

유역 및 기상상태를 고려한 Clark 단위도의 매개변수 평가: 2. 매개변수의 변동성 추정

Evaluation of the Clark Unit Hydrograph Parameters Depending on Basin and Meteorological Condition:

2. Estimation of Parameter Variability

유철상* / 이지호** / 김기욱***

Yoo, Chulsang / Lee, Ji Ho / Kim, Kee Wook

Abstract

In this study, as a method for decreasing the confidence interval of the estimates of Clark hydrograph's concentration time and storage coefficient, regression equations of these parameters with respect to those of rainfall, meteorology, and basin characteristics are derived and analyzed using the Monte Carlo simulation technique. The results are also reviewed by comparing them with those derived by applying the Bootstrap technique and empirical equations. Results derived from this research are summarized as follows. (1) Even in case of limited rainfall events are available, it is possible to estimate the mean runoff characteristics by considering the affecting factors to runoff characteristics. (2) It is also possible to use the Monte Carlo simulation technique for estimating and evaluating the confidence intervals for concentration time and storage coefficient. The confidence intervals estimated in this study were found much narrower than those of Yoo et al. (2006). (3) A supporting result could also be derived using the Bootstrap technique. However, at least 20 independent rainfall events are necessary to get a rather significant result for concentration time and storage coefficient. (4) No empirical equations are found to be properly applicable for the study basin. However, empirical equations like the Kraven(I) and Kraven(II) are found valid for the estimation of concentration time, on the other hand the Linsley is found valid for the storage coefficient in this study basin. But users of these empirical formula should be careful as these also provide a wide range of possible values.

keywords : Clark Unit Hydrograph, Multivariate Regression Analysis, Monte Carlo Simulation, Bootstrap

요 지

본 연구에서는 Clark 합성단위도의 매개변수 추정치에 대한 신뢰구간을 좁힐 수 있는 방안으로, 이들을 강우, 기

* 고려대학교 공과대학 사회환경시스템공학과 교수
Pfor., Dept. of Civil & Environmental System Engrg., Korea Univ., Seoul 136-713, Korea
(e-mail: envchul@korea.ac.kr)

** 고려대학교 사회환경시스템공학과 석사과정
Graduate Student, Dept. of Civil & Environmental System Engrg., Korea Univ., Seoul 136-713, Korea
(e-mail: kjihito@korea.ac.kr)

*** 고려대학교 사회환경시스템공학과 박사수료
Doctoral Student, Dept. of Civil & Environmental System Engrg., Korea Univ., Seoul 136-713, Korea
(e-mail: kkw5287@korea.ac.kr)

상, 및 유역 특성인자로 다변량 회귀분석한 후 이를 Monte Carlo 모의기법을 통하여 분석하였다. 아울러 이렇게 얻은 결과는 Bootstrap 기법으로 분석한 결과 및 기존에 많이 사용되어 왔던 경험식과도 비교 검토하였다. 이상과 같은 과정을 통해 얻은 결과는 다음과 같다. (1) 관측된 호우사상의 수가 제한적인 경우, 유출특성에 미치는 인자들을 복합적으로 고려하여 유역의 평균유출특성을 추정하는 것이 가능하다. (2) Monte Carlo 모의기법을 적용하여 추정된 집중시간 및 저류상수의 신뢰도 평가가 가능하다. 이렇게 추정한 신뢰구간은 유철상 등(2006)에서의 신뢰구간에 비해 훨씬 좁은 것으로 파악되었다. (3) Bootstrap을 통한 관측자료의 분석에서도 위의 결과를 지지하는 결론을 얻을 수 있었다. 그러나 어느 정도 신뢰도 있는 집중시간 및 저류상수의 추정을 위해서는 최소 20개 정도 이상의 독립된 호우사상이 필요할 것으로 파악되었다. (4) 기존의 경험공식과의 비교에서는 어떤 공식도 본 유역의 유출특성을 잘 대변하지는 못하는 것으로 파악되었다. 그러나 집중시간의 경우 Kraven(I)과 Kraven(II)이 저류상수의 경우 Linsley 공식이 유사한 값을 주는 것으로 나타났다. 그러나 이 값 역시 상한과 하한의 범위에 크므로 사용 시 주의할 필요가 있음을 파악할 수 있었다.

핵심용어 : Clark 단위도법, 다변량 회귀분석, Monte Carlo 모의기법, Bootstrap

1. 서론

합성단위도법(Synthetic Unit Hydrograph)의 하나인 Clark 단위도법은 매개변수인 집중시간과 저류상수의 추정이 간단하지 않다. 이는 매개변수의 추정에 필요한 관측자료의 부정확에서도 원인을 찾을 수 있지만, 실무자의 주관이 개입되어 분석자마다 다른 매개변수를 추정하는 등 높은 불확실성을 가지고 있기 때문이기도 하다(성기원, 2003). 이로 인해 각종 수공구조물의 설계에 홍수량이 과소 또는 과대 추정되는 일이 많이 발생하고 있을 것으로 추정되며, 이는 곧바로 국가경제 및 치수안정성에 직접적인 영향을 주어 사회 경제적으로 큰 손실을 야기할 수 있는 것으로 판단된다(정성원, 2005).

유철상 등(2006)의 연구에서는 이미 이 문제와 관련하여 Clark 단위도 매개변수의 추정방법을 검토하고, 아울러 관련된 기존 연구성과를 평가하여 유역을 대표하는 매개변수의 결정과정에 대한 문제점을 파악한 바 있다. 또한 강우-유출과정에 영향을 미치는 유역 및 기상 특성인자들을 확률밀도함수를 적용하여 정량화하였고, 평균적인 특성의 강우-유출 사상을 선정하였으며, 마지막으로 이들 사상을 이용하여 강우-유출과정의 평균적인 특성 및 그 불확실성을 추정한 바 있다. 그러나 결론으로 유도된 것은 관측자료를 근거로 한 유역대표 유출특성(즉, 집중시간 및 저류상수)의 결정에는 관측 강우-유출사상의 수가 어느 정도 확보되더라도 여전히 높은 불확실성을 피하기 힘들다는 것이다. 즉, 유철상 등(2006)의 연구 결과를 보면 대상유역인 평창강 유역 방림지점에 대한 집중시간의 평균 추정치는 대략 7시간 정도로 나타났으나 그 신뢰구간은 2 - 40시간 정도로

불확실성이 너무 크다. 반대로 저류상수의 경우 도달시간보다는 불확실성이 상대적으로 작기는 하나 역시 평균 추정치로 22시간 정도에 그 신뢰구간이 10 - 40시간 정도로 여전히 크다.

본 연구에서는 이에 대한 보완 방안으로, 즉, 신뢰구간을 좁힐 수 있는 방안으로, 집중시간 및 도달시간을 강우, 기상, 및 유역 특성인자로 다변량 회귀분석하여 이를 Monte Carlo 모의기법을 통하여 분석하는 방안과 관측된 집중시간 및 저류상수를 Bootstrap 기법으로 처리하여 분석하는 방안 등을 비교·평가해 보았다. 참고로 본 연구에서의 회귀분석은 주어진 하나의 유역에 대한 매개변수의 대표값 및 신뢰도를 평가하는 것이 목적이며, 지형인자를 이용한 미계측 유역에서의 매개변수 추정과는 다른 개념이다.

먼저, Monte Carlo 모의기법의 경우는 종속변수에 대한 회귀식 및 각 독립변수에 대한 확률밀도함수가 주어지므로 종속변수에 대한 확률밀도함수의 추정 및 그 평가가 가능한 방법이다. 반면에 Bootstrap 기법의 경우는 관측된 종속변수에 대해 재추출(resampling) 기법을 통해 그 신뢰구간을 추정하는 방법이다. 본 연구에서는 두 방법을 각각 적용하여 그 결과를 비교·평가하고자 하며, 아울러 이 결과를 바탕으로 한정된 관측자료만이 가용한 경우 매개변수 추정의 한계 등에 대해 검토해 보고자 한다.

2. 유역 및 기상특성과 유출특성의 회귀분석

2.1 다중공선성 검토

회귀분석에서 적용되는 중요한 전제조건 중의 하나는 독립변수들이 상호 밀접하게 연관되어 있지 않다는

것이다. 일반적으로 회귀계수를 이용하여 특정 독립변수가 다른 모든 독립변수의 값을 불변으로 고정시킨 상태에서 종속변수에 미치는 독자적인 영향력을 측정한다. 그러나 만약 독립변수들 간에 매우 강한 선형관계(linear relationship)가 존재하는 경우 회귀계수의 통상적인 해석은 심각한 문제를 발생시킨다. 독립변수들 간에 선형관계가 전혀 없을 때, 즉 완전한 직교성(orthogonality)을 지니는 경우는 매우 드물지만, 존재한다 하더라도 대부분은 분석결과 심각한 영향을 미치지 않는다. 그러나 특정 독립변수가 다른 독립변수와 매우 강한 비직교성(non-orthogonality)을 지닐 경우 공선성(collinearity)이 발생한다(김두섭과 강남준, 2000).

회귀변수들간의 공선성이 존재하는지를 판단하는 간단한 방법은 분산팽창계수(Variance Inflation Factor : VIF)와 허용도(tolerance)를 검토하는 것이다. 주어진 모형에서 독립변수들에 대한 회귀계수가 최소제곱법에 의하여 잘 추정되었는지 또는 변수의 변환을 요구하는지를 알아보기 위한 회귀계수들의 분산팽창계수는 다음과 같이 정의된다.

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2} \quad (1)$$

여기서 R_i^2 은 변수 X_i 이외의 변수를 독립변수로 하고 변수 X_i 를 종속변수로 하는 회귀분석모형에서 결정계수를 의미한다. 또한 허용도는 분산팽창계수의 역수로 다음과 같이 정의된다.

$$TOL_i = \frac{1}{VIF_i} \quad (2)$$

허용도는 추정량에 대하여 허용할 수 있는 한계를 제시하여 준다. 일반적인 분석법칙에 따르면 i 번째 회귀계수의 분산팽창계수가 10보다 크면 최소제곱법에 의한 이 계수의 추정량은 좋지 않고 따라서 독립변수들 간의 다중공선성이 발생한다고 판정한다(홍종선, 2000).

공선성을 판단할 수 있는 다른 방법으로는 고유값(eigenvalue), 조건지표(condition index)이용하는 것이다. 고유값은 절편을 0으로 놓고, 설명변수 x_i 들을 모두 표준화하여 만든 설계행렬(design matrix)을 X^* 라고 할 때 X^*X^* 의 고유값의 합은 p 가 되는데 어떤 고유값이 평균 크기인 1에 비해 심각하게 작을 경우에는 다중공선성의 문제가 있다고 판정한다(송문섭과 조신섭, 2002). 조건지표는 $\eta_i = (X^*X^*)$ 의 최대고유값/ i 번째 고유

값) $1/2$ 이며 이 값이 클수록 다중공선성이 있음을 나타내며, 조건지표 중에서 최대값을 조건수라고 한다. 고유값이 0.01보다 작거나 조건지표가 100이상인 경우에 다중공선성을 갖는 것으로 판단한다.

본 연구에서는 Clark의 매개변수인 집중시간(T_c)과 저류상수(K)를 11개의 영향인자(독립변수)에 대해 회귀분석을 실시하기에 앞서 독립변수들 간의 공선성을 검토하였다. 고려한 독립변수들은 강우지속시간(R_D), 총강우(R_T), 최대강우강도(R_{MI}), 평균 강우강도(R_{AI}), 선행5일강우(P_5), 온도(T), 풍속(W), 풍향(D), 운량(C), 일조시간(S), 식생상태(J_D) 등이다. 그러나 이들 독립변수들은 각각 다른 크기를 가지고 있으며 표현 방법도 상이하다. 따라서 이들 사이의 객관적인 관계 파악을 위해서는 각 변수를 정규화할 필요가 있다. 대부분의 변수들의 경우는 관측된 최대값으로 나누어 0~1사이로 정규화를 수행하였다. 그러나 선행5일강우와 일조시간은 관측된 값이 0을 포함하고 있으므로 향후 비선형회귀분석 시 대수(log)를 취하여 선형화 하는데 문제가 있으므로 0.1을 더한 후 이를 최대값으로 나누어 0~1 사이로 정규화되도록 하였다. 아울러 풍향과 식생의 경우 방향성을 가지고 있어 cosine을 취하여 정규화하였다. 전자의 경우 북쪽을 중심으로(0° 또는 360°) 시계방향을 가정하였고 이를 $(\cos\theta + 1)/2$ 취하여 0~1 사이로 정규화하였다. 식생의 경우는 7월 15일 정도에 최대값을 가지도록 Julian Day를 이용하여 $[\cos((J_D - 15)/365) \times 360^\circ + 1]/2$ 로 정규화하여 이용하였다.

Table 1은 본 연구에서 독립변수들에 대한 다중공선성 판단 결과이다. 기초 통계량인 VIF와 허용도를 살펴보면 강우지속시간, 총 강우, 평균 강우강도가 공선성을 보이고 조건지표 또한 260으로 심각한 공선성을 나타낸다.

이와 같은 다중공선성을 해결하는 방법에는 표본의 크기를 증가 시키는 방법, 다중공선성이 있는 변수를 제거하는 방법 또는 능형회귀분석(ridge regression)이나 주성분회귀분석(principle component regression analysis)을 이용하는 방법 등이 있으나 본 논문에서는 변수제거법을 사용하였다. 공선성을 발생시키는 변수 즉 강우지속시간, 총 강우, 평균 강우강도 중에서 강우지속시간 및 평균 강우강도를 제외시킨 후 총 강우만을 고려하여 공선성 검토를 시행하였다. 강우지속시간 및 평균 강우강도를 제외한 이유는 이들 두 변수의 곱이 총강우량을 나타내므로 총강우량에 비해 설명력이 떨어진다고 판단했기 때문이다. Table 2의 공선성 검토결과

Table 1. Test statistics of collinearity for independent variables

NO.	Eigen value	Condition index	Intercept	Variance Ratio												
				R_D	R_T	R_{MI}	R_{AI}	P_5	T	W	D	C	S	J_D		
1	9.513	1.000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005	0.0000	0.0007	0.0013	0.0009	0.0020	0.0014	0.0004	0.0014		
2	0.809	3.428	0.0000	0.0000	0.0000	0.0013	0.0000	0.0016	0.0781	0.0053	0.0085	0.1583	0.0034	0.0100		
3	0.493	4.395	0.0000	0.0000	0.0000	0.0026	0.0000	0.0000	0.0834	0.0001	0.1136	0.2077	0.0022	0.0651		
4	0.390	4.941	0.0000	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0781	0.0029	0.3902	0.0059	0.0028	0.0209		
5	0.278	5.854	0.0000	0.0004	0.0000	0.0341	0.0010	0.0012	0.0136	0.0132	0.0700	0.0201	0.0003	0.0049		
6	0.191	7.052	0.0001	0.0004	0.0008	0.0034	0.0000	0.0218	0.0019	0.1244	0.1066	0.0006	0.0231	0.0002		
7	0.135	8.400	0.0000	0.0000	0.0002	0.0008	0.0002	0.0011	0.1906	0.0879	0.0343	0.0782	0.0001	0.6874		
8	0.083	10.684	0.0001	0.0000	0.0001	0.0962	0.0004	0.4545	0.1472	0.0209	0.0027	0.0005	0.0654	0.0027		
9	0.058	12.779	0.0007	0.0000	0.0001	0.0372	0.0001	0.0429	0.2203	0.5971	0.0029	0.2943	0.2366	0.1177		
10	0.034	16.722	0.0001	0.0000	0.0008	0.7927	0.0020	0.3286	0.1794	0.0070	0.2144	0.0379	0.1350	0.0869		
11	0.016	24.096	0.0271	0.0013	0.0032	0.0279	0.0003	0.1470	0.0002	0.0961	0.0537	0.1952	0.4753	0.0026		
12	0.000	257.588	0.9719	0.9977	0.9947	0.0032	0.9959	0.0007	0.0059	0.0442	0.0012	0.0001	0.0554	0.0002		
Tolerance						0.0026	0.0032	0.3416	0.0036	0.6808	0.4429	0.6840	0.7503	0.4824	0.4346	0.6579
VIF				0.0000	390.9057	313.7822	2.9278	275.8064	1.4689	2.2578	1.4619	1.3328	2.0728	2.3009	1.5200	

Table 2. Test of collinearity after removing the variables of inducing collinearity (consideration of total rainfall)

NO.	Eigen value	Condition index	Intercept	Variance Ratio										
				R_T	R_{MI}	P_5	T	W	D	C	S	J_D		
1	7.837	1.000	0.000307	0.0016	0.0012	0.0011	0.0021	0.0014	0.0034	0.0021	0.0007	0.0021	0.0021	
2	0.796	3.138	1.69E-08	0.0001	0.0024	0.0018	0.0891	0.0060	0.0073	0.1643	0.0037	0.0105	0.0105	
3	0.492	3.990	7.02E-05	0.0007	0.0041	5.3E-08	0.0940	0.0001	0.1169	0.2080	0.0024	0.0665	0.0665	
4	0.357	4.688	0.000238	0.0170	0.0067	0.0001	0.0752	0.0036	0.5737	0.0120	0.0058	0.0327	0.0327	
5	0.187	6.480	0.00326	0.1590	0.0705	0.0151	0.0008	0.1775	0.0319	0.0013	0.0220	0.0521	0.0521	
6	0.123	7.977	0.000448	0.1995	0.0128	0.0062	0.2789	0.0530	0.0648	0.0723	0.0028	0.6299	0.6299	
7	0.087	9.511	0.00123	0.2608	0.2183	0.3482	0.1153	0.0139	0.0008	0.0016	0.0510	1.0E-05	1.0E-05	
8	0.059	11.574	0.01479	0.0025	0.1112	0.1184	0.2204	0.6311	0.0025	0.2883	0.2034	0.0986	0.0986	
9	0.048	12.770	0.0059	0.3235	0.5643	0.4259	0.1187	0.0026	0.0721	0.0257	0.1670	0.1069	0.1069	
10	0.015	22.656	0.97376	0.0352	0.0086	0.0832	0.0056	0.1109	0.1267	0.2246	0.5414	0.0007	0.0007	
Tolerance						0.6978	0.5130	0.7436	0.4756	0.7211	0.8194	0.4835	0.4677	0.6644
VIF				0	1.4332	1.9494	1.3448	2.1028	1.3868	1.2204	2.0682	2.1382	1.5051	

에서 살펴볼 수 있듯이 모든 고유값이 0.01보다 크고 조건지표도 100이하로 다중공선성이 제거되었음을 확인할 수 있다. 기초 통계량인 VIF를 살펴보다라도 각 계수가 10보다 작으므로 다중공선성이 제거되었고 볼 수 있다.

2.2 회귀분석

공선성을 제거한 독립변수들을 이용하여 최적의 회귀모형을 결정하는 방법으로는 R^2 선택법, 전진선택방법(forward selection method), 후진선택방법(backward selection method), 단계식선택방법(stepwise selection method), 수정결정계수(adjusted R^2), 맬로우의 C_p 통계량(Mallow's C_p statistics), AIC(Akaike Information

Criterion) 등이 있다. 본 논문에서는 단계식선택방법 및 맬로우의 C_p 통계량을 이용하여 최적의 회귀모형을 결정하였다.

단계식 선택방법은 전진선택방법과 후진선택방법을 보완하기 위한 방법으로 전진선택방법과 동일하게 새로이 첨가할 변수를 선정하고 선정된 후 회귀 모형식에 있는 모든 독립변수들의 회귀계수를 검정하여 유의하지 못한 회귀계수를 갖는 변수를 제거하고 다시 전단계로 되돌아가 분석을 실시하는 방법이다(김중섭, 2003). 이 방법은 변수 증가법이나 변수감소법에서 변수를 추가 또는 감소시킬 때에 변수들 간의 상관성 때문에 결정계수가 낮아지는 경향을 보완하기 위하여 부분 상관계수(partial correlation coefficient)을 고려하여 변수를 선정

하는 방법이다(이성철과 박양규, 1999).

일반적으로 회귀분석 시 나타나는 오차는 잔차에 의한 부분과 회귀직선에 의한 부분의 합으로 이루어지며, 따라서 총 편차의 제곱합인 총제곱합은 회귀모형의 편차에 대한 회귀제곱합과 잔차에 의한 잔차제곱합의 합으로 표현된다. 여기서 총 제곱합 중 회귀제곱합이 차지하는 비율을 회귀직선의 기여율 또는 결정계수라고 부르며, 이 값이 1에 가까울수록 점들이 회귀직선 주위에 밀집되어 나타나므로 회귀에 의한 설명이 잘됨을 의미한다. 그러나 결정계수를 이용하여 최적의 모형을 찾는다면 변수가 추가될 때마다 결정계수 값이 커지는 특성 때문에 완전모형(full model)이 선택될 것이다. 따라서 이러한 축소된 모형이 적절하게 선택할 수 있는 방법 중 하나가 맬로우의 C_p 통계량을 이용하는 것이다. 이때 축소된 모형의 적절성에 대한 근거는 축소모형에 의한 추정값의 기대값과 최상의 모형에 의한 추정값의 기대값의 차이(즉, 편차(bias))가 최소가 된다는 것이다. 맬로우의 C_p 통계량에 대한 정의는 다음과 같다.

$$C_p = \frac{SSE_p}{MSE_{k+1}} - [n - 2p] \quad (3)$$

여기서 n 은 표본수, k 는 완전모형에서 총 독립변수의 수, p 는 축소된 모형에서의 회귀모수의 수, SSE_p 는 축소된 모형에서의 잔차의 제곱합, 아울러 MSE_{k+1} 는 완전모형에서 잔차의 제곱평균으로 모분산의 추정량이 된다. 일반적으로는 C_p 가 가장 작은 값에서 회귀모형을 결정하게 되면 가장 바람직한 회귀모형이 된다고 판단한다(이성철과 박양규, 1999). 이는 모형의 복잡성과 정확성의 절충이라 할 수 있다. 그러나 C_p 통계량 값이 p 에 가까우면, 축소된 모형은 모든 독립변수가 포함된 회귀모형만큼 평균 반응량을 예측하는 데 매우 적절한

모형이 된다. 일반적으로 C_p 값이 p 와 거의 같은 모형을 최고라고 판단하며, C_p 가 p 와 유사한 경우가 많으면 가끔씩 p 가 작은 모형을 선택해야 한다(성내경, 1996).

본 연구에서는 Eq. (4)와 같은 비선형 회귀식을 가정하였고, 이 모형의 양변에 대수(log)를 취하여 선형화한 후(Eqs. (5) and (6)) 선형회귀분석을 수행하는 방식을 취하였다.

$$Y = \alpha X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} \dots \quad (4)$$

$$\log Y = \log \alpha + \beta_1 \log X_1 + \beta_2 \log X_2 + \beta_3 \log X_3 + \dots \quad (5)$$

$$Y' = \alpha' + \beta_1 X_1' + \beta_2 X_2' + \beta_3 X_3' + \dots \quad (6)$$

다음 Tables 3 and 4는 집중시간 및 저류상수의 각 인자별 다중회귀분석 결과를 나타낸 것이다. 집중시간 T_c 의 경우 단계식 선택방법의 경우 2변수 모형이었고 이때 선정된 독립변수는 총강우 및 최대강우강도로 나타났다. 그러나 저류상수 K 의 경우는 4변수 모형으로 파악되었으며, 이때 선정된 독립변수는 총강우, 최대강우강도, 식생, 풍속으로 나타났다. 이들 모형의 경우에 C_p 값도 가장 작은 것으로 나타났다. 반면에 모형의 독립변수 개수(p)와 맬로우의 C_p 값이 거의 같은 경우는 집중시간 T_c 및 저류상수 K 모두 변수가 8개인 경우로 파악되었다.

먼저 단계식 선택방법의 경우(C_p 가 가장 작은 경우)에 집중시간 T_c 와 저류상수 K 의 회귀식은 각각 다음과 같고 이때 R^2 는 각각 0.254, 0.404로 나타났다.

$$T_c = 737.87 R_T^{-0.719} R_{MI}^{-0.759} \quad (7)$$

Table 3. Regression results of concentration time T_c

No.	R^2	C_p	RMSE	F Value	Pr > F	Variables
1	0.195	1.048	1.101	13.06	0.00	R_T
2	0.254	-0.825	1.070	4.17	0.05	R_T, R_{MI}
3	0.273	-0.112	1.066	1.40	0.24	R_T, R_{MI}, T
4	0.291	0.689	1.063	1.31	0.26	R_T, R_{MI}, T, J_D
5	0.296	2.379	1.070	4.20	0.00	R_T, R_{MI}, T, J_D, W
6	0.299	4.179	1.079	3.48	0.01	$R_T, R_{MI}, T, J_D, W, C$
7	0.301	6.029	1.088	2.96	0.01	$R_T, R_{MI}, T, J_D, W, C, S$
8	0.302	8.011	1.099	2.54	0.02	$R_T, R_{MI}, T, J_D, W, C, S, P_5$
9	0.302	10.000	1.111	2.21	0.04	$R_T, R_{MI}, T, J_D, W, C, S, P_5, D$

Table 4. Regression results of storage coefficient K

No.	R^2	C_p	RMSE	F Value	Pr > F	Variables
1	0.262	8.446	0.361	19.16	<.0001	R_T
2	0.321	5.595	0.349	4.62	0.0361	R_T, J_D
3	0.366	3.940	0.341	3.66	0.0613	R_T, J_D, R_{MI}
4	0.404	2.775	0.334	3.31	0.0748	R_T, J_D, R_{MI}, W
5	0.419	3.563	0.333	1.27	0.2643	R_T, J_D, R_{MI}, W, P_5
6	0.425	5.084	0.334	0.5	0.4835	$R_T, J_D, R_{MI}, W, P_5, T$
7	0.430	6.661	0.336	5.18	0.0002	$R_T, J_D, R_{MI}, W, T, C, S$
8	0.438	8.024	0.338	4.58	0.0004	$R_T, J_D, R_{MI}, W, P_5, T, S, C$
9	0.438	10.000	0.341	3.99	0.0008	$R_T, J_D, R_{MI}, W, P_5, T, S, C, D$

$$K = 202.924R_T^{-0.341}R_{MI}^{-0.271}W^{-0.147} \quad (8)$$

$$\{(\cos(J_D - 15) * 360/365) + 1\}^{0.044}$$

또한 멜로우의 C_p 가 독립변수의 개수 p 와 가장 유사한 경우에 대한 집중시간 T_c 와 저류상수 K 의 회귀식은 다음과 같고 이때 각각의 R^2 는 0.302, 0.438로 나타났다.

$$T_c = 1.166R_T^{-0.710}R_{MI}^{-1.065}(P_5/175 + 0.1)^{0.033}$$

$$T^{1.435}W^{-0.219}C^{1.487}(S/8.6 + 0.1)^{0.107}$$

$$\{(\cos((J_D - 15) * 360/365) + 1\}^{0.077} \quad (9)$$

$$K = 121.114R_T^{-0.372}R_{MI}^{-0.190}(P_5/175 + 0.1)^{-0.060}$$

$$T^{-0.350}W^{-0.185}C^{0.684}(S/8.6 + 0.1)^{0.079}$$

$$\{(\cos((J_D - 15) * 360/365) + 1\}^{0.031} \quad (10)$$

Fig. 1은 관측된 T_c 와 K 가 회귀식으로 추정된 값들을 산포도로 나타낸 것이다. 이 그림에서도 고려되는 독립변수의 수가 많은 경우가 그렇지 못한 경우에 비해 45°선에 보다 밀집된 특성을 보임을 확인할 수 있다. 특히 집중시간 T_c 의 경우에 있어서는 상대적으로 과대 추정된 것으로 보이는 관측값들이 결정계수를 크게 낮추고 있음을 확인할 수 있다.

3. 유역의 저류상수 및 집중시간의 신뢰구간 추정

강우-유출과정의 비선형성 및 복잡성으로 인해 유역

의 저류상수 및 집중시간을 추정하는 것은 단순한 일이 아니며, 따라서 보다 신뢰도 있는 장기간의 강우-유출 기록이 필수적이다. 그렇지 못한 경우 해석결과의 불확실성이 급격히 커질 수밖에 없다. 우리나라의 경우에는 관측자료 자체의 신뢰성 문제뿐만 아니라 자료관측의 기간도 짧은 문제점이 있는 것이 사실이며, 따라서 수공구조물의 설계 등 강우-유출해석이 관련된 많은 부분에서 다양한 불확실성이 제기되는 것은 어쩔 수 없는 일이기도 하다. 그러나 만일 이를 정량적으로 제시할 수 있다면 관련된 혼란이 상당부분 해소될 수 있을 것이며, 또한 그 대책도 적절한 방향성을 가지고 마련될 수 있을 것이다.

유철상 등(2006)은 평창강유역의 방림지점을 대상으로 56개의 강우사상으로부터 유역의 집중시간과 저류상수를 추정한 바 있다. 그 결과 집중시간은 0.1 - 50 hr의 범위의 값을, 저류상수는 7.7 - 41 hr의 범위의 값을 가지는 것으로 나타났다. 이러한 넓은 범위는 기본적으로 유역의 대표값을 결정하는데 어려움을 주며 기존의 많은 연구에서 유사한 문제가 발생한 바 있다(이순혁, 1996; 전민우, 2005; 정성원, 2005). 이러한 문제는 강우사상으로부터 얻어진 집중시간과 저류상수에 대한 적절한 신뢰구간을 추정함으로써 어느 정도 해결 가능하며 본 연구에서는 먼저 전장에서 추정된 회귀식을 Monte Carlo 모의기법에 적용하여 신뢰구간을 추정해 보고자 한다.

Monte Carlo 모의기법이란 입력변수에 대한 반복적인 통계학적 샘플링을 통해 다양한 수학적 문제들에 대한 근사해를 얻어내는 방법이다(Fishman, 1996). Monte Carlo 모의기법은 이미 알고 있는 확률분포로부터 많은 양의 자료를 생성하거나 복합적인 수자원시스템의 확률적 거동을 연구하는데 많이 사용되고 있다(Haan, 1979). 본 절에서는 전장에서 구한 회귀식을 Monte Carlo 모의기법에 적용하여 유역의 집중시간과 저류상수 및 그

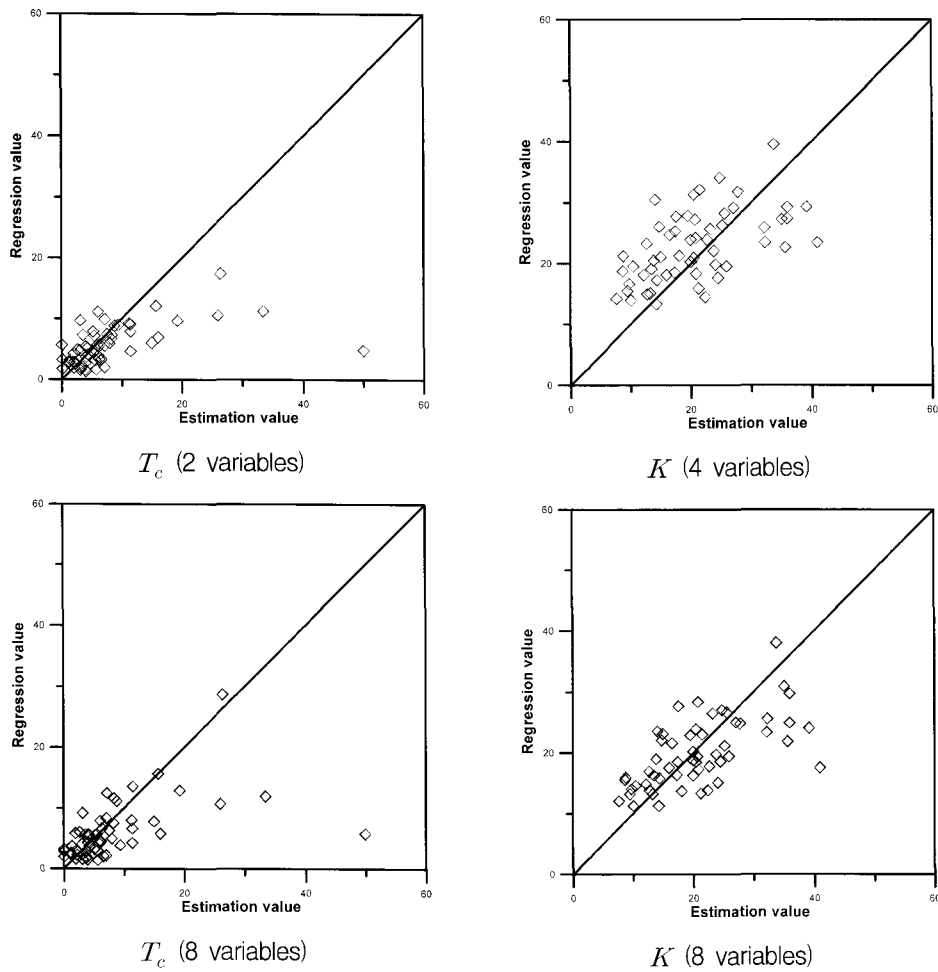


Fig. 1. Scatter plots of estimated and measured T_c and K

신뢰구간을 추정하였다. 그 과정은 다음과 같다.

- 1) 회귀식에서 고려된 인자들에 대하여 확률밀도함수를 추정한다.
- 2) 유역의 여러 인자(독립변수)들을 이용하여 집중시간과 저류상수에 대한 회귀식을 추정한다.
- 3) 추정된 확률밀도함수를 이용하여 무작위수를 얻어낸다.
- 4) 3)에서 얻어진 무작위수를 회귀식에 대입하여 집중시간과 저류상수를 얻어낸다.
- 5) 4)에서 얻어진 집중시간과 저류상수 값을 이용하여 그 신뢰구간을 추정한다.

본 연구에서 유도한 집중시간 T_c 및 저류상수 K 의 회귀식은 중심극한정리(central limit theorem)에 따라 각각 대수정규분포를 따르게 되고, 따라서 $\log T_c$, $\log K$ 는 정규분포를 따르게 된다(Haan, 1979). 즉, $\log T_c$, $\log K$ 의 95% 신뢰구간을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$CI(\log T_c) = \mu_{\log T_c} \pm 1.96\sigma_{\log T_c} \quad (17)$$

$$CI(\log K) = \mu_{\log K} \pm 1.96\sigma_{\log K} \quad (18)$$

이를 T_c 및 K 에 대한 신뢰구간으로 변환하면 다음과 같다.

$$T_c = \exp(\mu_{\log T_c} - 1.96\sigma_{\log T_c}) \quad (19)$$

$$\sim \exp(\mu_{\log T_c} + 1.96\sigma_{\log T_c})$$

$$K = \exp(\mu_{\log K} - 1.96\sigma_{\log K}) \quad (20)$$

$$\sim \exp(\mu_{\log K} + 1.96\sigma_{\log K})$$

이렇게 추정된 집중시간 T_c 및 저류상수 K 의 신뢰구간은 다음 Table 5와 같다.

Table 5에서 얻은 집중시간 T_c 와 저류상수 K 의 평균 및 신뢰구간을 평균적인 강우사상을 분석하여 추정된 집중시간과 저류상수의 평균 및 신뢰구간(유철상 등, 2006)과 서로 비교하면 Table 6과 같다.

Table 5. Confidence interval of concentration time T_c and storage coefficient K derived by the Monte Carlo simulation

Parameter	Regression Equation	C.I.	Lower Limit	Mean		Upper Limit	Standard Deviation (σ_{\log})
				$\exp(\mu_{\log})$	μ		
T_c (hr)	MC 1 Eq. (7)	95%	1.6	5.0	5.9	15.0	0.6
		90%	2.0	5.0	5.9	12.5	0.6
		85%	2.2	5.0	5.9	11.2	0.6
	MC 2 Eq. (9)	95%	1.2	5.1	6.9	22.4	0.8
		90%	1.5	5.1	6.9	17.6	0.8
		85%	1.7	5.1	6.9	15.1	0.8
K (hr)	MC 1 Eq. (8)	95%	11.5	19.7	20.4	33.6	0.3
		90%	12.5	19.7	20.4	30.8	0.3
		85%	13.3	19.7	20.4	29.1	0.3
	MC 2 Eq. (10)	95%	11.0	19.6	20.5	34.9	0.3
		90%	12.1	19.6	20.5	31.8	0.3
		85%	12.8	19.6	20.5	29.9	0.3

Table 6. Comparison of observed concentration time T_c and storage coefficient K with those estimated by the Monte Carlo simulation

Parameter	C.I.	Methodology		Lower Limit	Mean		Upper Limit
					$\exp(\mu_{\log})$	μ	
T_c (hr)	95%	Monte Carlo	1	1.6	5.0	5.9	15.0
			2	1.2	5.1	6.9	22.4
		Observed		1.2	6.8	11.6	50.0
	90%	Monte Carlo	1	2.0	5.0	5.9	12.5
			2	1.5	5.1	6.9	17.6
		Observed		2.0	8.0	11.5	33.5
	85%	Monte Carlo	1	2.2	5.0	5.9	11.2
			2	1.7	5.1	6.9	15.1
		Observed		2.0	12.9	12.3	33.5
K (hr)	95%	Monte Carlo	1	11.5	19.7	20.4	33.6
			2	11.0	19.6	20.5	34.9
		Observed		8.7	20.7	22.6	41.0
	90%	Monte Carlo	1	12.5	19.7	20.4	30.8
			2	12.1	19.6	20.5	31.8
		Observed		13.5	21.7	22.9	39.2
	85%	Monte Carlo	1	13.3	19.7	20.4	29.1
			2	12.8	19.6	20.5	29.9
		Observed		17.4	23.2	23.8	39.2

위의 표를 보면 Monte Carlo 모의기법을 이용하여 얻은 집중시간과 저류상수의 범위가 평균적인 강우사상을 선정하여 얻은 결과보다 더 좁게 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 Monte Carlo 모의기법의 결과를 이용하는 경우 단순히 관측자료의 통계치를 이용하는 경우에 비해 보다 엄격한 신뢰구간을 제공해 준다는 의미가 된다. 즉, 추정된 집중시간과 저류상수의 신뢰도를 보다 엄격한 기준으로 판단할 수 있는 것이다. 이러한 결과를 그림으로 비교한 것이 Fig. 2이다. 이 그림을 보면

단순히 관측치를 이용한 경우보다 Monte Carlo 모의기법에 의한 결과의 신뢰구간이 2-3배 정도 좁게 나타나는 것을 파악할 수 있다.

4. 한정된 관측자료로부터 추정된 유역의 저류상수 및 집중시간의 한계 분석

실제 미계측유역에서 짧은 시간에 많은 호우사상을 획득하는 것은 어려운 일이다. 따라서 매우 한정된 자료만이 존재하는 경우 추정된 모형 매개변수가 어느 정

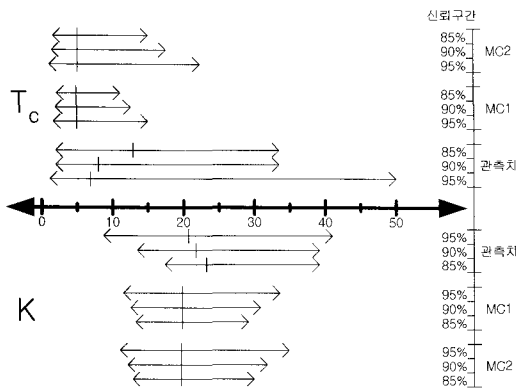


Fig. 2. Comparison of mean and variation of confidence interval derived by each method

도의 신뢰도를 갖는지를 판단하는 것은 매우 중요하다. 본 연구에서는 확률적 분포를 사전에 알지 못하는 상황에서 정규성의 가정 없이 비교적 정확하게 신뢰구간을 추정해주는 것으로 알려져 있는 Bootstrap 기법을 이용하여 표본 평균에 대한 신뢰구간을 추정하였다. 본 연구에서 사용된 총 56개의 호우사상을 1, 10, 20, 30, 40, 50 및 56개를 무작위로 선택하고 각 호우사상에 대해 추정된 매개변수를 평균하여 유역의 대표값으로 사용하는 경우의 불확실성을 판단하였다. 아울러 회귀식을 이용한 경우와의 비교를 통해 결과의 차이를 검토하였다.

Bootstrap 기법은 통계적 추론의 한 분야인 추정에 있어서 추정량의 편의(bias)와 표준오차(standard error)를 줄이고, 모수의 분포를 확실히 할 수 없을 때 주어진 자료로부터 그 분포를 추정하는 통계적 기법이다. Efron(1979)에 의해 처음 소개된 Bootstrap 기법은 원래 관측치의 함수의 표준오차를 추정하기 위한 방법이다. 그러나 더 일반적으로는 함수의 분포를 근사시키는 데 이용될 수 있는데, 이 분포를 이용하여 신뢰구간의 추정이 가능하다(이동훈, 1988; 이경우, 1999). Bootstrap 기법은 주어진 측정자료 x_1, x_2, \dots, x_n 로부터 원래의 자

료와 같은 크기의 Bootstrap 표본 $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 을 복원 랜덤 추출하는 과정으로부터 시작한다. 즉 $P(x_i^* = x_i) = 1/n, i = 1, 2, \dots, n$ 의 확률로 Bootstrap 표본을 재추출하는 것이다. 이상적인 Bootstrap 추정방법은 $B = \infty$ 로 하는 것이나, 경험적으로 $B = 100$ 정도면 어느 정도 만족스러운 결과를 준다고 알려져 있다(유승호, 2004). 물론 Bootstrap의 재표본횟수 B 가 클수록 추정치가 더 정확해 지므로 가능하면 충분히 큰 B 를 사용하는 것이 좋다. 본 연구에서는 재표본횟수 B 를 1000으로 하여 Bootstrap 표본을 추출하였다.

본 연구에서는 표본의 개수를 1, 10, 20, 30, 40, 50 및 56개로 하여 1000회 무작위로 선택하고 각각의 경우에 대한 신뢰구간의 추정하였다. 그 결과는 Table 7과 같고, 이를 그림으로 나타내면 Fig. 3과 같다. 이 결과로부터 독립된 호우사상의 수가 최소 20 이상인 경우 그 신뢰도가 매우 안정적이 된다는 것을 알 수 있다. 그러나 이 결과는 단순히 신뢰도가 충분한 정도로 높아진다는 것을 의미하는 것은 아니며 가능한 불확실성이 어느 정도 고려된다는 의미로 파악된다. 즉, 다양한 호우사상을 사용하는 경우에 해당하는 결론이다.

5. 기존 경험식과 비교

유역에서의 강우-유출자료가 제한적인 경우 Clark 단위도의 매개변수는 경험공식을 이용하여 추정하는 것이 일반적이다. 일반적으로 집중시간의 추정에는 Kirpich, Kraven(I), Kraven(II), Rziha, Kerby 등이, 저류상수의 경우에는 Clark, Linsley, Russel, Sabol 등의 경험공식이 이용된다. 이 중 Clark, Linsley, Russel 경우는 단일값이 아닌 상한과 하한의 범위를 추정할 수 있게 해 준다. 다음 Tables 8 and 9는 도달시간과 저류상수의 경험식의 적용 가능 유역 특성을 나타낸 것이다. 이에 관한 자세한 내용은 윤용남(1998) 및 강성규(2004)에서 자세히 살펴볼 수 있다.

Table 7. Confidence intervals of T_c and K for 95% significance level

Number of samples	T_c			K		
	Lower Limit	Mean	Upper Limit	Lower Limit	Mean	Upper Limit
1	-9.239	8.355	25.949	4.305	20.592	36.880
10	2.673	8.118	13.564	15.720	20.813	25.907
20	4.282	7.915	11.548	17.114	20.704	24.295
30	4.899	7.984	11.069	17.769	20.730	23.691
40	5.263	7.995	10.727	18.125	20.732	23.339
50	5.378	7.904	10.430	18.407	20.772	23.137
56	5.658	7.979	10.300	18.681	20.809	22.936

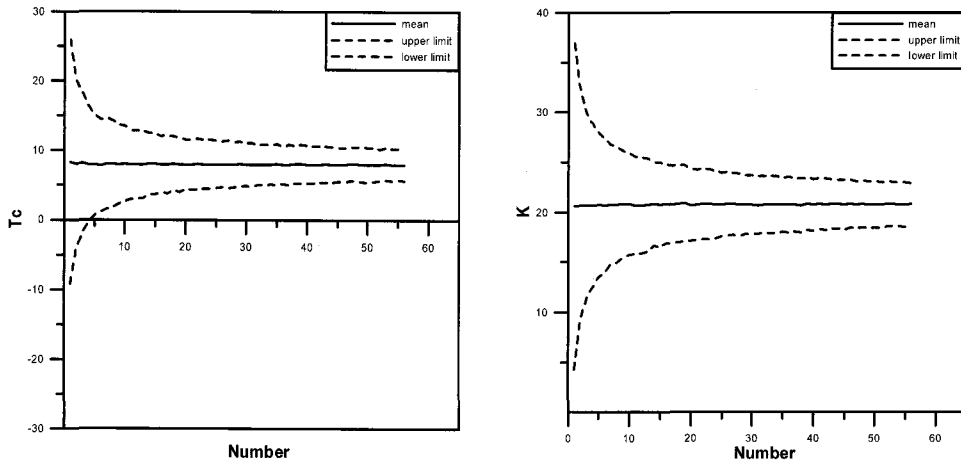


Fig. 3. Change of confidence interval of T_c and K depending on the number of samples (95% significance level)

Table 8. Comparison of empirical equation (concentration time T_c)

Method	Empirical Equation	Comments
Kirpich	$T_c = 0.0663 \frac{L^{0.77}}{S^{0.385}}$	Agricultural basins with area less than 0.5km^2
Rziha	$T_c = 0.0139 \frac{L}{S^{0.6}}$	Upstream part of a basin with $S \geq 1/200$
Kraven(I)	$T_c = 0.0074 \frac{L}{S^{0.515}}$	Downstream part of a basin with $S \leq 1/200$
Kraven(II)	$T_c = \frac{L}{3.6V}$	$S \leq 1/200$: $V = 2.1\text{m/sec}$, $1/200 < S < 1/100$: $V = 3.0\text{m/sec}$, $S \geq 1/100$: $V = 3.5\text{m/sec}$
Kerby	$T_c = 0.6043 \frac{(Ln)^{0.467}}{S^{0.2533}}$	n for paved area 0.02, bare soil 0.30, grassland 0.40, forest 0.80

Table 10. Comparison of empirical equation (storage coefficient K)

Method	Empirical Equation	Comments
Clark	$K = C \frac{L}{\sqrt{S}}$	C : 0.5~1.4
Linsley	$K = \frac{bL\sqrt{A}}{\sqrt{S}}$	b : 0.01~0.03
Russel	$K = \alpha T_c$	α : urban area 1.1~2.1, natural area 1.5~2.8, forest 8.0~12.0
Sabol	$K = \frac{T_c}{1.46 - 0.0867 \frac{L^2}{A}}$	

평창강 방림지점은 유역 면적 519.69km^2 , 유로연장 51.85km , 유로경사 0.00745 인 유역이다. 경험식 채택에 있어 방림지역은 유역의 하류에 위치에 있고, 0.5km^2 이상의 유역이므로 도달시간의 경우 Kraven(I), Kraven(II), Kerby 공식을 이용하였고, 집중시간을 독립변수로 이용하는 저류상수 경우 회귀식에서 추정된 집중시간 5.1hr 를 적용하여 저류상수를 추정하였다. 특히 Kerby의 경우 평창강 유역을 나지(우리나라 유역특성은 초지나 삼림과 다름)로 가정하였고 Russel의 경우에는 자연유역으로 가정하였다. Tables 10 and 11은 경

험식과 회귀식을 이용한 결과를 비교한 것이다.

결과적으로 위 어떤 공식의 경우도 관측된 유역의 유출특성을 잘 나타내지는 못하는 것으로 파악되었다. 단지, 집중시간의 경우에는 Kraven(I)과 Kraven(II)가, 저류상수의 경우에는 Linsley 공식이 유사한 값을 주는 것으로 나타났다. 그러나 이 경우 역시 상한과 하한의 범위가 크므로 사용 시 주의하여야 한다. 참고로 2장에서의 회귀식으로 추정된 저류상수 및 집중시간의 비에 해당하는 Russel 계수는 약 4정도로 나타났으며 이는 자연유역과 삼림 사이의 값에 해당한다.

Table 10. Comparison of concentration time T_c in this study with those estimated using empirical equations

This Study	Kraven(I)	Kraven(II)	Kerby
5.06	4.78	4.80	7.53

Table 11. Comparison of storage coefficient K in this study with those estimated using empirical equations

This Study	Clark	Linsley	Russel	Sabol
19.65	30.04~84.10	13.69~41.08	7.59~14.17	5.00

6. 결 론

본 연구에서는 Clark 합성단위도의 매개변수 추정치에 대한 신뢰구간을 좁힐 수 있는 방안으로, 이들을 강우, 기상, 및 유역 특성인자로 다변량 회귀분석한 후 이를 Monte Carlo 모의기법을 통하여 분석하는 방안을 검토하였다. 본 연구에서의 회귀분석은 주어진 하나의 유역에 대한 매개변수의 대표값 및 신뢰도를 평가하는 것이 목적이며, 지형인자를 이용한 미계측 유역에서의 매개변수 추정과는 다른 개념이다. Monte Carlo 모의기법을 이용하는 경우 종속변수에 대한 회귀식 및 각 독립변수에 대한 확률밀도함수가 주어지므로 종속변수에 대한 확률밀도함수의 추정 및 그 평가가 가능하다. 이렇게 얻은 결과는 Bootstrap 기법으로 분석한 결과 및 기존에 많이 사용되어 왔던 경험식과도 비교 검토하였다.

이상과 같은 과정을 통해 얻은 결과를 간단히 정리하면 다음과 같다. (1) 관측된 호우사상의 수가 제한적인 경우, 유출특성에 미치는 인자들을 복합적으로 고려하여 유역의 평균유출특성을 추정하는 것이 가능하다. (2) Monte Carlo 모의기법을 적용하여 추정된 집중시간 및 저류상수의 신뢰도 평가가 가능하다. 이렇게 추정된 신뢰구간은 유철상 등(2006)에서의 신뢰구간에 비해 훨씬 좁은 것으로 파악되었다. (3) Bootstrap을 통한 관측 자료의 분석에서도 위의 결과를 지지하는 결론을 얻을 수 있었다. 그러나 어느 정도 신뢰도 있는 집중시간 및 저류상수의 추정을 위해서는 최소 20개 정도 이상의 호우사상이 필요할 것으로 파악되었다. (4) 기존의 경험공식과의 비교에서는 어떤 공식도 관측된 유역의 유출특성을 잘 나타내지는 못하는 것으로 파악되었다. 단지 집중시간의 경우 Kraven(I)과 Kraven(II)이 저류상수의 경우 Linsley 공식이 유사한 값을 주는 것으로 나타났다. 그러나 이 값 역시 상한과 하한의 범위에 크므로 사용 시 주의할 필요가 있음을 파악할 수 있었다.

본 연구의 목적은 궁극적으로 주어진 유역을 대표할 수 있는 집중시간 및 저류상수를 결정하고자 하는 것이

다. 따라서 본 연구에서의 방법론을 적용하여 관측자료가 존재하는 다양한 유역에서의 집중시간 및 집중시간을 결정하고, 이를 지형인자 등 유역특성을 고려하여 회귀분석하는 경우 보다 정도 있는 경험식의 개발이 가능할 것이다.

참 고 문 헌

- 강성규 (2004). Clark 단위도법의 저류상수와 집중시간의 관계. 석사학위논문, 고려대학교.
- 김두섭, 강남준 (2000). 회귀분석 기초와 응용. 나남출판, pp. 209-210.
- 김종섭 (2003). SAS V8.2를 이용한 통계분석의 이해. 한울출판사, p. 368.
- 성기원 (2003). "Gamma 분포형 함수 적합을 이용한 Clark 모형의 매개변수 간접추정." 한국수자원학회 논문집, 제36권, 제2호, 한국수자원학회, pp. 223-235.
- 성내경 (1996). SAS/STAT-회귀분석, PC/SAS 해설 제3권, 자유아카데미, pp. 71-101.
- 송문섭, 조신섭 (2002). SAS를 이용한 통계자료분석. 자유아카데미, p. 144.
- 유승호 (2004). 붓스트랩 기법을 이용한 안전재고의 설정 -정규분포를 이용한 안전재고의 설정과의 비교를 중심으로-. 석사학위논문, 고려대학교.
- 유철상, 김기욱, 이지호 (2006). "유역 및 기후상태에 따른 홍수유출특성의 변동성 검토" 한국수자원학회, 심사중.
- 윤용남 (1998). 공업수문학. 청문각, pp. 304-345.
- 이 경우 (1999). 붓스트랩(Bootstrap)을 이용한 화이트 (White) 이분산 검정. 석사학위논문, 아주대학교.
- 이동훈 (1988). 붓스트랩(Bootstrap) 방법을 이용한 변화점의 신뢰구간 추정. 석사학위논문, 고려대학교.
- 이성철, 박양규 (1999). SAS 통계 탐험대. 21세기사, pp. 390-394.
- 이순혁, 박명근, 맹승진 (1996). "유출수문곡선모형의 비교 연구(I)." 한국수자원학회논문집, 한국수자원학

- 회, pp. 335-341.
- 전민우, 조용수, 김훈 (2005). "지형학적 인자에 의한 유역 저류상수 결정." *건설기술연구소논문집*, 제24권, 제1호, 건설기술연구원, pp. 149-160.
- 정성원 (2005). Clark 유역홍수추적모형의 매개변수 추정식 개발. 박사학위논문, 고려대학교.
- 홍종선 (2000). SAS와 통계자료분석. 탐진, pp. 406-407.
- Efron, B. (1979). "Bootstrap methods : another look at the jackknife." *Journal of Statistics*, Vol. 7, pp. 1-26.
- Fishman, G.S. (1996). Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications, Springer, pp. 1-4.
- Haan, C.T. (1979). *Statistical Methods of Hydrology*, The Iowa State University Press, pp. 271-273.
- (논문번호:06-65/접수:2006.06.13/심사완료:2007.01.19)