

실물 옵션과 전략적 의사 결정

김기홍[†] · 오형식

서울대학교 산업공학과

Real Options and Strategic Decision Analysis

Ki-Hong Kim · Hyung-Sik Oh

Department of Industrial Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742

This paper suggests a valuation framework of investment project using the concept of real options. We show the valuation process of real assets using the risk-neutral pricing. Especially, we focus on the investment lag. Real assets have investment lag in general. The decision time and the payment time are not identical. So the investment lag should be considered when valuing real assets for reality. We provide the valuation process for real assets, including R&D project. The results of this paper can be used for the real assets valuation and strategic decision analysis.

Keywords: Strategic Decision Analysis, Real Options, Investment Lag, Risk-neutral Pricing

1. 서론

실물 옵션의 개념이 경영상의 유연성을 평가하는 데 있어서 유용하게 사용된다는 것은 이미 널리 알려진 사실이다. 프로젝트 등의 실물 자산에는 연기 확장, 축소, 포기 등의 경영상의 유연성이 존재하는데 이러한 경영상의 유연성은 기존의 순현재가치법(NPV)으로 평가하기 어렵다. 실물 옵션은 투자안 평가에 금융 자산인 옵션의 성격을 도입하여 미래 현금 흐름이 불확실한 상황에서 투자활동 과정의 유연성을 평가할 수 있는 기법이기에 때문에, 순현재가치법의 대안으로 널리 사용되고 있다. Margrabe(1978), Brennan and Schwartz(1985), Titman(1985), McDonald and Siegel(1986), Dixit and Pindyck(1994), Panayi and Trigeorgis(1998) 등에 의해 실물 옵션에 대한 연구가 이루어져 왔고, 최근에도 실물 옵션에 대한 연구는 끊임없이 진행되고 있다.

R&D 프로젝트 등 실물 자산에 대한 투자안에는 일반적으로 투자 지연 현상(investment lag)이 존재한다. 다시 말하면, 투자 의사 결정을 하는 데부터 투자로 인한 수익을 얻는 데까지 시간이 걸린다는 것인데, 이는 실물 옵션이 금융 옵션과 다른

점이라고 할 수 있다. 일반적인 금융 옵션의 경우 옵션을 행사할지 여부를 결정하는 즉시 수익이 결정되며 따라서 블랙-숄츠 옵션 모형 등 기존의 모형을 통해 옵션의 가치를 결정할 수 있게 된다. 하지만 투자에서부터 수익을 얻는 시점까지 투자 지연 현상이 존재하는 실물 투자안의 경우 기존의 옵션 가격 결정 모형을 그대로 사용할 수 없게 된다. 실물 투자안에 존재하는 투자 지연 현상에 대한 연구는 기존에도 있었는데 투자 지연이 투자 가치를 어떤 식으로 변화시켰는가에 초점을 맞추거나(Shelly L. MacDougall, Richard H. Pike, 2003 etc), 연기 옵션, 포기 옵션과 연결시켜 투자 지연이 투자 시점 투자 포기 시점을 어떻게 변화시키는가(Avner Bar-Ilan, William C. Strange, 1996 etc)에 초점을 맞추어 진행되어 왔다. 투자 지연이 투자 가치에 부정적인 영향을 줄 것이라는 언급은 많이 있었지만, 이에 대해 그 도출 과정을 정확히 보여준 연구는 거의 없었다.

본 연구는 투자 지연 현상이 투자 의사 결정에 어떠한 영향을 미치는지를 살펴보고, 투자 지연 현상을 고려한 전략적 의사 결정 시스템을 구축하는 것을 목적으로 한다. 투자 가치에 부정적인 영향을 주는 것으로 알려진 투자 지연 현상이 실제

[†] 연락저자 : 김기홍, 151-742 서울시 관악구 신림동 산 56-1번지, 서울대학교 산업공학과 39동 318호, Fax : 02-873-6486

E-mail : comp17@naver.com

2006년 08월 접수; 2006년 10월 게재 확정.

로 얼마만큼의 영향을 주는지에 대해 살펴보도록 한다. 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다 제 2장에서는 이산 모형을 다루는데, 간단한 예제를 통해 투자 지연 효과를 살펴보도록 한다. 제 3장에서는 논의를 일반화하여 연속 모형을 살펴본다. 위험 중립 가치 평가의 개념을 이용하여 투자 지연 현상이 있을 때의 실패 옵션의 가치를 구해보도록 한다 마지막 제 4장에서는 결론을 내리고 추후 연구 과제에 대해 살펴보도록 한다.

2. 이산 모형

2.1 투자 지연 현상이 없는 경우

신제품 개발을 위한 연구 개발을 할 것인지의 여부를 결정하려고 하는 기업이 있다고 가정해보자 연구 개발 활동 및 상용화와 관련된 정보는 아래<Table 1>과 같다고 가정한다.

Table 1. The information on R&D activity and commercialization

| | |
|--|-------------|
| The initialization cost for R&D activity | \$1 million |
| The commercialization cost | \$8 million |
| The price of new product | \$22/unit |
| The cost of production | \$9/unit |
| The necessary time for R&D | 1 year |
| The risk-free interest rate | 5% |

논의를 간단하게 하기 위해, 신제품의 가격은 이미 정해져 있고, 신제품에 대한 수요만 불확실하다고 가정한다 수요에 대한 정보는 다음과 같다. 신제품의 현재 수요는 연간 80만개이며, 1년 후의 수요는 시장 상황에 따라 120만개가 되거나, 60만개가 된다고 한다. 만약 시장에 신제품의 수요와 상관관계가 1인 가격을 갖는 자산(Twin security)이 존재한다면 이러한 자산이 없을 경우, 시장에서 거래되고 있는 자산들의 조합으로 Twin portfolio를 만들 수 있다. 이를 이용해 R&D 프로젝트의 가치를 다음과 같이 구할 수 있다 이 자산의 현재 가격은 \$8이고, 시장 상황에 따라 1년 후의 가격이 \$12이나 \$6이 된다고 한다. 이를 1기간 이항 모형으로 나타내보면 <Figure 1>과 같게 된다.



Figure 1. Demand for new product and the value of twin security in a one-step tree

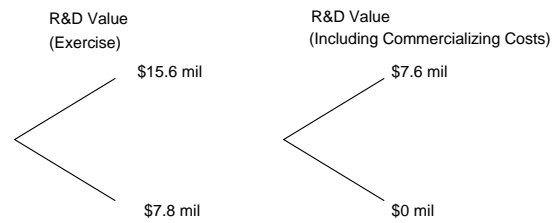


Figure 2. R&D value in a one-step tree

R&D를 상용화 했을 때의 수익은 신제품에 대한 수요가 120만개일 때 \$1560만이 되며, 수요가 60만개일 때 \$708만이 된다. 수익이 \$1560만이 된다면 기업은 상용화를 위한 추가 투자를 하게 될 것이고, 수익이 \$780만이 된다면 추가 투자를 하지 않을 것이다. 상용화 비용 \$800만까지 고려한 R&D 투자의 가치는 시장 상황에 따라 \$760만(=\$1560만 - \$800만)이 되거나 0이 될 것이다(<Figure 2> 참고).

이제 n개의 twin security를 구입하고, R&D project를 공매함으로써 무위험 포트폴리오를 구성해보도록 하자. 앞에서 주어진 twin security와 R&D project에 대한 정보를 바탕으로 이렇게 구성된 포트폴리오의 가치가 12n-760만 또는 6n이 된다는 것을 알 수 있다. 이 포트폴리오가 무위험 포트폴리오가 되기 위해서는 시장 상황에 관계없이 일정한 수익을 보장해야 하며, 따라서 12n-760만과 6n은 같은 값이 되어야 한다. 이를 만족시키는 n값은 1,267,000(아래 숫자들은 모두 100의 자리에서 반올림)이라는 사실을 알 수 있고, 이 경우 포트폴리오의 가치는 시장 상황에 관계없이 \$760만이 된다. 1년 뒤의 포트폴리오의 가치가 \$760만이고 무위험 이자율이 5%이기 때문에 포트폴리오의 현재 가치는 \$7,229,000이 되어야 한다는 것을 알 수 있다. R&D 프로젝트의 가치를 V라고 할 때, n개의 twin security를 구입하고, R&D project를 공매함으로써 만든 포트폴리오의 현재 가치는 10,133,000(=1,267,000*8)-V이며, 이 가치가 \$7,229,000이어야 하므로 V=\$2,904,000이라는 것을 알 수 있다. 따라서 기업은 R&D 투자에 들어가는 비용이 \$2,904,000 이하일 경우에만 투자해야 할 것이다. 현재 R&D 투자 비용이 \$100만이라고 가정했기 때문에 기업은 이 R&D 프로젝트를 수행해야 한다는 사실을 확인할 수 있다. <Figure 3>을 통해 계산 과정을 다시 확인할 수 있다.

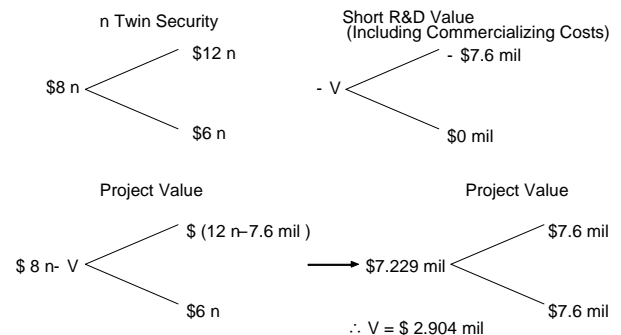


Figure 3. Current value of R&D project

1.2 투자 지연 현상이 있는 경우

이제 투자 지연 현상이 있는 경우를 고려해보도록 한다. 상용화에 1년이라는 시간이 필요해, 상용화가 내년에 시작되더라도 실제로 상용화 과정이 완료되어 시장에 제품이 출시되는 시기는 2년 뒤라고 가정한다. 즉, 1년이라는 투자 지연 기간이 존재한다고 가정한다. 이 경우 신제품에 대한 수요는 또 다른 불확실성에 직면하게 된다. 투자 지연 기간이 없는 경우와 마찬가지로 신제품에 대한 수요는 매년 50% 상승하거나 25% 하락한다고 가정한다. 즉, 1년 후의 수요는 시장 상황에 따라 120만이 되거나 60만이 되고, 1년 후의 수요가 120만이 될 경우, 2년 후의 수요는 시장 상황에 따라 180만이 되거나 90만이 되고, 1년 후의 수요가 60만일 경우, 2년 후의 수요는 다시 90만이 되거나 45만이 된다(<Figure 4> 참고).

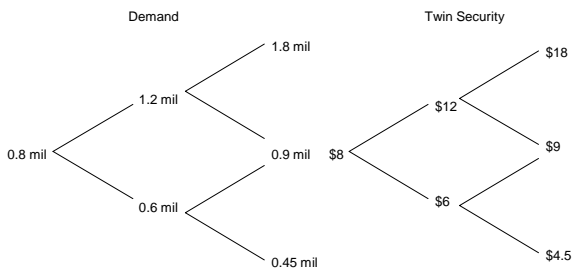


Figure 4. Demand for new product and the value of twin security in a two-step tree

투자 지연 현상이 존재할 경우, 기업이 추가적으로 발생하는 수요를 받아들일 능력이 되느냐 안 되느냐가 프로젝트 가치 평가에 있어서 중요하다. 만약 기업이 추가적으로 발생하는 수요를 수용할 능력이 된다면 상황에 따라 투자 지연 현상은 오히려 기업에 유리하게 작용할 수도 있다. 물론 추가 수요를 수용할 능력이 되지 않는다면 일반적으로 알려진 것처럼 투자 지연 현상은 기업에 불리하게 작용할 것이다. 예를 통해 다시 살펴보기 위해 1년 후의 신제품 수요가 120만이었고, 기업이 이를 토대로 상용화 결정을 내렸다고 하자. 상용화에 1년이 걸리는 동안 제품의 수요가 늘어나 2년 후의 신제품 수요가 160만이 되었다고 한다. 만약 기업이 추가 수요를 수용할 수 있는 능력이 없다면 신제품 수요가 160만임에도 불구하고 기업은 120만개의 신제품만을 생산하게 되며, 이로 인해 제품 40만개의 손해를 보았다고 할 수 있다. 즉, 미리 제품의 생산량을 결정했기 때문에 시장에서의 수요가 오르더라도 판매할 수 있는 제품의 양에 상한선이 생겼다는 것으로 해석할 수 있으며 이는 옵션을 팔았을 때의 수익 구조와 비슷하다. 좀 더 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

만약에 기업이 초과 수요를 감당할 능력이 된다면 2년 후의 Payoff는 다음 <Figure 5>와 같게 된다. 이 때 R&D 프로젝트의 가치는 \$386만이 된다는 것을 알 수 있다. R&D 프로젝트의 가치는 투자 지연 현상이 없는 경우와 비교할 때 증가하였는데

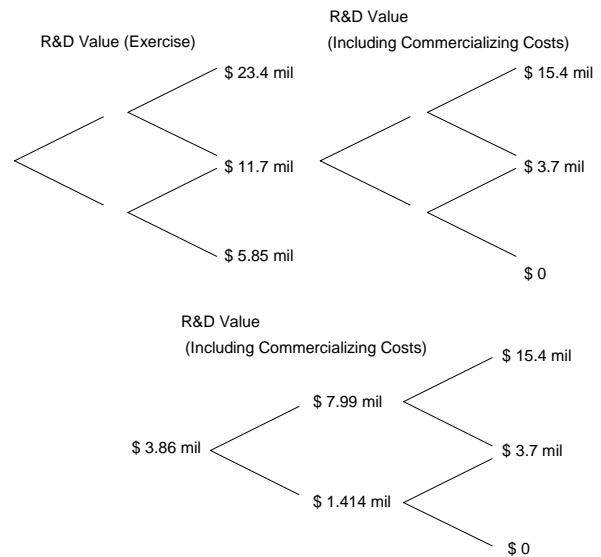


Figure 5. R&D value in case of sufficient capacity

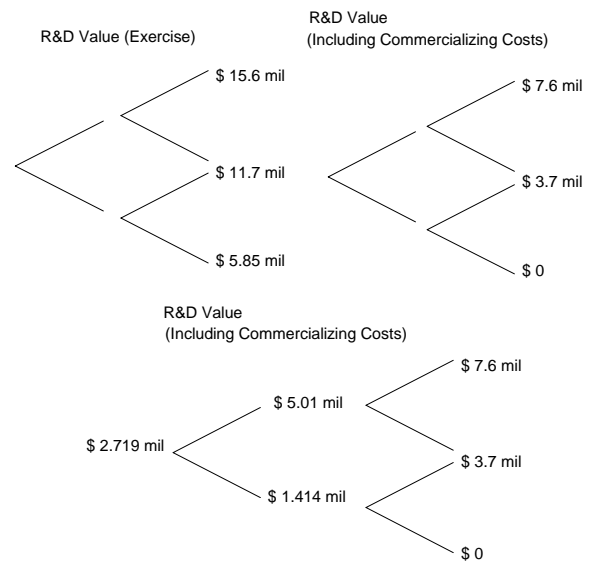


Figure 6. R&D value in case of insufficient capacity

이는 옵션의 만기가 증가했기 때문이다. 초과 수요를 감당할 수 있는 경우, 단순히 옵션의 만기가 증가한 것이나 마찬가지로 되며 따라서 옵션의 성격을 가지고 있는 R&D 프로젝트의 가치는 증가하게 된다. 하지만 초과 수요를 수용할 수 없는 경우, R&D 프로젝트의 가치는 \$272만으로 투자 지연 현상이 없는 경우보다 줄어들었다는 사실을 알 수 있다(<Figure 6> 참고). 이는 수요의 불확실성으로 인한 위험이 R&D 프로젝트의 가치를 감소시켰음을 보여주는 것이라고 할 수 있다. 투자 지연 현상이 있기 때문에 수익이 떨어질 위험은 존재하는 데 비해, 수용 능력의 한계로 인해 수익이 늘어날 잠재력은 제한되어 있기 때문에 가치가 감소한 것으로, 이는 옵션을 팔았을 때의 수익 구조와 매우 비슷하다.

3. 연속 모형

지금까지는 논의를 간단히 하기 위해 이산 모형을 살펴보았다. 이제 보다 현실적인 연속 모형을 살펴보도록 한다. 초과 수요를 수용할 능력이 있는 경우와 없는 경우로 나누어 R&D 프로젝트의 가치가 어떻게 바뀌는지 살펴보도록 한다. 투자 지연 현상이 있는 경우와 없는 경우의 가장 큰 차이점은 의사 결정은 t_1 시점에서 이루어지고, 수익의 규모는 t_2 시점에서 결정된다는 것이다. 논의를 위해 다음 <Table 2>와 같이 기호를 정의한다.

Table 2. The notation of variables

| | |
|--|-------------|
| the current demand of new product | d |
| the commercialization cost | X |
| the price of new product per unit | p |
| the cost of production per unit | c |
| the necessary time for R&D activity | t_1 |
| the necessary time for commercialization process | $t_2 - t_1$ |
| the risk-free interest rate | r |
| The volatility of the demand | σ |

만약 투자 지연 현상이 없다면 t_1 시점에서의 기업의 수익은 $Max[(p-c)d_1 - X, 0]$ 가 될 것이고, 의사 결정은 이 수익을 참고해서 이루어질 것이다. 하지만 투자 지연이 존재한다면 기업이 상용화 결정을 내렸을 때 실제로 얻게 되는 수익은 $(p-c)d_1 - X$ 가 아니고 $(p-c)d_2 - X$ 가 될 것이다. 물론 의사 결정 시점에서는 d_2 값을 알 수 없고 d_1 값만을 알 수 있다. 즉, 기업은 d_1 값을 참고로 하여 d_2 값을 예측한 후, 이를 의사 결정에 반영해야 한다. 이 경우 R&D 프로젝트의 가치를 구하는 일은 투자 지연이 없는 경우처럼 간단하지는 않다. 금융 시장이 완전 시장임을 가정하고 twin security의 개념을 이용하여 가치를 구할 수 있다. 우선 추가 수요를 수용할 수 있는 경우, 가치를 구하는 과정은 다음과 같다.

프로젝트의 가치를 구하기 위해서 프로젝트의 수익과 관련된 부분의 현재 가치를 S 라 하고 $S = (p-c)d$ 로 정의한다. 앞에서와 마찬가지로 이와 같은 움직임을 보이는 twin security가 존재한다고 가정을 한다. 이 경우 기업은 이러한 twin security를 구매함으로써 투자 지연 기간 동안 발생할 수 있는 위험을 없앨 수 있게 된다. 이 경우 상용화 여부는 의사 결정 시점에서의 프로젝트의 수익 가치라고 할 수 있는 S_1 값과 상용화 가격인 X 값을 비교해서 결정하게 된다. $S_1 > X$ 인 경우, 기업은 상용화 결정을 내리고 twin security를 구매하게 된다. 이 경우 t_1 시점에서 기업이 얻게 되는 수익은 $S_1 - X$ 가 되고, t_2 시점에서는 프로젝트 상용화로 얻은 수익으로 구매했던 주식을 다시 구입한다. 이렇게 되면 t_2 시점에서의 현금 유입/유출은 전혀 없게 되며, 프로젝트로 인한 기업의 수익은 t_1 시점에서의

$S_1 - X$ 가 된다. 반대로 $S_1 < X$ 인 경우, 기업은 상용화를 포기하고 수익은 0이 된다. 따라서 t_1 시점에서의 기업의 수익은 $Max[S_1 - X, 0]$ 이 되는데, 이는 투자 지연 현상이 없는 경우의 수익과 일치한다. 즉, twin security와 공매리는 가정을 통해 초과 수요를 수용할 수 있는 경우, 투자 지연 현상은 R&D 프로젝트의 가치에 영향을 미치지 못한다는 결론을 얻을 수 있다.

초과 수요를 수용하지 못하는 경우의 결과는 다르다. 이 경우 투자 지연 현상이 R&D 프로젝트의 가치에 부정적인 영향을 미칠 것이라는 것은 짐작할 수 있다. 생산량이 t_1 시점에서의 수요에 따라 결정될 경우, 생산량이 t_2 시점에서의 실제 수요량보다 작아질 가능성이 있다. 이 경우, t_1 시점에서 생산량을 얼마로 정해주느냐에 따라 프로젝트의 가치가 달라질 것이며, 따라서 생산량을 결정하는 문제가 매우 중요한 일이 될 것이다. 본 논문에서는 생산량이 t_1 시점에서의 생산량에 맞춰 d_1 으로 생산량을 결정해놓고 문제를 풀어보도록 하자. 이 경우 t_2 시점에서의 수익은 미리 정해놓은 생산량 d_1 과 실제 수요 d_2 와의 차이에 따라 결정되는데, $d_2 \geq d_1$ 일 경우, $(p-c)d_1$, $d_2 < d_1$ 일 경우 $pd_2 - cd_1$ 이 될 것이다. 이를 정리하면 $Min(pd_1, pd_2) - cd_1$ 이 되며, 이를 편의를 위해 정리하면 $pd_2 - cd_1 - Max(pd_2 - pd_1, 0)$ 이 된다.

초과 수요를 감당할 수 없는 경우의 프로젝트의 가치를 구하기 전에, 지금까지 논의된 내용들을 정리하면 다음과 같다. 투자 지연 현상이 없을 경우의 payoff는 $Max[(p-c)d_1 - X, 0]$ 가 되며, 일반적인 Black-Scholes 모형을 통해 프로젝트의 가치를 계산할 수 있게 된다. 투자 지연 현상이 있고 초과 수요를 수용할 수 있는 경우의 payoff는 실제로는 상용화 결정을 내릴 경우 $(p-c)d_2$ 가 되겠지만, 의사 결정 시점에서는 d_2 값을 알 수 없기 때문에 프로젝트만 가지고는 투자 지연 현상이 없는 경우처럼 간단하게 payoff를 정리할 수 없다. 투자 지연으로 인한 위험을 없애기 위해 $(p-c)d_1$ 의 가치를 갖는 twin security를 구매할 경우, $Max[(p-c)d_1 - X, 0]$ 라는 payoff를 얻게 되는데 이는 투자 지연 현상이 없는 경우와 같다는 것을 앞에서 살펴보았다. 마지막으로 초과 수요를 수용할 수 없는 경우를 살펴보면, t_2 시점에서의 payoff는 $pd_2 - cd_1 - Max(pd_2 - pd_1, 0)$ 가 된다. t_1 시점에서 만기가 $t_2 - t_1$ 이고, 기초 자산 가격이 pd_1 , 행사 가격이 pd_1 인 콜옵션을 구매할 경우, $-Max(pd_2 - pd_1, 0)$ 부분에 대한 위험을 없앨 수 있고, pd_1 의 가치를 갖는 twin security를 구매함으로써 t_1 시점에서의 payoff를 $Max[(pd_1 - cd_1 - X - q, 0)]$ 으로 확정시킬 수 있다(단, 여기에서 q 는 위에서 언급한 콜옵션의 가격이다).

이제 프로젝트의 가치를 구하기 위해 먼저 q 값부터 구해본다. q 는 만기가 $t_2 - t_1$ 이고, 기초 자산 가격이 pd_1 , 행사 가격이 pd_1 인 콜옵션의 가격이기 때문에 Black-Scholes 모형을 통해 쉽게 구할 수 있다.

$$q = pd_1 N(a_1) - pd_1 e^{-r(t_2 - t_1)} N(a_2) \quad (1)$$

$$a_1 = \frac{(r + \frac{\sigma^2}{2})(t_2 - t_1)}{\sigma \sqrt{t_2 - t_1}}, \quad a_2 = \frac{(r - \frac{\sigma^2}{2})(t_2 - t_1)}{\sigma \sqrt{t_2 - t_1}}$$

이제 프로젝트의 가치를 알아보도록 한다. 프로젝트의 가치를 위험 중립 기대값을 통해 나타내면 다음과 같다.

$$V = e^{-rt_1} \hat{E}[Max(\alpha d_1 - X, 0)] \quad (2)$$

$$\alpha = p - c - pN(a_1) + pe^{-r(t_2 - t_1)}N(a_2)$$

여기에서 Black-Scholes 모형을 살펴보도록 한다. Black-Scholes 모형은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$c = e^{-rt_1} \hat{E}[Max(S_1 - K, 0)] = S_0 N(b_1) - Ke^{-rt_1} N(b_2) \quad (3)$$

$$b_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)t_1}{\sigma \sqrt{t_1}},$$

$$b_2 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)t_1}{\sigma \sqrt{t_1}}$$

이를 본 문제에 적용시키면 프로젝트의 가치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V = e^{-rt_1} \hat{E}[Max(\alpha d_1 - X, 0)] = \alpha e^{-rt_1} \hat{E}[Max(d_1 - X/\alpha, 0)] \\ = \alpha d_0 N(b_1) - Xe^{-rt_1} N(b_2) \quad (4)$$

$$b_1 = \frac{\ln(\alpha d_0/X) + (r + \sigma^2/2)t_1}{\sigma \sqrt{t_1}},$$

$$b_2 = \frac{\ln(\alpha d_0/X) + (r - \sigma^2/2)t_1}{\sigma \sqrt{t_1}}$$

$$\alpha = p - c - pN(a_1) + pe^{-r(t_2 - t_1)}N(a_2)$$

$$a_1 = \frac{(r + \frac{\sigma^2}{2})(t_2 - t_1)}{\sigma \sqrt{t_2 - t_1}} = \frac{2r + \sigma^2}{2\sigma} \sqrt{t_2 - t_1},$$

$$a_2 = \frac{(r - \frac{\sigma^2}{2})(t_2 - t_1)}{\sigma \sqrt{t_2 - t_1}} = \frac{2r - \sigma^2}{2\sigma} \sqrt{t_2 - t_1}$$

4. 결론

본 논문은 투자 지연 효과의 영향에 대해 수학적으로 접근해

보았다. R&D 프로젝트의 가치를 평가하는 데 있어 투자 지연 효과가 어떠한 영향을 주는지에 대해 살펴보았다. 투자 지연 현상이 존재할 때, 의사 결정을 내리는 시점과 수익이 발생하는 시점은 일치하지 않는다. 이는 R&D 프로젝트 등 실물옵션 가치 평가를 이용해 가치를 평가하고자 하는 대부분의 경우에 해당하며, 이에 따라 일반 금융 옵션과 비교할 때 더 많은 위험에 노출되어 있다고 할 수 있다. 투자 지연이 발생함에 따라 생기는 위험은 크게 두 가지로 나눌 수 있는데, twin security의 구매와 콜옵션의 구매를 통해 제거할 수 있다. 물론 이는 twin security의 존재와 완전 시장의 가정 하에 이루어질 수 있는 논의인데, 앞에서도 언급했듯이 twin security가 존재하지 않는 경우에도 시장에 존재하는 금융 자산의 조합을 통해 twin portfolio를 구성할 수 있다는 점에서 그리 엄격한 가정은 아니라고 할 수 있다. 직관적으로 알 수 있듯이, 투자 지연 효과가 R&D 프로젝트의 가치에 미치는 영향은(-)이다. 그러나 초과 수요를 수용할 능력이 될 경우, 이 영향은 없어지게 된다.

우리는 완전 시장의 가정과 위험 중립 가격 결정 과정을 통해 실물 자산의 가치를 평가하는 방법을 살펴보았다. 본 연구의 결과는 실물 자산 평가와 이를 통한 의사 결정에 있어 다양하게 사용될 수 있을 것이다.

본 연구에서는 의사 결정 시점에서의 생산량 t_1 시점에서의 생산량으로 결정하였다. 의사 결정 시점에서의 생산량은 실물 자산의 가치를 결정하는 주요 변수가 될 것인데 이를 구하는 과정에 대한 연구는 앞으로도 더 발전할 여지가 있을 것으로 보인다.

참고문헌

- Alvarez, Luis, H. R. and Jussi, Keppo (2002), The Impact of Delivery Lags on Irreversible Investment under Uncertainty. *European Journal of Operational Research* **136**(1), 173-180.
- Bar-Ilan, Avner and William, C. Strange (1996), Investment Lags, *The American Economic Review*, **86**, 610-622.
- Brennan, Michael J. and Eduardo, S. Schwartz (1985), Evaluating Natural Resources Investment, *The Journal of Business*, **58**(2), 135-157.
- Dixit, Avinash K. and Robert, S. Pindyck (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.
- Hull, John C. (2003), *Options, Futures, and Other Derivatives*, 5th ed. Prentice Hall.
- MacDougall, Shelley L. and Richard, H. Pike (2003), Consider Your Options : Changes to Strategic Value During Implementation of Advanced Manufacturing Technology, *Omega*, **31**(1), 1-15.
- Majd, Saman and Robert, S. Pindyck (1987), Time to Build, Option Value, and Investment Decision, *Journal of Financial Economics*, **18**(1), 7-27.
- Margrabe, William (1978), The Value of an Option to Exchange One Asset for Another, *The Journal of Finance*, **33**(1),

- 177-186.
- McDonald, Robert and Daniel Siegel (1986), The Value of Waiting to Invest, *The Quarterly Journal of Economics*, **101** (4), 707-728.
- Panayi, Sylvia and Lenos, Trigeorgis (1998), Multi-stage Real Options : The Case of Information Technology Infrastructure and International Bank Expansion, *The Quarterly Review of Economics and Finance*, **38**(3), 675-692.
- Titman, Sheridan (1985), Urban Land Prices under Uncertainty, *The American Economic Review*, **75**(3), 505-514.