

심성함양으로서의 수학교육¹⁾ - F. Klein의 함수적 사고 교육을 중심으로 -

우정호* · 강현영**

오늘날 수학교육에 있어서 가장 중요한 문제 중 하나는 학교수학의 인간교육적 기반을 회복하는 것이며, 이를 위해서는 '수학을 가르치는 이유는 무엇인가'라는 보다 근원적인 문제에 대한 논의가 새롭게 요구된다. 본 논문은 생활의 문제 해결이나 과학 기술을 위한 유용한 도구적 지식교육을 지향하는 오늘날 수학교육에 대한 문제의식에서 출발한다.

먼저 '마음의 중층구조' 이론에 비추어 이론적 지식 중심의 수학교육의 의미를 분석적으로 논의하고, 과거 교육사상사에서 수학교육이 어떤 인간교육적 이념을 추구해 왔는지를 Platon과 Froebel의 교육론을 통해서 살펴보았다. 그리고 20세기 초 수학교육 개혁운동을 선도하여 현대의 수학교육 철학 및 수학 교육과정의 기본바탕을 제시한 F. Klein의 수학교육론을 고찰하였다. 특히 Klein의 수학교육 사상의 이면을 보다 명확히 드러내기 위하여, '마음의 중층구조'에 비추어 그의 수학교육론을 심성함양이라는 측면에서 재검토하였다. 또한 Klein의 수학교육 이념에 대한 보다 발전적인 논의를 위하여 Klein 이후 수학교육 발전과정에서 드러난 몇 가지 연구결과를 종합하여 심성함양으로서 '함수적 사고' 교육에 대한 발전적 고찰을 시도하였다. 이상과 같은 고찰을 통해 실용적 가치 추구로만 여겨졌던 오늘날의 수학 교육과정의 이면에 심성함양으로서의 인간교육적 가치가 핵심을 이루고 있으며, 수학교육은 그러한 가치 추구를 중시함으로써 심성함양에 기여해야 함을 논하였다.

1. 서론

오늘날 수학교육에 있어서 가장 중요한 문제 중 하나는 학교수학의 교육적 기반을 회복하는 것이며 이를 위해서는 '수학을 가르치는 이유는 무엇인가'라는 보다 근원적인 문제에 대한 심층적인 논의가 요구된다. 수학에 이러이러한 내용이 있다는 것만으로 그것을 학생들에게 가르쳐야 한다는 주장을 하기는 어렵다는 것을

인정할 수밖에 없으며, 따라서 우리는 그 이상의 이유를 찾아야 하는 것이다. 수학 교육과정에 대한 논의가 의미 있게 이루어지기 위해서는 무엇보다도 먼저 수학의 교육적 가치와 의의가 깊이 있게 논의되어야만 할 것이다.

교육이 학습자의 마음을 대상으로 한다는 것은 누구도 부정할 수 없는 사실이다. 수학교육에는 무엇보다도 수학적 지식의 성격에 대한 규정과 그것을 배움으로써 인간의 마음을 어떠한 상태로 만드는가에 관한 가정이 담겨 있다

* 서울대학교, wjh@plaza.snu.ac.kr

** 경인교육대학교 강사, sunrayk@empas.com

1) 이 논문은 강현영의 박사학위논문은 요약한 것임

고 보아야 한다. 세계를 배우고 주체를 인격적 성숙으로 이끄는 행위로서 수학교육을 말하기 위해 이에 대한 고찰이 선행되어야 한다는 것은 명백하다고 할 수 있다.

수학은 고대 그리스에서 인간도야를 위한 교육적 소재로서 등장한 이래 오늘날까지 학교교육의 역사 속에서 주요 교과로서의 전통을 이어오고 있다. 그런데 근세 이후 과학 기술의 발달과 더불어 수학의 실제적 필요성과 중요성이 증대되고 수학은 개인의 성장과 국가의 발전에 필요한 지식이라는 사회적 통념이 그 교육적 가치를 정당화하면서 수학의 인간교육적 가치는 상실되기에 이르렀다. 더욱이 20세기에 들어서면서 Dewey의 실용주의 교육사상의 뒷받침을 받아 생활에 유용한 지식을 교육하려는 입장이 등장한 후, 문제해결과 응용 가능한 실제적 지식을 교육하려는 노력이 오늘날 수학교육의 주류를 이루고 있다고 해도 과언이 아니다.

그러나 학교수학의 내용은 여전히 실제적 문제해결과는 대체로 무관한 이론적 지식이 점하고 있다. 그럼에도 불구하고 학교수학은 생활의 문제를 해결하거나 과학 기술에 유용해야 한다는 것이 통념으로 널리 받아들여지고 있는 것이다. 이러한 통념은 수학교육을 통해 길러지는 마음을 생활 사태의 문제 해결에 필요한 능력으로 규정하는 한 극복되기 어렵다. 본 논문은 생활의 문제를 해결하거나 과학 기술 개발에 유용한 도구적 지식 교육을 지향하는 이러한 오늘날의 수학교육에 대한 문제의식에서 출발한다. 본 논문에서는 이홍우의 ‘마음의 중층구조’ 이론에 비추어 본 교과교육론과 함수적 사고 교육을 중심으로 F. Klein의 수학교육론을 고찰하여 심성함양을 목적으로 하는 일반 교양 교육으로서 수학교육의 의미를 재조명하고자 하였다.

이를 위하여, 첫째, ‘마음의 중층구조’란 무엇

인지 살펴본다. 이 관점에서 지식을 통해 마음이 형성된다는 것은 어떤 의미인지, 어떻게 마음의 형성이 가능한지 고찰하고 그에 따른 교과교육의 의미를 고찰한다. 둘째, 심성함양이라는 관점에서 전통적인 수학교육이 추구해 온 이념을 Platon과 Freobel의 수학교육론을 중심으로 고찰한다. 셋째, 현대적인 수학 교육과정의 기반을 구축한 F. Klein의 수학교육 이념은 무엇이며 가르치는 사태와 관련하여 그것을 어떻게 구현하고자 하였는지 고찰한다. 넷째, F. Klein의 수학교육론을 마음의 중층구조 이론에 근거한 교과이론에 비추어 분석하고, 심성함양으로서의 함수적 사고 교육의 의미를 고찰한다.

II. 마음의 중층구조에 비추어 본 교과의 의미

1. 마음의 중층구조

‘마음의 중층구조’에 비추어 본 교과이론은 교과의 가치에 대한 오늘날의 통념, 즉 교과의 가치는 생활에 필요한 능력을 길러주는 데에 있다는 통념에 대한 적극적인 대안을 확립하려는 문제의식에 기초한다. 마음의 중층구조 관점에 따른 교과에 관한 논의는 실제의 형이상학적 지위를 새롭게 조명하였을 뿐만 아니라 실재로서의 ‘형이상학적 마음’과 그것을 추구하는 방법적 원리 안에서 운동하는 ‘경험적 마음’의 관계를 새롭게 설명한다.

마음의 중층구조는 세계와 마음이 모두 아래층과 위층이라는 중층으로 이루어져 있다고 보는 사고의 틀이다(이홍우, 2000a, 2004, 이홍우, 유한구, 장성모 2004, 김광민, 2005, 박채형, 2002, 신춘호, 2005, 장발보, 2003, 차미란, 1997 등). 중층구조는 마음과 대상, 그리고 대상 상

호간의 구분을 특징으로 하는 현상의 세계와 일체의 구분이 배제된 형이상학의 세계가 '동일하지도 않고 상이하지도 않은' 관계로 연결되어 있다고 보는 사고의 모형을 가리킨다. 중층구조의 위층인 형이상학의 세계는 아래층인 현상의 세계의 '논리적 원인'이 되며, 현상의 세계는 형이상학의 세계에 일치하는 것을 이상으로 삼는다(이홍우, 2004: 30-31). 우리의 삶이 전개되는 아래층과 아래층이 따라야 할 표준으로서 위층은 개념상 구분되지만 사실상 분리되지 않으며, 아래층에서 전개되는 삶은 위층의 표준을 따를 때 바로소 본래의 모습을 띠게 된다.

마음의 중층구조에서 마음(또는 세계)의 두 측면은 '표현되기 이전의 마음(형이상학적 마음)'과 '표현된 이후의 마음(경험적인 마음)'이다. '표현되기 이전의 마음(형이상학적 마음)'은 '표현된 이후의 마음(경험적인 마음)'과 떨어져 별개로 존재하지 않는다. 마음은 오직 하나이며, 그것을 구분하는 것은 그 하나 뿐인 마음이 더 훌륭한 마음이 된다거나 보다 크고 아름다운 마음이 된다는 사실을 이론적으로 설명하기 위한 개념적 구분일 뿐이다.

마음의 중층구조의 관점에서, 기존의 교육과정 이론의 문제점은 이러한 마음의 개념을 도외시하거나 마음의 발달을 경험적 마음의 기능

적 분화로만 설명하는 데 있다. 기존의 교육과정 이론이 받아들이고 있는 마음은 문제 사태에 직면하여 문제해결에 필요한 수단들을 통제하는 기능을 수행하거나 아니면 지식의 형식을 공부하면서 그 속에 불박혀 있는 공적 마음을 받아들이는 기능을 수행하는 마음, 즉 경험적 마음에 해당한다. 그러나 마음의 중층구조의 관점에 의하면, 마음은 경험적 마음 뿐 아니라 형이상학적 마음으로도 존재하며 양자는 각각 마음의 아래층과 위층의 중층구조를 이루고 있다.

'마음의 중층구조 관점'에 의하면 경험적 마음이 형이상학적 마음을 회복하는 경로, 즉 심성함양의 경로는 곧 지식으로서 교과이다. 이 경우 교과, 즉 지식이 심성함양의 통로가 되는 것은 지식이 지니고 있는 특이한 성격과 관련이 있다. 지식은 아래층의 경험적 마음, 즉 개인이 가지고 있는 마음이 바깥 사물을 다룬 결과로 갖게 되는 마음의 표현을 가리킨다. 그와 동시에 그 지식은 또한 위층의 '형이상학적 마음'의 표현이다. 형이상학적 마음은 개인의 마음이 (바깥의 사물을 계기로 하여) 바깥 사물을 다룬 결과로서 지식을 획득할 때 바로 그 지식을 통하여 자기 자신을 표현한다. 형이상학적 마음은 그것의 표현을 통해서만 회복될 수 있다는 점에서, 지식은 형이상학적 마음을 회복하는 유일한 통로가 된다고 말할 수 있다.²⁾

2) '지식은 마음의 표현'이라는 말을 이 두 가지 의미로 해석할 수 있다면, 지식을 가지게 될 때, 우리는 두 가지 상반된 방향의 일을 동시에 한다고 보아야 할 것이다. 하나는 우리의 마음이 바깥의 물건을 향하여 그것을 파악하고 때로 그것을 우리의 목적에 이용하는 것이다. 이때 우리의 마음은 위층의 마음이 가졌던 본래의 모습을 잃어버리고 '마음의 기능'으로서 뚜렷한 형태를 띠게 된다. 그러나 바로 이 일을 하는 순간에 우리의 마음은 그 반대 방향인 그 이면 또는 위층을 향하여, 그 모든 것을 만들어낸 원인으로서는 위층의 마음을 다시 찾게 된다. 이것이 지식을 가지게 될 때 마음이 하는 또 하나의 일이다. 다시 말하여 지식을 통하여 우리의 마음은 위층의 마음을 잃어버리는 일과 회복하는 일을 동시에 한다. 그리고 우리가 지식을 가지지 않으면 안되는 것은, 위층의 마음은 우리가 그것을 잃어버리지 않고는 회복할 수 없는 그런 마음이기 때문이다. 위층의 마음으로 돌아가는 길은 그것의 표현인 아래층의 마음을 통할 수 밖에 없는 것이다. 우리가 특별히 교과로 지정하여 학생들에게 가르칠 필요가 있다고 생각하는 지식은 그것을 잘 배우면 그것의 이면에 들어 있는 위층의 마음을 회복할 가능성이 있는 그런 지식이다. 이것을 반대편에서 고쳐 말하자면, 우리는 학생들이 그것을 잘 배우면 그들의 마음이 그 본래의 모습을 회복하게 되는 그런 지식을 교과로 삼는다고 말할 수 있다. 우리가 '교과'라는 말로 이해하고 있는 대부분의 내용—즉, 문학과 수학, 과학과 역사 등의 '주지교과'—은 바로 이 기준에 부합한다(이홍우 외, 2003: 42).

마음의 중층구조의 관점에서는 형이상학적 마음인 위층을 가정함으로써 그동안 충분히 설명되지 못한 지식획득의 의미를 설명하고, 더 나아가 교육의 근본문제에 해당하는 인식과 심성함양의 관계를 밝힌다. 이 관점에 따르면, 교육의 과정은 아래층이 위층에 합치되는 과정이며, 교육의 목적은 현재 이루어지고 있는 교육과 분리된 채 교육의 방향을 지시하는 것이 아니라 교육의 논리적 가정으로서 바로 그 교육에 구현되어 있다. 또한 무시간적인 차원에서 마음과 세계가 경험적인 것(아래층)과 형이상학적인 것(위층)의 두 가지로 구분된다는 것을 보여주고, 시간적 차원에서는 경험적인 마음이 그것이 따라야 할 기준으로서 형이상학적인 마음에 이르는 마음을 역동적인 모습으로 보여준다.

우리의 삶이나 교육은 시간의 흐름에 지배를 받는 인간의 활동이며, 따라서 마음이 중층구조를 이루고 있다는 설명에는 시간의 흐름에 따라 변화하는 학습자의 마음의 상태, 즉 마음의 중층 간의 운동에 대한 설명이 필요하다. 교과를 올바르게 배우는 일이 곧 위층(실제)에 이르는 일, 다시 말해 형이상학적 마음이 단순히 지식 획득의 논리적 가정으로 존재하는 것이 아니라 보다 역동적인 과정으로서 자체의 힘을 가지면서 지식획득 사태에 작용한다는 것이 설명되어야 한다(김광민, 2005: 119). 지식 획득은 교과를 이루는 개념을 이해하는 사태라 할 수 있다. 마음의 중층구조 관점에서 보면, 경험적 마음이 형이상학적 마음을 지향하는 마음의 역동성에 대한 파악은 교과에 대한 이해의 개념을 파악하는 것과 다르지 않다. 따라서 지식의 내면화 과정은 곧 위층의 마음을 토대로 하여 경험적 마음을 구축하는 과정이라고 말할 수 있다.

2. 교과의 내면화 과정

‘마음의 중층구조’의 관점에 따르면, 교과를 이해한다는 것은 곧 교과를 이루는 개념이 마음으로 되는 과정이다. 이해의 목적은 교과라는 형태로 표현된 지식을 통해 마음을 수양하는 것이다. 다시 말해 개념을 배움으로써 인식이 일어난 이후의 마음의 상태를 ‘이해’라 하며, 이해는 인식의 결과 주체와 객체의 구분이 없는 마음을 획득한 것을 의미하는 것으로 교과 학습의 의의는 바로 이와 같은 이해를 목적으로 한다고 할 수 있다.

‘마음의 중층구조’의 관점에서 교과의 이해를 통해 마음이 어떻게 이루어지는 지, 즉 교과를 통해 마음으로 가는 과정을 「대승기신론」과 성리학 그리고 Kant의 선협철학을 통해 살펴보았다. 「기신론」³⁾, 성리학, Kant의 선협철학에서 마음에 관한 논의는 마음의 중층구조 관점을 선명한 형태로 제시하며, 인식이 일어나는 과정에서 우리의 마음의 변화를 설명해주고 있다.

「기신론」에서는 ‘이념귀어진여(離念歸於眞如)’와 ‘훈습(薰習)’이라는 개념으로 교과의 이해와 그것을 통한 마음의 변화를 설명한다. ‘마음의 중층구조’ 관점에서 ‘이념귀어진여’는 아래층의 마음이 위층의 마음을 지향하여 결국 두 마음이 하나가 되는 일을 의미한다. 그것은 두 마음이 함께 있는 마음임을 깨닫는 것이다. 이해는 자신이 인식할 수 있는 모든 것은 이미 자신의 마음에 갖추어져 있다는 것, 다시 말해 언어로 표현되기 이전의 사고는 다른 것이 아니라 처음부터 자신의 마음이었다는 점을 깨닫는 것이다.

「기신론」에서는 ‘훈습’이라는 개념을 통해

3) 이하 「대승기신론」을 「기신론」으로 약칭한다.

마음이 어떤 것의 영향을 받아 어느 한 방향으로 운동하는 것을 설명하고 있다. 중층의 위층에서 아래층으로 내려오는 운동, 즉 진여⁴⁾에서 상념으로의 운동으로 인식의 출발을 설명하는 ‘염법훈습(染法薰習)’과 중층의 아래층에서 위층으로 올라가는 운동, 즉 상념에서 진여로의 운동으로 인식의 결과를 설명하는 ‘정법훈습(正法薰習)’을 설명한다. 마음의 운동은 상념이 진여가 되고 진여가 상념이 되는 마음의 변화를 의미한다. 정법훈습에서 진여의 측면인 진여자체상(眞如自體相)과 진여용(眞如用)은 훈습의 내적원인과 외적계기⁵⁾로 작용하여 이들이 상념을 진여 쪽으로 향하게 하는 기준과 힘을 제공한다.

여기서 마음의 운동은 실지로 일어나는 마음의 움직임이 아니라 마음의 변화를 의미한다. ‘염법훈습’(이념)과 ‘정법훈습’(귀어진여)은 두 가지 상이한 운동이 아니라 마음의 상태를 설명하는 것으로 사실은 진여로 돌아가는 운동 밖에 없다고 보아야 한다. 결국 상념이 있다는 조건만으로 진여에 도달할 수 있고, 진여로 돌아가는 일은 오직 현상세계를 더욱 철저히 지각하는 방법밖에 없다는 것이다.

「기신론」에 따르면 개념적 사고는 우리가 진여에 이르기 위해 떠나야 할 것이면서 동시

에 진여에 이르는 발판이 되는 것이기도 하다. ‘상념’은 모든 의미와 가치의 기준이 되는 형이상학적 근거를 그 내부에 갖고 있는 것이며, 이것은 ‘상념’이 ‘진여’에 합치될 가능성을 가진다고 말할 수 있는 근거가 되는 것이다. ‘정법훈습’에서 진여로 향하는 마음의 운동을 일으키는 원인과 계기는 별도의 외적 조치에 의해 구해지는 것이 아니라 상념 그 자체의 성격에서 구해진다. 이는 형이상학적 마음을 지향하는 마음의 변화를 일으키는 원인과 계기는 교과 공부 즉 개념적 사고에서 출발한다는 것을 말하는 것이다.

한편 성리학의 궁극적인 관심사는 경전공부를 통한 마음의 형성과정을 설명하는 것이다. 교과의 ‘이해’에 해당하는 성리학의 용어는 ‘자득(自得)’이다. ‘자득’은 언설을 통해서 그것의 궁극적 원천인 道를 획득하게 되는 이상적인 경지를 가리키는 것으로서, 언설이 완전히 자신의 생각으로 바뀌어 더 이상 언설에 의존할 필요가 없는 상태를 의미한다.

「대학」의 핵심을 이루고 있는 ‘격물(格物)’과 ‘치지(致知)’는 자득을 그 방법의 측면에서 규정하는 개념이다. ‘격물’과 ‘치지’는 두 가지 인식 활동을 가리키는 것이 아니라 理를 추구하는 한 가지 활동의 두 가지 상이한 측면이

4) ‘진여’는 중층구조의 위층에, ‘상념’은 중층구조의 아래층에 해당되는 것이라 할 수 있다.

5) 「기신론」의 관점에서, 어떤 현상을 이해한다는 것은 그 현상의 ‘논리적 원인’과 ‘사실적 계기’가 무엇이며, 두 개가 어떻게 결합되어 있는지를 아는 것이다. 「기신론」에서는 “모든 현상에는 ‘내적 원인’[因]과 ‘외적 계기’[緣]가 있다. 이 양자가 모두 갖추어질 때 결과가 이루어진다는 것이다. 예컨대 나무의 불붙는 성질은 불의 ‘原因’이다. 만약 사람이 불붙이는 수단을 강구할 줄 모른다면 나무가 혼자서 불붙는다는 것은 있을 수 없다. [又諸佛法 有因有緣 因緣具足 了得成辦 如大中心火性 是火正因 苦無人知 不假方便 能自燒木, 39]”라고 한다.

불붙는 성질은 나무 ‘안’에 존재하는 것으로 우리의 감각기관에 의해 파악되는 것이 아니라 나무가 불탄다는 사실에서 논리적으로 추론되는 것이며, 그것은 나무가 불타기 위한 원인으로 작용한다는 것을 알 수 있다. 따라서 ‘원인[因]’은 ‘논리적 원인’이라고 부를 수 있다. 그러나 ‘불붙이는 수단’은 나무 ‘밖’에 존재하고 나무와 사실상 분리되어 있다는 점에서 인식 대상이 되며, ‘불붙이는 수단’이 나무가 불타는 현상의 원인이 되기 위해서는 나무를 대상으로 어떤 작용을 해야 한다. 아무리 ‘불붙이는 수단’이 있어도 그것이 나무에 작용하지 않는다면 원인이 될 수 없다. 따라서 ‘불붙이는 수단을 강구한다’는 것은 나무가 불타기 위한 ‘사실적 계기’라고 할 수 있다(강현영, 2003: 52-53). 「기신론」에서의 ‘훈습’과 성리학에서의 ‘격물치지론’도 이와 같은 설명이다.

다. 그것은 각각 인식 주체가 외부 대상 또는 지식을 받아들이는 객관적 측면과 인식의 사태에서 인식 주체에 갖추어져 있어야 하는 조건 또는 인식의 결과 도달되는 인식 주체의 마음인 인식의 주관적 측면이다(이홍우, 2000b: 58-59). 이 두 측면의 관련이 교과와 내면화, 즉 이해이다. ‘치지’에서 ‘격물’로 나아가는 방향은 경전을 배우는 일이 마음속에 갖추어져 있는 理가 경전을 계기로 하여 외부적으로 표현되는 것이라 할 수 있으며, ‘격물’에서 ‘치지’로 나아가는 방향은 경전의 내용을 파악하는 과정에서 그 속에 들어있는 理를 획득하게 된다는 뜻이다. 결국 마음속에 갖추어져 있는 理가 경전을 계기로 하여 외부적으로 표현되는 바로 그 순간 경전 속에 들어있는 理가 획득된다는 것은 ‘격물’과 ‘치지’가 별도로 일어나는 두 가지 활동이 아님을 보여주고 있다. ‘격물’과 ‘치지’는, ‘훈습’과 같이, 따로 떨어져서 일어나는 두 가지 별개의 활동이 아니라 한 가지 활동의 두 측면에 해당한다고 할 수 있다.

道 또는 理는 교육을 설명하기 위하여 그 과정을 치밀하게 분석한 결과로 찾아낸 교육적 개념이라고 할 수 있으며, ‘자득’은 바로 그 道 또는 理에 의하여 설명되는 교육의 이상적인 경지를 가리키는 개념이라고 할 수 있다. ‘자득’이 방법의 측면에서 격물치지론으로 설명된다는 사실은 교과와 마음의 끊임없는 상호작용을 통해 교과가 마음이 되는 과정, 즉 이해의

과정을 설명하는 것이다. 결국 성리학에서 마음의 변화를 일으키는 계기는 교과, 즉 개념적 사고이며 교과를 이해하는 것은 마음 바깥에 있는 교과가 마음으로 들어오는 것이 아니라 마음이 외부적으로 표현되는 것임을 보여준다.

Kant의 선험철학이 드러내는 마음에 관한 이론이 곧 교육학으로 해석될 수 있다면, Kant의 용어로 교과를 이해한 상태는 교과로 표현되기 이전의 순수주관성을 획득한 상태이다. 표현되기 이전의 순수주관성은 ‘아프리오리 또는 이념(Idee, Ideas)’⁶⁾라고 할 수 있으며, ‘아프리오리 또는 이념’을 내면화된 상태로 규정할 때 교과의 이해는 교과가 내 마음으로 녹아 들어와 그 내용을 잃어버리고 내 마음의 순수한 형식이 된다는 것을 의미한다.

특히 Kant의 선험철학에서 ‘개념’과 ‘이념’은 각각 중층구조의 아래층과 위층에 해당된다. 개념은 ‘경험적 마음’을 가리키는 반면 ‘이념’은 개념으로 표현되기 이전의 또는 그것의 위층에 존재하는 ‘형이상학적 마음’을 가리킨다. 개념이 경험적 마음이라면, 이념은 그 경험적 마음 안에 ‘순수 주관성’으로 불박혀 있는 형이상학적 마음인 것이다. 특히 「판단력비판」은 ‘개념과 이념의 역동적 관련’을 드러냄으로써 심성 함양에 관한 형이상학적 해명을 제시하고 있다(신춘호, 2005: 48). ‘판단력’은 이해나 이성 과 별도로 존재하는 실체를 지니는 것이 아니라 이해나 이성의 구체적인 인식의 사태에서

6) Kant는 언제나 ‘아프리오리(a priori)’를 부사나 형용사로 쓰고 있다. 아프리오리는 ‘무엇무엇에 앞서서’ 또는 ‘이전’을 뜻하며, 아프리오리는 아포스테리오리가 ‘경험 이후’를 뜻하는 것과 마찬가지로 ‘경험 이전’을 뜻한다. Kant 자신은 a priori Knowledge ‘아프리오적 지식’ 또는 a priori concept ‘아프리오적 개념’과 같은 용어를 쓰지만 이 용어는 경험 이전에 지식이나 개념이 있을 수 있다는 뜻을 나타내는 것이 아니라, 오직 ‘지식’-이미 ‘경험과 더불어’ 생긴 지식-에서 경험 내용을 관념상 배제했을 때에 남게 되는 ‘순수한’ 지식을 가리킨다. 이 경우 아프리오리는 ‘순수이성’에서의 ‘순수’와 동일한 의미를 나타낸다(이홍우, 2006: 281-282). Kant가 아프리오리를 명사형이 아니라 형용사나 부사형으로 사용한 것은 그 자체로 존재하는 것이 아니라 현상의 논리적 가정으로만 존재할 수 있다는 점을 강조하기 위해서이다. 마음의 중층구조와 관련하여 Kant의 철학을 연구한 신춘호(2005), 장발보(2003), 정혜진(2004)의 논문에서 아프리오리를 명사형으로 사용하고 있다. 따라서 본 논문에서는 ‘마음의 중층구조’에 비추어 본 교육이론을 고찰하는 과정에서 아프리오리의 명사형과 이념을 동일한 의미로 사용한다.

작용할 때의 양상을 가리킨다.

판단력에는 ‘구성적 원리’(constitutive principle)에 입각한 ‘규정적 판단’(determining power of judgment)과 ‘규제적 원리’(regulative principle)에 입각한 ‘반성적 판단’(reflecting power of judgment)이 있다.⁷⁾ 이념의 작용으로서의 ‘구성’과 ‘규제’를 ‘마음의 중층구조’에 비추어 재규정하면, 전자는 ‘이념에서 개념으로의 운동’으로 그리고 후자는 ‘개념에서 이념으로의 운동’이라는 ‘개념과 이념의 역동적 관련’을 나타낸다고 할 수 있다(장발보, 2003, 정혜진, 2004, 신춘호, 2005).

‘마음의 중층구조’의 관점에 비추어 보면, ‘규정적 판단’을 통해 이념을 인식하는 것에 대한 가능성을 설명하는 개념이 ‘반성적 판단’이다. 보편에 의해 특수이 포섭되는 ‘규정적 판단’이 가능하기 위해서는 특수를 규정할 보편이 이미 결정되어 있어야 한다. 만약 특수를 규정할 보편이 존재하지 않는다면 ‘이것은 무엇이다’라는 판단이 성립할 수 없기 때문이다. 따라서 ‘규정적 판단’이 일어나는 데 필요한 보편을 찾는 일을 하는 판단인 ‘반성적 판단’은 규정적 판단 이전에 일어나는 판단이어야 한다. 그러나 이 두 판단은 동시에 일어나는 것으로서, 현상을 이해하는 활동으로서 ‘규정적 판단’이 일어날 때 이미 그 판단에 ‘반성적 판단’이 들어 있다고 보아야 한다(신춘호, 2005: 56, 장발보, 2003: 37). ‘반성적 판단’에 작용하는 원리는 ‘규제적 원리’로서 그 기준이 되는 것은 인식의 주관적 조건인 ‘이념’이다. ‘규제적 원리’는 이 ‘반성적 판단’이 지식과 행동에

작용하는 것을 가리키는 것으로서, 지식과 행동은 모두 ‘반성적 판단’의 영향 하에 있다는 점, 즉 이념의 규제를 받는다. 결국 ‘반성적 판단’은 ‘이념’이 우리의 이해와 활동에 ‘작용한다’는 것을 드러내기 위한 개념인 것이다.

‘마음의 중층구조’라는 관점에 따르면, ‘개념’은 ‘이념’의 현상적 표현물로서의 지위를 지니며, ‘규정적 판단’은 ‘이념에서 개념으로의 운동’(즉 ‘개념의 획득’)을 가리킨다고 말할 수 있다. 인식과 판단으로 표현되는 것이 있다면 그것은 곧 마음이며, 따라서 ‘이념에서 개념으로의 운동’은 ‘마음의 표현’을 가리킨다. ‘개념의 획득’과 ‘마음의 표현’은 서로 방향이 다른 것처럼 보일 수 있지만, 개념을 획득하는 사태는 곧 마음이 표현되는 사태이다. ‘구성’과 ‘규제’가 별도로 일어나는 것이 아니듯이 ‘규정’과 ‘반성’ 역시 별도로 일어나는 일이 아니라 양자는 인식의 두 측면으로 존재할 뿐이다.

Kant의 선형철학은 지적 활동의 이면에 형이상학적인 마음인 이념이 있다는 것, 모든 일체의 지식은 이 하나뿐인 마음인 이념이 대상에 따라 상이한 형태로 표현되는 것이라는 점을 드러내고 있다고 할 수 있다. 결국 Kant의 선형철학에는 인간은 결코 현상계로부터 벗어날 수 없다는 점, 현상계의 저편에 있는 이념이라는 것은 현상계와 떨어져 있는 것이 아니라 현상계 속에 그것의 논리적 가정으로 존재할 뿐이라는 견해가 반영되어 있다. 이념이나 실재라는 것이 아무리 좋은 것이라 하더라도 그것이 교과에 담겨있는 개념적 지식과 동떨어져 있는 것이거나 관련이 불명확한 상태로 있게 되면

7) 개념과 사례의 관련을 들어 판단을 설명하면, ‘판단’은 개념과 사례를 관련짓는 것이다. ‘규정적 판단’은 객관적 대상이 존재하는 개념을 그 사례에 적용하여 ‘이것은 이 개념의 사례이다’라고 결정하는 판단으로 정의와 동일한 형식을 띠는 판단이다. ‘반성적 판단’은 사례를 통해 객관적으로 존재하지 않는 대상의 개념을 형성하는 판단이라고 말할 수 있다. 사례에 대한 판단이 어떤 개념에 관한 경험인가가 불분명 할 때의 판단으로 ‘이 사례는 나에게 이런저런 의미를 가진다’라는 형식을 취한다. 따라서 이 판단의 경우에는 그 사례의 의미가 무제한으로 개방되어 있다는 점에서 그 의미가 한없이 열려 있는 판단이다(장발보, 2003: 33, 정혜진, 2004: 32).

실제적인 의의를 가질 수 없게 된다는 점을 말해주고 있는 것이다.

3. 교과교육의 의미: 심성 함양

‘마음의 중층구조’에서 위층을 이루는 형이상학적 마음(또는 실재)은 대상을 인식하고 판단하는 우리의 경험적 마음과 마주 서 있는 대상으로 존재하는 것이 아니라, 바로 경험적 마음 이면에 그것의 형식(원천)으로서 존재하며 자체의 힘을 가지면서 지식 획득 사태에 작용한다. 또한 위층, 즉 형이상학적 마음(또는 실재)은 학습을 가능하게 하는 인식의 선험적 조건인 동시에 삶과 교육을 통해 부단히 추구해야 할 심성의 이상적인 기준이다. 그러나 위층인 형이상학적 마음은 일체의 지식, 현상을 아무 형제도 없이 압축한 상태의 마음이다. 시간계열을 따라 일어나는 지식 획득의 과정에서 그것은 또 다른 지식 획득의 조건이 된다. 그렇지만 인간에게 주어진 것은 현상 또는 경험적 마음뿐이며 교육 역시 시간과 공간의 제약을 받는 아래층에서 전개된다. 교육은 언어로 표현된 교과라는 매체를 통하여 심성함양이라는 이상을 추구하는 일이 된다.

교과는 형이상학적 마음을 직접 표현한 현상적 대응물로서, 경험적 마음이 형이상학적 마음을 회복하는 경로, 즉 심성 함양의 경로이다. 개념적 지식은 형이상학적 마음(또는 실재)을 직접적으로 표현하고 있으며, 그 점에서 개념적 지식은 형이상학적 마음에 이르는 특별한 통로가 된다고 말할 수 있다. 지식은 개인이 가지고 있는 경험적 마음이 바깥 사물이나 현상을 다룬 결과로 갖게 되는 형이상학적 마음의 표현이다. 형이상학적 마음은 그것의 표현을 통해서만 회복될 수 있다는 점에서 지식은 형이상학적 마음을 회복하는 유일한 통로가 된

다고 말할 수 있는 것이다. 그런데 표현되기 이전의 형이상학적 마음은 교과에만 있는 것이 아니라 우리 마음에도 있다. 우리가 학문을 이해하고 아름다움을 느끼는 것은 우리 마음속에 이미 그 표현되기 이전의 형이상학적 마음, 즉 바로 심성이 있기 때문에 가능한 것이다. 교과는 아직 뚜렷하지 않은 표현되기 이전의 형이상학적 마음인 심성을 점점 뚜렷하고 강력한 형태로 표현되도록 한다. 이것이 가장 완전하게 실현된 상태가 바로 심성이 함양된 상태라 할 수 있다. 이 때 우리의 마음은 가장 순수하고 올바르게 아름다운 상태라 할 수 있을 것이다. 따라서 교과를 가르치고 배우는 것은 외부로부터 우리의 마음을 채우는 일임과 동시에 내부로부터 우리의 마음을 발현하는 일이다.

‘마음의 중층구조’라는 관점에서, 교과를 배운 최종 상태는 온갖 훌륭한 것의 원천인 형이상학적 마음(또는 실재)으로 파악되어야 하며, 그 형이상학적 마음(또는 실재)은 다른 것이 아닌 바로 교과를 가르치고 배우는 과정에서 확립된다. 따라서 교과교육의 목적은 심성함양, 즉 형이상학적 마음을 추구하는 것이며, 교과를 배우는 것은 표면에서 개념 분화를 이루어 가는 과정이지만 그 이면에서 무구분의 형이상학적 마음에 다가가는 과정이다.

III. 심성함양으로서 수학교육

제 2 장에서 고찰한 바와 같이, ‘마음의 중층구조’에 비추어 본 교과의 의미는 형이상학적 마음을 추구하는 것, 즉 심성함양에 있다. 마음의 중층구조에 따른 교과에 대한 논의는 형이상학적 마음을 가정함으로써 그동안 충분히 설명하지 못한 심성함양으로서 지식획득 과정의 의미를 설명하였다. 그러나 실천적 행위로서의

교과교육과 관련하여 그 의미를 구체적으로 설명하지는 못하고 있다. 이에 따라 수학적 지식이 심성함양과 관련하여 지니고 있는 의미에 관한 Platon과 Froebel의 견해를 고찰하여 수학교육의 의미를 재음미하였다.

Platon은 존재의 세계를 둘로 나누어 '위의 세계'를 '이성으로 파악 가능한 사물 대상들의 세계'로 '아래의 세계'를 '감각경험으로 파악 가능한 감각 경험의 대상의 세계'로 보고, 전자를 '가지계(可知界)', 후자는 '가시계(可視界)'라고 지칭하였다. 그리고 '선분의 비유'에서 가지계와 가시계를 동일한 선분의 아래 위에 올려놓음으로써 그 두 세계가 동일하지도 상이하지도 않다는 것을 주장한다. 선분의 비유는 우리가 무엇인가를 안다고 할 때 마음속에 가지고 있다고 생각하는 것(일반적으로 지식)과 그것에 상응하는 우리의 정신 상태를 위계로 체계화한 것이라고 할 수 있다. 한마디로 선분이 비유적으로 나타내는 것은 '우리의 마음'이다(이홍우, 1994: 267). 선분의 각 단계는 우리의 마음이 지향해야 할 방향을 드러낸다고 볼 수 있다.

Platon은 가시계의 대상에 대한 감각 경험을 가지계의 인식으로 나아가는 디딤돌로 받아들이고 있다. 가시계의 존재에 대한 지각이 가지계의 인식에 도움이 되는 것으로 보는 것에서도, 가지계와 가시계는 완전히 유리되어 있는 것이 아니라는 생각을 읽을 수 있다. 「국가론」의 철학자-군주의 아이디어와 동굴의 비유를 통하여, Platon은 총체로서의 삶은 두 가지 차원의 세계 중에서 어느 하나의 세계만으로는 성립될 수 없다는 것과 교육받은 사람이 추구하는 삶의 이상은 실재에 접근하도록 하는 데에 있다는 것을 보여준다. 철학자는 시간적 차원의 삶을 통하여 실현되는 삶의 기준이 어떤

것인지를 보여주며, 군주는 그 삶의 기준이 실현될 수 있도록 삶의 과정을 이끄는 데 그 목적이 있다. 우리의 삶은 두 가지 차원 중 어느 하나의 차원만으로 성립할 수 없으며, 교육은 그 두 가지 차원을 특정한 방식으로 결합함으로써 삶의 기준이 세대를 통하여 영속되도록 보장해 준다(차미란, 1997: 171-173).

특히, Platon은 「국가론」에서 수학은 영혼을 생성에서 존재로 이끌어가는 데에도 적합한 것이라고 하면서, 수학을 중심으로 한 철학자-군주 양성 교육과정을 제시하고 있다. 철학자-군주 양성 교육과정은 인간을 생성과 소멸의 세계의 속박에서 벗어나게 하여 이데아의 세계로 전향하게 하고, 이데아의 세계가 눈에 보이는 사물의 세계보다 더 참된 세계라는 믿음에 기초한 '삶의 형식'을 가지고 살게 하려는 과정이라고 말할 수 있다. '선분의 비유'에서 추론 단계에 해당되는 수학은 가시적인 대상의 이면에 있는 이데아의 세계를 탐구하는 학문으로, 가시계의 인간을 가지계로 이끄는 역할을 한다(임재훈, 1998). 수학적 지식은 우리의 경험과 관련하여 알게 되는 지식인 동시에 우리의 감각 경험을 초월한 지식으로서 이데아의 세계에 대한 이해의 단서를 제공한다는 점에서 심성함양의 가치를 가진다. 다시 말해 수학적 지식은 인간으로 하여금 가지계를 이해하게 하여 형이상학적 마음을 회복하는 마음의 변화를 가능하게 하는 것이다.

Froebel의 교육사상의 핵심은 '신적 정신의 발현'⁸⁾이라 할 수 있다. 인간의 이면에 신적 정신이 깃들어 있으며, 이러한 신적 정신을 발현하도록 하는 것이 교육이라는 것이다. Froebel에게 있어서 '신'은 만물의 원천이며, 신이 사실적으로 표현된 것이 각 개별자이다. Froebel은

8) göttliche Geist, 본 논문에서 사용되는 Froebel의 주요 용어는 정혜진(2004)의 용어를 따른다.

‘우리는 외적 표현물을 통해서 외적 표현물 속에서 신을 인식할 수밖에 없다’고 한다(Froebel, 1900: 2, 5, 정해진, 2004, 재인용). 신은 우리의 눈앞에 당장 확인 가능한 형태로 주어진 개개의 사물과 현상들, 즉 외적 표현물들로부터 논리적으로 추론되는 것이다. Froebel에 따르면, 개별자의 본성 속에 표현되어 있는 신적 정신을 실현하는 경로는 세부적 지식이다. 지식의 획득은 일차적으로 인간을 포함한 개개의 사물과 현상에 관한 세부적 지식을 획득하는 것이며, 나아가 그 세부적 지식을 통하여 개개의 사물이나 현상이 ‘내적 법칙의 외적 표현’이라는 인식에까지 이르는 것을 의미한다. 신적 정신은 세부적 지식을 통하여 실현된다는 것, 즉 개개의 사물과 현상이 신적 정신의 외적 표현임을 인식하는 일은 세부적 지식을 떠나서 그것과 별도로 이루어질 수 없다.

특히 Froebel이 보기에 수학은 ‘안과 밖의 세계를 이어주는 것’이었다. ‘안의 세계와 관련된 수학’은 순수한 정신, 사유의 법칙 또는 그것을 눈에 보이는 형태로 표현한다. ‘밖의 세계와 관련된 수학’은 인간의 정신과 무관하게 자연 속에 존재하는 자연의 법칙에서 비롯된 것으로, 자연과학과 관련된 수학을 의미한다. 수학이 안과 밖의 세계를 연결시켜 준다는 것은 순수한 인간의 정신으로서의 수학 곧 경험을 초월한 선형적인 수학이 자연의 질서 혹은 법칙과 일치한다는 것이다. 순수한 논리 체계로서의 수학과 자연의 질서를 설명하는 수학은 하나의 수학의 두 측면이다(한대희, 2000: 63).

인간은 불완전한 존재로 태어나 영원의 법칙을 자각함으로써 자신의 이면에 있는 신적 정신을 발현하게 되는데 수학은 인간과 자연에 깃들여 있는 신적 정신으로 말미암아 인간의 정신과 자연의 질서를 이어주며, 수학을 통해 인간은 통일의 법칙을 자각하게 되는 것이다.

수학을 탐구하면서 인간은 외부 세계(자연) 속에 질서가 있다는 것을 알게 되며, 이러한 질서는 외부 세계와 전혀 무관해 보이는 순수한 정신 또는 사유의 법칙으로 표현되는 것을 알게 된다. 이러한 앎을 통해 인간은 신비로움을 느끼고, 인간과 자연에 깃들여 있는 신적 정신을 자각하게 됨으로써 신의 존재를 믿으며 신의 뜻에 따라 살아가는 사람이 된다(한대희, 2000). 인간 속에 있는 신적 정신을 표현하고 자연 속에서 신을 인식하는 것은 Froebel의 교육 목적 그 자체였으며, 수학교육은 이러한 그의 교육 목적 실현에 매우 중요한 것이었다. Froebel에게 수학은 신을 인식하는, 즉 형이상학적 마음을 자각하는 중요한 교과인 것이다.

Platon과 Froebel에 따르면, 이데아 또는 신적 정신과 같은 형이상학적 마음은 교과를 이루고 있는 지식의 논리적 가정으로서 교과를 배우는 사람에게 그것의 존재를 일깨워 주고 그것에 대한 끝없는 동경을 불러일으킨다. 특히 형이상학적 마음을 지향하는 교육에서 수학을 매우 중요하게 생각하였다. Platon과 Froebel은 수학을 통해 철학적 또는 종교적인 깨달음을 얻게 되고, 이를 통해 세상을 보는 눈과 삶을 살아가는 방식에 변화가 일어나게 된다고 보았다. 세상을 보는 눈이 달라지는 것은 자신이 속한 세계가 달라지는 것이며 지금까지 알지 못했던 가치를 느끼게 되는 것이다. 이러한 과정은 수학이라는 지식을 배워서 이상적인 인간이 되는 과정이라고 할 수 있을 것이다.

수학적 지식이 형이상학적 마음을 추구하고 우리에게 삶의 기준을 제시한다고 할 경우, 우리의 삶의 밖에 주어지는 기준을 강요하는 것이 아니라 실제적인 삶 속에 들어 있는 형이상학적 마음을 순수한 형태로 드러내어 주는 일을 한다고 할 수 있다. 우리는 현상을 파악하기 위해 수학적 개념을 사용한다. 개념은 형이

상학적 마음(또는 실재)의 한 부분을 파악하기 위하여 우리가 사용하는 인식의 수단이지만, 그 개념 또한 형이상학적 마음(또는 실재)에 바탕을 두고 있다. 그렇기 때문에 수학으로 현상을 이해할 때 우리는 형이상학적 마음을 바탕으로 하는 개념으로 형이상학적 마음(또는 실재)을 파악하는 것이다. 수학적 지식이 내면화되어 안목이 되고 인격으로 통합될 때, 비로소 수학적 개념으로 형이상학적 마음을 파악하는 것이 된다.

Platon과 Froebel은 수학적 지식에는 경험적 마음과 형이상학적 마음이라는 두 차원의 지향성이 있다는 것을 인정하면서도, 형이상학적 마음을 중심으로 수학교육을 이해하였다. 즉, 수학교육은 수학적 지식의 이해를 통해 형이상학적 마음을 지향하는 것을 목적으로 하는 것이다. 이데아나 신적 정신은 그것의 표현인 개념의 세계에 입문하지 않고서는 인식될 수 없으며, 형이상학적 마음의 회복은 수학이라는 교과를 통해 개념의 세계에 입문함으로써 가능한 것이다.

IV. Klein의 수학교육론

13세기 이후 중세 수학은 7자유학과 중 하나로서 중요시되었고 유클리드 원론 중심으로 수학교육이 이루어졌으나 17세기 이후 실학사상이 등장하면서 유클리드 원론 중심의 수학교육은 비판을 받기 시작하였다. 18세기와 19세기에 과학과 공업 기술이 발전하면서 문화와 생활 체제에 큰 변화가 생겨났으며, 그에 따라 수학의 실용적 측면의 중요성이 커지게 되었다. 그 결과 학교에서도 실제적인 문제해결 도

구가 되는 수학적 지식을 가르쳐야 한다는 주장이 점차 힘을 얻게 되었다.

그러나 동서양을 막론하고 교육의 근본 목적은 여전히 내면적 안목의 변화를 통하여 올바른 인간을 형성하는 데에 있으며, 수학교육에서 특히 주목해야 할 점은 그동안 적지 않은 비판이 제기되어 왔음에도 불구하고 오늘날까지 이론적 지식 교육의 전통에 충실해 왔다는 점이다(우정호, 2004: 2). 이러한 교육의 실재를 직시하고 이론적 지식으로서 수학의 교육적 가치에 대해 재음미할 필요가 있다. 이러한 상충되는 수학교육의 지향성과 관련하여 20세기 초 수학교육 근대화 운동을 선도하여 현대 수학교육의 기본 바탕을 제시한 F. Klein의 수학교육론을 고찰하고자 한다.

1. Klein의 수학교육 개혁 운동

20세기에 들어와서도, 독일의 교육은 19세기 신인문주의의 지배하에 있었으며, 전통적인 고전어 및 문학교육이 우위를 차지하고 있었다. 그 결과 시대적 진보와 교육 사이에 괴리가 생기게 되었고 교육 개혁의 요구가 증대되었다. 또한 Realgymnasium⁹⁾에서는 전문적인 기술에 필요한 수학이 다루어진 반면, Gymnasium에서는 인문교육으로서 유클리드 원론을 중심으로 하는 형식적인 수학교육이 이루어지고 있었다. 이 시기에 기술의 기초로서의 수학의 특권적인 역할은 점점 의문시되어, 공학자와 기술자들 사이에서 ‘반-수학(anti-mathematics)’ 운동이 증가하여(G. Schubring, 1989: 181), 그 결과 수학 시간이 감소하게 하였다. 이러한 상황에서 Klein은 수학교육의 위기를 극복하고 Realgymnasium과 Gymnasium에서 공히 추구해야 할 수학교육의

9) 1882년 완성된 학제에 따르면 Gymnasium, Realgymnasium, Oberrealschule의 세 가지 중등학교가 있었다.

모습을 정립하기 위한 개혁 운동을 시작한다. Klein은 개혁운동을 통해 세 가지 중등학교의 동등한 지위를 보장하고, 인문교육과 과학교육의 통합하였다. 그리고 응용수학과 순수수학을 통일하고, 중등학교 수학과 대학 수학의 연속적인 통일을 이루고자 하였다. Klein은 교사교육의 개선 및 수학교육 개혁 운동을 위하여 다양한 노력을 기울였다.

특히 Klein은 수학을 인간 지식의 다른 어떤 분야에도 구속되지 않는 인문학의 하나로 생각하였다(Pyenson, 1983: 118-121). 신인문주의자들은 자유교육을 고전을 가르치는 일로 좁게 해석하였으나, Klein은 수학을 통해 문명의 발달과 자연의 법칙을 이해하게 하여 인간의 정신적인 삶을 제고한다는 새로운 과학적 인문주의를 자신의 교육 개혁의 바탕에 두었다고 할 수 있다. 학생들이 수학적 탐구를 통해 세계에 대한 이론적 철학적 성찰을 하면서 현대 문화를 이해하기를 원하였던 것이다.

2. 수학교육의 이념

Klein의 학교수학 개혁 운동을 떠받치고 있는 근본 사상은 형식주의와 실용주의, 순수수학과 응용수학의 대립을 넘는 통일이라고 할 수 있다. Klein은 수학교육을 각 학교의 일반적 교양 형성이라는 목적에 합치시키고자 하였으며, 이러한 목적관을 바탕으로 올바른 응용의 회복과 근대 수학의 도입을 통해 만인을 위한 수학교육의 가치를 주장하였다.

가. 형식을 통한 일반교양교육으로서의 수학교육

Klein은 인문주의 전통 아래 수학 교과와 ‘형

식’을 중요시하면서 수학교육에서 사고 훈련과 이해와 안목의 중요성을 강조하였다. Klein은 수학 교과와 형식도야적 가치, 곧 수학의 형식을 배움으로써 정신적인 능력을 도야시킬 수 있다고 생각하였다.

나는 수학의 가치는, 분명히 과소평가되어서는 안 되는, 수학의 응용에 의해 획득된 지식에 있기보다는 순수 수학의 공부를 통해 얻어지는 정신의 훈련에 있다고 주장합니다(Klein, 1872: 138).

Klein은 인문주의 전통 아래 수학교과와 ‘형식’을 강조함으로써 교육에서 사고 훈련의 중요성과 그에 따른 이해와 안목의 중요성을 강조한 것이다. 수학은 단순히 문제해결의 수단이나 형식의 습득을 통해 정신도야의 기회를 제공해 준다는 점에서 특별한 의미를 가지는 것이다. ‘형식’을 통해 수학교과를 적극적으로 정당화하는 것은 전통적으로 인문주의가 지니고 있던 입장이다.¹⁰⁾ 교과와 내용을 ‘형식적인’ 차원에서 파악하는 관점은 ‘교육사태’와 ‘생활사태’ 중에서 ‘교육사태’를 강조하는 것이며, 교과에 내재해 있는 ‘사고의 형식’을 강조하는 것이다. Klein은 그 당시 독일의 신인문주의 전통의 교육 사태를 비판하였지만, 인문주의 전통의 교과관을 그 기본 아이디어를 살리면서 새로이 재음미하여 계승한 것이라고 할 수 있다.

나. 응용을 통한 일반 교양교육으로서의 수학교육

Klein(1872)은 수학의 형식적인 가치 이외에 수학의 응용적, 실용적인 측면 역시 강조하였다. Klein(1939)에 따르면, 그리스 수학에는 유클리드 원론으로 대표되는 논리적 연역을 통해

10) 수학교육에 대한 Erlangen대학 취임 연설은 Klein이 수학교육에 있어서 신인문주의의 전통적인 프러시아 견해라는 평가를 받는다(Schubring, 1989: 183; Rowe, 1985: 127).

형식적인 체계를 추구하는 측면과 더불어 아르키메데스 수학으로 대표되는 응용에 대한 광범위한 관심을 추구하는 측면이 있다. 유클리드 원론의 역사적 중요성은 의심할 여지가 없으나, 일련의 생각을 발생적으로 제시하고 새로운 발견의 실마리를 제공하여 지식의 진보를 이끌었던 아르키메데스적인 수학의 중요성 또한 잊어서는 안 된다는 것이다. 특히 수학은 과학 연구의 도구이며, 그 응용의 범위는 자연과학, 공학, 통계학 등 광범위하다. '수학에서 응용을 추방하는 것은 살아 있는 동물의 본질, 즉 근육, 신경조직, 본능 등 동물의 생명을 생각하지 않고 골격 그 자체가 살아있는 동물의 본질이라고 보는 것에 비유될 수 있다'(Klein, 1939: 15-16)고 하면서 수학을 온전히 이해하기 위해서는 응용수학이 필수적이라고 주장한다. 또한 응용수학이 수학에서 새로운 진리를 발견하는 발견술적 가치를 지니고 있음을 강조하였다.

그러나 응용을 통한 수학교육이 단순히 과학 연구의 도구로서만 이해된다면, 그것은 기능적인 교육에 지나지 않는다. Klein에게 응용수학의 회복은 결코 실용주의적인 교육이나 단순한 기능 교육을 뜻하지 않는다. 수학의 '응용'은 일반적인 수학의 특수한 구체적 '표현'이라고 할 수 있다. Klein은 수학의 응용은 단순한 응용으로 끝나서는 안 되며, 모든 분야에 응용 가능한 정신능력의 도야로 연결되어야 한다고 생각하였다.

Klein이 추구하는 응용을 통한 일반교양 형성이라는 수학교육의 목표는 수학이 과학 나아가 현대의 일반 문화 전체 속에서 차지하는 의의와 가치를 이해하는 것이라 할 수 있다. Klein은 학생들이 수학의 응용을 통해 수학과 현대 문화의 관련을 구체적으로 이해하고, 수학의 문화적 의의와 가치를 인식하기를 원하였

던 것이다.

무엇보다 Klein이 강조하였던 것은 수학교육에서 수학의 '형식'과 '응용' 모두가 존중되어야 하며 수업에서도 균형을 이루어야 한다는 점이다. Klein이 수학의 '형식'을 강조한다고 해서 그가 형식만을 가르쳐야 한다고 주장하는 것이 아니다. 교과는 구체적인 내용들의 집합이며 내용을 통해서만 형식을 가르칠 수 있다. 수학의 형식도 그 내용인 수학의 '응용'을 통해서 가르칠 수 있다는 것이 Klein의 생각이라고 할 수 있다. Klein은 수학교육의 온전한 모습을 드러내기 위해서는 수학의 형식과 응용 양자 중 어느 하나도 없어서는 안 된다고 생각한 것이다.

3. 수학교육 원리

Klein은 자신의 수학교육 이념을 수학적 지식과 수학적 사고 형성을 관련하여 구체적으로 설명하고자 하였으며 그의 교육원리를 통해 구체화하고자 하였다. Klein이 제시한 수학교육 원리를 종합수학과 자연발생적 방법, 직관 교육론, 함수적 사고교육론으로 나누어 살펴보았다.

가. 종합수학과 자연발생적 방법

종합수학과 자연발생적 방법은 학교수학을 내면적으로 종합, 유기적으로 통일하여 연속적인 하나의 유기체를 이루는 것을 목표로 하여 종합적 관점에서 학교수학을 조직하고자 한 것이다. Klein이 보기에, 수학교육의 내용은 전체가 내적으로 종합되고 유기적으로 통일되어 연속적인 하나의 유기체를 이루어야 하는 것이다. Klein은 고대 수학에서부터 근대 수학에 걸쳐 유기적이고 연속적인 수학을 구상하고, 근대 수학의 내용도 포함하는 새로운 기초적인 수학을 구성하고자 하였다(Klein & Schimmack, 1907: 111). 초등수학에서 고등수학까지 연속적

으로 발전하는 계통적인 수학 중에서 일반교양에 적합한 기초수학을 구성하고자 하였는데, 특히 학교수학에 초보적인 해석기하학 및 미적분학을 도입하여 연속, 함수, 극한 등 근대수학의 내용을 포함시키고자 하였다.

Klein은 그 당시의 산술(또는 대수)과 기하학 등 수학의 여러 분야들 사이의 배타적이고 분리적인 수학교육을 비판하고 종합적인 관점에서 수학을 이해하게 하는 것이 중요하며, 상이한 사고방식을 밀접하게 관련지어 가르쳐야 한다고 주장하였다. Klein은 합리적인 교수 방법에 있어서도 내용의 본질에 기초한 원칙과 학생의 정신발달에 기초한 심리적 요구가 일치해야 한다고 보았다. 수학을 가르치는데 있어서 교과목의 심리와 논리가 조화롭게 통일되어야 함을 강조하여 처음에는 실제적인 생활과의 관련성에서 출발하여 점진적으로 논리적 완성에 도달하도록 하였다. 또한 수학을 완성된 산물로서 가르치는 형식적인 수학교육의 결함을 극복하기 위하여 역사-발생적 원리를 제기하였다. 수학을 사고과정으로 보고 그 발생의 근원과 발전 과정을 수학 학습 및 지도에 반영함으로써 수학의 핵심적인 관점을 학습자가 이해할 수 있게 하려 한 것이다.

나. (공간) 직관론

종합수학과 자연발생적 방법을 따르다 보면, 필연적으로 공간 직관의 중요성이 부각된다. Klein(1939)은 아동들 앞에 너무 일찍 추상적이고 어려운 것을 던져 놓는 것을 막아야만 한다고 하면서, 형식적, 추상적인 접근의 대안으로 실제적인 교수와 (공간) 직관의 개발을 주장하였다. Klein은 공간 직관이 유기적인 수학을 이해하기 위한 기초, 즉 수학적 인식에 있어서 가장 기본적인 것이라고 생각하였고, 모든 수학적 관계를 초등화 하는 방법이 공간적 표현

을 이용한 직관화에 있다고 보았다.

Klein(1872)은 교육자가 직면한 핵심적인 과제는 학생들의 관심을 일깨우는 것이라고 하면서, 순수수학과 응용수학, 수학과 여러 분야 사이의 통합을 위해 수학에서 기하학적 모델을 사용할 것을 권고하였다(Pyenson, 1983: 56). 현실에 얽매이지 않는 순수한 창의력을 형성하기 위하여 직관을 강조하였던 것이다. Klein은 '직관은 수단이며, 추상은 결과'라고 하면서, 수학을 가르칠 때 직관적인 관념에서 출발할 것을 주장하였다(Pyenson, 1983: 58).

Klein(1894)은 어떤 특별한 형식을 갖기 전에 수학적 대상에 대한 개념을 표현하는 것이 '소박한 직관(naive intuition)'이며 수학적 대상의 존재를 설명하는 공리 또는 형식적인 과정을 표현하는 것이 '정련된 직관(refinement intuition)'이라고 하면서, 수학교육에서는 정련될 수 있는 직관적인 관념에서 출발할 것을 강조한다. 그러나 형식적 사고, 공리적 사고인 '정련된 직관'의 중요성과 공리와 직관을 결합하는 것이 필수적임을 또한 강조하였다.

다. 함수적 사고교육론

Klein은 19세기 수학에서 가장 중요한 조직원리인 함수 개념이 직관과 공리 사이의 균형을 이루게 한다고 보았다(Pyenson, 1983: 59). 그리고 중등 수학교육의 개혁을 위해 그리고 미적분학이 교육과정에 자연스럽게 도입될 수 있는 아이디어로서 함수 개념이 학교수학의 중심 주제가 되어야 한다고 생각하였다(Schubring, 1989: 187-188). 그리하여 1905년 학교수학을 종합적으로 조직하고 연속적으로 통합하는 방안으로 함수적 사고를 중심으로 한 메란 교육과정을 제안한다.

Klein에게 있어서 함수적 사고는 학교수학을 종합적으로 조직하고 연속성을 가능하게 하는

원리로서 산술(대수)과 기하 전 영역에 걸쳐 합수를 중심으로 내용을 유기적으로 조직하고자 하였다. Klein은 함수는 단순한 수학적 방법이 아니라 수학적 사고의 혼이요 심장이라고 주장하였다(Hamley, 1934: 53). Klein은 ‘수학적인 관점에서 자연 현상을 이해하는 능력을 발달시키기 위해, 정신 발달의 자연스러운 과정과 밀접하게 조화되는 교수 과정을 구성하기 위해 그리고 한 단계에서 다음 단계로 진행하면서 학생들이 수학 교과목의 연속성을 더 의식하게 만들기 위한’ 원리로 함수적 사고를 강조하였다(Hamley, 1934: 53). 단순히 비례 관계나 방정식과 그래프에서만 함수 개념을 강조하는 것이 아니라 학교수학의 모든 범위에서 함수가 중심이 되고, 전체적인 교육 속에서 하나의 유기적 부분으로 단순하고 구체적인 예에서 서서히 시작하면서 함수를 가르쳐야 한다는 것이다(Klein, 1939: 223). 이에 따라 메란 교육과정에서는 산술과 기하 전 영역에 걸쳐 합수를 중심으로 그 내용을 유기적으로 조직하고 있다.

특히 우리 주변을 둘러싸고 있는 자연의 가장 단순한 합법칙성을 이해하기 위해서 반드시 미적분을 알고 있어야 한다고 하면서(Klein, 1902: 139), 함수적 사고는 미적분학에서 자연스럽게 발전될 수 있다고 보았다. 함수는 변화 속에 존재하는 법칙성을 연구하는 것으로, 존재하는 두 현상 간의 관계를 인식하는 것은 과학적 지식의 기본 형식이다. Klein은 함수를 이해하지 못하면 근대 문화의 수학적 기초를 이해할 수 없다고 보았던 것이다.

Klein은 정신도야는 개념적 사고방식에서 찾아야 한다고 하면서 함수적 사고 습관의 도야를 강조하였다(Hamley, 1934: 53). 수학교육에서 정신도야의 실현은 개념적 사고, 특히 함수적 사고를 통해 이루어질 수밖에 없다는 것이다. 학교에서 배우는 함수적 사고는 단순한 기술적

도구가 아니라 학생 장래의 모든 생활에서 기본적인 교양이 되어야 하는 것이다.

V. 심성함양으로서의 함수적 사고

종합적인 수학과 아래 Klein은 수학에서 정신도야의 핵심은 개념적 사고에 있다고 하면서 ‘함수적 사고’를 강조하고 메란 교육과정에서 이를 구체화하고자 하였다. Klein은 일반교양의 함양을 위한 수학교육의 방편으로 함수적 사고 교육을 주장하였지만, 그 인간교육적 의미를 명확히 설명하고 있지는 않다. 이에 제 5 장에서는 ‘마음의 중층구조’ 이론에 비추어 Klein의 수학교육론을 재음미하여, 그의 수학교육 사상의 이면을 보다 명확히 드러내고자 하였으며, 함수개념의 이해를 통한 심성함양의 가능성을 논의하였다.

1. 마음의 중층구조에 비추어 본 Klein의 수학교육사상

수학의 형식을 통하여 정신의 훈련을 강조하는 것은 지식의 구조를 강조하는 교육관과 상통하는 바가 있다. Klein에게 수학의 가치는 형식을 통해 사물이나 현상을 파악하는 안목을 제공한다는 점에 있었다. 마음의 중층구조 관점에서 수학의 형식에 의해 형성되는 안목이 마음의 표현이라는 점은 Klein이 말한 수학의 형식을 통한 정신도야를 심성함양과 관련지을 단서를 제공한다. 수학의 형식을 통해 정신을 개발한다는 것은 수학을 배움으로써 그것에 고정되어 있는 형식이 마음으로 들어와 마음의 한 부분이 되어 세상을 보는 안목으로 표현되는 것을 말한다고 볼 수 있다. 또한 교과로서 수학은 형식의 표현으로서의 응용과 응용의 원

천으로서의 형식이 표면과 이면으로 결합된 구조로 파악할 수 있다. 특히 Klein이 수학교육에서 형식과 응용을 강조하는 것은 인간의 이해는 현상에서 벗어날 수 없으며 바로 그 현상에서 출발하여 현상을 지극히 탐구해야만 한다는 것을 보여주고 있다고 볼 수 있다.

수학은 하나의 유기체로서 그 각 부분이 능동적이고 생생한 관계 안에서 가르쳐져야 한다. 이러한 수학교육을 위해 Klein은 종합수학과 자연발생적 방법을 주장하였으며, 이것은 '총체적 이해를 추구하는 수학교육'이라는 말로 요약될 수 있다. Klein의 종합수학은 개별적인 수학적 지식을 종합하여 수학과 현상을 총체적으로 이해하는 것이 중요하다는 주장을 담고 있는 것으로, 대수와 기하를 분리해 가르치는 것은 수학을 개별적 지식으로 이해하고 현상을 부분적으로 파악하는 것이다. Klein은 총체적인 관점에서 무구분의 성격을 가지는 종합수학을 추구함으로써 형이상학적 마음의 수학을 지향하고자 한 것으로 보인다.

Klein은 아동이 자신의 경험을 근거로 활동을 통해 수학을 재발견하여 점진적으로 논리적 완성에 이르도록 하여 학교수학의 인간화를 추구한다. 역사적 발달 과정은 경험적 차원의 소박한 수학적 관념들이 추상적인 형식화를 통해 정련되는 과정이라고 보고 수학을 온전히 이해하려면 압축의 과정까지 받아들여야 한다는 입장에서 역사-발생적 전개를 중시하였다. 수학적 지식의 역사-발생 과정은 총체로서의 형이상학적 차원의 수학이 발현되고 인식되는 과정이라 볼 수 있기 때문에 역사-발생적 전개는 개념적 이해를 심화시킴으로써 심성도야적인 의미가 큰 것으로 판단된다.

수학 학습은 직관에서 출발해야 한다는 Klein의 주장을 Kant의 이론에 비추어 생각해 볼 때, 수학의 형식은 현상에서 출발하되 인식

의 선형적 형식인 직관에서 출발한다는 사실을 중시한 것이라 할 수 있다. Kant의 인식론과 교육에서 직관을 강조하였던 Pestalozzi, Herbart 등의 독일 교육사상가들의 정신은 Klein의 수학 교육론의 바탕이 되었다고 할 수 있다. Klein은 직관적인 관념에서 출발하여 추상을 증가시켜 정련해 갈 것을 강조한다. 경험적 차원에서의 소박한 직관에서 정련된 직관으로 나아가는 과정은 수학의 '형식'을 추구하는 과정이라 할 수 있다. Klein이 형식으로 가는 출발점으로 직관을 중시한 것은 단순히 감각인상을 중요시하는 것이 아니라 감각 인상에서 출발하여 형식 수학에 이르는 사고의 전 과정을 중요시하였음을 보여 준다.

Klein이 보기에, 함수는 학교수학을 종합적이고 연속적으로 조직하게 하는 통합원리였으며, Klein은 이러한 함수적 사고를 중심으로 메란 교육과정을 구성하였다. 그래프로 표현된 함수를 조기에 도입하여 지속적으로 강조하였으며, 함수적 측면에서 기하와 대수 영역을 구성하고 다른 분야와의 관련성을 통해 응용을 강조하였다. 그리고 메란 교육과정의 마지막 학년에서 '역사적 관점과 철학적 관점에서의 회고'라는 항목을 두어 수학에 대한 학습자의 반성을 강조하고 있다. 이것은 수학을 통해 현상을 파악하는 규정적 판단과 함께 현상의 궁극적인 의미를 추구하는 행위로서 반성적 판단의 기회를 부여하려는 의도가 들어 있는 것으로 볼 수 있다. 이것은 Klein이 수학이 학생들의 심성함양에 기여하게 하는 교육적 방법까지 염두에 두었음을 말해주는 것으로 볼 수 있다.

2. 함수적 사고 교육과 심성함양

Klein은 함수를 중심으로 메란 교육과정을 통해 자신의 수학교육 사상을 실현하고자 시도

하였지만 심성함양과 관련된 교육적 논의는 명확히 하고 있지 않다. 따라서 Klein의 수학교육의 이념에 대한 보다 발전적인 논의를 위하여 마음의 중층구조 이론과 Klein 이후 수학교육의 발전과정에서 드러난 몇 가지 연구결과를 종합하여 심성함양으로서의 함수적 사고 교육에 대한 발전적 고찰을 시도하였다.

‘마음의 중층구조’ 관점에서, 함수가 이해되었다는 것은 함수 개념이 그 형태를 잃어버리고 우리의 마음이 되었다는 의미이다. 함수가 우리의 마음이 되는 과정은 함수를 이해하는데 있어서 주관적 조건과 객관적 조건이 서로 상호 작용하는 과정이라고 할 수 있다. 따라서 다음 장에서는 먼저 함수 이해의 주관적 조건과 객관적 조건에 대해 살펴보고, 함수 이해의 객관적 조건으로서 현상과 교과로서의 함수 즉, 함수개념의 특성에 대하여 논의하도록 한다.

가. 함수 이해의 주관적 조건: 원인으로서의 함수

함수 이해의 주관적 조건은 함수 개념의 심리 발생론을 연구한 Piaget(1977)의 함수의 심리학파 인식론, 그리고 함수에 대한 심상 형성을 강조한 Freudenthal(1983)의 교수현상학적 분석에서 찾아 볼 수 있다.

Piaget는 함수라는 수학적 지식의 발생적 원천을 아동의 행동과 사고의 논리 속에서 찾는다. Piaget는 지식과 사고의 본질을 내면화된 가역적 행동 곧 조작으로 보고 그 발생과정을 논의하고 있다. 그는 행동과 조작을 반복 가능하

게 하고 일반화 할 수 있는 인지구조를 schèmes 이라고 부른다. 그리고 지적 발달을 행동과 조작 양식의 발달, 곧 schèmes의 변화로 설명한다. 환경에의 적응과정에서 끊임없이 일어나는 인지적 균형의 파괴와 동화, 조절에 의한 새로운 균형화가 반복되는 schèmes의 끊임없는 재구성 과정이 인지발달이요 학습이다. 나아가 Piaget는 수학적 개념의 형성 과정을 조작적 schèmes의 구성과정으로 설명한다. 논리-수학적 개념은 대상으로부터의 단순 추상화에 의한 정적인 이미지가 아니라, 대상에 대한 주체의 행동의 일반적인 조정으로부터 반영적 추상화에 의해 구성되는 조작적 schèmes이다. 논리-수학적 개념은 인식 주체의 외부 대상으로부터 직접 얻어지는 것이 아니라, 내면화되어 조작으로 변환될 수 있는 행동, 일반적으로 조정된 객관적이고 필연적인 행동과 관련 있다¹¹⁾. 수학적 개념의 형성 과정은 구체적 행동에서 시작하여 행동 schèmes이 내면화되고 조정되어 반영적 추상화에 의해 점진적으로 다양한 조작적 schèmes을 구성해 가는 과정이라고 할 수 있다. Piaget에 의하면, 논리-대수적 조작은 순수한 조작적 schème이고, 기하학적 조작은 표상적 schème이며, 함수적 조작은 인과율과의 관련성이 강한 조작적 schème이다(우정호, 2000: 233-241).

특히 함수적 사고의 발생과 관련하여, Piaget는 어린 아동이 자신의 어떤 기본적인 행동 schèmes 가운데 대상 x , y 를 동화하는 것은 x 와 y 사이의 종속 관계를 구성하는 것이라 보고, 그것을 ‘형성과정에 있는 함수’라고 부르고 함

11) Piaget는 ‘인식 주체’라는 개념을 상정함으로써 지식의 구성에 대한 객관성, 더 나아가 실재론적 요소를 가미하고 있다(Beth & Piaget, 1996). 인식 주체는 개인의 의식적인 자아를 가리키는 ‘심리적 주체’와 대비되는 것으로 동일한 발달 수준에 있는 모든 개인에게 공통적인 것이다. 우정호(2002)에 따르면, 심리적 주체와 구별되는 인식 주체를 상정하고 객관적이고 보편적인 수학이 인간 정신의 구성물이라는 주장이야말로 Piaget의 조작적 구성주의의 진수이다.

12) Piaget가 어린 아동의 행동 schèmes로 이루어진 아동의 논리를 ‘함수의 논리’라고까지 부르고 그것이 조작과 인과율의 근원을 이루고 있다고 해석하고 있는 것도 이러한 관점에서이다(Piaget, et al, 1977).

수 개념의 발생적 근원이라고 생각한다.¹²⁾

Piaget에 따르면 수학적 함수 개념의 발생원천은 인간의 행동양식인 schème이며 schème의 자기 조정적 활동에 의하여 함수라는 지식을 구성하는 것이다.

한편, Freudenthal(1983)은 심상의 구성과 사고수준의 비약을 통한 수학적 안목의 변화, 현상의 정리수단인 본질로서의 수학적 개념의 발달에 관심을 가지고, 수학적 개념의 교수현상학적 분석을 시도하였다. Freudenthal은 본질과 현상의 교대작용을 통한 수학적 활동의 발달에 있어서 본질은 우선적으로 '심상'으로 구성되어야 한다고 주장하였다. 심상은 여러 가지 현상을 다루어 봄으로써 우리의 정신에 의해서 정신 속에 하나의 대상으로 구현된 것이며, 이것이 의식화 과정에 의해 형식화될 때 개념이 형성된다.

Freudenthal에 따르면, 함수의 본질은 아동에 의해 언어 또는 행동으로 묘사되는 심상으로서의 함수적 '관련' 그 자체라 할 수 있다. 수학적 함수는 이러한 함수적 관련 자체를 수학적 관점에서 대상화하는 것에서 시작된다(박교식, 1992). 수학적 함수로의 수준의 상승은 심상으로서의 함수가 대상화되어 대수기호나 그래프 등의 상징이 고안되면서 이루어진다.

Piaget가 '함수'라고 하는 수학 지식의 발생적 원천을 아동의 행동과 사고의 양식 속에서 찾는다면, Freudenthal은 아동의 언어나 행동으로 묘사되는 심상으로서의 함수에서 그 원천을 찾는다. Piaget와 Freudenthal에 의하면 어느 경우건 함수 개념의 근원은 인간 속에 깃들어 있는 마음이다. 함수적 사고 교육은 학습자의 행동과 사고의 양식으로 학습자에게 이미 내재되어 있는 함수의 주관적 조건이 학습 과정에서 객관적 계기를 만나 수학적인 함수로 표현되도록 하는 것이어야 한다.

나. 함수 이해의 객관적 조건: 계기로서의 함수

마음의 중층구조 관점에서 인식의 계기는 마음 밖에 존재하는 것이다. 그러므로 현상은 함수 이해의 객관적 계기가 될 수 있다. 역사적 맥락에서 보면 함수는 여러 가지 변화 현상을 해석하고 설명하고 예측하기 위한 과정에서 발생하였다. 이것은 여러 가지 현상이 함수 이해의 계기로 작용하였음을 말해 주는 것으로 볼 수 있다.

현상을 계기로 하여 원인으로서의 함수가 발현하여 현상의 본질을 이해하는 함수적 사고가 가능해진다. 그러므로 수학교육에서 중요한 것은 함수 이해의 계기로 작용할 수 있는 적절한 현상을 제공해주는 것이다. Freudenthal(1983)은 함수 교육은 실세계에 존재하는 함수로 조직될 필요가 있는 현상에서 출발해야 한다고 하였다. 이 역시 함수 이해에 있어서 적절한 계기의 중요성을 말하는 것이라 볼 수 있다.

한편, 「기신론」에 따르면, 현상(또는 사물) 속에 진여가 들어 있지 않은 것은 아니지만, 현상은 그 속에 들어 있는 진여를 적극적으로 보여주지 못한다. '우두커니 하나의 초목이나 물건에 마음을 쏟는 것이 어찌 학문이라 할 수 있겠는가'(乃兀然存心於一草木一器用之間 此是何學問)라는 주희의 말은 사물을 대상으로 하는 활동보다 의식적인 노력을 기울여 경전을 배우는 일이 중요함을 시사한다(박채형, 2002: 104-105). 경전은 현상에 비해 진여를 잘 드러내어 보여준다. 마찬가지로, 학습자의 사고 논리 속에 가정되어 있는 원인으로서의 함수는 적절히 제시된 교과 지식으로서의 함수를 계기로 해서 발현될 수 있다. 교과 지식으로서의 함수는 특별한 계기로서 원인으로서의 함수가 효과적으로 발현될 수 있도록 조직한 것이기 때문이다.

다. 통합개념으로서의 함수: 자연의 합목적성

마음의 중층구조 관점에 따르면, '개념'은 '이념'의 현상적 표현물로서의 지위를 지닌다. 지적 활동의 이면에는 형이상학적 마음인 이념이 있으며, 모든 일체의 지식은 이 하나 뿐인 마음인 이념이 대상에 따라 상이한 형태로 표현되는 것이다. 마음의 중층구조 관점에서, 함수개념 역시 형이상학적 마음의 현상적 표현이라 할 수 있다.

그런데 함수는 대수와 기하를 관련지어주고 응용수학을 포함하여 수학적 사고 전체의 바탕에 놓여있는 기본적인 수학적 사고로서, 모든 것을 종합하여 '이념'에 접근해 가는 것을 그 특징으로 한다고 할 수 있다. 함수는 수학의 밑바탕에 폭넓게 스며있는 기본적인 개념으로서 그 본질을 규정하기가 쉽지 않은 포괄적인 개념임에도 불구하고 변화하는 현실세계를 이해하기 위한 개념적 수단으로서 다양한 변화현상을 '보기' 위해서는 통합 개념으로서 함수를 생각하지 않을 수 없다. 특히 변화하는 양사이의 규칙성에 대한 분석은 함수의 가장 중요한 근원이다. 함수는 그 역사적 맥락에서 보면 자연계에서 일어나는 여러 가지 변화현상을 해석하고 설명하고 예측하기 위한 도구로서 도입되었다. 그리하여 과학의 발전과 더불어 함수는 자연의 법칙을 탐구하여 기술하는 중심적인 도구로 사용되어 왔던 것이다(Kline, 1972, Sierpinski, 1992).

함수의 역사적 발달을 통해서 볼 때, 여러 가지 수학적 개념들이 모종의 관계를 맺으면서 함수적 사고로 통합되어 변화하는 자연현상을 모델링하면서 자연과학의 바탕이 되었음을 알 수 있다. 운동이나 천체에 대한 연구 등과 관련하여 발생한 함수는 오늘날 수학이 응용되는 모든 분야에서 필요로 하는 가장 핵심적이고

기본이 되는 개념이 되었다. 따라서 함수는 수학적 지식으로서 하나의 '총체'를 이루고 있다고 할 수 있다. '총체'라는 것은 그것을 구성하는 요소가 있으며 그 요소들이 어떤 방식으로든지 논리적 관련을 맺고 있다. 특히 집합과 함께 함수는 현대 수학의 대표적인 '통합 개념'이요 조직 개념이기 때문에 '새 수학' 이후 학교수학에서 강조되고 있는 것이다.

통합 개념의 성격으로서 함수는 수학적 지식의 상보적 특성과 관련하여 그 강력함을 엿볼 수 있다. 기하와 대수를 통합하여 상보적인 시각을 갖는데 함수적 사고가 필수적이며, 명시적으로 사용되는 분야에서 뿐만 아니라 명백히 드러나지 않는 지식의 구조를 드러내는 데에도 가치가 있다. 함수는 수학적 지식에 대한 상보적 이해에 중요한 역할을 함으로써 모순을 해결하고 보다 올바른 원리에 도달하도록 하는 것이다.

'자연'은 이론적 인식을 포괄하는 개념이며, 경험세계 전체를 이해하기 위한 일체의 이론적 개념, 일체의 현상을 설명할 수 있는 '궁극적인 보편 개념', '절대수준의 논리적 가정', '이념'이다. '이념'의 성격과 역할을 잘 보여주는 것이 자연의 '합목적성(Zweckmässigkeit)'이다. 총체로서의 자연은 하나의 '체계적 통일성(systematische Einheit)'을 지니고 있다(장발보, 2003). 지금까지 논의는 함수 개념이 수학과 자연의 바탕을 이루는 기본 형식이며 자연의 합목적성을 여실히 드러낸다는 점이다. 함수와 함수로 표현되는 자연법칙은 인간이 본래 가지고 있는 내적 법칙의 외적 표현이라고 생각하면, Froebel(1900)이 언급한 다음과 같은 생각을 이해하게 된다. 수학을 탐구하는 것을 통해 인간의 외부세계 곧 자연 속에 어떤 질서가 있다는 것, 그러한 질서는 외부 세계와 전혀 무관해 보이는 순수한 정신 혹은 사유의 법칙으로 표현되는 것을

알게 된다. 그러한 앎을 통해 인간은 신비로움을 느끼고 그것이 가능한 이유를 생각하게 되며 이러한 인간 정신과 자연의 관련성에 대한 탐구는 인간과 자연에 깃들어 있는 영원한 법칙, 통일의 법칙, 신적 정신을 자각하게 한다. 다시 말해, 함수는 수학과 자연현상에 대한 탐구로부터 ‘이념’, ‘자연의 합목적성’에 도달할 수 있도록 하는 반성적 탐구를 가능하게 하는 지름길이 된다고 할 수 있다.

라. 함수의 내면화와 형이상학적 마음의 회복

교과의 내면화는 앎의 주관적 조건과 객관적 조건 사이의 끊임없는 순환과정을 통해 우리의 마음에 이미 들어 있는 형이상학적 마음을 회복하는 것이다. 함수 교육의 의미 역시 이와 다르지 않다. 함수 교육에 있어서 중요한 것은 수학적 함수 개념을 학습하는 과정에서 학생들이 자신의 자발적 사고양식으로 가지고 있는 함수 관념을 발현하도록 하는 것이다. 함수 이해의 주관적 조건과 관련된 Piaget와 Freudenthal의 논의는 수학적 함수 개념이 인식 주체의 외부 대상으로부터 직접 얻어지는 것이 아니라는 점을 시사한다. 함수의 내면화는 현상을 계기로 하여 현상 속의 관계를 탐색하는 활동을 통해 현상에 내재되어 있는 규칙성을 발견하여 그것을 수학적 함수로 표현하여, 학습자 속에 뚜렷하게 드러나지 않은 채로 존재하고 있던 함수적 사고의 원천을 드러나게 하는 과정이다.

삶 자체는 관계로 이루어져 있으며, 관계에 대한 연구는 세계와 자연의 법칙을 이해하는 수단이 된다. 현상의 요소 사이에 관계가 존재한다는 사실에 대한 인식은 삶과 세계에 대한 이해의 출발점이 된다. 현상 속의 변화를 인식하고 그 관계에 대한 법칙과 원리를 찾아내는 전형적인 수학적 지식이 함수이다. 함수는 주

어진 현상, 일상생활 속의 사물에서 출발하며 그 속의 요소 간에 관계가 존재한다는 것을 보여주고 우연적이고 상이한 것처럼 보이는 현상들을 설명하는 하나의 법칙이나 원리가 드러난다. 하나의 식으로 표현된 법칙이나 원리를 다른 현상과 관련지으면서 높은 수준의 법칙이나 원리를 새롭게 발견하게 한다. 그리고 반성을 통해 이미 소유하고 있는 법칙과 그 표현을 의식의 대상으로 끌어 올려 그 현상과 관련된 본질을 볼 수 있게 된다. 현상에 내재된 규칙성을 인식하여 질서와 조화의 아름다움을 느끼고, 그 규칙성을 다른 현상에 다시 적용하여 보다 보편적인 법칙을 발견하게 되는 것이다.

현상에서 출발하여 그 이면의 법칙을 발견하고 그것으로 다시 현상을 이해하는 과정에서, 우리는 이때까지 진실이라고 믿었던 상식의 오류를 깨닫고 세계 속에 질서가 있다는 것을 알게 된다. 나아가 이러한 질서는 외부 세계와 무관해 보이는 순수한 정신 혹은 사유의 법칙으로 표현된다는 것, 즉 그것은 다른 아닌 인식주체자인 나 자신에서 출발한다는 것을 알게 된다. 소크라테스 방법의 정신처럼 ‘일상생활의 공통적인 사물로부터 시작하여 학문적 관점으로 나아가고’(Nelson, 1949: 33) 반성을 통해 우리가 이미 소유하고 있는 지식을 의식의 대상으로 끌어 올리는 과정에서 자신 안에 있는 개념의 총체를 발견해 나가는 것이다. 함수를 배우면서 자연의 원리가 인간 정신의 사유의 법칙으로 표현됨을 보면서, 자연의 원리와 인간의 정신이 무관한 것이 아님을 깨닫게 된다. 따라서 함수적 사고 교육은 함수를 배우는 과정에서 사물이나 현상, 수학의 다른 분야를 함수적 관점에서 통합적으로 파악하는 능력을 길러주는 것이 되어야 한다.

함수 개념이 내면화되어 함수적 사고가 되면 그것은 우리의 안목이 되며, 세상을 보는 눈이

달라지고 마음의 변화가 일어나게 된다. 마음의 중층구조에 따르면, 함수 개념 또한 이념의 현상적 표현물이며, 함수 개념을 획득하는 것 역시 마음이 표현되는 것이다. 이념으로 돌아가는 길은 그것의 표현인 개념을 통할 수밖에 없으므로, 형이상학적 마음의 회복으로서 심성함양은 별도의 경로를 통해서가 아니라 함수와 같은 수학적 개념의 학습을 통하여 가능하다. 특히 함수는 여러 현상과 분야를 종합하는 총체적 이해를 가능하게 함으로써, 우리의 마음이 이념에 접근하는 지름길이 될 수 있다.

VI. 결 론

Klein은 함수적 사고 교육을 통해 자연의 가장 단순한 합법칙성을 이해할 것과 정신도야를 강조한다. 특히 메란 교육과정의 마지막 학년에서 ‘역사적 관점과 철학적 관점을 고려한 회고’라는 항목을 둔 것은 반성적 판단의 기회를 부여하여, 우리가 개념을 사태에 적용하여 현상을 보는 것이 곧 이념을 회복하는 과정임을 느끼게 하려는 것이다. 수학을 배우고 수학을 통해 현상으로부터 자연의 법칙성을 탐구하는 과정에서 올바른 수학적 원리에 대한 이해와 그에 바탕을 둔 자연의 법칙성을 이해하면서 오는 경이감과 그것을 나의 사고 속에서 완전히 경험한다는 것을 인식하면서 형이상학적 마음이 나와 무관한 것이 아님을 깨닫는 기회를 주고자 한 방편이라 할 수 있다. Klein이 수학의 문제를 해결하는 과정에 오는 논리적 통찰력을 통해 맛보는 기쁨은 무엇과도 비교할 수 없는 높은 수준의 기쁨이라고 말하고 것도 이와 다르지 않다.

결국, 심성함양으로서 함수적 사고 교육은 Klein이 명명한 함수성(functionality), 함수적 사

고(functional thinking)라는 개념 가운데 명확히 드러난다고 생각되며, 함수 개념은 단순한 수학적 개념이 아니라 Klein의 수학교육 철학을 보여주는 것이라 생각된다. 즉, 수학의 핵심 개념을 넘어서 심성함양으로서 함수적 사고교육의 가치를 드러내고자 한 것으로 판단된다.

함수적 사고 교육은 특수에서 보편으로의 후행의 과정과 보편을 특수에 적용하는 끊임없는 과정을 통해 수학과 자연 현상을 보다 포괄적이고 통일된 체계로 파악하도록 한다. 그리고 그 과정은 자기반성을 목표로 하는 소크라테스 방법처럼, 바깥의 대상을 향하던 학생의 관심을 자신의 내면으로 되돌려 이때까지 학생을 사로잡고 있던 고정관념을 제거함으로써 그 빈 자리를 이념에 대한 열망이 차지하도록 만드는 것이다. 함수를 통해 인간의 외부세계(자연) 속에 어떤 질서가 있다는 것을 알게 되고 또 이러한 질서는 외부 세계와 전혀 무관해 보였던 인식주체자인 나 자신에서 출발한다는 것을 알게 된다. 함수를 배움으로써 자위적인 사변이 아닌 우리가 가진 함수 개념을 토대로 현상의 변화가 바로 우리 마음의 조작과 관련된다는 것을 이해하는 것이다.

지금까지 고찰을 통해서 볼 때, 일반교양 교육으로서 수학교육의 의미는 실용적인 생활의 유용성이 아니라 심성함양, 즉 형이상학적 마음의 회복이다. 특히 마음의 중층구조 관점에서 Klein의 수학교육론을 재해석한 결과, 실용적 가치, 과학 기술의 직접적인 유용성의 가치로만 생각하였던 현재의 수학교육과정 이면에는 심성함양으로서의 가치가 중심에 놓여 있음이 드러났다고 생각된다.

수학교과의 지식은 「기신론」의 상념과 마찬가지로 진여의 표현이며, 마음이 진여로 향하게 되는 데에 의지할 수 있는 중요한 그리고 유일한 발판이다. 이 발판을 의지하지 않고 깨

달음을 얻기란 불가능하다. 그러나 상념은 어디까지나 발판이며 그것이 의지하여 마음을 진여로 향하도록 하는 데에는 특별한 노력이 필요하다. 교육과정이라는 것은 근본적으로 이러한 특별한 노력을 위한 것이라고 해도 과언이 아닐 것이다. Klein의 구현하였던 수학교육과정도 이와 다르지 않다. 특히 Klein은 보다 통합적인 개념인 함수를 배워 총체적인 이해를 바탕으로 하여 상식적으로 자명한 세계의 의미를 드러내고 올바르게 조명하고자 하였다. 함수적 사고를 통해 경험적 판단들의 기본적 원리에까지 거슬러 올라가서 그 경험적 판단들이 궁극적으로 성립할 수 있도록 하는 기본 원리를 추구하길 원하였던 것이다. 함수를 통해 외부 세계를 탐구하는 과정에서 Kant가 말한 자연의 합목적성은 경험적 법칙의 탐구 과정에서 발견되는 법칙이 아니라 경험적 법칙의 탐구를 가능하게 하는 것임을 느끼도록 하고자 하였던 것이다. 이렇게 본다면 결국 Klein의 수학교육과정이 기초가 된 현대 수학교육과정 이면에는 심성함양의 의미가 그 핵심이라고 할 수 있는 것이다.

손이 허공을 움켜 쥌 수 없고 허공 역시 손을 감출 수 없듯이, 우리는 경험적 마음으로 형이상학적 마음을 완전히 경험할 수도 없고, 형이상학적 마음도 경험적 마음을 떠나서 존재할 수 없다. 그러나 꽃이 허공 속에서 피어나듯 우리의 마음도 지식을 통해 길러진다. 심성함양으로서 함수적 사고교육은 별도의 경로를 통해서가 아니라 바로 학교 수학으로서 함수를 통해서 가능하다. 물론 눈으로 볼 수 있는 것, 말할 수 있는 것에 의존하여 볼 수 없고 말할 수 없는 것을 전달하는 것은 결코 쉬운 일은 아니다. 이것은 무엇보다도 함수에 대한 교육내용에 표현되어 있는 그 마음을 끊임없이 탐색하는 일인 것이다. 따라서 교육은 처방적이기보다는 인

간의 마음에 대한 이해를 바탕으로 해야 하며, 목적은 도달점인 동시에 출발점이 되듯이, 수학교육은 수학의 '형식'을 강조함으로써 심성함양을 그 목적으로 해야 하는 것이다.

참고문헌

- 강현영(2003). 불교사상을 통해서 본 수학교육의 정신도야적 가치, 서울대 대학교 석사학위 논문.
- 김광민(2005). 교과교육의 정당화: 중층구조의 관점, *도덕교육연구*, 17(1), 107-131.
- 馬 鳴, 대승기신론, 이홍우(역주). 1991, 서울: 경서원.
- 박교식(1992). 함수 개념 지도의 교수현상학적 접근, 서울대 대학원 박사학위논문.
- 박채형(2002). 교과내면화 이론: 주역의 교육학적 해석, 서울대 대학원 박사학위논문.
- 신춘호(2005). 교육이론으로서의 칸트 철학: 판단력 비판 해석, 서울대 대학원박사학위 논문.
- 우정호(2000). *수학 학습-지도 원리와 방법*, 서울대학교 출판부.
- _____(2004). '인간교육'을 위한 주요교과로서의 학교수학, *수학교육학논총*, 26, 1-20.
- 이홍우(1994). 태양과 선분과 동굴; 플라톤 「국가론」에서의 지식과 교육, 한기언(編) *교육국가의 건설; 교육의 세기와 기초주의*, 서울: 양서원.
- _____(2000a). *교육의 목적과 난점*, 서울: 교육과학사.
- _____(2000b). *성리학의 교육이론*, 서울: 성경재.
- _____(2004). *심성과 방편*, 미출간 간행물, 서울:성경재

- _____ (2006). *대승기신론 통석*, 서울: 김영사.
- 이홍우, 유한구, 장성모(2003). *교육과정이론*, 서울: 교육과학사.
- 임재훈(1998). 플라톤의 수학교육철학, 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- 장발보(2003). 판단에 의한 자연과 자유의 연결, 서울대 대학원 석사학위 논문.
- 정영옥(1997). Freudenthal의 수학적 학습-지도론 연구, 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- 정혜진(2004). 칸트 철학과의 관련에서 본 프로벨의 교과이론, 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- 차미란(1997). '철학자-군주'에 반영된 도덕적 삶의 의미, *도덕교육연구* 9, 150-176, 한국도덕교육학회.
- 한대회(2000). 인간교육으로서의 수학교육, 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- Freudenthal, H(1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Froebel, F (1900). *The Education of Man*, Translation by W. N. Hailmann, New York: D. Appleton and Company, 서석남(2006), *인간의 교육*, 서울: S.F.M 연구소 출판부.
- Hamley, H. R (1934). *Relational and Functional Thinking in Mathematics*, New York : The National Council of Teacher of Mathematics.
- Kant, I(2005). *순수이성비판*, 최재희(역), 서울: 박영사.
- Klein, F(1872). 'Erlanger Antrittsred', A Transcription with English Translation and commentary, D E. Rowe, *Historia Mathematica* 12, 1985, pp.123-141.
- _____ (1894). *Lectures on Mathematics*, Macmillan & Company.
- _____ (1902). Aber den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, vol. 11, pp.128-141.
- _____ (1905). Der Meraner Lehrplan für Mathematik, *Vorträge über den Mathematischen Unterricht an den Höheren Schulen*, F. Klein and R. Schimmack(1907) Leipzig: Druck und Verlag von B. G. Teubner, pp.213-220.
- _____ (1939). *Elementary Mathematics; From an advanced standpoint, Arithmetic · Algebra · Analysis*, New York: Dover Publication.
- Klein, F and Schimmack, R(1907). *Vorträge über den Mathematischen Unterricht an den Höheren Schulen*, Leipzig: Druck und Verlag von B. G. Teubner.
- Kline, M(1972). *Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford university press.
- Nelson. L(1949). *The Socratic Method, Socratic Method and Critical Philosophy : Selected Essays*, pp.1-43, N.Y: Dover Publication, INC. 김안중(역), 소크라테스의 방법, 2006, mimeographed.
- Pyenson, L(1983). *Neohumanism and the persistence of Pure Mathematics in Wilhelmian Germany*, American Philosophical Society.
- Rowe. D. E(1983). A Forgotten chapter in the History of Felix Klein's Erlanger Programm, *Historica Mathematica* 10, pp.448-457.

- _____(1985). Felix Klein's Erlanger Antrittsrede: A Transcription with English Translation and commentary, *Historia Mathematica* 12, pp.123-141.
- Schubring, G (1989). Pure and Applied Mathematics in Divergent Institutional Settings in Germany: The Role and Impact of Felix Klein, *The History of Modern Mathematics*, San Diego: Academic press, INC.
- Sierpiska. A(1992). On understanding the notion of Function, In Harel, G & Ed Dubinsky, *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*, Mathematical Association of America, MAA Notes Vol. 25, pp.25-p.58.

Mathematics Education for the Cultivation of Mind - Focused on the Functional Thinking by F. Klein -

Woo, Jeong Ho (Seoul National University)

Kang, Hyun Young (Lecture of Gyeongin National University of Education)

One of the most important issues in mathematics education is to restore the educational foundation of school mathematics, which requires fundamental discussions about 'What are the reasons for teaching mathematics?'. This study begins with the problematic that mathematics education is generally pursued as an instrumental knowledge, which is useful to solve everyday problems or develop scientific technology. This common notion cannot be overcome as long as the mathematics education is viewed as bringing up the learners' ability to work out practical problems.

In this paper we discuss the value of mathematics education reflecting on the theory of 'two fold structure of mind'. And we examine the ideas pursued by mathematics educators analyzing the educational theory of Plato and Froebel. Furthermore, we review the mathematics educational theory of F. Klein, an educator who led the reformation of mathematics education in the early 20th century and established the basic modern philosophy and curriculum of mathematics education. In particular, reflecting on the 'two fold structure of mind,' we reexamine his mathematics educational theory in the aspect of the mind cultivation so as to elucidate his ideas more clearly. Moreover, for the more deep discussion about Klein's thoughts on the

mathematics education, his viewpoint on the teaching of 'functional thinking' for the mind cultivation is reexamined based on the research results found in the developments of mathematics education after Klein.

As the result we show that under the current mathematics education, which regards mathematics as a practical tools for solving

everyday problems and an essential device for developing science and technology, there is a more important value for cultivating the human mind, and argue that mathematics education should contribute to the mind cultivation by emphasizing such an educational value.

*** Key words** : Mathematics Education for the Cultivation of Mind(심성함양으로서 수학교육), The 'form' of Mathematics(수학의 형식), F. Klein, Functional Thinking (함수적 사고)

논문 접수: 2007. 10. 3

심사 완료: 2007. 11. 10