 히터와 모듈은 Fig. 3에 나타나 있다.

데이터 측정부는 온도데이터를 수집하는 독립된 모듈(DATAFORTH, SCM5B47-K)을 장착한 보드(DBK 207)와 이에 연결된 데이터 획득장치(iotech, Dagbook/2005)를 사용하였다. 특히 독립된 모듈은 열전대를 통하여 유입되는 외란(noise)을 차단하기에 적합한 것을 선택한 것이다.

측정된 온도는 수치해석과정에 가장 큰 영향을 주기 때문에 최대한 정밀하게 측정하기 위하여 실험 전 k형 열전대를 영점조정기(ice point), 항온조 및 백금 저항온도계로  $\pm 0.2^{\circ}\text{C}$  범위에서 보정하였으며 측정 시 발생하는 외란(noise)을 제거하기 위해 Butterworth형 저대역 통과필터(low pass filter, 5Hz)를 사용하였다.

전원공급부는 직류전원공급장치(HP E3611A)를 이용하여 실험조건에 맞는 전압을 공급하였고 공급되는 전류는 디지털 멀티미터(FLUKE, 8842A)와 공급라인을 병렬로 연결한 전선을 데이터획득 장치와 연결하여 동시에 확인하였다.

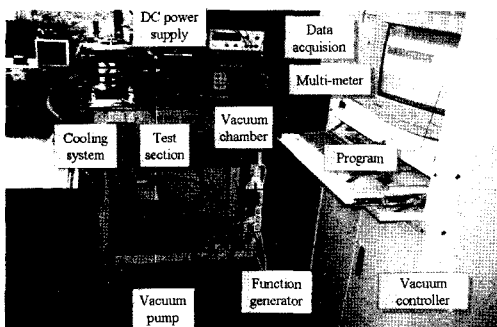


Fig. 1. Overall experimental apparatus.

### 2.2. 실험방법

전도역산의 수치해석에 영향을 미치는 실험적인 인자는 시작시간, 적분구간, 수렴조건, 샘플링수, 측정위치 등이 있다.

Table 1에는 수치해석에 적합하도록 선정된 실험 범위와 조건을 요약하여 나타내었다.

진공챔버내의 온도는 가열블록에서 발생한 열에 의하여 상승하므로 냉각수를 이용하여 감소시켜 일정하게 유지시킨다. 또한 진공펌프로 챔버내의 공기를 제거시키면 온도변화가 발생하므로 챔버내의 압력이 -750mmHg에 도달한 후 약 10분 동안 유지시킨 후  $\pm 0.2^{\circ}\text{C}/\text{min}$ 이 될 때 측정을 시작한다. 가열 모듈 전체의 온도가 일정한 온도( $25.5^{\circ}\text{C}$ )에 도달하면 온도측정용 프로그램(DasyLab, Ver. 9)을 작동시키고 약 1분간 초기온도를 측정한다. 이후 전원 공급장치를 작동시키고 Fig. 4에 나타난 3번째 열전대의 읽음 값이 초기온도의 2%를 초과할 때까지 데이터를 받는다. 초기에 온도는 1000Hz로 받고 이후 실험 조건에 따라 샘플링 시간을 조절하여 반복 실험을 한다. 실험에 사용된 가열모듈은 순철이므로 실험데이터는 약 10초 정도면 충분한 것으로 판단되며 추가적인 데이터는 데이터 처리 시 삭제하였다.

### 2.3. 이론적 해석

물체의 표면에서 열적 환경조건이 주어지고, 열전도방정식에 의해 물체내부의 온도를 구하는 것이 통상의 열전도문제(순문제)이지만, 이것과는 반대로 물체내의 온도가 먼저 주어지고, 그에 대응한 표면의

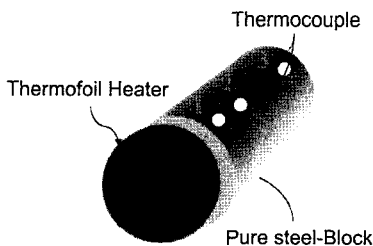


Fig. 4. Schematic diagram of heating module.

Table 1. Parameters and experimental range.

Surrounding & Initial Temperature		Surrounding : $25.5 \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ Initial module : $25.5 \pm 0.3^{\circ}\text{C}$	
Sampling rate		10Hz, 50Hz, 100Hz	
Module material	Pure steel	Conductivity	Diffusivity
		80.2W/mK	$22.8 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$
Input voltage		18V	

열적 조건을 구하는 문제를 열전도의 역문제라고 한다. 역문제는 전열 실험에 있어서 물체내의 측정온도로부터 표면온도나 열유속을 구할 때 널리 이용된다.

일정한 물성치를 지닌 일차원 열전도 방정식은 식 (1)과 같다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1)$$

식 (1)을 라플라스 변환 후 초기조건을  $T=0$ 로 입력하면 식 (2)와 같은 부가방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - p^2 T = 0 \quad (2)$$

여기서  $p^2 = s/\alpha$ 이고  $s$ 는 라플라스 오퍼레이터 이다. 이 상미분 방정식을 적분하여 해를 얻으면  $T(x, s) = Ae^{px} + Be^{-px}$ 가 되고 물리적으로  $x_3$ 에서 측정된 온도가 변동하기 전까지 데이터를 고려하면 A값은 0이 되어 단순히 B의 값을 구하면 된다. 반무한 고체를 만족하는 조건을 구하기 위해서는  $x_3$  위치에서 온도 변화를 정확하게 측정하여야 하지만 실제로 오차가 존재할 수 있어 식 (3)과 같은 조건을 만족할 때까지의 온도만 사용하도록 한다.

$$\text{erfc}(x_3/2\sqrt{\alpha t_f}) = \min(T_3/T_0) = 1.01 \quad (3)$$

여기서  $\text{erfc}$ 는 complementary error function을 의미하고  $t_f$ 는 실험이 종료되는 시간을 의미한다. 즉, 3의 위치에서 온도가 초기온도의 1%를 초과하면 실험이 종료된 것으로 인정하고 그때까지의 데이터만 사용한다.

1과 2에서 측정된 온도 데이터는 임의 함수형태로 표현하여 선형화하여 사용하는데 여기서는 시간에 대한 half power polynomial을 사용한다.

임의의 시간에 대한 온도는  $T(x_n, t) = T_0 f_n(t)$ 로 정의한다. 여기서 하첨자  $n$ 은 1과 2의 위치를 나타내며 임의의 시간에 1과 2위치에서 온도는 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f_n(t) = \sum_{k=0}^N \frac{b_{nk}}{\Gamma(k/2+1)} (t - t_n^*)^{k/2} \quad (4)$$

여기서  $b_{nk}$ 는 측정된 온도로부터 최소자승법을

이용하여 얻어진다. 즉, 측정된 온도  $T(x_n, t)$ 을 이용하여  $b_{nk}$ 를 추정한다. 여기서  $N$ 값은 5이상이면 수렴되므로 3~5를 사용하면 된다. 또한  $t_n^*$ 는 식 (5)를 이용하여 결정한다.

$$\operatorname{erfc}(x_n/2\sqrt{\alpha t_n^*}) = \min(T_n/T_0) = 1.01 \quad (5)$$

여기서  $T_0$ 는 초기 온도이고 가열하기 전에는 전체가 동일온도이므로 동일한 값이고  $T_n = T(x_n, t)$ 을 의미하며 이 값은 측정된 데이터 값이다.

$f_n$ 을 라플라스 변환을 한 후 온도 방정식에 대입하면 식 (6)과 같이 된다.

$$\frac{T(x, s)}{T_0} = e^{-p(x-x_n)} e^{-st_n^*} \sum_{k=0}^N b_{kn} / s^{(k/2+1)} \quad (6)$$

여기서  $x=0$ 을 대입하면 표면온도는 1과 2위치에서 추정된 표면온도가 있을 수 있다. 각 위치에서 추정된 표면온도 값을 라플라스 역변환하면 식 (7) 같이 된다.

$$\frac{T_{wn}(t)}{T_0} = \sum_{j=-1}^{Nk} E_{jn} (t-t_n^*)^{j/2} / \Gamma\left(\frac{j}{2}+1\right) \quad (7)$$

여기서 매개변수 값은 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} E_{-1n} &= \sum_{k=0}^{Nk} b_{kn} e_{kn+1}, & j &= -1, & Nk &= N, & n &= 1, 2 \\ E_{jn} &= \sum_{k=0}^{Nk} b_{kn+j} e_{kn}, & j &\geq 0, & Nk &= N, & n &= 1, 2 \\ e_{kn} &= \frac{(x_n/\sqrt{\alpha})^k}{k!}, & n &= 1, 2 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 초기에  $\alpha$  값을 가정하고 반복시켜 해를 구하고 해의 수렴을 확인하기 위해 1과 2의 위치에서 값을 비교하여 식 (9)와 같은 조건을 만족할 경우 해가 수렴한 것으로 인정하였다.

$$F(\alpha) = \sum_{t_1}^{t_2} (T_{w,1}(t, \alpha) - T_{w,2}(t, \alpha))^2 dt < \varepsilon \quad (9)$$

여기서 시작시간  $t_1$ 는  $\alpha t_1/L^2 = 0.01$ 에서 구하고 또한 여기서  $F(\alpha)$ 는 직접 구하기가 어려우므로  $dF/d\alpha$ 를 식 (10)과 같이 구하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(\alpha)}{\partial \alpha} &= \sum_{t_1}^{t_2} 2(T_{w,1}(t, \alpha) - T_{w,2}(t, \alpha)) \\ &\left( \frac{\partial T_{w,1}}{\partial \alpha} - \frac{\partial T_{w,2}}{\partial \alpha} \right) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

만일 해가 수렴하지 않으면 다음  $\alpha$ 값을 어떤 방법으로 구하는가는 문제가 될 수 있으나  $dF/d\alpha$ 가 음의 값에서 양의 값으로 증가하여 0에 접근한다. 따라서 수치해석 결과 식 (11)의 조건을 만족할 때 가장 적절한 값을 나타내는 것으로 확인되어 수렴 조건으로 선정하였다.

$$\left( \frac{\partial F(\alpha)}{\partial \alpha} \right)_{m+1} - \left( \frac{\partial F(\alpha)}{\partial \alpha} \right)_m < 10^{-4} \quad (11)$$

여기서  $m$ 은 반복횟수를 의미하는 것으로 이전 값에서 다음 값과의 차가  $10^{-4}$ 이하라면 수렴한 것으로 본다는 의미이다. 또한  $\partial\alpha$ 을 어떻게 정하느냐가 수렴속도를 좌우하므로 본 실험에서는 0.05에서  $0.6 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ 까지 증분하며 수치해석을 수행하였다.

### 3. 실험결과 및 분석

#### 3.1. 온도 측정 및 입력 값 설정 방법

Fig. 5는 입력전압이 18V이고 데이터 측정 샘플링 속도가 50Hz일 때 가열블록의 각 위치에서 측정된 온도분포와 측정된 온도를 시간에 대한 power series로 근사화시킨 곡선접합의 함수식을 나타내는 그림이다.

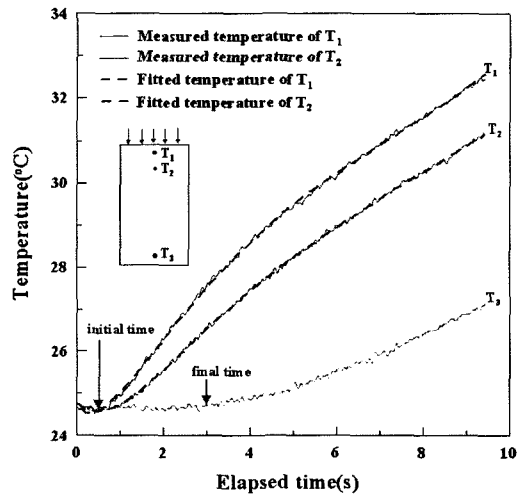


Fig. 5. Temperature change at three point of  $x_1=1.5$ ,  $x_2=3$  and  $x_3=29.5\text{mm}$  from the heated surface for pure steel.

가열블록에 일정한 열유속이 가해지기 시작하면 1의 위치와 2의 위치가 약간의 시간차(약 0.02초)를 가지고 증가하기 시작하고 약 3초 후에 3의 위치에서 온도가 초기 온도의 1%를 초과하기 시작하여 서서히 상승한다. 따라서 현재 실험조건에서 반무한 고체의 조건을 이용한 수치해석을 이용하려면 0.5초부터 3초까지의 2.5초 구간을 수치해석의 범위로 사용할 수 있다.

실험에서 얻은 온도데이터를 수치해석에 직접 입력함으로써 사용하면 측정된 온도에 포함된 진동하는 값에 의해 해의 수렴이 어렵게 된다. 따라서 측정된 온도를 시간에 대한 half-power polynomial 형태의 함수로 곡선적합한 식을 사용하게 된다. 상기 조건에 대한 곡선적합 시 최소 R-square 값은 0.993364로 곡선적합된 식이 원래의 데이터를 매우 근접하게 나타내는 것으로 평가할 수 있다.

열유속 값을 추정할 경우 이와 같은 방법을 사용하면 데이터의 오차를 감소시킬 수 있을 것으로 생각되며 온도측정 시 측정 샘플링속도에 따른 차이는 측정 장치의 정도와 관련이 있으나 현재 시험범위에서는 뚜렷한 차이가 발생하지 않았다.

### 3.2. 적분변수에 따른 영향

Fig. 6은 식 (10)을 이용하여 수치적분을 수행할 경우 적분구간의 선정에 따른 결과 값의 영향을 보여주는 그림이다.

여기서  $t_2$ 는 Fig. 5에 나타난 최종시간으로 반무

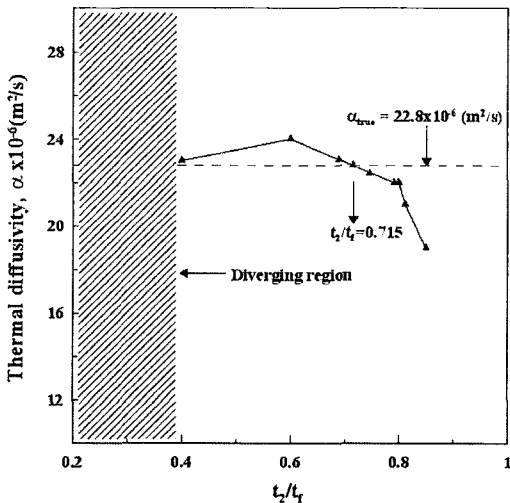


Fig. 6. Thermal diffusivity variation with selection of summation interval of time for pure steel.

한 고체라는 가정이 성립되는 최후의 시간을 나타내며  $t_2$ 는  $t_1$ 보다 작은 임의 값으로 실험적으로 선정하는 적분 구간 값이다. 본 실험에서는 최적 값이 0.715로 나타났다. 그러나  $0.4 \leq t_2/t_1 \leq 0.8$ 범위에서는 순철의 열확산계수에 대해 약 3% 정도의 오차만 발생하므로 이 범위의 값을 사용하는 것은 결과 값에 큰 영향을 주지 않을 것으로 사료된다.

또한 본 실험조건에서  $t_2/t_1 < 0.4$ 일 경우 해가 수렴하지 않고 발산하여 더 이상 수치해석을 수행할 수 없었다. 이는 1의 위치와 2의 위치사이에 온도 기울기차가 작아져서 수렴조건이 성립하지 않은 것으로 생각된다.

전체적으로 적분구간이 증가함에 따라 열확산계수의 추정값은 증가하다 다시 감소하는 경향을 나타내고 있다. 이는 상대적인 오차 값의 영향인 것으로 사료된다<sup>8)</sup>.

Fig. 7은 적분식에 사용하는 열확산계수의 증분이 열확산계수의 추정에 미치는 영향을 나타낸 그림이다.

전체적으로 열확산계수의 증분이 증가함에 따라 추정열확산계수의 값이 증가하고 있으나 증분 값이 0.3이상에서는 거의 일정한 값을 나타내고 있다. 또한 추정한 열확산계수의 값은 전체 구간에서  $\pm 5\%$  범위 내에서 나타나고 있어 증분 값의 사용은 해의 수렴 속도를 고려하여 사용하여도 해의 오차는 그리 크지 않을 것으로 생각된다. 그러나 본 실험범위에서는  $\Delta\alpha$ 은 0.07에서 참값과 거의 일치하고 있다.

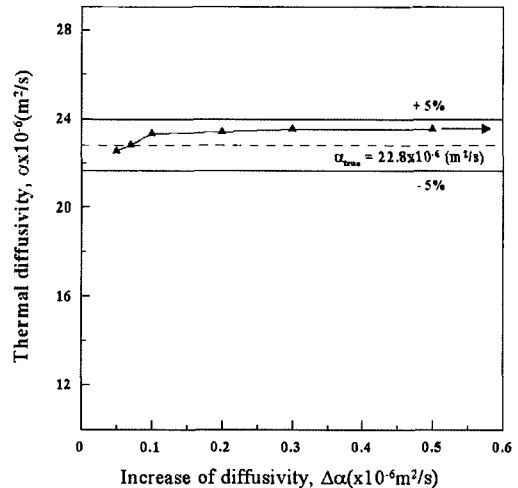


Fig. 7. Effect of increase of diffusivity on accuracy of estimated value for pure steel.

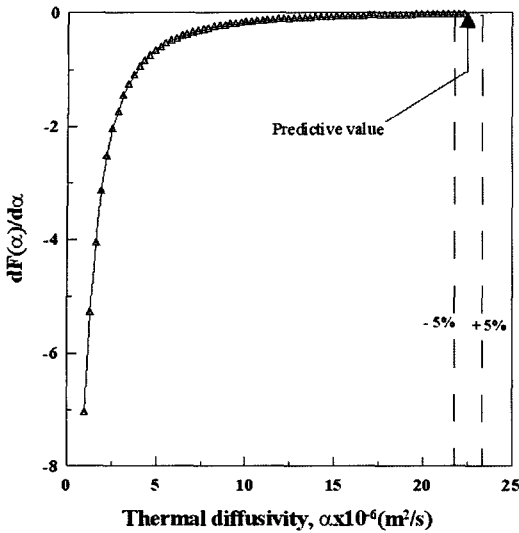


Fig. 8. Value of  $dF(\alpha)/d\alpha$  vs  $\alpha$ .

따라서 열확산계수의 증분  $\Delta\alpha$ 값은 참값에 대해  $\pm 5\%$  오차 범위 내에 들어오기 때문에 수치해석 결과에 크게 영향을 주지 않는 것으로 생각된다.

Fig. 8은 공급전압이 18V이고 샘플링 50Hz일 때  $\alpha$ 에 따른  $dF(\alpha)/d\alpha$ 값의 변화를 보여주는 그림이다.

전체적으로  $\alpha$ 값이 증가함에 따라  $dF(\alpha)/d\alpha$ 값이 0에 접근하고 있다. 이와 같이 로그함수적으로 증가하는 경우 적절한 수렴조건이 제시되어야 하며 수렴조건이 적절하지 못할 경우 원하는 해를 얻지 못하게 될 것이다. 따라서 본 실험에서는 식 (11)과 같이 계산속도와 정밀도를 고려하여 수렴조건을 제시하여 열확산계수를 예측하였다. 다른 실험조건에서 이와 유사한 결과를 얻었으며 전체적으로 순철의 참값에 대해 전부  $\pm 5\%$  범위 내로 나타났다.

따라서 실험을 통하여 얻어진 데이터를 이용하여 전도역산을 수치해석적으로 취급하기 위해서는 적절한 실험조건, 측정장치, 수치해석에 사용되는 적분변수 및 수렴조건을 결정하여야 한다. 그러나 이러한 일련의 과정은 다소 반경험적인 방법으로 결정되므로 앞으로 상이한 물질별로 추가적인 실험을 통하여 각 물질의 물성치에 따른 영향을 조사하여야 할 것으로 생각된다.

#### 4. 결론 및 토의

본 연구에서는 순철을 이용하여 일정한 열유속이 공급될 때 가열블록의 내부에 삽입된 열전대로

부터 얻은 온도의 시간이력을 이용하여 열확산계수를 라플라스 변환 기법으로 추정하는 전도역산을 수치해석적으로 수행한 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 1) 가열블록 내부에서 얻은 온도의 시간이력 대신 이 값을 곡선접합하여 얻은 식을 이용하는 것이 수치해석에서 발산을 막을 수 있다.
- 2) 해의 정밀도와 관련된 수치적분 구간은 본 실험조건에서  $0.4 \leq t_2/t_1 \leq 0.8$ 에서 우수하였으며 0.715가 가장 정밀도가 높았다.
- 3) 본 실험의 범위에서 열확산계수의 증분은 추정된 열확산계수의 정밀도에 큰 영향을 주지 않았다.
- 4) 열확산계수의 정밀한 추정을 위해 식 (11)과 같은 수렴조건을 얻었다.
- 5) 열확산계수의 변화율은 열확산계수의 증가에 따라 로그함수적으로 증가하고 0의 값을 접근값으로 갖는다.

감사의 글 : 이 연구는 2005년도 단국대학교 대학연구비로 연구되었음.

#### 참고문헌

- 1) Ozisik, M. N. Heat conduction 2nd ed, Jone Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 571~610, 1993.
- 2) Hsieh, C. K. and Su, K. C., A methodology of predicting cavity geometry based on scanned surface temperature data-prescribed surface temperature at the cavity side, J. Heat Transfer, Vol. 102, No. 2, pp. 324~329, 1980.
- 3) Bell, G. E., An inverse solution for the steady temperature field within a solidified layer, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, No. 12, pp. 2331~2337, 1984.
- 4) Lithouhi, B. and Beck, J. V., Multinode unsteady surface element method with application to contact conductance problem, J. Heat Transfer, Vol. 102, No. 2, pp. 257~263, 1986.
- 5) Shoji, M. and Ono, N., Application of the boundary element to the inverse problem of heat conduction, Tran. JSME Ser B, Vol. 54, No. 506, pp. 2893 ~ 2900, 1988.
- 6) Huang, C. H. and Tsai, C. C., An inverse heat conduction problem of estimating boundary fluxes in an irregular domain with conjugate gradient method,

- Heat and Mass Transfer, Vol. 34, pp. 47~54, 1998.
- 7) Monde, M. et. al., An analytical solution for two-dimensional inverse heat conduction problems using Laplace transform, Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 2135~2148, 2003.
- 8) Monde, M. and Mitsutake, Y. A new estimation method of thermal diffusivity using analytical inverse solution for one-dimensional heat conduction, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 44, pp. 3169~3177, 2001.