

< 논문 >

원형 실린더가 존재하는 사각형 실린더 내부의 자연대류에 관한 수치적 연구

김병수* · 이대성* · 윤현식** · 하만영† · 이현구***
(2006년 11월 4일 접수, 2007년 2월 2일 심사완료)

A Numerical Study of Natural Convection in a Square Enclosure with a Circular Cylinder at Different Vertical Locations

Byeong-Su Kim, Dae-Sung Lee, Hyun-Sik Yoon, Man-Yeong Ha and Hyun-Goo Lee

Key Words : Natural Convection(자연대류), Boussinesq Approximation(Boussinesq 가정), Rayleigh Number(Ra 수)

Abstract

Numerical calculations are carried out for the natural convection induced by temperature difference between a cold outer square cylinder and a hot inner circular cylinder. A two-dimensional solution for unsteady natural convection is obtained, using the immersed boundary method (IBM) to model an inner circular cylinder based on finite volume method, for different Rayleigh numbers varying over the range of 10^4 to 10^6 . The study goes further to investigate the effect of an inner cylinder location on the heat transfer and fluid flow. The location of inner circular cylinder is changed vertically along the center-line of square enclosure. The number, size and formation of cell strongly depend on Rayleigh number and the position of inner circular cylinder. The changes in heat transfer quantities have been presented.

1. 서론

밀폐계 내부의 자연대류 현상은 열교환기, 핵 또는 화학반응, 전자 장비 냉각 그리고 성층화된 대기 경계층 문제 등 여러 가지 공학 및 환경 문제와 관련되어 있다. 하지만 공학적으로 관련된 문제들은 단순 밀폐계가 아닌 다소 복잡한 형상을 하고 있다. 이러한 형상들 중의 하나로써 밀폐계 내부에 물체가 존재하는 경우를 들 수 있다. 이러한 형상들 중의 하나로써 밀폐계 내부에 물체가 존재하는 경우를 들 수 있다. 이 형상과

관련해서 부력에 의해서 유도되는 유동 및 열전달 문제는 에너지 저장 장치, 곡물 건조기, 원유 저장 탱크, 열 교환기, 핵 연료 폐기 저장소 등과 같은 광범위한 응용분야들에 적용 되어진다. 특히, 본 연구에서는 전자 장비 냉각시스템과 관련해서 전자 장비 내부의 열원의 위치에 따른 내부 온도 분포나 유동 현상을 규명하는 연구의 일환으로 밀폐계 내부에 원형 실린더가 존재하는 문제를 고려하고자 한다. 밀폐계 내부에 물체가 존재하는 경우에 자연대류 현상에 대한 대표적인 선행 연구들은 다음과 같다.

수평[Ha et al.,^(1,2) Lee et al.⁽³⁻⁵⁾] 또는 수직[Hyun et al.,⁽⁶⁾ Misra et al.,⁽⁷⁾ Wright et al.,⁽⁸⁾ McBain et al.,⁽⁹⁾ Jami et al.,⁽¹⁰⁾ Ha et al.⁽¹¹⁾] 방향 온도 구배를 가지는 사각 밀폐계 내부에 존재하는 물체의 열 경계 조건에 따른 자연대류 현상에 대한 선행 연구는 많이 존재하고 있다. 하지만 차가운 밀폐계 내부에

† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부
E-mail : myha@pusan.ac.kr
TEL : (051)510-2440 FAX : (051)515-3101

* 부산대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 부산대학교 첨단조선공학연구원

***부산대학교 기계공학부

뜨거운 물체가 존재하는 경우에 대한 연구는 상대적으로 적은 관심을 받아왔다.

Asan⁽¹²⁾은 두 개의 동심 등은 사각 덕트 사이 공간에서의 자연대류 현상을 수치해석 하였다. 그 결과 그는 Ra 수(Rayleigh number)와 두 사각 덕트의 치수비가 온도장과 유동장에 큰 영향을 미친다는 사실을 보였다.

Kumar De 와 Dalal⁽¹³⁾는 밀폐계 내부에 위치한 고온의 수평 사각 실린더 주변의 자연대류 현상을 $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ 의 범위에서 수치해석 하였다. 밀폐계 바닥과 내부 사각 실린더 사이의 거리 변화에 따른 영향을 고려하였으며, 그에 따른 유동 패턴, 열 경계층의 형태, 그리고 전체 열 전달률의 변화에 대해 상세히 보고하였다.

Ghaddar⁽¹⁴⁾은 사각 밀폐계 내부에 위치한 고온의 수평 사각 실린더 주변의 자연대류 현상을 수치적으로 연구하였다. 그는 일정 온도 경계 조건을 가진 밀폐계 내부에 위치한 실린더의 다양한 열 경계 조건에 따른 열 유동 현상을 관찰하였으며 평균 Nu 수(Nusselt number)와 Ra 수 사이의 상관 관계식을 도출하였다.

Cesini et al.⁽¹⁵⁾은 사각 공동 내에 수평 실린더가 존재하는 경우의 자연대류 현상에 대해 공동의 형상비와 Ra 수가 온도 분포와 Nu 수에 미치는 영향을 실험 및 수치해석 방법으로 연구하여, Ra 수가 증가하면 평균 열전달 계수가 증가한다는 사실을 보였다.

특히 본 연구와 기하학적으로 비슷한 형태를 가지는 대표적인 선행 연구로 다음과 같은 연구들이 존재한다.

Moukalled & Acharya⁽¹⁶⁾와 Shu & Zhu⁽¹⁷⁾는 저온의 사각 밀폐계 내부에 위치한 고온의 원형 실린더의 크기 변화가 내부 열 유동에 미치는 영향을 수치적으로 연구하였다. Moukalled와 Acharya⁽¹⁶⁾는 $10^4 \leq Ra \leq 10^7$ 의 범위에서 세 가지 형상비 R/L (R : 실린더 반경, L : 밀폐계 높이)를 고려하였다. 그 결과 형상비가 일정한 경우 Ra 수가 증가하면 총 열전달이 증가하고, Ra 수가 일정한 경우 형상비 R/L 이 증가하면 열전달이 감소한다는 사실을 보였다. Shu와 Zhu⁽¹⁷⁾는 $10^4 \leq Ra \leq 10^6$, 형상비 $1.67 \leq R/L \leq 5.0$ 의 범위에서 수치적인 연구를 수행하였다. 그 결과 형상비와 Ra 수가 열 유동장에 큰 영향을 미친다는 사실을 보였고, 고 Ra 수에서 열 유동 패턴을 구분할 수 있는 임계 형상비가 존재할 것이라고 제안했다.

Shu et al.⁽¹⁸⁾는 $Ra = 3 \times 10^5$ 일 때, 외부 사각 실

린더와 내부 원형 실린더 사이에서의 자연대류 현상을 수치적으로 연구하였다. 내부 원형 실린더의 각 위치(angular position)와 편심률을 변화시키면서 열 유동장의 변화를 관찰하여, 편심률에 따른 내부 원형 실린더와 외부 사각 실린더 사이 공간의 변화가 유동 패턴과 열전달에 미치는 영향이 매우 크다는 사실을 보고하였다.

위와 같은 선행 연구들에 기초하여 본 연구에서는 가상 경계법을 사용하여 저온의 경계를 가진 사각 밀폐계 내부에 고온의 원형 실린더가 밀폐계의 중심선을 따라 수직 방향으로 다른 위치에 존재할 때의 자연대류 현상을 연구하였다.

2. 수치해석방법

본 연구에서 부력항 내의 유체의 밀도에 대해서는 Boussinesq approximation 을 적용하였고, 나머지 물성치는 일정하다고 가정하였다. 중력 가속도는 $-y$ 방향으로 작용한다. 가상 경계 기법을 적용해 내부 원형 실린더를 형성하였으며, 무차원화된 2 차원 비정상, 비압축성 연속 방정식과 운동량 보존 방정식 및 에너지 방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} - q = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + Pr \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + Ra Pr \theta \delta_{i2} + f_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} + h \quad (3)$$

위 식들에 사용된 무차원 변수들의 정의는 다음과 같다.

$$t = \frac{t^* \alpha}{L^2}, \quad x_i = \frac{x_i^*}{L}, \quad u_i = \frac{u_i^* L}{\alpha} \\ P = \frac{P^* L^2}{\rho \alpha^2}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (4)$$

위 식에서 ρ , T 그리고 α 는 각각 차원이 존재하는 밀도, 온도 그리고 유체의 열확산 계수를 나타낸다. δ_{i2} 는 kronecker delta 를 나타내며, 식 (4)에 표시된 상첨자 *는 차원이 존재하는 변수를 나타낸다. u_i , P , t 및 θ 는 각각 무차원화된 속도, 압력, 시간 그리고 온도를

나타낸다. 식 (1)~(3)에서 사용된 무차원 수는 Pr 수 (Prandtl number) 및 Ra 수이며, 이들은 다음과 같이 정의된다.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ra = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3}{\nu\alpha} \quad (5)$$

여기서 ν , g 및 β 는 각각 동점성 계수, 중력 가속도 및 열팽창 계수를 나타낸다.

본 계산에서 Pr 수는 공기와 동일한 0.7 로 고정하였고, Ra 수는 10^3 , 10^4 , 10^5 과 10^6 의 네 가지 값들을 고려하였다.

식 (1)에 사용된 질량 원천 q 와 식 (2)에 사용된 운동량 부가 f_i 는 가상 경계면에서의 점착 경계 조건과 가상 경계면을 포함한 격자 내의 질량 보존을 만족 시키기 위해 사용되었으며, 식 (3)에 사용된 열원 h 는 가상 경계면에서의 일정 벽 온도 조건을 만족시키기 위해 사용되었다.

시간에 따른 해를 구하기 위해 속도장 계산을 압력 계산으로부터 분리하는 two-step time-split scheme 이 사용되었다. 이 scheme 은 Kim & Moin⁽¹⁹⁾과 Zang et. al⁽²⁰⁾의 연구를 기초로 하고 있다. Time-splitting scheme 의 두 단계는 시간 레벨(level)을 중간 시간 레벨 ‘*’을 거쳐서 ‘n’ 레벨에서 ‘n+1’ 레벨로 가면서 시간에 따른 적분을 수행하는 것이다. 첫 번째는 대류-확산 단계로서 ‘n’ 시간 레벨에서 중간 시간 레벨인 ‘*’ 시간 레벨로 가면서 압력 항이 존재하지 않는 advection-diffusion 방정식을 풀게 된다. 대류-확산 단계에서 비선형 항에는 third-order Adams-Bashforth explicit scheme 을 사용하고, 확산 항에는 Crank-Nicolson implicit scheme 을 사용한다. 그 다음으로 질량 보존 방정식에서 유도된 압력 Poisson 방정식은 fully-implicit scheme 을 사용하여 계산하게 된다. 압력 값이 계산되면 압력 보정 단계를 거쳐 ‘n+1’ 시간 레벨에서의 최종적인 속도장이 계산된다. 온도장에 대해서는 대류 항에는 third-order Adams-Bashforth scheme 이 그리고 확산 항에 대해서는 Crank-Nicolson scheme 을 사용해 유사한 방법으로 해를 구하게 된다.

공간 이산화법을 위해 유한 체적법에 기초한 2 차 정확도의 중앙 차분법이 사용되었다. 또한 가상 경계면에서의 점착 경계 조건과 일정 벽 온도 조건을 만족시키기 위해 2 차 정확도의 linear/

bilinear interpolation scheme 이 사용되었다. 가상 경계법에 대한 자세한 내용은 Kim et. Al⁽²¹⁾과 Kim & Choi⁽²²⁾의 연구에 잘 언급되어 있다.

Fig. 1 은 본 연구에서 고려한 밀폐계 내에 원형 실린더가 존재하는 계산 영역을 보여주고 있다. 밀폐된 사각 공간의 높이와 폭 $L=1$ 이고, 내부에 반지름 $r=0.2L$ 인 원형 실린더가 수직 중심선을 따라 위치하고 있다. 사각 밀폐계의 중심과 원형 실린더 중심까지의 거리는 $-0.25L$ 에서 $0.25L$ 까지 변화한다. 유동장에 있어서 점착 조건이 벽면 경계 조건으로 사용되었고, 사각 공간의 벽면 온도는 $\theta=0$, 원형 실린더의 벽면 온도는 $\theta=1$ 로 각각 설정 되었다.

Fig. 2 는 본 연구에서 사용된 격자계를 보여준다. x 및 y 방향으로 각각 201 개의 격자가 사용되었으며, 원형 실린더가 위치하는 곳은 정렬 격자를 조밀하게 생성하였다. 사각 실린더의 각 벽면 근처에는 해상도를 높이기 위해 대수함수를 사용하여 격자를 생성하였으며, 원형 실린더의 위치 δ 에 따라 적절한 형태의 서로 다른 격자계를 사용하였다. 계산에 사용된 격자수의 변화에 따른 결과의 영향을 검증하기 위해 x 및 y 방향으로 각각 301 개의 격자를 사용하여 계산을 수행하였다. 그 결과 내부 원형 실린더에서의 평균 Nu 수는 약 0.3%의 차이를 보였다.

벽면에서의 국소, 공간 평균 Nu 수는 다음과 같이 정의된다.

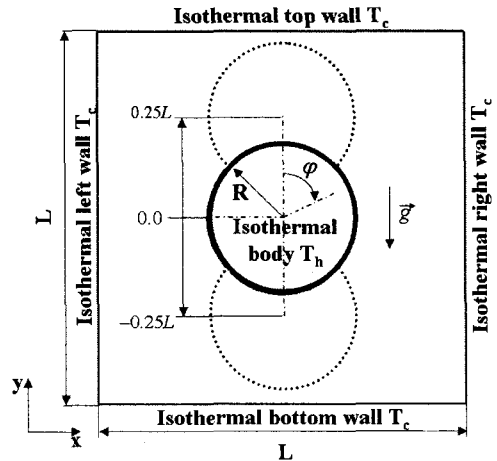


Fig. 1 Schematic diagram of computational domain

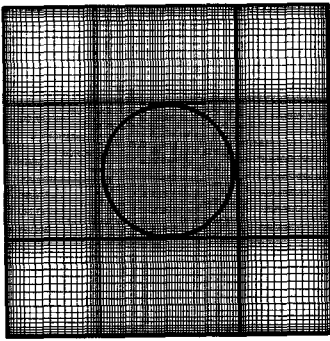


Fig. 2 Two dimensional grid system

Table 1 Comparison of present surface-averaged Nusselt number with those of previous numerical studies

Ra	Mean Nusselt number at Hot wall		
	Present study	Moukalled & Acharya ⁽¹⁶⁾	Difference (%)
10 ⁴	3.414	3.331	-2.49
10 ⁵	5.1385	5.08	-1.15
10 ⁶	9.39	9.374	-0.17
10 ⁷	15.665	15.79	0.79

$$Nu = \left. \frac{\partial \theta}{\partial n} \right|_{wall}, \quad \overline{Nu} = \frac{1}{W} \int_0^W Nu ds \quad (6)$$

여기서 n 은 벽면에 수직인 방향이고, W 는 Nu 수가 정의되는 각각의 특성 길이를 나타낸다.

본 계산의 타당성 검증을 위하여 저온의 사각 밀폐계 내부에 고온의 원형 실린더가 존재하는 자연대류 문제를 고려하였다. Table 1 은 본 연구와 Moukalled 와 Acharya⁽¹⁶⁾의 연구에서 얻은 벽면 평균 Nu 수를 보여주고 있다. 본 연구에서 구한 벽면 평균 Nu 수는 Moukalled 와 Acharya⁽¹⁶⁾의 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

3. 결과 및 해석

본 연구에서 고려한 모든 Ra 수와 δ 에 대해 열 유동장은 정상 상태에 도달하고, 밀폐계를 지나는 수직 중심선을 기준으로 좌우 대칭이다.

가열된 가벼운 유체는 원형 실린더의 뜨거운 벽면을 따라 사각 밀폐계의 차가운 윗면에 닿을 때까지 위로 상승하고, 윗면과 접촉해 차가워진

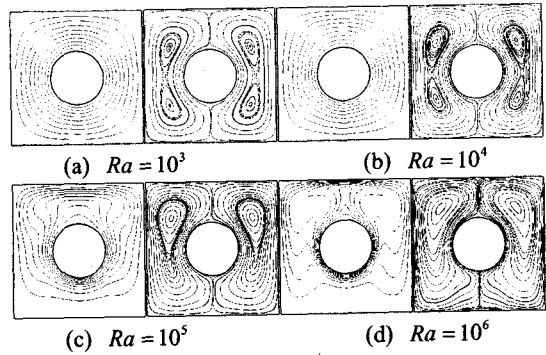


Fig. 3 Isotherms and streamlines for different Rayleigh numbers at $\delta = 0.0$

유체는 수평으로 바깥 방향을 향해 움직이다 사각 밀폐계 좌우에서 벽면을 따라 아래로 내려온다.

Fig. 3 은 내부 원형 실린더가 $\delta = 0$, 즉 사각 밀폐계 중심에 위치하고 있을 때 각 Ra 수에서의 등온선과 유선을 보여주고 있다.

$Ra = 10^3$ 일 때, 밀폐계 내부의 열전달은 전도에 의해 지배되는 것처럼 보인다. Fig. 3(a)의 유선을 보면 유동에 의해 아래, 위 두 개의 내부 와(inner vortex)를 가지는 좌우 대칭인 1 차 와(primary vortex)가 형성되는 것을 알 수 있다. $Ra = 10^4$ 일 때 열 유동장의 형태는 $Ra = 10^3$ 일 때와 유사하다. 하지만 Ra 수가 증가하면서 열전달에 미치는 대류의 영향이 증가하여 원형 실린더 하부에서의 열 경계층의 두께가 상부에서의 열 경계층의 두께보다 얇아진 것을 볼 수 있다.

$Ra = 10^5$ 이 되면 원형 실린더 주변의 열 경계층의 두께는 더욱 얇아지고 열전달에 미치는 대류의 영향은 더욱 커진다. 또한 원형 실린더 상부에 플룸이 형성되어 밀폐계 상부에서의 온도 구배는 커지는 반면 하부에서의 온도 구배는 작아진다. 그 결과 유동은 밀폐계 상부에서 강하게 일어나고, 1 차 와의 중심은 밀폐계의 상부에만 존재한다. 밀폐계 하부에서의 유동은 밀폐계 상부나 가운데 위치에서의 유동과 비교해 볼 때 매우 약하고, 따라서 밀폐계 하부에서는 유동 성층화가 일어나게 된다.

$Ra = 10^6$ 일 때, 밀폐계 내부의 열전달은 대류에 의해 지배적으로 일어날 것으로 기대된다. 원형 실린더 상부에 생긴 강한 플룸의 영향으로 열 경계층은 밀폐계 상부 근처에서 좌우로 나뉘어진다. 그 결과, 밀폐계 상부에서의 유동은 매우 강하고, 윗면 근처의 열 경계층 두께가

얇아지기 때문에 열전달은 증가한다. 또한, 밀폐계 바닥에서는 강한 유동에 의해 유동 박리가 일어나 작은 크기의 와가 형성된다.

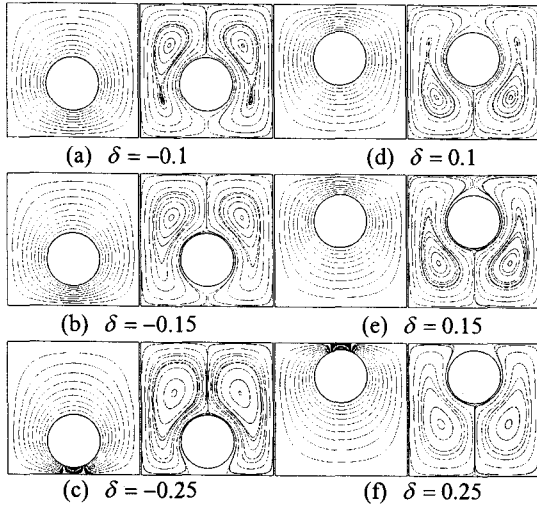


Fig. 4 Isotherms and streamlines for different δ s at $Ra = 10^3$

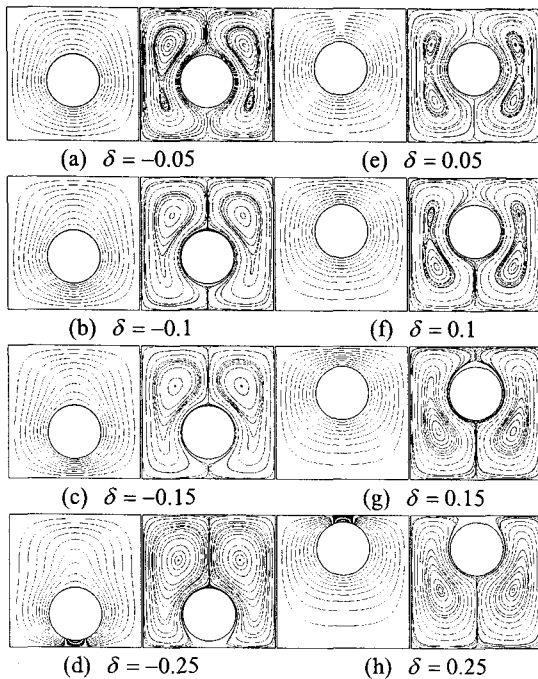


Fig. 5 Isotherms and streamlines for different δ s at $Ra = 10^4$

3.1 $Ra = 10^3$

Fig. 4 에 $Ra = 10^3$ 일 때 등온선과 유선을 각 δ 에 따라 나타내었다. 낮은 Ra 수 영역에서는 전도의 영향이 크므로 원형 실린더의 위치($|\delta|$)가 같으면 열 유동장은 수평 중심선($y=0$)을 기준으로 상하 대칭이 되는 것을 확인할 수 있다.

원형 실린더가 밀폐계 하부로 다가 갈수록 원형 실린더 하부와 밀폐계 바닥 사이 공간이 줄어들어 원형 실린더 하부에 존재하던 내부 와는 작아진다. 결국, 실린더가 $\delta = -0.15$ 에 위치하게 되면 하부의 내부와는 상부의 내부 와와 하나로 합쳐진다.

이와 달리, 상부의 내부 와는 원형 실린더가 밀폐계 하부로 다가 갈수록 원형 실린더 상부와 밀폐계 윗면 사이 공간이 증가하므로 그 크기가 커지면서 밀폐계 중심 쪽으로 움직이게 된다.

원형 실린더가 밀폐계 상부에 위치하게 되면, 열 유동장의 변화는 원형 실린더가 밀폐계 하부에 위치할 때와 반대되는 경향을 보인다. 따라서, 원형 실린더 상부와 하부에 각각 존재하던 두 개의 내부 와는 $\delta = 0.15$ 에서 하나로 합쳐진다.

3.2 $Ra = 10^4$

Ra 수가 10^4 이 되면, 열전달에 미치는 대류의 영향이 $Ra = 10^3$ 때보다 커진다. 따라서, Fig. 5(a-c)와 (d-f)를 보면 $Ra = 10^3$ 일 때 Fig. 4 에 보인 것처럼 $|\delta|$ 가 같은 경우 열 유동장이 수평 중심선을 기준으로 아래 위 대칭이었던 특징이 $Ra = 10^4$ 일 때는 사라진 것을 알 수 있다.

원형 실린더가 밀폐계 하부에 위치한 경우, $Ra = 10^3$ 일 때 상부의 두 내부 와가 $\delta = -0.15$ 일 때 하나로 합쳐지는 현상이 $Ra = 10^4$ 일 때는 $\delta = -0.1$ 에서 나타난다.

반대로 원형 실린더가 밀폐계 상부에 위치하는 경우, $\delta = 0.15$ 가 되면 두 내부 와가 하나로 합쳐져 실린더 하부의 내부 와만 남게 되고, δ 가 더 커지면 와의 중심은 밀폐계 중심과 더 가까워진다. 대류에 의한 강한 유동이 밀폐계 상부에 국한되어 있기 때문에 차가운 유체에 의한 정체 영역이 밀폐계 하부에 형성되어 열전달을 방해하게 된다.

3.3 $Ra = 10^5$

Fig. 6 은 $Ra = 10^5$ 일 때 각 δ 에서의 등온선과 유선을 보여주고 있다. Fig. 3 에 보였던 것과 같이

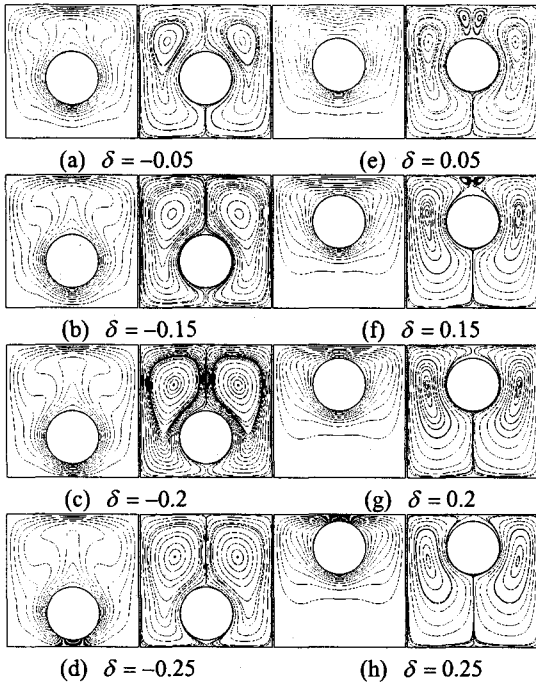


Fig. 6 Isotherms and streamlines for different δ s at $Ra = 10^5$

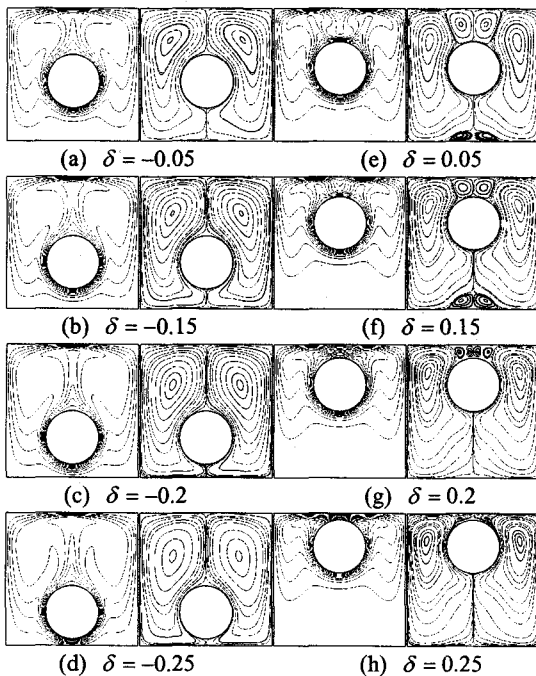


Fig. 7 Isotherms and streamlines for different δ s at $Ra = 10^6$

원형 실린더가 밀폐계 중심에 위치하고 있을 때 $Ra = 10^3, 10^4$ 인 경우 원형 실린더 좌우의 1 차 와가 두 개의 내부 와를 가졌던 것과는 달리 $Ra = 10^5$ 부터는 하나의 내부 와만을 가지게 된다. 원형 실린더가 밀폐계 바닥 방향으로 움직이면 [Fig. 6(a~d)], 원형 실린더 상부와 밀폐계 윗면 사이 공간이 커지므로 원형 실린더 상부에 큰 플룸이 형성되고, 밀폐계 윗면 근처의 온도 구배가 매우 커지게 된다. 따라서, 강한 유동이 밀폐계 상부에 형성되므로 와의 중심은 밀폐계 상부에만 위치한다. δ 가 감소하면 원형 실린더 하부에 존재하는 정체영역은 감소하지만, 밀폐계 바닥 좌우 모서리 부근에는 여전히 정체영역이 존재하는 것을 Fig. 6(d)에서 관찰할 수가 있다.

원형 실린더가 $\delta = 0.05$ 에 위치하게 되면 [Fig. 6(f)], 원형 실린더 상부에 두 개의 2 차 와(secondary vortex)가 생성된다. 이로 인해, 원형 실린더 상부에 수직 중심선을 기준으로 좌우 약 25° 위치에 위로 향하는 두 개의 플룸이 생긴다. 그리고 두 개의 플룸 사이에 아래로 향하는 하나의 플룸이 형성된다. $\delta = 0.2$ 가 되면 원형 실린더 상부의 2 차 와는 소멸하고 세 개의 플룸 역시 사라진다 [Fig. 6(g)]. 좌우 대칭의 1 차 와는 원형 실린더가 위로 움직임에 따라 찌그러져 수직 방향으로 길게 늘어난다.

3.4 $Ra = 10^6$

Ra 수가 증가함에 따라 원형 실린더 주위와 밀폐계 상부에 강한 유동이 생기고 그 영향으로 등온선은 상당히 찌그러진 형태를 보이는 것을 Fig. 7에서 관찰할 수가 있다.

$Ra = 10^6$ 인 경우, 원형 실린더 중심이 밀폐계 중심보다 아래에 위치하고 있을 때 등온선과 유선은 원형 실린더 근처에서의 열 경계층이 좀 더 얇은 것을 제외하면 $Ra = 10^5$ 일 때와 거의 동일한 것을 Fig. 6(a~d)과 Fig. 7(a~d)의 비교를 통해 확인할 수가 있다.

$\delta = 0.05$ 가 되면 $Ra = 10^5$ 일 때와 유사하게 원형 실린더 상부에 두 개의 새로운 와가 생성된다. 이와 더불어, 실린더 상부에 수직 중심선을 기준으로 좌우 약 30° 근처에 위로 향하는 두 플룸들 사이에 아래로 향하는 하나의 플룸이 존재하는 것을 Fig. (e)에서 확인할 수가 있다.

$\delta = 0.2$ 일 때, 원형 실린더 상부에 두 개의 3 차 와가 새롭게 생성된다. 이 때 등온선의 분포를

보면 수직 중심선을 기준으로 30° 이내의 위치에 위를 향하는 세 개의 플룸과 아래를 향하는 두 개의 플룸이 매우 약하게 형성된다. 또한, $0 \leq \delta \leq 0.15$ 의 구간에서 밀폐계 바닥에 있던 두 개의 와는 $\delta = 0.2$ 에서 소멸된 것을 알 수 있다.

$\delta = 0.25$ 가 되면 원형 실린더 상부에서 작은 좌우 한 쌍의 와만 존재하는 것을 Fig. 7(h)에서 관찰할 수가 있다.

원형 실린더가 밀폐계 윗면과 가까워질 때 원형 실린더 하부 공간에서의 유동은 밀폐계 가운데로 갈수록 급격히 상승하는 형태를 보인다. 이는 유체가 뜨거운 원형 실린더의 벽면을 지나면서 유동 속도가 증가해 실린더 하부에 있는 찬 유체를 끌어올리기 때문에 나타나는 현상이다.

3.5 Local and surface-averaged Nusselt number

Fig. 8(a-c)에 각 Ra 수에서 밀폐계의 아래, 위 그리고 옆면의 벽면 평균 Nu 수, \overline{Nu}_B , \overline{Nu}_T 그리고, \overline{Nu}_S 를 δ 에 대한 함수로 나타내었다.

Ra 수가 증가하면 밀폐계 내부 유동이 활발해지기 때문에 윗면 평균 Nu 수 \overline{Nu}_T 는 Ra 수가 증가함에 따라 증가하는 경향을 보인다.

낮은 Ra 수인 $Ra = 10^3$, $Ra = 10^4$ 일 때 \overline{Nu}_T 는 전반적으로 δ 가 커질수록 지속적으로 증가한다. $Ra = 10^3$ 일 때, \overline{Nu}_T 는 δ 가 커짐에 따라 급격히 증가한다. $Ra = 10^4$ 일 때 $\delta < 0$ 인 경우는 \overline{Nu}_T 가 δ 의 증가에 따라 매우 서서히 증가하지만, $\delta > 0$ 인 경우는 δ 가 증가하면 \overline{Nu}_T 가 급격히 증가한다. 또한 δ 가 증가함에 따라 원형 실린더 상부와 밀폐계 윗면 사이의 거리가 감소하면 $Ra = 10^3$ 일 때와 $Ra = 10^4$ 일 때의 \overline{Nu}_T 의 차이도 감소해 $\delta = 0.2, 0.25$ 일 때는 두 Ra 수에서의 \overline{Nu}_T 가 거의 비슷한 값을 가지는 것을 알 수 있다.

$Ra = 10^5$ 과 $Ra = 10^6$ 일 때, \overline{Nu}_T 는 2 차와 3 차 와에 의해 생성되는 새로운 플룸의 영향으로 변곡점을 가진다. Fig. 6(a-e)를 보면 $Ra = 10^5$ 일 때 조밀해진 열 경계층의 때문에 $-0.25 \leq \delta \leq -0.05$ 의 범위에서는 δ 가 증가함에 따라 \overline{Nu}_T 가 조금씩 증가하는 것을 알 수 있다. 하지만, δ 가 0 과 0.05 가 되면 Fig. 3(c)와 Fig. 6(f)에 보인 것처럼 원형 실린더 상부에 있는 상승하는 플룸이 약해지고,

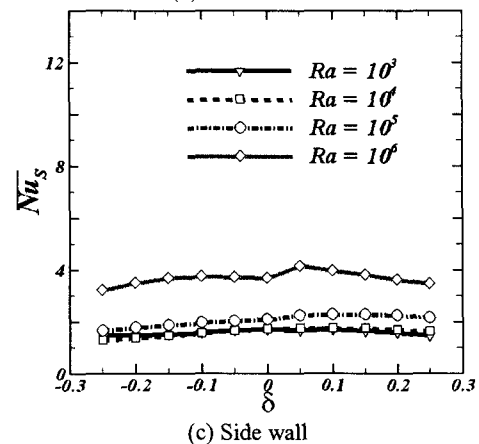
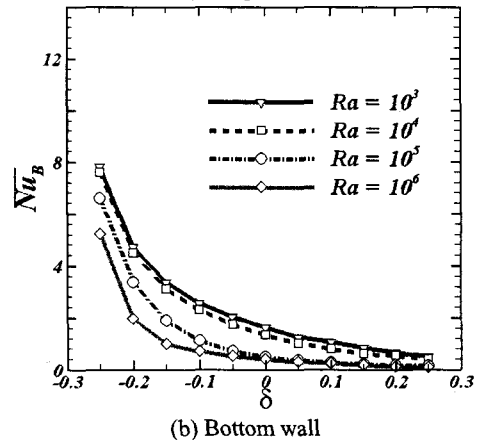
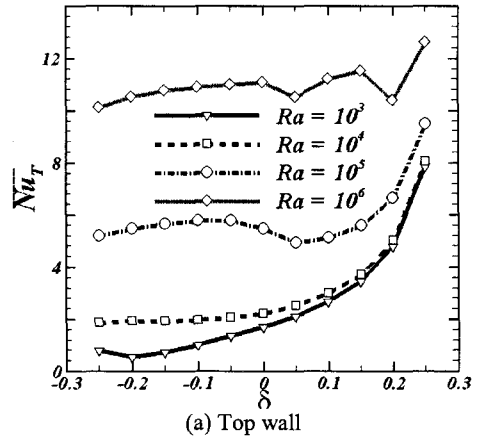


Fig. 8 Surface-averaged Nusselt number as a function of δ for four different Rayleigh number on each wall

2 차 와가 생기기 때문에 \overline{Nu}_T 는 약간 감소한다. δ 가 더 증가하면, 공간적인 제약에 의해 윗면 근처에 조밀한 열 경계층이 형성되어 \overline{Nu}_T 는 다시 증가한다.

$Ra = 10^6$ 일 때 δ 에 대한 \overline{Nu}_T 의 변화 경향은 전반적으로 $Ra = 10^5$ 일 때와 유사하다. δ 가 -0.25 부터 0 까지 증가하면 \overline{Nu}_T 는 조금씩 증가하다 $\delta = 0.05$ 에서 2 차 와의 영향으로 감소한다. 그리고 $0.05 \leq \delta \leq 0.15$ 에서는 공간적인 제약에 의한 조밀한 열 경계층의 영향으로 δ 가 증가함에 따라 \overline{Nu}_T 가 증가한다. $\delta = 0.2$ 가 되면 원형 실린더 상부에 존재하던 2 차 와와 새롭게 형성된 두 개의 3 차 와의 영향으로 \overline{Nu}_T 는 다시 감소하고, $\delta = 0.25$ 에서 조밀한 열 경계층의 영향으로 급격히 증가한다.

Fig. 8(b)에 밀폐계 바닥에서의 공간 평균 Nu 수, \overline{Nu}_b 를 각 Ra 수에 따라 δ 에 대한 함수로 나타내었다. \overline{Nu}_T 와는 반대로 \overline{Nu}_b 는 모든 δ 에 대해서 Ra 수가 증가하면 감소하는 경향을 보인다. 이는 Ra 수가 증가함에 따라 대류 유동이 활발해져 원형 실린더 하부와 밀폐계 바닥 사이에 정체 영역이 커지고 성층화가 이루어지기 때문 나타나는 현상이다. 일반적으로, 원형 실린더가 밀폐계 바닥 근처로 접근할 때, 줄어든 공간의 영향으로 조밀한 열 경계층이 형성되기 때문에 \overline{Nu}_b 는 큰 값을 가진다. 그리고 δ 가 -0.25 부터 0 까지 증가할 때는 \overline{Nu}_b 가 급격히 감소하고, 0 부터 0.25 까지 증가할 때는 천천히 감소하는 것을 알 수 있다.

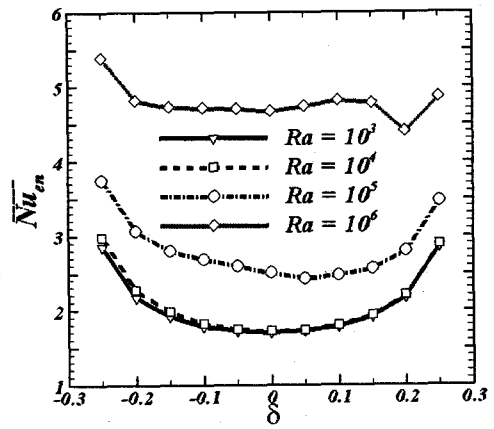
Fig. 8(c)는 밀폐계 양 옆면에서의 공간 평균 Nu 수, \overline{Nu}_s 를 보여주고 있다. 전반적으로 \overline{Nu}_s 는 Ra 수가 증가함에 따라 증가한다. 하지만, \overline{Nu}_T 나 \overline{Nu}_b 와 달리 δ 에 따른 변화가 상대적으로 작다는 것을 확인할 수가 있다.

Fig. 9(a)와 (b)에 각각 밀폐계 전 벽면에서의 평균 Nu 수, \overline{Nu}_{en} 과 원형 실린더 벽면의 평균 Nu 수, \overline{Nu}_c 를 각 Ra 수에 대해 δ 의 함수로 나타내었다.

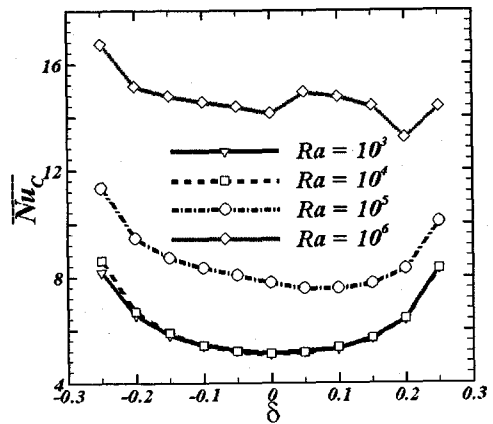
각 Ra 수에서 δ 에 무관하게 \overline{Nu}_c 는 \overline{Nu}_{en} 보다 크다. 이는 Fig. 3-7 에서 알 수 있듯이 원형 실린더 주위의 열 경계층이 밀폐계 각 벽면 근처의 열 경계층보다 조밀하기 때문에 나타나는 결과이다. 하지만 각 Ra 수에서 δ 에 따른 \overline{Nu}_c 와 \overline{Nu}_{en} 의 변화 경향은 유사하다.

각 Ra 수에서 δ 에 따른 \overline{Nu}_{en} 의 변화 경향은 Fig. 8(a), (b) 그리고 (c)에 보여준 \overline{Nu}_T , \overline{Nu}_b

그리고 \overline{Nu}_s 의 조합으로 쉽게 예측할 수 있다. 낮은 Ra 수 $Ra = 10^3$, $Ra = 10^4$ 에서 \overline{Nu}_{en} 은 아래로 볼록한 포물선 형태를 띄고 있다. $Ra = 10^5$ 일 때 $\delta = 0$ 을 기준으로 한 좌우 대칭이 깨어지고, 낮은 Ra 수일 때보다 증가한다. 또한 세 개의 플룸과 함께 두 개의 2 차 와가 생성되는 $\delta = 0.05$ 를 변곡점으로 가진다. $Ra = 10^6$ 일 때 δ 가 0 까지 증가하면 \overline{Nu}_{en} 는 감소하고, 세 개의 플룸과 함께 두 개의 2 차 와가 원형 실린더 상부에 형성되는 $\delta = 0.05$ 에서 \overline{Nu}_{en} 는 증가한다. δ 가 더 증가하면 \overline{Nu}_{en} 는 다섯 개의 플룸에 의해 두 개의 2 차 와와 두 개의 3 차 와가 형성되는 $\delta = 0.2$ 에서 최소값을 가질 때까지 감소하고, $\delta = 0.25$ 에서 \overline{Nu}_{en} 는 다시 증가한다. 여기서 새롭게 형성되는 플룸과 와가 온도 구배에 미치는 경향은 Fig. 8 에 대한 설명에서 이미 언급하였다.



(a) Outer square enclosure



(b) Inner circular cylinder

Fig. 9 Total surface-averaged Nusselt Number

4. 결론

본 연구에서는 뜨거운 원형 실린더가 존재하는 차가운 사각 밀폐계 내부의 자연대류 현상에 대한 수치해석을 수행하였다. 수치해석은 직교 좌표계에서 2 차 정확도의 유한 체적법에 기초하여 내부 실린더를 모사하기 위해 가상 경계 기법을 도입하였다. 선행 연구 결과들과 비교를 통해 본 연구에서 사용된 수치해석 기법의 타당성을 검증하였다.

궁극적으로, 내부의 뜨거운 원형 실린더의 위치가 차가운 밀폐계 내부의 유동과 열전달에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ 범위에서 연구를 수행하여 아래의 결론을 도출하였다.

(1) 본 연구에서 고려한 모든 Ra 수와 δ 에 대해 유동과 온도장은 원형 실린더를 지나는 수직 중심선을 기준으로 좌우 대칭 형태의 정상 상태를 보였다.

(2) 낮은 Ra 수들인 $Ra = 10^3$ 과 10^4 에서는, 두개의 내부 와로 형성된 1 차 와가 단일 내부 와로 형성 되어지는 1 차 와로 변형되는 임계 원형 실린더의 위치, δ 가 존재하였다.

(3) $Ra = 10^5$ 과 $Ra = 10^6$ 일 때는 원형 실린더의 위치에 관계없이 밀폐계 내부의 1 차 와는 하나의 내부 와만을 가진다. 또한, 높은 Ra 수에서 원형 실린더의 위치는 밀폐계 하부보다 상부의 유동과 열전달에 더 큰 영향을 미쳤다.

(4) 사각 밀폐계의 네 벽면 평균 Nu 값의 δ 에 따른 변화 경향은 내부 원형 실린더의 공간 평균 Nu 값과 유사한 경향을 보였다.

후 기

이 논문은 부산대학교 자유과제 학술연구비(2년)에 의하여 연구됨.

참고문헌

(1) Ha, M.Y., Kim, I.K., Yoon, H.S. and Lee, S.S., 2002, "Unsteady Fluid Flow and Temperature Fields in a Horizontal Enclosure with an Adiabatic Body," *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 9, pp. 3189~3202.

(2) Ha, M.Y., Yoon, H.S., Balachandar, S., Kim, I., Lee, J.R. and Chun, H.H., 2002, "Two-Dimensional and Unsteady Natural Convection in a Horizontal Enclosure with a Square Body," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 41, pp. 183~210.

(3) Lee, J.R. and Ha, M.Y., 2005, "A Numerical Study of Natural Convection in a Horizontal Enclosure with a Conducting Body," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 3308~3318.

(4) Lee, J.R. and Ha, M.Y., 2005, "Numerical Simulation of Natural Convection in Horizontal Enclosure with Heat-Generating Conducting Body," *Trans. of the KSME B*, Vol. 29, No. 4, pp. 441~452.

(5) Lee, J.R., Ha, M.Y., Balachandar, S., Yoon, H.S. and Lee, S.S., 2004, "Natural Convection in a Horizontal Layer of Fluid with a Periodic Array of Square Cylinders in the Interior," *Physics of Fluids*, Vol. 16, pp. 1273~1286.

(6) Hyun, J.M. and Lee, J.W., 1989, "Numerical Solutions for Transient Natural Convection in a Square Cavity with Different Sidewall Temperatures," *Int. J. Heat & Fluid Flow*, Vol. 10, pp. 146~151.

(7) Misra, D. and Sarkar, A., 1997, "Finite Element Analysis of Conjugate Natural Convection in a Square Enclosure with a Conducting Vertical Wall," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 141, pp. 205~219.

(8) Wright, J.L., Jin, H., Hollands, K.G.T. and Naylor, D., 2006, "Flow Visualization of Natural Convection in a Tall, Air-Filled Vertical Cavity," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 889~904.

(9) McBain, G.D., 1997, "Natural Convection with Unsaturated Humid Air in Vertical Cavities," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 3005~3012.

(10) Jami, M., Mezhab, A., Bouzidi, M. and Lallemand, P., 2006, "Lattice Boltzmann Method Applied to the Laminar Natural Convection in an Enclosure with a Heat-Generating Cylinder Conducting Body," *Int. J. Thermal Sci.*, Available online.

(11) Ha, M.Y. and Jung, M.J., 2000, "A Numerical Study on Three-Dimensional Conjugate Heat Transfer of Natural Convection and Conduction in a Differentially Heated Cubic Enclosure with a Heat-Generating Cubic Conducting Body," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 4229~4248.

- (12) Asan, H., 2000, "Natural Convection in an Annulus Between Two Isothermal Concentric Square Ducts," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 367~376.
- (13) Kumar De, A. and Dalal, A., 2006, "A Numerical Study of Natural Convection Around a Square, Horizontal, Heated Cylinder Placed in an Enclosure," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Available online.
- (14) Ghaddar, N.K., 1992, "Natural Convection Heat Transfer Between a Uniformly Heated Cylindrical Element and Its Rectangular Enclosure," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 2327~2334.
- (15) Cesini, G., Paroncini, M., Cortella, G. and Manzan, M., 1999, "Natural Convection from a Horizontal Cylinder in a Rectangular Cavity," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 1801~1811.
- (16) Moukalled, F. and Acharya, S., 1996, "Natural Convection in the Annulus Between Concentric Horizontal Circular and Square Cylinders," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 10, No. 3, pp. 524~531.
- (17) Shu, C. and Zhu, Y.D., 2002, "Efficient Computation of Natural Convection in a Concentric Annulus Between an Outer Square Cylinder and an Inner Circular Cylinder," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 38, pp. 429~445.
- (18) Shu, C., Xue, H. and Zhu, Y. D., 2000, "Numerical Study of Natural Convection in an Eccentric Annulus Between a Square Outer Cylinder and a Circular Inner Cylinder Using DQ Method," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 3321~3333.
- (19) Kim, J. and Moin, P., 1985, "Application of a Fractional Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations," *J. Comp. Physics*, Vol. 59, pp. 308~323.
- (20) Zang, Y., Street, R.L. and Koseff, J.R., 1994, "A Non-Staggered Grid, Fractional Step Method for Time-Dependent Incompressible Navier-Stokes Equations in Curvilinear Coordinates," *J. Comp. Physics*, Vol. 114, pp. 18~33.
- (21) Kim, J.W., Kim, D.J. and Choi, H.C., 2001, "An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries," *J. Comp. Physics*, Vol. 171, pp. 132~150.
- (22) Kim, J.W. and Choi, H.C., 2004, "An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulation of Heat Transfer in Complex Geometries," *KSME Int. J.*, Vol. 18, No. 6, pp. 1026~1035.