

비 직렬 시스템의 신뢰도 최적화를 위한 시스템 번인

김 경 미[†]

건국대학교 산업공학과

Optimal System Burn-in for Maximizing Reliability of Non-series Systems

Kyungmee O. Kim

Department of Industrial Engineering, Konkuk University, Seoul 143-701

The decision of how long performing system burn-in must be answered with a probabilistic model of a system lifetime at which infant mortality failures created during assembly processes are quantified. In this paper, we propose such a model which is modified from previous results. Using the system model, we derived system reliability in terms of component and system burn-in times for the two cases of minimal repair at system failure and of component replacement and connection repair at their failure times. The procedure is illustrated with a bridge system and the optimal system burn-in times are obtained for maximizing system reliability. The result suggests that an assumption of minimal repair at system failure may underestimate the optimal burn-in time in practice.

Keywords: Minimal Repair, Component Replacement, Delayed Renewal Process, Hazard Rate

1. 서론

제품의 수명은 사용 초기에 고장이 집중되는 초기 수명 고장(early life failure) 현상을 보이는 것으로 알려져 있다. Jensen and Peterson(1982)에 따르면 초기 수명 고장은 유아 사망 고장(infant mortality failure)과 결함 고장(freak failure)으로 나뉘어진다. 결함 고장은 전체의 약 2-20% 정도를 차지하며 부품 자체의 결함으로 인해 생기며 유아 사망 고장은 전체의 약 0.1-5%로 대개 부품의 조립과정에서의 오류에 기인한다

전자제품의 경우 단순한 외형 검사나 한시적인 성능 시험만으로 초기 수명 고장을 확인할 수 없고 때문에 번인(burn-in) 기법이 널리 사용된다. 번인은 제품이 소비자에게 인도되기 전 공장 내에서 실시되며 제품을 정상이나 가속상태에서 일정 시간동안 작동시켜 보아 고장이 난 제품을 수리 또는 폐기 처리하는 스크리닝(screening) 기법이다(Lynn and Singpurwalla, 1997).

자동차나 항공기 엔진 등과 같이 인간의 생명과 직접 관련되어 높은 신뢰도가 요구되는 제품의 경우 스크리닝 시험을 통과하여야 한다. 이때 번인의 가속 조건은 각 제품의 특성에 맞게 선택되어야 하며 이로 인해 정상인 제품을 손상시키지 않도록 계획되어야 한다. 번인은 부품 수준에서 실시되기도 하고 시스템 수준에서 실시되기도 하며 필요하다면 두 수준에서 모두 이루어진다. 부품 번인은 부품이 시스템에 장착되기 이전에 결함 고장을 제거하기 위한 것이며 시스템 번인은 부품이 시스템에 장착된 이후 조립과정에서 생긴 유아 사망 고장을 제거하기 위해 실시된다.

번인에서 중요한 의사결정문제는 최적 번인시간을 결정하는 것이다. 최적 번인시간은 번인의 목적에 따라 달라지는데 일반적으로 널리 사용되는 목적으로는 첫째, 번인을 통과한 제품의 평균 잔여 수명(mean residual life)을 최대로 하거나 둘째, 번인 이후 임무시간 t 동안 생존확률 즉 신뢰도를 최대로

본 연구는 한국과학재단의 연구비지원특정기초연구, 과제번호 R01-2006-000-10744-0)으로 수행되었으며 연구비를 지원해주신 한국과학재단에 감사드립니다.

[†] 연락처: 김경미, 143-701 서울시 광진구 화양동 1번지 건국대학교 산업공학과, Fax : 02-450-3525,

E-mail : kyungmee@konkuk.ac.kr

2006년 11월 접수; 2007년 01월 수정본 접수; 2007년 01월 게재 확정.

하거나 셋째, 변인 이후 t 동안 신뢰도가 특정한 수준 이상이 되도록 하는 방법이 있다(Leemis and Beneke, 1990). 절차에 있어서 비용도 함께 고려하고자 한다면 변인시험에 드는 비용, 변인 시 고장수리에 의한 비용, 품질보증비용 등을 고려하여 총비용모형을 설정하고 총비용을 최소화하거나(Nguyen and Murphy, 1982) 비용과 변인 목적을 동시에 고려하기도 한다(Kuo, 1984).

최적 변인시간을 결정하는 문제는 오랫동안 연구되어 왔다. 변인의 수준을 부품이나 시스템 중 하나로 미리 고정시키면 평균 잔여 수명이나 생존확률을 최대로 하거나 여러 가지 비용함수를 최소로 하는 최적 변인시간이 욕조 고장률 함수(bathtub hazard rate)의 첫 번째 변화점(first change point) 이전에 위치하는 것으로 알려져 있다(Park, 1985; Mi, 1994, 1997; Cha, 2000, 2001, 2003). 변인의 수준을 하나로 고정시킨 경우 연구논문들에서는 결합 고장과 유아 사망 고장을 따로 구분하지 않고 유아 사망 고장이라는 용어로 통일하여 사용하고 있다. 그런데, 각 수준에서 최적 변인시간을 따로 결정하면 두 수준을 동시에 고려하여 결정한 최적 변인시간과 다르며(Whitbeck and Leemis, 1989) 때문에 최근에는 여러 수준의 변인을 동시에 고려하는 연구로 확장되고 있다(Pohl and Dietrich, 1995; Kim and Kuo, 2003, 2004, 2005).

최적 시스템 변인 시간을 결정하기 위해서는 다음과 같은 여러 가지 문제를 고려하여야 한다. 첫째, 시스템의 생존확률 즉 신뢰도를 어떻게 모형화 할 것인가의 문제이다. 시스템의 수명분포를 추정하기 위해서는 백색상자접근법(white box approach)이나 흑색상자접근법(black box approach)이 사용된다(Zuo *et al.*, 1999). 흑색상자접근법이라고 함은 시스템 전체를 하나의 상자로 보고 시스템 전체의 고장 자료에 기초하여 수명분포를 추정하는 방법이고 백색상자접근법은 시스템의 구조와 부품의 수명에 대한 정보를 이용하여 시스템의 수명분포를 유도해 내는 방법이다. 대부분의 이전 연구들에서는 최적 시스템 변인시간을 결정하기 위해 변인의 수준을 미리 하나로 고정시키고 흑색상자접근법을 사용하였으나 부품 변인과 시스템 변인을 동시에 고려하고자 한다면 반드시 백색상자접근법을 사용하여야 한다.

둘째, 백색상자접근법으로 시스템 신뢰도를 추정한다면 조립과정에서 생기는 연결 결점이나 조립 및 운반과정에서 생기는 부품 수명의 변화를 어떻게 다룰 것인가의 문제가 생긴다. 만약 조립과정이 완벽하다면 Barlow and Proschan(1975)에서 주어진 전통적인 시스템 신뢰도 함수를 사용할 수 있으나 이러한 경우 시스템 변인은 무의미하다. 즉, 시스템 변인의 목적은 조립과정에서 생기는 문제를 처리하고자 하는 것으로 조립과정이 완벽하다면 부품변인으로 충분하기 때문이다. 이는 수리 불가능한(nonrepairable) 시스템(Block *et al.*, 1994, 1995)과 수리 가능한(repairable) 시스템(Kim and Kuo, 2006)에서 각각 이론적으로 입증되었다. 따라서 시스템 변인의 필요성을 다루

기 위해서는 반드시 부품 변인 이후 조립과정에서의 문제를 모형에서 고려하여야 한다.

셋째, 시스템이 수리 가능한가 그리고 직렬시스템인가의 여부이다. 시스템이 수리 불가능한 시스템이라면 시스템 변인 이후의 신뢰도는 시스템 변인을 성공적으로 통과한 시스템이 이후 정해진 임무시간 t 동안 생존할 확률이 된다(Whitbeck and Leemis, 1989; Block *et al.*, 1994). 그런데 수리 가능한 시스템의 경우에는 시스템 변인동안 수리하는 과정을 고려하여야 한다. 물론 흑색상자접근법에서는 근사적으로 시스템 전체가 대체(replacement)되거나 최소 수리(minimal repair)되는 것으로 가정을 하지만(Mi, 1994, 1997; Cha, 2005, 2006), 실제로 시스템 변인동안 시스템의 상태는 연속적으로 그리고 자동적으로 모니터링되면서 고장 난 부품은 새 부품으로 대체되고 연결부분의 고장은 고장원인을 제거하여 고장이 나기 직전 상태로 돌려지게 된다. 시스템이 직렬시스템이라면 백색상자접근법으로 이러한 시스템 변인과정을 정확하게 모형화 할 수 있다. 즉, 고장이 난 부품은 새로운 부품으로 대체되는 재생과정(renewal process)으로 모형화하고 연결부분의 결점은 발견 즉시 제거되는 비 동질적 포아송 과정(nonhomogeneous Poisson process)을 사용할 수 있다(Reddy and Dietrich, 1994; Pohl and Dietrich, 1995; Kim and Kuo, 2004). 그런데 비 직렬시스템의 경우에는 부품이나 연결부분의 고장이 시스템의 고장으로 직결되지 않으므로 더 복잡한 문제가 발생한다. 일반적으로 비 직렬 시스템의 고장 과정을 정확하게 모형화 하는 것은 불가능하며 때문에 근사적으로 시스템의 최소 수리를 가정하게 된다. 그런데 공장 내에서의 시스템 변인동안은 시스템 전체의 고장이 일어나기 이전에 구성 부품이나 연결부분들의 고장을 찾아 수리할 수 있으며 이때 시스템 변인동안은 비 직렬시스템도 직렬시스템처럼 다룰 수 있다. 만약 시스템이 고장이 나야만 부품이나 연결부분의 고장을 찾아 수리한다면 백색상자접근법으로의 시스템 변인 모형은 불가능하며 고장 즉시 수리하는 경우와 최소 수리하는 경우의 사이에 위치함을 알 수 있다.

본 논문에서는 시스템의 신뢰도를 극대화하기 위해 부품 변인과 시스템 변인을 함께 고려한다. 제 2절에서는 백색상자접근법으로 조립결점을 고려한 기존의 시스템 신뢰도 모형을 일반화한다. 제 3절에서는 이 모형을 이용하여 최소 수리하는 경우와 즉시 수리하는 경우 각각에 대해 시스템 신뢰도를 부품 변인시간과 시스템 변인시간의 함수로 표현한다. 제 4절에서는 브리지 시스템을 예로 들어 두 가지 경우의 최적 시스템 변인시간을 비교한다. 이 결과를 이용하여 비 직렬시스템의 즉시 수리되지 않는 경우의 최적 변인시간을 추론할 수 있다. 본 논문에서는 소비자의 시스템 운용환경에서 변인이 수행되고 가정하고 분석하였다. 만약 변인이 가속상태에서 수행되더라도 시간 변형 모형(time transformation model)을 사용하여 변인 시간과 소비자 사용시간 사이의 변형을 쉽게 고려할 수 있다(Kuo *et al.*, 1998).

2. 조립 결점 하에서의 시스템 모형

본 연구에서 사용되는 기호는 다음과 같다

t : 임무시간; $t \geq 0$

ϕ : 시스템 구조

i : 부품유형; $i = 1, 2, \dots, k$

τ_i : 부품유형 i 의 부품수준에서의 변인시간 $\tau_i \geq 0$

τ : 시스템 변인 시간; $\tau \geq 0$

T_{i,τ_i} : 부품변인을 통과한 부품유형 i 의 수명

$F_{i,\tau_i}(t), \bar{F}_{i,\tau_i}(t)$: T_{i,τ_i} 의 분포함수와 생존함수

T_{i,τ_i}^* : 부품변인을 통과한 부품유형 i 가 시스템에 조립된 후 수명

$F_{i,\tau_i}^*(t), \bar{F}_{i,\tau_i}^*(t)$: T_{i,τ_i}^* 의 분포함수와 생존함수

N : 조립연결결점의 수

$\pi(n)$: N 의 확률질량함수

M_i : 부품위치 i 의 연결부분에 발생한 결점의 수

M_0 : 직렬 연결부분에 발생한 결점의 수

\mathbf{M} : (M_0, M_1, \dots, M_k)

\mathbf{m} : (m_0, m_1, \dots, m_k)

$f(\mathbf{m}|n)$: 다항분포; $f(\mathbf{m}|n) = \frac{n!}{m_0!m_1!\dots m_k!} a_0^{m_0} a_1^{m_1} \dots a_k^{m_k}$

p_i : 부품유형 i 가 조립과정동안 불량일 확률

$H_i(t)$: 조립과정동안 불량일 된 부품유형 i 의 시스템 내에서의 분포함수

$h_\phi(q_1, \dots, q_k)$: 부품위치 i 의 생존확률이 q_i 이고 모든 직렬 연결부분의 생존확률이 1인 경우에 구조 ϕ 인 시스템의 신뢰도

$R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(t|\mathbf{m})$: $M_0 = m_0, \dots, M_k = m_k$ 가 주어져 있을 때 구조 ϕ 인 시스템의 신뢰도

$R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(t)$: 조립결점하에서 구조 ϕ 인 시스템의 신뢰도

$G(t), \bar{G}(t)$: 연결결점의 고장 분포함수 및 생존함수

$G(t|\tau)$: $G(t+\tau) - G(\tau)$

$h_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(t)$: 조립결점하에서 구조 ϕ 인 시스템의 고장률 함수

$R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(t)$: 시스템 변인 후 시스템의 신뢰도

$\bar{F}_{i, \tau_i, \tau}^*(t)$: 시스템 변인 후 부품위치 i 에서 작동하고 있는 부품의 생존함수

$M_{i, \tau_i}^*(t)$: $(0, t)$ 시간동안 부품위치 i 에서 발생하는 평균 고장의 수

$A(t)*B(t)$: 두 분포함수 $A(t)$ 와 $B(t)$ 의 중합 (convolution)

$F^{(a)}(t)$: 각각 분포함수 $F(t)$ 를 가지는 a 개의 확률변수의 합의 분포함수

N_τ : 시스템 변인 후 시스템에 남아있는 연결결점의 수

$g(n_\tau|n) : \Pr(N_\tau = n_\tau | N = n)$

Kim and Kuo(2003, 2005)는 조립 결점 하에서 시스템 수명의 모형을 제안하였다. 본 논문에서는 다음의 가정3을 추가하여 일반화한 모형을 사용하고자 한다 모형의 전체 가정 사항은 다음과 같다.

1. 부품유형 i 는 시스템에 조립되기 전에 시간 $\tau_i \geq 0$ 동안 변인 된다. 부품 변인동안 고장 난 부품은 수리가 불가능하므로 폐기 처리된다.
2. 시스템 생산자는 부품 변인을 통과한 부품만을 사용하여 시스템을 조립한다. 이때 각 시스템은 k 개의 부품위치를 구조 ϕ 로 배치하며 부품유형 i 은 부품위치 i 에 조립된다.
3. 조립과정 중 부품의 수명이 달라질 수 있다. 부품위치 i 에 조립된 부품의 수명 T_{i,τ_i}^* 의 분포함수는 $F_{i,\tau_i}(t)$ 와 $H_i(t)$ 의 혼합 분포 즉, $F_{i,\tau_i}^*(t) = p_i H_i(t) + (1 - p_i) F_{i,\tau_i}(t)$ 이다.
4. 조립과정 중 연결부분에 결점이 발생할 수 있으며 연결결점의 수 N 의 확률질량함수는 $\pi(n)$ 이다.
5. $N = n$ 이 알려져 있다면 확률벡터 \mathbf{M} 는 모수가 n 과 (a_0, a_1, \dots, a_k) 인 다항분포 $f(\mathbf{m}|n)$ 을 따른다.
6. (M_0, M_1, \dots, M_k) 는 $T_{1,\tau_1}^*, \dots, T_{k,\tau_k}^*$ 와는 서로 독립이다.
7. 각 연결부분에 발생한 결점은 연결부분의 고장을 일으키게 되는데 이는 시간상 $G(t)$ 의 분포로 일어난다.

가정 3은 시스템 내에서 관찰한 부품 신뢰도가 부품 수준에서 측정한 신뢰도보다 작은 것을 설명한다. Jensen and Peterson (1982)에 따르면 결합고장이 있는 부품과 없는 부품이 시스템 내에 조립될 때 각각 유아 사망 고장을 가지는 부품으로 새롭게 생성될 수 있다. $F_{i,\tau_i}^*(t)$ 와 $F_{i,\tau_i}(t)$ 의 차이는 부품위치 i 에서 조립과정 중 발생하는 유아 사망 고장을 나타낸다.

가정 4의 $\pi(n)$ 은 포아송분포(Poisson distribution)나 부이항분포(negative binomial distribution)를 가정할 수 있다. 한 시스템에 발생하는 조립 결점이 다른 시스템에서 발생하는 조립 결점과 서로 독립이고 시스템 내의 결점의 발생여부와 서로 관련이 없다면 포아송분포가 사용된다. 그런데 시스템 내나 시스템 간의 결점발생이 서로 모여서 발생한다면 부이항분포가 적당하다(Kim and Kuo, 2005).

이제 각 부품위치와 연결부분에서 발생하는 조립 결점의 수가 주어져 있는 경우 시스템 수명의 신뢰도는 다음과 같이 표현된다.

$$R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(t|\mathbf{m}) = h_\phi \left\{ \bar{F}_{1,\tau_1}^*(t) [\bar{G}(t)]^{m_1}, \bar{F}_{2,\tau_2}^*(t) [\bar{G}(t)]^{m_2}, \dots, \bar{F}_{k,\tau_k}^*(t) [\bar{G}(t)]^{m_k} \right\} [\bar{G}(t)]^{m_0} \quad (1)$$

연결결점이 발생하지 않고 조립과정에서 부품 수명의 변화

도 없다면, 즉, $m_0 = \dots = m_k = 0$ 이고 모든 i 에 대해 $F_{i,\tau_i}^*(t) = F_{i,\tau_i}(t)$ 라면 식 (1)의 신뢰도 함수는 전통적인 신뢰도 함수가 된다는 것을 쉽게 알 수 있다. 식 (1)과 총 확률의 법칙(law of total probability)를 사용하면 가정 1에서 7하에서 시스템 신뢰도는 식 (2)와 같이 나타난다.

$$R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m_0 + \dots + m_k = n} R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(t|\mathbf{m})f(\mathbf{m}|n)\pi(n). \tag{2}$$

3. 시스템 변인 후 시스템 신뢰도

먼저, 시스템 변인동안 최소 수리(minimal repair)를 가정하자. 시스템의 고장률 함수(hazard rate function)는 식 (2)를 이용하여

$$h_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(t) = \frac{-d \ln R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(t)}{dt}$$

라고 나타낼 수 있다. τ 시간동안 시스템 변인하면서 최소 수리하게 되면 변인 후 시스템의 신뢰도 함수는 식(3)과 같다.

$$R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k, \tau}^*(t) = \frac{R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(\tau+t)}{R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(\tau)} = \exp \left[- \int_{\tau}^{\tau+t} h_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k}^*(x) dx \right]. \tag{3}$$

즉, 고장이 난 시스템은 때변 고장나기 직전상태로 되돌려지기 때문에 시스템 변인동안 시스템의 어느 부분이 몇 번 수리되었는지에 관계없이 시스템 신뢰도란 수리가 불가능한 시스템이 시스템 변인을 통과한 후의 신뢰도와 같다

두 번째로 시스템 변인동안 고장이 난 부분을 즉시 찾아 수리하는 경우를 고려해 보자. 비 직렬시스템이더라도 시스템 변인 τ 동안 각 부품위치에서는 고장이 일어날 때마다 고장이 난 부품은 새로운 부품으로 대체된다. 부품위치 i 에서 초기에 작동하고 있는 부품의 분포함수는 $F_{i,\tau_i}^*(t)$ 인데 이 부품이 시스템 변인동안 고장이 나면 그때 대체되는 부품은 부품 변인을 통과한 부품으로 만약 이 부품이 조립과정에서 수명 변화를 가진다면 분포함수가 $F_{i,\tau_i}^*(t)$ 이다. 이 경우 부품위치 i 에서는 재생과정(renewal process)이 일어날 것이다. 그러나 변인동안 새로운 부품을 대체할 때 추가적인 조심으로 부품의 수명 변화가 없다면 대체되는 부품의 분포함수는 $F_{i,\tau_i}(t)$ 가 되어 부품위치 i 에서는 지연재생과정(delayed renewal process)이 일어난다. 재생과정보다 지연재생과정이 시스템 변인의 효과를 더 긍정적으로 모형화한다고 볼 수 있다 이후 본 논문에서는 재생과정을 포함하는 지연재생과정을 가정한다 시스템 변인

τ 시간이 경과하면 최종적으로 부품위치 i 에서 작동하고 있는 부품 i 의 수명은 지연재생과정의 초과수명(excess life)이 된다. 따라서 지연재생과정의 확률이론을 이용하여 부품위치 i 의 신뢰도 함수를 다음과 같이 표현할 수 있다(Barlow and Proschan, 1975).

$$\bar{F}_{i,\tau_i,\tau}^*(t) = \bar{F}_{i,\tau_i}^*(t+\tau) + \int_0^{\tau} \bar{F}_{i,\tau_i}(t+\tau-x) dM_{i,\tau_i}^*(x) .$$

이때

$$M_{i,\tau_i}^*(x) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{i,\tau_i}^*(x)^* F_{i,\tau_i}^{(k-1)}(x)$$

이다. 시스템 변인 전 연결결점의 수가 주어져 있을 때 시스템 변인 후 시스템에 남아있는 연결결점의 수는 다음의 확률질량 함수를 가진다.

$$g(n_r|n) = \Pr(N_{\tau} = n_r | N = n) = \frac{n}{n_r} G(\tau)^{n-n_r} \bar{G}(\tau)^{n_r} .$$

따라서 시스템 변인 이후의 시스템 신뢰도는 식(4)와 같다.

$$R_{\phi, \tau_1, \dots, \tau_k, \tau}^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n_r=0}^n \sum_{m_0 + \dots + m_k = n} h_{\phi} \left\{ \bar{F}_{1,\tau_1,\tau}^*(t) \left[\frac{\bar{G}(t+\tau)}{G(\tau)} \right]^{m_1}, \dots, \bar{F}_{k,\tau_k,\tau}^*(t) \left[\frac{\bar{G}(t+\tau)}{G(\tau)} \right]^{m_k} \right\} \left[\frac{\bar{G}(t+\tau)}{G(\tau)} \right]^{m_0} f(\mathbf{m}|n_r) g(n_r|n) \pi(n). \tag{4}$$

4. 브리지 시스템의 최적 시스템 변인

본 절에서는 <Figure 1>의 브리지 시스템의 경우 식(3)과 (4)의 신뢰도를 각각 유도하고 최적 시스템 변인시간을 비교 분석하고자 한다. 기존의 시스템 변인 모형들에서는 시스템을 구성하는 모든 부품들이 감소하는 고장률(decreasing hazard rate)을 가진다고 가정하여 시스템변인을 수행함으로써 모든 구성 부품들의 신뢰도가 증가하고 더불어 연결부분의 결점까지 제거되도록 가정하였다(Reddy and Dietrich, 1994; Pohl and Dietrich, 1995; Kim and Kuo, 2004). 이 경우 제품의 평균 잔여 수명이나 신뢰도를 최대로 하는 변인시간은 항상 무한대가 되며 따라서 비용을 고려하여야만 한다. 여기서는 부품의 고장률 함수가 다양한 성질을 가지도록 가정함으로써 부품 상호간의 상충효과도 고려해 보고자 한다

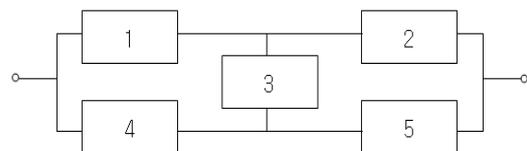


Figure 1. Bridge system.

4.1 가정 사항

부품유형 1은 조립 전과 후에 모두 감소하는 고장률을 가진다고 가정한다. 부품유형 1의 조립 전 수명분포는 식 (5)와 같이 혼합지수분포(mixed exponential distribution)를 가정한다 (Block *et al.*, 1993).

$$\bar{F}_1(t) = c_1 \exp(-\lambda_1 t) + (1 - c_1) \exp(-\lambda_2 t). \quad (5)$$

즉, 부품유형 1의 모집단은 고장률이 각각 λ_1 과 λ_2 인 부품이 혼합되어 있으며 이때 $\lambda_1 > \lambda_2$ 이다. 부품유형 1은 감소하는 고장률을 가지므로(Block *et al.*, 1993) 부품 번인을 수행하여 신뢰도를 향상시킬 수 있다. 시간 τ_1 동안 부품 번인을 한다면 번인 후 부품유형 1의 신뢰도는 다음과 같다.

$$\bar{F}_{1,\tau_1}(t) = c_1^0 \exp(-\lambda_1 t) + (1 - c_1^0) \exp(-\lambda_2 t).$$

여기서 c_1^0 은 부품번인 후 불량부품의 비율로

$$c_1^0 = \frac{c_1 \exp(-\lambda_1 \tau_1)}{c_1 \exp(-\lambda_1 \tau_1) + (1 - c_1) \exp(-\lambda_2 \tau_1)}$$

이고 $\tau_1 > 0$ 이면 $c_1^0 < c_1$ 이다. $\bar{F}_{1,\tau_1}(t)$ 은 τ_1 의 증가함수이며 부품 생산자가 부품번인을 수행하면서 시간이나 비용의 문제로 고정된 τ_1 동안 번인을 수행하고 시스템 생산자에게 판매하였다고 가정하자. 조립과정 동안 부품의 수명 변화가 생기며 시스템에 조립된 후 부품의 신뢰도는 식(6)과 같다고 가정한다.

$$\bar{F}_{1,\tau_1}^*(t) = p_1 \exp(-\lambda_0 t) + (1 - p_1) \bar{F}_{1,\tau_1}(t). \quad (6)$$

여기서 p_1 는 부품이 운반과 조립과정을 거치면서 불량부품이 될 확률이고 이때 $\lambda_0 > \lambda_1$ 이다. $\bar{F}_{1,\tau_1}^*(t)$ 은 감소하는 고장률을 가지므로 부품유형 1은 시스템 번인을 하면 신뢰도는 항상 증가한다(Block *et al.*, 1993). 식 (6)에서는 부품이 시스템에 조립된 후 유아 사망 고장을 일으킬 확률이 p_1 이고 이때 결합 고장을 가지는 부품과 결합고장을 가지지 않는 부품에서 각각 c_1^0 와 $1 - c_1^0$ 의 확률로 발생한다.

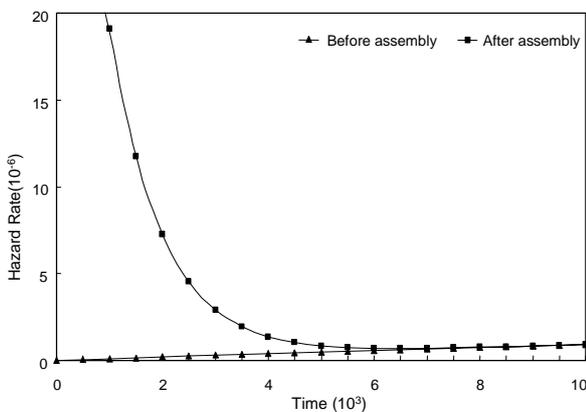


Figure 2. Hazard rate functions for component type 2 before and after assembly.

부품유형 2의 조립 이전의 수명분포는 증가하는 고장률(increasing hazard rate)을 가지도록 가정한다.

$$\bar{F}_2(t) = \exp(-\alpha_2 t) + \alpha_2 t \exp(-\alpha_2 t).$$

따라서 부품유형 2의 경우 부품 번인이 필요하지 않다. 시스템에 조립된 후 부품유형 2의 신뢰도는 다음과 같이 가정한다

$$\bar{F}_2^*(t) = p_2 \exp(-\alpha_0 t) + (1 - p_2) \bar{F}_2(t).$$

부품유형 2는 조립 전에는 감마분포(Gamma distribution)를 가지고 조립 후에는 혼합감마분포(mixed Gamma distribution)를 가짐을 알 수 있다. 감마분포는 제품의 수명분포로 널리 사용하여 온 수명분포이고(Barlow and Proschan, 1975) 혼합감마분포는 혼합지수분포를 포함하는 일반화된 분포로 혼합와이블분포와 함께 생산과정에서 발생하는 제품 수명의 변동을 설명하기 위해 널리 사용되는 수명분포이다(Jensen and Peterson, 1982). 그 결과 $\bar{F}_2^*(t)$ 는 욕조고장률(bathtub hazard rate)을 가진다. <Figure 2>은 부품유형 2의 조립 전과 조립 후의 고장률 함수를 비교한다. 두 고장률의 차이는 부품유형 2에서 발생하는 유아 사망 고장을 나타내며 부품유형 2는 시스템 번인에 따라 신뢰도가 증가할 수도 있고 감소할 수도 있다.

부품유형 3은 조립 전과 후에 모두 증가하는 고장률을 가지도록 가정한다. 부품번인이 불필요하므로 부품유형 3의 조립 전과 후의 수명분포는 모두 감마분포를 가정한다.

$$\bar{F}_3(t) = \bar{F}_3^*(t) = \exp(-\alpha_3 t) + \alpha_3 t \exp(-\alpha_3 t).$$

부품유형 3은 시스템 번인을 하게 되면 신뢰도가 감소하게 된다. 부품유형 3의 경우는 조립과정이 완벽하게 진행되어 결점이 전혀 발생하지 않는 경우로 대부분의 시스템 번인에 대한 선행연구자들이 가정한 사항이다(Pohl and Dietrich, 1995; Kim and Kuo, 2005).

연결 결점의 수는 평균이 μ 인 포아송 분포를 따른다고 가정한다. 각 결점이 연결부분의 고장을 일으키는 사건은 시간상 와이블 분포(Weibull distribution)로 일어난다(Kim and Kuo, 2005). 즉,

$$G(t) = 1 - \exp[-(bt)^d],$$

이다.

<Figure 1>의 브리지 시스템에서 부품위치 1과 4에는 부품유형 1, 부품위치 2와 5에는 부품유형 2, 그리고 부품위치 3에는 부품유형 3이 조립된다고 가정하자. 본 논문에서의 그래프나 수치결과는 <Table 1>의 모수 값을 사용하였다.

<Table 1>에서 p_1 와 p_2 는 각 부품유형의 유아 사망 고장의 비율을 나타내는 값으로 일반적으로 0.1-5%의 값을 가지는 것으로 알려져 있고 c_1 은 결합 고장의 확률로 약 2-20%로 알려져 있다(Jensen and Peterson, 1982). <Table 1>에서 사용한 특정

Table 1. Values of distribution parameters for an illustration.

component type 1	component type 2	component type 3
$\lambda_0 = 5E-03$	$\alpha_0 = 1E-03$	$\alpha_3 = 1E-0.5$
$\lambda_1 = 1E-05$	$\alpha_2 = 1E-05$	
$\lambda_2 = 1E-09$	$p_2 = 0.05$	
$p_1 = 0.01$		
$c_1 = 0.1$		
connection defects		
$\mu = 0.1$	$b = 1E-05$	$d = 0.5, 1 \text{ or } 1.5$
$a_0 = 0, a_1 = \dots = a_5 = 1/5$		

모수의 값은 Kim and Kuo (2004, 2005)에서와 비슷하게 선택되었다. 현장에서의 적용을 위해서는 부품유형별로 조립 전과 후의 수명 자료를 얻고 각각의 수명 자료에 여러 가지 수명분포를 적합시켜 보아 가장 잘 적합 되는 분포와 모수 값을 선택하여야 한다. 혼합분포에 대한 통계적인 모수 추정 기법들은 널리 개발되어 있다(Jensen and Peterson, 1982; McClean, 1986).

4.2 시스템 변인 전 시스템 신뢰도

<Figure 1>의 브리지 시스템의 신뢰도는 식(2)로부터 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 R_{\phi, \tau_1}^*(t) = & \bar{F}_{1, \tau_1}^*(t) \bar{F}_2^*(t) \exp[-\mu G(t)(a_0 + a_1 + a_2)] \\
 & \{1 - \bar{F}_{1, \tau_1}^*(t) \bar{F}_2^*(t) \exp[-\mu G(t)(a_4 + a_5)]\} \\
 & + \bar{F}_{1, \tau_1}^*(t) \bar{F}_2^*(t) \exp[-\mu G(t)(a_0 + a_4 + a_5)] \\
 & \{1 - \bar{F}_{1, \tau_1}^*(t) \bar{F}_3^*(t) \exp[-\mu G(t)(a_1 + a_3)]\} \\
 & + \bar{F}_{1, \tau_1}^*(t) \bar{F}_2^*(t) \bar{F}_3^*(t) \exp[-\mu G(t)(a_0 + a_1 + a_3 + a_5)] \\
 & \{1 - \bar{F}_2^*(t) \exp[-\mu G(t)a_2]\} \\
 & + \bar{F}_{1, \tau_1}^*(t) \bar{F}_2^*(t) \bar{F}_3^*(t) \exp[-\mu G(t)(a_0 + a_2 + a_3 + a_4)] \\
 & \{1 - \bar{F}_2^*(t) \exp[-\mu G(t)a_1] - \bar{F}_2^*(t) \exp[-\mu G(t)a_5]\} \\
 & + 2[\bar{F}_{1, \tau_1}^*(t)]^2 [\bar{F}_2^*(t)]^2 \bar{F}_3^*(t) \exp[-\mu G(t)]. \quad (7)
 \end{aligned}$$

<Figure 3>은 $d = 0.5, 1.0, 1.5$ 에 대해 시스템 고장율을 예시하였다. $d > 1$ 이면 연결결점이 증가하는 고장률로 발생하는 경우이고 $d < 1$ 이면 연결결점이 감소하는 고장률로 발생한다. 따라서 연결결점의 수가 고정되어 있는 경우, 시간 t 가 작은 경우에는 $d < 1$ 인 경우의 고장률이 $d > 1$ 인 경우보다 크지만 시간 t 가 충분히 커지면서 $d > 1$ 인 경우의 고장률이 $d < 1$ 인 경우보다 커진다. 전통적 고장률은 연결결점이 발생하지 않고 조립과정동안 부품수명의 변화가 없는 전통적 신뢰도 함수에서 얻어진 고장률로 항상 증가하는 고장률을 가진다

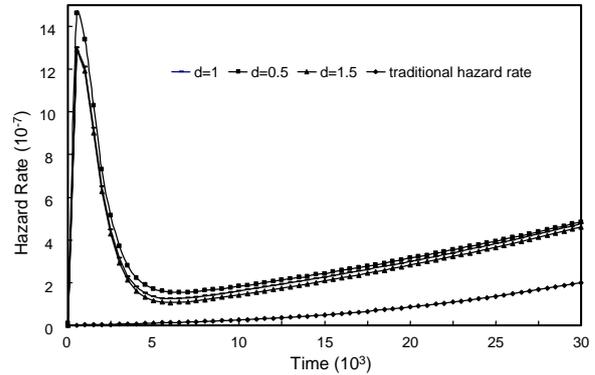


Figure 3. Hazard rate of a bridge system for different distributions of connection defects.

4.3 시스템 변인 후 신뢰도 : 최소 수리하는 경우

변인 동안 고장 난 시스템을 최소 수리한다고 가정하자 $h_{\phi, \tau_1}^*(x)$ 를 식 (7)의 신뢰도 함수에서 얻은 고장률 함수라고 하면 시스템 변인 후 신뢰도는 식(3)을 이용하여 식(8)과 같이 계산된다.

$$R_{\phi, \tau_1, \tau}^*(t) = \frac{R_{\phi, \tau_1}^*(\tau + t)}{R_{\phi, \tau_1}^*(\tau)} = \exp\left[-\int_{\tau}^{\tau+t} h_{\phi, \tau_1}^*(x) dx\right]. \quad (8)$$

이 경우 고정된 시간 t 에 대해 신뢰도를 최대로 만드는 최적 변인시간은 <Figure 3>의 시스템 고장률 함수의 아래 면적이 최소가 되는 구간 $[\tau, \tau + t]$ 를 찾는 것과 같다.

4.4 시스템 변인 후 신뢰도 : 부품/연결부분의 고장 즉시 수리하는 경우

부품유형 1의 시스템 변인 동안 재생률은 자연재생과정의 이론을 이용하여 다음과 같이 계산된다(Kim and Kuo, 2005).

$$\frac{dM_{1, \tau_1}^*(x)}{dx} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{z} + D \exp(-\lambda_0 x) + E \exp(-zx).$$

이때

$$\begin{aligned}
 z &= \lambda_1(1 - c_1^0) + \lambda_2 c_1^0 \\
 D &= \frac{p_1(\lambda_0 - \lambda_2)(\lambda_0 - \lambda_1)}{\lambda_0 - z}
 \end{aligned}$$

$$E = \lambda_1 c_1^0 + \lambda_2(1 - c_1^0) - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{z} + \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 p_1 c_1^0 (1 - c_1^0)}{\lambda_0 - z}$$

이다. 따라서 부품유형 1의 시스템 변인 후의 신뢰도는 $\bar{F}_{1, \tau_1, \tau}^*(t) = I \exp(-\lambda_0 t) + J \exp(-\lambda_1 t) + K \exp(-\lambda_2 t)$ 이며 이때 I, J, K 는 다음과 같다.

$$I = p_1 \exp(-\lambda_0 \tau)$$

$$J = c_1^0 \left[\left(\frac{D}{\lambda_0 - \lambda_1} - \frac{\lambda_1}{z} + \frac{E}{z - \lambda_1} + 1 - p_1 \right) \exp(-\lambda_1 \tau) + \frac{\lambda_2}{z} - \frac{D \exp(-\lambda_0 \tau)}{\lambda_0 - \lambda_1} - \frac{E \exp(-z \tau)}{z - \lambda_1} \right]$$

$$K = (1 - c_1^0) \left[\left(\frac{D}{\lambda_0 - \lambda_2} - \frac{\lambda_1}{z} + \frac{E}{z - \lambda_2} + 1 - p_1 \right) \exp(-\lambda_2 \tau) + \frac{\lambda_1}{z} - \frac{D \exp(-\lambda_0 \tau)}{\lambda_0 - \lambda_2} - \frac{E \exp(-z \tau)}{z - \lambda_2} \right].$$

마찬가지로 부품유형 2의 시스템 변인동안 재생률은

$$\frac{dM_2^*(x)}{dx} = A \exp(-\alpha_0 x) + B \exp(-2\alpha_2 x) + C$$

이고 이때

$$A = \frac{p_2(\alpha_0 - \alpha_2)^2}{\alpha_0 - 2\alpha_2}$$

$$B = \frac{(1 - p_2)\alpha_2^2 - \alpha_0\alpha_2/2}{\alpha_0 - 2\alpha_2}$$

$$C = \frac{\alpha_2}{2}$$

이다. <Figure 4>는 부품유형 2가 조립과정동안 수명변화가 없는 경우 즉 $p_2 = 0$ 인 경우와 $p_2 > 0$ 인 경우의 재생률을 비교한다. <Figures 2>와 <Figures 4>를 비교해 보면 고장률 함수와 재생률 함수가 유사한 형태를 띤다는 것을 알 수 있다. <Figure 4>에서 두 재생률 함수의 차이는 유아 사망 고장으로 인한 재생률의 증가를 보여준다.

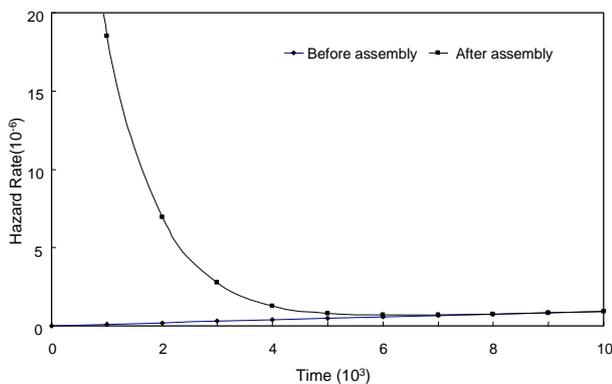


Figure 4. Renewal rates for component type 2 with and without assembly problems.

따라서 시스템 변인 후의 부품유형 2의 신뢰도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{F}_{2,\tau}^*(t) &= \bar{F}_2^*(t+\tau) + \int_0^{\tau} \bar{F}_2^*(t+\tau-x) dM_2^*(x) \\ &= p_2 \exp[-\alpha_0(t+\tau)] + (1-p_2) \{ \exp[-\alpha_2(t+\tau)] + \alpha_2(t+\tau) \exp[-\alpha_2(t+\tau)] \} \\ &\quad + \frac{A}{\alpha_0 - \alpha_2} \exp[-\alpha_2(t+\tau)] \{ 1 - \exp[-(\alpha_0 - \alpha_2)\tau] \} \\ &\quad + \frac{B}{\alpha_2} \exp[-\alpha_2(t+\tau)] [1 - \exp(-\alpha_2\tau)] \\ &\quad + \frac{C}{\alpha_2} \exp[-\alpha_2(t+\tau)] [\exp(\alpha_2\tau) - 1] \\ &\quad + \frac{A\alpha_2}{(\alpha_0 - \alpha_2)^2} [(\tau+t)(\alpha_0 - \alpha_2) - 1] \exp[-\alpha_2(t+\tau)] \\ &\quad + \frac{A\alpha_2}{(\alpha_0 - \alpha_2)^2} [1 - t(\alpha_0 - \alpha_2)] \exp(-\alpha_2t - \alpha_0\tau) \\ &\quad + \left\{ B \left(\tau + t - \frac{1}{\alpha_2} \right) [1 - \exp(-\alpha_2\tau)] + B\tau \exp(-\alpha_2\tau) \right\} \\ &\quad \exp[-\alpha_2(t+\tau)] + C \left(t + \frac{1}{\alpha_2} \right) \exp(-\alpha_2t) \\ &\quad - C \left(t + \tau + \frac{1}{\alpha_2} \right) \exp[-\alpha_2(\tau+t)]. \end{aligned}$$

부품유형 3은 조립 전과 후에 수명의 변화가 없으므로 시스템 변인동안 재생과정이 발생하며 재생률은

$$\frac{dM_3(x)}{dx} = \frac{\alpha_3}{2} [1 - \exp(-2\alpha_3 x)]$$

이다. 부품유형 3의 시스템 변인 후 신뢰도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{F}_{3,\tau}^*(t) &= \bar{F}_3^*(t+\tau) + \int_0^{\tau} \bar{F}_3^*(t+\tau-x) dM_3(x) \\ &= \exp[-\alpha_3(t+\tau)] [1 + \alpha_3(t+\tau)] \\ &\quad + \frac{\exp[-\alpha_3(\tau+t)]}{2} \{ 2\exp(\alpha_3\tau) + \alpha_3 t \\ &\quad [\exp(\alpha_3\tau) + \exp(-\alpha_3\tau)] - 2(1 + \alpha_3\tau + \alpha_3 t) \}. \end{aligned}$$

<Figure 5>은 3가지 부품유형이 시스템 변인동안 서로 상충하는 효과를 예시한다. 부품유형 1의 신뢰도는 시스템 변인시간의 증가함수이고 부품유형 2의 신뢰도는 처음에는 증가하다가 감소하며 부품유형 3의 신뢰도는 시스템 변인시간의 감소함수이다. 부품유형 2와 부품유형 3의 차이는 조립과정동안 부품유형의 수명분포의 변화가 생기는가에 따른 것으로 <Figure 5>에서 시스템 변인시간이 약 5 단위시간이 되면 부품유형 2의 조립과정동안의 결점이 모두 제거되고 부품유형 2와 3의 신뢰도가 같아지며 이후 신뢰도는 시스템 변인시간의 감소함수임을 볼 수 있다.

이제 시스템 변인 한 후 시스템의 신뢰도는 식(4)를 이용하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 R_{\phi, a_1, \tau}^*(t) = & \bar{F}_{1, \tau_1, \tau}^*(t) \bar{F}_{2, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)(a_0 + a_1 + a_2)] \\
 & \left\{ 1 - \bar{F}_{1, \tau_1, \tau}^*(t) \bar{F}_{2, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)(a_4 + a_5)] \right\} \\
 + & \bar{F}_{1, \tau_1, \tau}^*(t) \bar{F}_{2, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)(a_0 + a_4 + a_5)] \\
 & \left\{ 1 - \bar{F}_{1, \tau_1, \tau}^*(t) \bar{F}_{3, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)(a_1 + a_3)] \right\} \\
 + & \bar{F}_{1, \tau_1, \tau}^*(t) \bar{F}_{2, \tau}^*(t) \bar{F}_{3, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)(a_0 + a_1 + a_3 + a_5)] \\
 & \left\{ 1 - \bar{F}_{2, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)a_2] \right\} \\
 + & \bar{F}_{1, \tau_1, \tau}^*(t) \bar{F}_{2, \tau}^*(t) \bar{F}_{3, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)(a_0 + a_2 + a_3 + a_4)] \\
 & \left\{ 1 - \bar{F}_{2, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)a_1] - \bar{F}_{2, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)a_5] \right\} \\
 + & 2[\bar{F}_{1, \tau_1, \tau}^*(t)]^2 [\bar{F}_{2, \tau}^*(t)]^2 \bar{F}_{3, \tau}^*(t) \exp[-\mu G(t\tau)] . \quad (9)
 \end{aligned}$$

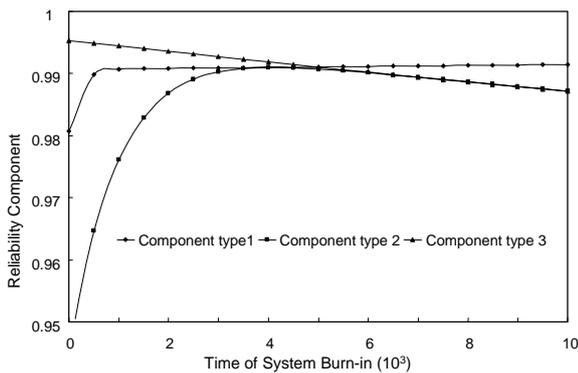


Figure 5. Reliability of component types in system burn-in times.

4.5 최적 시스템 번인시간의 비교

<Table 2>는 4.3과 4.4절에서의 식 (8)과 식 (9)의 신뢰도를 최대로 하는 시스템 번인시간을 제시하고 있다. 임무시간 t 가 커짐에 따라 <Figure 3>의 시스템 고장률 함수가 급격하게 증가하면서 <Figure 3>의 오른쪽 절단된 부분에서 볼 수 있음) 최소 수리의 경우 일정한 t 이후에 최적 번인시간은 항상 0이다. 즉, 번인을 수행하면 시스템 신뢰도가 감소하게 된다. 그런데 부품이나 연결 부분의 고장 즉시 수리하는 경우에는 임무

Table 2. Optimal burn-in times for maximizing reliability for the cases of minimal repair and replacement

t	$d = 0.5$		$d = 1.0$		$d = 1.5$	
	replacement	minimal repair	replacement	minimal repair	replacement	minimal repair
5E03	5760	4680	4905	4405	4705	4390
1E04	4850	3900	4232	3664	4050	3650
3E04	3490	2400	3220	2237	3095	2220
5E04	3010	1460	2827	1290	2725	1260
1E05	2535	0	2410	0	2335	0
4E05	2150	0	2041	0	1985	0
1E06	2020	0	1916	0	1860	0

시간 t 가 증가하여도 번인이 신뢰도를 증가시킨다. 즉, 조립과 정동안 여러 유형의 결점들이 시스템에 추가되는 경우 시스템 번인동안 고장이 난 부품과 결점을 그 즉시 고칠 수 있다면 짧은 시간동안의 시스템 번인은 항상 유용하다 따라서 최소 수리를 가정하고 시스템의 고장률 함수를 사용하여 비 직렬시스템의 최적 번인시간을 결정하는 경우 실제의 최적 번인시간을 과소 평가할 수 있다. 시스템 번인동안 시스템 전체가 고장이 나야 부품을 대체하거나 연결부분의 결점을 제거하는 경우의 최적번인시간은 이 두 경우의 사이에 있다

5. 결론

본 논문에서는 부품번인을 수행한 이후 시스템 조립과정에서 생길 수 있는 부품 수명의 변화와 연결부분의 결점들을 고려한 시스템 수명모형을 제안하고 이 수명모형을 이용하여 시스템 번인 이후의 시스템 신뢰도를 부품번인 시간과 시스템 번인 시간의 함수로 표현하였다. 최소 수리를 가정하고 비 직렬시스템의 신뢰도를 극대화시키는 것은 시스템 고장률 함수의 면적이 최소가 되는 구간을 찾는 것과 같고, 부품이나 연결부분이 고장 즉시 수리된다는 가정에서 비 직렬시스템의 신뢰도를 최대화시키기 위해서는 재생과정과 비동질적 포아송 과정을 동시에 고려하여 수리적으로 찾아야 함을 지적하였다.

기존의 시스템 번인 모형들에서 시스템을 구성하는 모든 부품이 감소하는 고장률을 가진다고 가정하여 시스템 번인이 조립 결점뿐만 아니라 구성 부품 모두의 신뢰도를 증가시키도록 하여 신뢰도가 무한히 증가하도록 모형화했다면 본 논문에서는 비 직렬시스템인 브리지 시스템의 예제를 통하여 부품 상호간의 상충효과를 고려하였다. 따라서 신뢰도를 극대화시키는 최적 번인시간을 유한하게 계산할 수 있다. 최소 수리를 가정하면 실제 시스템의 최적 번인시간을 과소평가할 수 있음을 주목하였다. 번인 기계가 시스템 고장만을 찾아 부품을 대체하거나 연결부분을 수리한다면 최적시스템 번인시간은 최소 수리와 즉시 수리하는 경우의 사이에 있는 번인시간을 고려해 볼 수 있다.

참고문헌

Barlow, R. E. and Proschan, F. (1975), *Statistical Theory of Reliability and Life Testing*, Holt, Rinehart and Winston, New York.

Block, H. W., Mi, J. and Savits, T. H. (1993), Burn-in and Mixed Populations, *Journal of Applied Probability*, **30**(1), 692-702.

Block, H. W., Mi, J. and Savits, T. H. (1994), Some Results on Burn-in, *Statistica Sinica*, **4**(1), 525-534.

Block, H. W., Mi, J. and Savits, T. H. (1995), Burn-in at the Component and System Level, *Life Time Data : Models in Reliability and Survival Analysis*, Jewell, N. P., Kimber, A. C.,

- Lee, M. L. T. and Whitmore, C. A. Edited, 53-58, Kluwer, Dordrecht.
- Cha, J. H. (2000), On a Better Burn-in Procedure, *Journal of Applied Probability*, **37**(4), 1099-1103.
- Cha, J. H. (2001), Burn-in Procedures for a Generalized Model, *Journal of Applied Probability*, **38**(2), 542-553.
- Cha, J. H. (2003), A Further Extension of the Generalized Burn-in Model, *Journal of Applied Probability*, **40**(1), 264-270.
- Cha, J. H. (2005), On Optimal Burn-in Procedures-a Generalized Model, *IEEE Transactions on Reliability*, **54**(2), 198-206.
- Cha, J. H. (2006), An Extended Model for Optimal Burn-in Procedures, *IEEE Transactions on Reliability*, to appear.
- Jensen, F. and Peterson, N. E. (1982), *Burn-in : An Engineering Approach to the Design and Analysis of Burn-in Procedures*, John Wiley & Sons.
- Kim, K. O. and Kuo, W. (2003), A General Model for Heterogeneous System Lifetimes and Conditions for System Burn-in, *Naval Research Logistics*, **50**(4), 364-380.
- Kim, K. O. and Kuo, W. (2004), Two-level Burn-in for Reliability and Economy in Repairable Series Systems Having Incompatibility, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, **11**(3), 197-211.
- Kim, K. O. and Kuo, W. (2005), Some Considerations on System Burn-in, *IEEE Transactions on Reliability*, **54**(2), 207-214.
- Kim, K. O. and Kuo, W. (2006), Component and System Burn-in for Repairable Systems, *IIE Transactions*, to appear.
- Kuo, W. (1984), Reliability Enhancement Through Optimal Burn-in, *IEEE Transactions on Reliability*, **33**(2), 145-156.
- Kuo, W., Chien, W. T. K., and Kim, T. (1998), *Reliability, Yield and Stress Burn-in*, Kluwer Academic Publishers.
- Lynn, N. J. and Singpurwalla, N. D. (1997), Burn-in Makes Us Feel Good, *Statistica Sinica*, **12**(1), 13-19.
- Leemis, L. M. and Beneke, M. (1990), Burn-in Models and Methods : a Review, *IIE Transaction*, **22**(2), 172-180.
- Mi, J. (1994), Burn-in and Maintenance Policies, *Advances in Applied Probability*, **26**(1), 207-221.
- Mi, J. (1997), Warranty Policies and Burn-in, *Naval Research Logistics*, **44**(2), 199-209.
- McClellan, S. (1986), Estimation for the Mixed Exponential Distribution Using Grouped Follow Up Data, *Applied Statistics*, **35**(1), 31-37.
- Nguyen, D. G. and Murphy, D. N. P. (1982), Optimal Burn-in Time to Minimize Cost for Products Sold Under Warranty, *IIE Transaction*, **14**(3), 167-174.
- Park, K. S. (1985), Effect of Burn-in on Mean Residual Life, *IEEE Transactions on Reliability*, **34**(2), 522-523.
- Pohl, E. A. and Dietrich, D. L. (1995), ESS Strategies for Multi-Component Systems with Weibull Failure Times and Imperfect Failure Detection, *Annual Reliability and Maintainability*, 223-230.
- Reddy, R. K. and Dietrich, D. L. (1994), A 2-level ESS Model, *IEEE Transactions on Reliability*, **43**(11), 85-90.
- Whitbeck, C. W. and Leemis, L. M. (1989), Component vs System Burn-in Techniques for Electronic Components, *IEEE Transactions on Reliability*, **38**(2), 206-209.
- Zuo, M. J., Jiang, R., and Yam, R. C. M. (1999), Approaches for Reliability Modeling of Continuous State Devices, *IEEE Transactions on Reliability*, **48**(1), 9-19.