

수학과 평가에서의 인지적 행동 영역 분류에 대한 고찰

손홍찬¹⁾ · 고호경²⁾

수학과 평가체제에서 인지적 행동 영역은 흔히 내용 영역과 함께 평가 목표의 두 축을 이루어왔다. 인지적 행동 영역은 학생들이 수학적 문제를 해결하는 과정에서 어떤 정신 능력을 사용하는지를 측정하고자 하는 것으로 평가에 따라 조금씩 차이를 보인다. 본 논문에서는 국내외 평가에서의 인지적 행동 영역 분류의 변화 과정을 비교 분석하여 행동 영역을 이루는 구성 요소를 구체화하고자 하였다.

주요용어 : 수학과 평가 체제, 인지적 행동 영역

I. 서론

교육평가는 학교 교육에서 행하는 가장 중요한 교육 활동 중의 하나로, 학교 현장에서도 교사는 평가에 많은 시간을 보낸다. 교사는 평가를 통하여 학생 개개인의 학습과 성취에 관한 정보를 수집하고 이를 바탕으로 학습과 관련한 여러 판단을 하며 이를 다시 수업에 활용하여 학습을 촉진할 수 있다. 교사는 학습목표, 평가 목적 그리고 학생의 수준에 맞는 평가 방법을 선정하고 평가 도구를 개발하고 평가를 실시한 후 그 결과를 분석하여 활용하는 단계를 밟게 된다.

근래에는 학습과 평가에 대한 관점이 행동주의에서 인지심리학 관점으로 변화하면서 학생 학습의 결과나 산출물만을 강조하는 것이 아니라 그 과정까지 관심을 보이고 있을 뿐 아니라 교육과정에 기초한 평가 기준에 맞춘 평가가 강조되고 있다. 이를 좀 더 구체적으로 설명하면, 미국수학교사협회(NCTM)에서는 평가를 학생들의 발전을 모니터하기, 수업 계획을 세우기, 학생들의 학업성취를 평가하기, 프로그램을 평가하기 등의 크게 4가지의 교육목적이 있다(NCTM, 1995). 그러나 학교 현장에서 교사의 의해 이루어지는 평가는 주로 두 가지의 목적에 큰 비중을 두고 있다. 하나는 가르치는 목적에 따라 학생들에게 기대하고 있는 것과 성취된 것에 관한 정보를 학생들의 발전을 모니터하고 학생들의 학업성취 평가를 통해서 얻는 것이고, 다른 하나는 가르치는 목적과 관련하여 교수·학습 과정의 개선, 즉 수업 계획을 세우는 데 도움이 되는 정보를 얻기 위한 것이다. 따라서 평가는 교수와 학습에 상호 보완적인 입장에서 이루어지지 않으면 안 된다. 다시 말하면 평가는 교수·학습이 이루어지는 전 과정에서 이루어져야 하며, 또 다양한 방법에 의해서 행하여지지 않으면 안 된다.

1) 한국교육과정평가원 (hcsn@kice.re.kr)

2) 한국교육과정평가원 (koho@kice.re.kr)

이는 최근에 지향하고 있는 교수·학습 방법의 개선 방향과도 밀접한 관련이 있다. 또한 NCTM에서는 수학을 가르치는 목적은 모든 학생이 수학적 힘(mathematical power) - '논리적으로 탐구하고, 추측하고, 추론하기 위한 능력과 동시에 비정형문제를 해결하기 위하여 다양한 수학적 방법을 효과적으로 사용하기 위한 능력과 또한 그렇게 하기 위한 자신감과 성향'(1991, p.19) - 을 개발하도록 도와주는 데 있다하였다.

이렇게 수학의 교수·학습의 목적과 맞물려 평가의 내용과 방법이 종전의 결과 중심의 입장에서 과정 중심으로, 내용-행동의 이원 분류에 의한 특수하고 개별화된 기능의 평가에서 총체적인 관점에서 평가를 전환하는 것은 당연한 추세에서 교사가 학생을 정확히 평가하기 위해서는 학생에게 교수·학습과정에 능동적이고 적극적인 참여를 할 수 있는 기회를 제공함과 동시에 학생의 수학적 사고가 얼마나 잘 발전해나가고 있는지의 여부를 판단하고 측정할 수 있도록 좀 더 신뢰성 있는 도구를 개발하려는 노력을 기울여야 할 것이다.

지금까지 대부분의 수학과에서의 평가 도구로서 문항의 제작은 Bloom의 교육 목표 분류학에서 연유한 평가 목표에 의해 주로 이루어지고 있다. Bloom은 교육 목표를 내용과 행동 수준으로 나누고 행동을 인지적 영역, 정의적 영역, 심동적 영역으로 크게 나눈 후 각 영역을 다시 구분하였다. 인지적 영역의 행동 수준은 지식 자체와 지식에 대한 기능으로 구분하였으며 이해, 적용, 분석, 종합, 평가와 같은 지식의 기능은 후자로 갈수록 복합적인 고등정신능력을 나타낸다고 하였다(성태제, 2005). 인지적 영역의 평가 도구는 지필 평가나 컴퓨터 소프트웨어를 활용할 수도 있고, 정의적 영역의 평가 도구는 수학적 성향에 대한 설문지, 관찰지, 수학적 태도 검사지 등이 있다. 그러나 실제 학교 현장에서 사용하는 평가 도구는 학생의 학업 성취 정도나 수학적 능력을 파악할 수 있고, 진단평가, 형성평가 그리고 총합평가 모두에 적절한 지필 평가를 주로 사용하고 있다. 지필 평가를 위한 수학과 문항을 제작하기 위해서는 수학 내용 수준과 인지적 영역의 행동 수준을 두 축으로 하는 평가 목표 이원분류표가 많이 사용되고 있다. 이러한 평가 체제는 Bloom의 연구를 수학과에 맞게 수정 보완한 것으로 볼 수 있다(신성균, 1992).

수학과의 이원분류표는 내용 수준의 요소가 결정되었을 때 그 요소들을 통합하는 문항을 추출하기가 곤란하거나 행동적 진술이 불가능한 인지적 전략 등은 평가에서 제외되기 쉽다는 단점이 지적되기도 하였고(이종희 외, 1994), 수학 내용이나 수학 능력의 연속성을 반영하지 못하므로 통합적이고 연속적인 이해에 있어 발달 변화를 평가하는 새로운 평가 모형의 필요성이 제기되기도 하였다(장혜원, 1994). 반면, 이원분류표를 사용하면 행동주의 학습 목표와 그에 따른 학습 결과를 쉽게 분류하고 평가할 수 있으며 평가 시에 문항이 누락되거나 한쪽에 치우치는 것을 막을 수 있는 장점이 있다. 이것이 국내외 수학과 평가에서 내용-행동 수준의 이원분류표가 많이 사용되는 주된 이유일 것이다. 우리나라의 대학수학능력시험과 국가 수준의 성취도 검사뿐만 아니라 외국의 주요 평가에서도 내용-행동의 이원분류표를 사용하고 있다.

검사지를 구성하기 위하여 평가 문항을 제작할 때는 어떤 수학 내용으로 어떤 인지적 행동 영역에 해당하는 정신 능력을 측정할 것인가를 먼저 고려하게 된다. 그러나 행동 영역을 구분하기 용이하지 않기 때문에 학교에서는 문항을 먼저 제작하고 나중에 그 문항의 목표를 정하는 현상이 있다(강옥기 외, 1991). 따라서 특정 행동 영역에서 측정하고자 하는 능력을 보다 분명히 드러내기 위해서 행동 영역을 구성하는 하위 요소들을 보다 구체화하는 것은 문항 제작에 도움을 줄 수 있으리라 판단된다. 또한 행동 영역을 이루는 구성 요소를 구체화하고 다양하게 제시할 때 여러 가지 능력을 측정할 수 있는 다양한 유형의 문항 제작이

용이하게 된다. 특히 평가 문항의 유형이 학습 내용에 많은 영향을 끼치는 우리나라 교육 현실에서는 학생의 수학적 능력을 고루 발달시킬 수 있도록 다양한 유형의 문항을 제작할 필요가 있을 것이다.

수학과 평가 체제는 크게 내용 영역, 인지적 행동 영역, 정의적 영역 세 가지로 구성되나 평가 도구로서 문항을 개발할 때에는 내용 및 행동 영역을 주로 고려하게 되며 내용 영역은 주로 교육과정의 내용을 따르므로, 본 연구에서는 국내외의 주요 평가 체제에서 나타난 인지적 행동 영역을 주로 고찰 대상으로 삼는다. 좀 더 자세히 기술하면 국내에서 대규모로 치러지는 대학수학능력시험의 수리 영역 평가 체제와 국가수준 수학과 성취도 검사에 나타난 인지적 행동 영역의 분류의 변화과정, 그리고 국외의 주요 평가인 PISA, TIMSS, NAEP 등에서 나타난 행동 영역 분류의 변화 과정을 비교 분석하여 수학과 평가에서의 인지적 행동 영역의 구성 요소들을 다양화함으로써 보다 현실화하고자 한다. 이를 통해 본 논문은 학생들의 학습효과를 측정하기 위한 행동 영역의 개선 방향과 그에 따른 세부 평가 내용을 제시하고자 한다.

II. 국내 수학과 평가 체제에서의 행동 영역의 분류

이 장에서는 국내 수학과 평가 체제 중에 대규모의 출제위원단을 편성하여 문항을 제작하는 대학수학능력시험(이하 수능이라고 함) 수리 영역 평가 체제와 한국교육개발원에서 개발했던 평가 체제, 그리고 한국교육과정평가원에서 개발한 국가수준 학업성취도 평가에서의 인지적 행동 영역을 고찰하고자 한다.

1. 대학수학능력시험 수리 영역

수능은 1990년 12월부터 1992년 11월까지 7차례 실험평가를 거쳐 1993년 8월에 최초로 1994학년도 시험이 치러졌다. 수능 초창기의 수리영역 시험의 목적은 기초적 개념에 대한 이해력과 주어진 자료나 정보를 바르게 추리하는 능력 및 주어진 자료에 원리나 방법을 적용하여 문제를 해결하는 능력을 측정하고자 하는 데 있었다. 당시 제5차 교육과정의 기본 정신은 최소의 필수 기본 지식 및 기능의 정선, 수학적 활동의 강화, 문제해결의 강화, 정의적 측면의 강조에 있었으며 평가의 기본 방향에서도 문제해결 과정을 포함하는 종합적 사고력과 기능 등의 평가가 포함되어 있었다. 이와 같은 수능 시험의 목적과 교육과정의 기본정신 그리고 평가의 방향에 따라 정해진 수능 평가에서 측정하고자 하는 인지적 능력은 행동 영역별로 크게 계산, 이해, 추론, 문제해결 네 가지로 구분되었으며 각각의 능력은 다음과 같이 정의되었다(이종승 외, 2005);

- 계산능력
 - 여러 가지 계산법과 문제해결 절차를 능숙하게 구사할 수 있는 능력
- 이해능력
 - 기본적인 수리적 개념·원리·법칙과 여러 가지 수리적 표현(기호 및 부호, 식, 도형, 표 및 그래프 등) 및 이들 사이의 상호 관련성의 명확한 이해능력

■ 추론능력

- 추측능력: 관찰, 열거, 실험 등을 통한 귀납과 유추, 추측에 의하여 수학적 법칙성과 문제 해결 방법을 발견하는 능력
- 증명능력: 조건 명제의 증명, 삼단논법에 의한 연역적 추론, 반례에 의한 증명, 간접 증명, 동치인 명제의 증명, 모순법, 수학적 귀납법 등을 이용한 증명을 이해할 수 있으며 이러한 증명 방법을 사용하여 수학적 명제를 증명하는 능력

■ 문제해결능력

- 수학 내적 문제해결 능력: 수학의 여러 가지 내용 사이의 관련성 파악이 요구되는 수학 내적인 문제해결 능력
- 수학 외적 문제해결 능력: 수학의 여러 가지 내용과 일상생활 및 다른 교과 내용과의 외적인 관련성 파악이 요구되는 통합교과적 소재의 응용문제해결 해결능력

2005학년도부터는 제7차 교육과정의 내용을 대상으로 수능이 치러지기 시작하였다. 제7차 교육과정에서 수학과는 수학의 기본적인 개념·원리·법칙을 이해하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력을 기르며, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과로 보고 있다(교육부, 1997). 박선화 외(2005)는 이러한 교육 목표 하에 제7차 교육과정의 내용을 대상으로 2005학년도부터 지난해인 2007학년도에 실시된 대학수학능력시험 수리영역에서의 행동 영역 분류를 기존의 분류보다 좀 더 정밀하게 제시하였다. 여기서 행동 영역은 크게 계산능력, 이해능력, 추론능력, 문제해결능력으로 예전과 같고, 초창기에 추론능력의 하위 영역을 추측능력과 증명능력으로 나누었다면 현재는 발견적 추론능력과 연역적 추론능력으로 나누고 있다는 점이 다르고 각각의 행동 영역에 속하는 구성 요소들은 좀 더 구체화되었다(표 1 참조). 이 행동 영역의 구분과 정의는 이후 수능에서도 변하지 않고 그대로 유지되었으며 수학 교육과 관련된 많은 연구에서도 이 틀이 적절하다고 보았다(이종승 외, 2005). 실제 황혜정과 최승현(1999b)이 국내외 수학과 평가 체제를 연구하여 제안한 수학교육 성취도 평가 체제에서의 인지적 행동 영역은 계산, 이해, 추론, 문제해결, 의사소통으로 이루어졌으며, 지필평가의 선다형과 단답형 문항으로는 측정하기 곤란한 의사소통을 제외하면 수능에서의 행동 영역과 같음을 알 수 있다.

2. 한국교육개발원 수학과 평가 체제 연구

한국교육개발원은 1990년도 교육의 본질 추구를 위한 수학 교육 평가 체제 연구의 1차 연도 연구에서 수학과 평가의 정의적 영역의 행동 수준으로는 수학적 성향에 대한 것으로 설정하였으며, 인지적 영역의 행동 수준으로 수학적 지식과 문제해결을 제시한 바 있다. 수학적 지식은 수학적 개념, 원리, 기능, 수학적 절차 등을 의미하고 문제해결력은 수학적 지식의 응용, 수학적 의사소통, 추론능력, 수학적 절차 등을 의미하는 것으로 보았다(강육기 외, 1990). 이것은 Bloom이 인지적 영역의 행동 수준을 지식과 지식의 기능으로 분류한 것과 유사한 것으로, 수학적 지식과 문제해결력은 각각 지식과 지식의 기능에 대응하는 것으로 볼 수 있다.

1991년도에 수행된 교육 평가 체제 연구의 2차 연도 연구에서는 수학교육의 평가 대상을 인지적 능력과 수학적 성향으로 나누었다. 이 연구에서는 인지적 능력에서의 행동 영역을

지식, 이해, 문제해결로 분류하였는데, 이는 미국의 평가 전문기관인 ETS³⁾(1988)가 학생들의 수학적 능력을 개념적 이해, 절차적 지식, 그리고 문제 해결 세 가지로 분류하고 그 구성요소들을 제시한 것을 주로 참조한 것으로 그 내용은 다음과 같다(강옥기 외, 1991).

- 지식
 - 수학적 언어 사용
 - 적절한 해결 절차를 선정하고 적용하고 응용
 - 해결 절차의 적용과 응용이 옳음을 입증

- 이해
 - 개념들의 예와 반례를 인식하고 분류하고 제시
 - 개념을 나타내는 데 모형, 도식, 기호를 사용
 - 원리를 확인하고 응용
 - 개념의 다른 형태의 표현 사이의 관계
 - 개념과 원리를 비교, 대조, 통합
 - 개념을 표현하기 위한 기호를 인식하고 설명하고 응용
 - 개념들을 포함하는 가정과 관계를 설명

- 문제해결
 - 문제를 인지하고 형성
 - 전략, 자료, 모형을 사용
 - 해결 절차를 만들고 확장하고 수정
 - 추론
 - 풀이의 타당성과 옳음을 판단
 - 풀이의 일반화

그리고 수학적 성향을 측정하는 것으로는 다음과 같은 것을 들었다. 즉, 수학을 이용하여 문제를 푸는데 대한 자신감, 문제해결에서 수학적 아이디어를 탐구하고 다른 방법을 찾으려는 윤통성, 수학적 과제를 꾸준히 수행하려는 의지, 수학을 하는 데의 관심, 호기심, 창의력, 자신의 생각과 행동을 감시하고 반성하는 경향, 일상생활과 다른 과목에 수학을 적용하는 가치의 인식, 수학의 역할과 가치에 대한 이해 등이 그것이다.

1992년도에 수행된 교육의 본질 추구를 위한 교육 평가 체제 연구의 3차 연도 연구에서도 내용영역은 교육과정 내용을 기본으로 하였고 행동 영역은 인지적 영역과 정의적 영역으로 구분하였다. 인지적 행동 영역은 수학적 지식과 문제해결로 나누고, 수학적 지식은 지식과 이해의 하위 영역으로 나누었고 정의적 영역은 수학적 성향을 의미하였다(신성균 외, 1992). 2차 연도 연구에서 '지식'과 '이해' 영역을 '수학적 지식' 영역의 하위 영역으로 묶은 것을 제외하면 인지적 행동 영역이나 정의적 영역 모두 그 구성요소들은 2차 연도 연구의 것을 그대로 유지하였다.

3) Educational Testing Service의 약자

3. 수학과 국가수준 학업성취도 평가 체제 연구

한국교육과정평가원은 1986년부터 1997년까지 국립교육평가원에서 일 년 주기로 실시해왔던 국가수준 학업성취도 평가를 이어받아 이를 체계적으로 관리하기 위해 1998년에 기본 계획을 수립하여 2000년도에 수학과 사회 교과에 대한 평가를 처음 실시하였고 지금까지 2년 주기로 실시해오고 있다(황혜정 & 최승현, 1999a; 조지민 외 2005). 1998년 계획에 따라 1999년도에는 수학과 평가 체제가 마련되었다.

한국교육과정평가원은 국내에서의 선행연구와 NCTM(National Council of Teachers of Mathematics)⁴⁾, NAEP⁵⁾(National Assessment of Educational Progress), TIMSS⁶⁾(Third International Mathematics and Science Study), 미국의 오레곤주, 뉴질랜드 등에서 제시한 평가 체제를 분석한 바 있다(황혜정 · 최승현, 1999b). 한국교육개발원에서 설정한 평가 체제의 행동 영역이 지식, 이해, 문제해결의 요소가 반영되는 것에 그치는데 비해, 여기에서는외국의 경우 문제 해결 활동, 추론 능력, 의사소통 능력 등과 같은 수학적 과정 요소가 행동 영역으로 강조되고 있음을 지적하고, 이를 토대로 수학과와 국가 수준 교육성취도 평가 체제를 제안하였다. 이 때 내용 영역은 제7차 교육과정을 토대로 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수 영역에 대하여 각각의 내용 요소를 추출하고 수학 내용 상에 있어서 유사한 개념이나 성질끼리 통합하여 구성하였다고 밝혔고, 가치, 의지, 관심/흥미, 자신감으로 구성되는 정의적 행동 영역은 실제로 평가를 진행하고 실시하는데 있어서의 어려움을 이유로 들어 정의적 행동 영역을 배제한 내용 영역과 인지적 행동 영역으로 구성된 이차원 평가 체제를 마련하였다. 이 평가 체제에서의 인지적 행동 영역의 분류는 다음과 같다(황혜정 & 최승현, 1999b);

- 계산: 여러 가지 계산법 나아가 문제해결에 이르기 위한 명확한 절차, 즉 알고리즘을 능숙하게 구사할 수 있는 능력에 관한 것.
- 이해: 기본적인 수학적 개념·원리·법칙 및 그 관련성을 이해하여 의미 충실한 개념적 사고 형성할 수 있는 능력에 관한 것.
- 추론: 관찰, 열거, 실험 등을 통한 귀납과 유추, 추측에 의해 수학적 법칙과 문제의 해법을 발견할 수 있는 능력, 또는 조건명제의 증명, 삼단논법에 의한 연역적 추론, 반례에 의한 증명, 간접증명법, 모순법, 동치인 명제의 증명, 수학적 귀납법 등을 이용한 증명을 읽고 이해할 수 있으며, 이러한 방법을 사용하여 수학적 명제를 증명할 수 있는 능력에 관한 것.
- 문제해결
 - 수학의 여러 가지 내용 사이의 개념·원리·법칙 등의 관련성이 요구되는 수학 내적인 문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것.

4) 미국수학교사협회회의로 모든 학생이 보다 나은 수학교육을 받을 수 있도록 하기 위해 수학 교사나 수학교육 관련자에게 자료와 전문성 향상 개발 기회를 제공하고 있다.

5) 미국 내 전 지역에서 행해지는 평가로 읽기, 수학, 과학, 쓰기, 역사/지리 등의 분야에 대해 일정 기간을 두고, 4학년, 8학년, 12학년 학생들을 대상으로 행해진다.

6) TIMSS는 국제교육성취도평가협회(IEA)가 주관하는 대규모의 수학·과학 성취도 국제 비교 연구이다.

수학과 평가에서의 인지적 행동 영역 분류에 대한 고찰

- 수학과 일상생활 및 타 교과 내용과의 관련성의 파악이 요구되는 통합교과적(수학 외적)인 소재의 응용문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것.
- 의사소통: 계산, 개념, 추론, 또는 문제해결 영역에 관한 문제를 해결하는 상황에서 주어진 문제 상황과 관련된 수학적 내용을 토대로 수학적 용어, 기호, 문장 등을 이용하여 그 해결 과정의 근거 및 이유를 표현할 수 있는 능력에 관한 것.

초기의 국가수준 학업성취도 평가에서 추구했던 목적은 국가수준의 교육성취도의 파악 및 시간에 따른 그 추이를 파악하고, 질 높은 양질의 문항 및 평가 기법을 개발하여 활용함으로써 일선 학교의 평가 및 교수-학습을 선도하며, 교육성취도에 영향을 주는 주요 요인을 분석하여 교육의 질 관리에 유용한 자료를 제공하는 것이었다(황혜정 & 최승현, 1999a). 최근에는 기존의 것에 교사들의 교수·학습 방법 개선 및 장학 정책 수립을 위한 기초 자료를 산출하고, 변화 추이 분석을 위한 설계와 기법, 성취수준 설정 방법 등에 대한 새로운 연구 설계와 방법을 탐색하여 확산시키는 것 등이 더해졌을 뿐 큰 변화는 없다.

학업성취도 평가에서는 목적 면에서 큰 변화가 없었을 뿐만 아니라 위에 제시된 내용 영역과 인지적 행동 영역의 틀도 현재 그대로 사용되고 있다. 이것은 수능의 수리 영역의 경우에도 마찬가지임을 알 수 있다. 1997학년도 이후의 수능의 성격과 목표는 ‘발전된 학력고사’를 표방하면서 역량 검사의 틀을 유지하면서 교육과정을 보다 중시하게 된 것과 같이 약간의 변화가 있었고, 1999학년도부터는 제6차 교육과정이 적용되면서 교육과정에 변화가 있었음에도 불구하고 평가를 위한 인지적 행동 영역의 틀은 바뀌지 않고 지속적으로 사용되어 왔다.

III. 국외 수학과 평가 체제에서의 행동 영역의 분류

대규모로 평가가 수행되고 있는 시험에서의 행동 영역과 평가에서 지향하고자하는 이론적 고찰로, 이 장에서는 국제 학업성취도 평가로 잘 알려진 PISA와 TIMSS, 그리고 미국의 국가교육향상평가인 NAEP에서의 행동 영역, NCTM에서 제시하는 평가의 행동영역을 고찰한다.

1. PISA

경제협력개발기구 OECD의 주관 하에 정기적으로 읽기, 수학, 과학, 문제해결력을 평가하는 학업성취도국제비교연구인 PISA⁷⁾ 2003(Program for International Student Assessment; 2003)는 수학에서 양(quantity), 공간과 모양(space and shape), 변화와 관계(change and relationship), 불확실성(uncertainty) 네 가지 내용영역을 평가내용으로 삼고, 수학적 능력으로 수학적 사고와 추론, 수학적 논쟁, 수학적 의사소통, 모델링, 문제 제기와 문제 해결, 표현, 상징적·형식적·기법적인 언어와 조작의 활용, 보조 교구와 도구의 활용 등의 8가지를 제시하였다. 그리고 이 각각의 능력을 재생군(reproduction cluster), 연결군(connection

7) PISA는 학생들이 미래 사회의 시민으로 살아가는데 필요한 읽기, 수학, 과학적 소양을 측정하는 것을 목적으로 하는 학업성취도 국제 비교 연구이다. PISA 2003에서는 읽기, 수학, 과학, 문제해결력을 PISA 2006에서는 읽기, 수학, 과학을 평가하였다.

cluster), 반성군(reflection cluster)으로 구분하고 있다. 재생군, 연결군, 반성군은 다음과 같다(김수동 & 김선희, 2005);

- 재생군: 획득한 지식의 재생과 기계적 조작의 수행
 - 표준적인 표현과 정의
 - 기계적 계산
 - 기계적 절차
 - 기계적 문제

- 연결군: 친숙한 소재의 통합, 연결, 적절한 확장, 재생능력을 토대로 함
 - 모델링
 - 표준적인 문제해결
 - 변형, 해석
 - 다중적으로 잘 정의된 방법

- 반성군: 고등 추론, 논증, 추상화, 일반화, 새로운 맥락에 적용될 모델링
 - 복잡한 문제의 해결과 문제의 제기
 - 반성과 통찰
 - 독창적인 수학적 접근
 - 다중적으로 복잡한 방법
 - 일반화하기

따라서 8가지 요소는 각각 재생군, 연결군 반성군에 포함되어 있어 24가지의 소항목이 기술되어 있다. 예를 들어 8가지 요소 중 첫 번째인 ‘수학적 사고와 추론’ 요소는 재생군에서는 ‘~은 몇 개인가?’와 같은 문항으로 평가한다면, 연결군에서는 ‘~은 어떻게 찾는가?’ 또는 ‘어떤 수학이 사용되는가?’와 같은 문제로, 반성군에서는 ‘어떤 수학이 사용되는가?’ 또는 ‘주어진 문제나 상황에 본질적인 것은?’과 같은 문제로 평가하는 것이다.

재생군, 연결군 그리고 반성군은 앞서 제시한 8가지 요소를 수행할 때 수반되는 수학적화(matematization)의 정도로 볼 수 있다. OECD(2006)에서도 기초적인 수학적 사실을 회상하거나 틀에 박힌 절차를 수행하는 능력을 재생군에 속하는 것으로 보고, 재생군에 속한 성격을 토대로 친숙하지만 틀에 박히지는 않은 문제를 해결하는 능력을 연결군에 속한 것으로, 친숙하지 않고 보다 많은 요소를 포함하는 문제 상황에서 문제해결 전략을 세우고 수행하는 능력을 반성군에 속한 것으로 보았다. 박경미 외(2002)는 재생군, 연결군, 반성군을 각각 1수준, 2수준, 3수준이라 하고, 1수준은 수학과 과정이 결여되어 있거나 미약한 경우를, 2수준은 표준적인 수학적과정의 일어난 경우를, 3수준은 복잡한 수학적 과정을 수반하는 경우를 의미하는 것으로 보았다. 이러한 측면에서 본다면 앞서 논의한 인지적 행동 영역에 해당하는 것은 8가지 요소로 볼 수 있다. 그리고 PISA의 경우에 PISA 2003과 PISA 2006의 인지적 행동 영역 분류는 서로 같았다.

2. TIMSS

국제교육성취도평가협회(IEA) 주관 하의 수학·과학 국제 학업성취도 평가인 TIMSS는

수, 측정, 자료, 기하, 대수를 주 평가 내용으로 하고 있다. 내용 영역은 학년과 평가 연도에 따라 조금씩 다르다. TIMSS 1999에서는 내용, 성취기대(performance expectations)⁸⁾, 전망적 측면(perspective aspect)으로 평가 체제를 구성하고, 인지적 행동 영역에 해당하는 성취기대로는 인지하기(knowing), 기계적 절차 사용하기, 복잡한 절차 사용하기, 탐구와 문제 해결, 의사소통과 추론을 평가하였다(IEA, 2001).

TIMSS 2003⁹⁾에서는 평가 체제를 내용 영역과 인지적 영역으로 나누고, 인지적 영역에서는 사실과 절차 알기, 개념 사용하기, 정형적인(routine) 문제 해결하기, 추론하기로 인지적 행동을 구분하였다. 그리고 독립된 인지적 영역 네 가지 중에는 포함시키지 않았지만 수학적 아이디어와 수학적 과정을 의사소통하는 것을 수학의 교수·학습에서 중요한 행동으로 보고 4가지 인지적 행동 영역에서 활용되어야 한다고 하였다(Mullis 외, 2003).

각각의 행동 영역에서 ‘사실과 절차 알기’의 구성 요소는 회상하기, 인식하기/확인하기, 계산하기, 도구 사용하기로 구분하였고, ‘개념 활용하기’의 구성 요소는 이해(know)하기, 분류하기, 표현하기, 수식화(formulate)하기, 구별하기로 구분하였다. ‘문제 해결하기’의 구성 요소는 선택하기, 모델링하기, 해석하기, 적용하기, 반성하기/검토하기로 구분하였고, ‘추론하기’는 추측하기/예측하기, 분석하기, 평가하기, 일반화하기, 연결하기, 종합/통합하기, 비정형(nonroutine) 문제해결하기, 정당화하기로 구분하였다(Mullis 외, 2003). 김수동과 김선희(2005)는 성취기대의 항목 가운데 인지와 의사소통은 ‘이해’와 관련이 있으며, 기계적 절차의 이용은 ‘계산’, 수학적 추론은 ‘추론’, 탐구와 문제해결은 ‘문제 해결’과 관련이 있다고 보았다.

TIMSS 2007에서도 내용 영역과 인지적 행동 영역의 두 차원으로 평가 체제를 구성하고 인지적 행동 영역으로는 인지하기(knowing), 적용하기(applying), 추론하기(reasoning)로 나누고 그 구성 요소를 다음과 같이 나누었다(Mullis 외, 2007).

■ 인지하기

- 회상: 정의, 용어, 수의 성질, 기하학적 성질 그리고 기호를 회상하기
- 인식: 수학적 대상, 모양, 수와 기호를 인식하기, 수학적으로 동치인 양을 인식하기
- 계산: 영과 자연수, 분수, 소수, 정수의 사칙연산하기, 어렵셈하기, 기계적인 대수 조작 수행하기
- 파악(retrieve): 그래프, 표 또는 다른 자료로부터 정보를 파악하기, 단순한 척도를 읽기
- 측정: 측정 도구의 사용, 적절한 측정 단위의 사용, 측정값 추정
- 분류/순서: 대상, 모양, 수 그리고 표현들을 공통의 성질에 따라 분류 또는 묶기, 같은 부류에 들어가는 지에 대해 정확히 결정하기, 속성에 따라 수나 대상을 순서 짓기

■ 적용하기

- 선택: 알려진 알고리즘이나 해법이 있는 문제를 해결할 때 효율적이고 적절한 연산, 방법 또는 전략의 선택
- 표현: 수학적 정보와 자료를 다이어그램, 표, 차트 또는 그래프로 나타내 보이기, 수학적 양이나 관계에 대한 동치인 표현 만들기
- 모델: 기계적 문제를 해결하기 위해 방정식 또는 다이어그램과 같은 모델을 적절하게 생성하기
- 수행: 일련의 수학적 지시를 수행하기, 주어진 설명대로 수학적 도형이나 모양 그리기

8) 성취 기대는 학생이 학교 수학을 할 때 기대되는 행동을 의미한다.

9) TIMSS 2003(Trends in international Mathematics and Science Study 2003) 결과에 따르면 우리나라 중학교 2학년 학생들의 수학 성취도는 2위, 대수와 기하 영역의 성취도는 각각 1위였다.

- 기계적 문제해결: 기하학적 성질을 이용하여 문제해결하기, 자료의 서로 다른 표현을 연결하거나 비교하기, 기계적 문제해결을 위해 차트, 표, 그래프, 지도로부터 자료를 사용하기

■ 추론하기

- 분석: 수학적 상황에서 변인 또는 대상 사이의 관계를 결정, 기술 또는 사용하기
- 일반화: 수학적 사고와 문제해결의 결과를 보다 일반적이고 널리 응용될 수 있는 용어로 재진술함으로써 그 결과가 응용될 수 있는 영역을 확장하기
- 종합/통합: 결과를 얻기 위한 수학적 절차의 통합 그리고 나온 결과를 산출하기 위한 결과의 통합, 지식의 서로 다른 요소들과 관련 표현 사이의 연결 그리고 관련 있는 수학적 아이디어들 사이의 결합
- 정당화: 수학적 결과 또는 성질에 관한 명제에 대해 참 또는 거짓을 근거를 대어 정당화하기
- 비정형 문제해결: 학생이 풀어보지 못한 수학적 또는 실생활 문제를 해결하고 친숙하지 않고 복잡한 상황에 수학적 절차를 응용하기. 비정형 문제를 해결하기 위해 기하학적 성질 사용하기

위 행동 영역의 분류를 우리나라의 성취도 평가나 수능의 분류와 비교하면, ‘인지하기’와 ‘적용하기’에 계산과 이해의 구성 요소들이 많이 포함되어 있고, ‘추론하기’에 추론과 문제해결 영역의 하위 구성 요소들이 포함되어 있음을 알 수 있다.

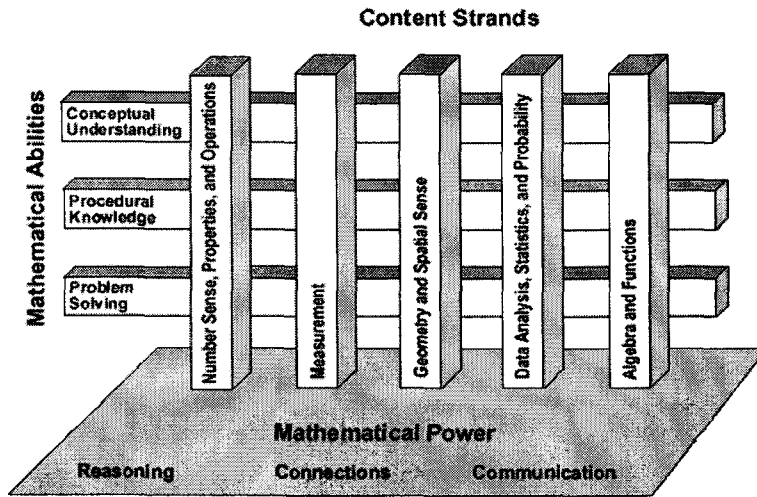
3. NAEP

미국 내 전 지역에서 행해지는 평가인 NAEP의 1990-2003까지의 평가 체제의 내용영역은 크게 다섯 가지로 수감각과 수의 성질 및 연산, 측정, 기하와 공간 감각, 자료 분석과 통계 및 확률, 대수와 함수이었다. 타 평가체제에서의 행동 영역에 해당되는 능력은 수학적 능력과 수학적 힘 두 가지로 구분되었었다. 수학적 능력은 개념적 이해, 절차적 지식, 문제해결로 구분하였고, 수학적 힘은 추론, 연결, 의사소통으로 구분하였다. 그림 1은 1996년, 2000년, 2003년에 사용된 평가 체제이다(<http://nces.ed.gov/nationsreportcard/mathematics>).

NAEP 2005에서는 새로운 교육과정에서의 강조점을 반영하고, 각 학년의 목표를 보다 분명하고 구체적으로 반영하기 위해서 평가 체제를 내용영역과 수학적 복잡도(mathematical complexity)의 두 차원으로 구분하고, 수학적 복잡도는 상, 중, 하로 범주화하였다. 내용영역은 크게 수의 성질과 연산, 측정, 기하, 자료 분석과 확률, 대수로 다섯 가지로 구분하였으나 학년에 따라 이들 중 몇 가지를 통합할 수도 있도록 하였다. 상, 중, 하로 구분된 수학적 복잡도는 각각 추론하기, 절차 수행하기, 개념 이해하기, 문제 해결하기와 같은 수학 지식의 습득과 적용의 측면을 포함하였다. 상, 중, 하로 구분된 수학적 복잡도는 다음과 같은 수학적 능력을 요구하는 것으로 하였다(National Assessment Governing Board, 2004).

■ 복잡도(하)

- 사실, 용어 또는 성질을 회상하거나 인지하기
- 개념의 예를 인지하기
- 사칙연산하기
- 동치 표현을 인지하기
- 제시된 절차를 수행하기
- 주어진 변수에 대한 방정식이나 공식과 같은 표현을 평가하기
- 한 단계로 주어진 문장제(word problem) 해결하기



[그림 1] 1996년, 2000년, 2003년에 사용된 NAEP 평가 체제

- 간단한 기하학적 도형을 그리거나 측정하기
 - 그래프, 표 또는 도형으로부터 정보를 파악하기
- 복잡도(중)
- 상황을 한 가지 이상의 방법으로 수학적으로 표현하기
 - 상황과 목적에 맞는 서로 다른 표현을 선택하고 사용하기
 - 여러 단계 사고를 요구하는 문장제를 해결하기
 - 도형이나 명제를 비교하기
 - 풀이과정 단계의 정당성을 입증하기
 - 시각적 표현을 설명하기
 - 패턴을 확장하기
 - 그래프, 표, 도형으로부터 정보를 도출하여 여러 단계 사고를 요구하는 문제를 해결하기
 - 주어진 자료와 조건으로부터 전형적인 문제 만들기
 - 간단한 주장을 해석하기
- 복잡도(상)
- 목적에 따라 다양한 표현이 사용될 수 있음을 설명하기
 - 단계와 결정 과정이 여러 개인 절차를 수행하기
 - 절차와 개념 사이의 유사점과 차이점을 분석하기
 - 패턴을 일반화하기
 - 두 가지 이상의 방법으로 문제를 해결하기
 - 문제에 대한 해를 설명하고 정당화하기
 - 풀이 방법들을 기술하고 비교하고 대조하기
 - 복잡한 상황으로부터 수학적 모델 만들기
 - 수학적 모델에 놓여 있는 가정을 분석하기
 - 연역적 주장을 하거나 분석하기
 - 수학적으로 정당화하기

NAEP 2005 평가 체제에서는 추론하기, 절차 수행하기, 개념 이해하기, 문제 해결하기와 같은 행동 영역을 문항에서 요구하는 수학적 복잡도에 따라 그 구성 요소들을 열거하였다. 예를 들면, 복잡도 (하)의 ‘한 단계로 주어진 문장제(word problem) 해결하기’, (중)의 ‘여러 단계 사고를 요구하는 문장제를 해결하기’, (상)의 ‘복잡한 상황으로부터 수학적 모델 만들기’ 또는 ‘모델에 놓여있는 가정을 분석하기’와 같은 경우는 문제해결 특히 외적 문제해결에서의 심화과정을 보여준다. NAEP 2005에서 수학적 복잡도에 따라 그 구성 요소들을 나열한 것은 PISA에서의 행동 영역 분류와 유사하지만 PISA에서처럼 특정 행동 영역의 구성 요소들이 세 번씩 등장하지는 않는다.

4. NCTM(1989, 2000)

미국수학교사협의회(NCTM)에서는 수학을 가르치는 목적은 모든 학생이 수학적 힘(mathematical power) - ‘논리적으로 탐구하고, 추측하고, 추론하기 위한 능력과 동시에 비정형문제를 해결하기 위하여 다양한 수학적 방법을 효과적으로 사용하기 위한 능력과 또한 그렇게 하기 위한 자신감과 성향’(1991, p. 19) - 을 개발하도록 도와주는 데 있으며, 이를 위해서 이를 평가하는 내용 요소들을 NCTM(1989, 2000)에 제시하였는데, 이를 간략히 살펴보면 다음과 같다;

■ 문제해결

● 문제 구성

여러 정보를 제공하고 그 정보들을 이용하여 문제를 구성해 보게 한 후 구성된 문제에서 사용된 정보의 양과 수학적 복잡성 등의 평가

● 문제해결의 다양한 전략을 적용하기

다양한 전략에 의해 해결할 수 있는 문제를 제공한 후 전략 선택이 적절한지를 평가

● 문제 풀기

제공된 문제 상황에서 문제를 해결하는 데 필요한 조건과 불필요한 조건 등을 논리적으로 판단할 수 있는지의 여부를 평가

● 결과를 증명하고 해석하기

해결 과정을 기록하는 문제를 제공한 후 기록된 해결 과정이 논리적으로 타당한지, 다른 방법으로 해를 증명하는지 등을 평가

● 해를 일반화하기

특수한 경우의 문제의 해를 일반화 할 수 있는지, 사용된 전략을 일반화하여 적용할 수 있는 문제를 만들어 보거나 찾아낼 수 있는지, 문제에서 주어진 조건이 변하면 그 결과(해)는 어떻게 변화고 일반화될 수 있는지 등을 알아보게 하는 문제를 제공하고 이를 평가

■ 의사소통

● 수학적 아이디어를 말하고, 쓰고, 설명하고, 시각적으로 표현하기

학생이 수학적으로 아이디어를 어떻게 표현하며, 그러한 표현을 어떻게 해석하는가를 평가하고, 또 사용하는 언어의 명료성, 정확성, 적합성 등을 평가

● 지필로, 구두로, 또는 시각적 표현으로 제시된 수학적 아이디어를 이해하고 해석하기

언어적 또는 시각적으로 수학적 아이디어를 얼마나 잘 해석하고 추정할 수 있는지를 평가

● 수학적 어휘와 기호 체계, 구조를 사용하여 아이디어를 표현하고 관계성을 기술하고 상황을 모델링하기

수학과 평가에서의 인지적 행동 영역 분류에 대한 고찰

- 수학적 아이디어를 교환할 때 표현의 엄밀성, 명확성, 적합성과 수학적 언어, 용어와 문장의 이해 정도를, 또한 기술 공학을 통한 의사 능력 평가
- 수학적 추론
 - 규칙성을 인식하고 가설을 설정하는 데 귀납적 추론을 사용하기
구체적인 경우로부터 일반화할 수 있는지의 여부를 평가
 - 수학적 명제에 대한 개연적 논증(plausible arguments)을 전개하기 위해 추론을 사용하기
추론 과정에서 논증이 상식적이고 수학적으로 틀리지 않는지를 평가
 - 비례추론과 공간추론을 사용하여 문제를 해결하기
비례추론에서는 자료를 수집하고 비례식을 세워 문제를 해결할 수 있는지를, 공간추론에서는 평면도형이나 입체도형을 구성하지 않으면 안 되는 문제를 제공한 후 문제를 해결할 수 있는지 평가
 - 연역추론하기
결론을 내리고, 논증의 타당성을 판단하며, 타당한 논증을 구성하는 데 연역추론을 사용할 수 있는지를 평가한다.
 - 상황을 분석하여 공통 성질과 구조를 결정하기
주어진 상황에서 공통 성질과 구조를 알아볼 수 있는지를 평가
- 수학적 개념
 - 개념을 이해하기
개념을 정의하고, 말로써 표현하고, 분류하는 것을 평가
 - 적당한 예와 예가 아닌 것을 확인하고 만들기
적절한 속성과 부적절한 속성을 구별할 수 있는지를 평가한다.
 - 개념을 표현하기 위해서 기호와 도식과 모델을 이용하기
한 개념을 여러 방법으로 표현할 수 있는지를 평가한다.
 - 한 가지 표현 방식을 다른 표현 방식으로 번역하기
주어진 한 개념의 표현 방식을 다른 표현 방식으로 바꾸어 나타낼 수 있는지를 평가
 - 개념의 다양한 의미와 해석을 인식하기
한 개념이 갖고 있는 여러 의미를 통합하여 이해하고, 각각의 의미를 적용할 수 있는지 평가
 - 주어진 개념의 성질을 밝히고, 특정 개념을 결정짓는 조건을 인식하기
개념과 개념들 간의 차이를 아는가를 평가
 - 개념을 비교하고, 대비시키기
개념과 개념들 간의 포함 관계를 아는지를 평가한다.
- 수학적 절차
 - 언제, 어떤 절차가 적절한지를 인식하기
문제 상황에서 적절한 연산을 선택하고, 또 적절한 계산 방법을 택할 수 있는지를 평가
 - 절차의 각 단계에서 이유를 제시하기
계산 절차(또는 문제해결 과정에서의 절차)에서 각 단계를 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가
 - 절차를 확실하고 효율적으로 실행하기
합리적인 효율성을 가진 답에 도달할 수 있는지를 평가
 - 절차의 결과를 경험적으로, 또는 분석적으로 입증하기
결과의 옳고 그름을 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가
 - 옳고 그른 절차를 인식하기

사용한 절차가 옳은지, 그른지를 판단하는 것을 평가

- 새로운 절차를 만들고, 기존 절차를 확장 또는 수정하기
절차가 합당한지에 대한 설명이 논리적이고 타당한지를 평가

IV. 비교 분석 및 제언

우리나라 제7차 수학과 교육과정에 제시된 평가 지침에서도 평가 방법에 대해서 학생들의 발전 상황, 사고력 신장을 위해 결과보다는 과정 중시, 문제해결력과 논리적 추론, 수학적 성향 등의 평가에 주안을 두도록 하면서, 수학 학습에서 전반적으로 요구되는 다음과 같은 수학적 능력을 강조하여 평가하도록 하고 있다;

- ① 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙의 이해
- ② 수학의 용어와 기호를 정확하게 사용
- ③ 수학적 지식과 기능을 활용하여 문제를 수학적으로 사고하여 해결하는 능력
- ④ 실생활 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하는 태도

위의 사항들은 수학적 힘을 개발하기 위한 것과 매우 밀접한 관계가 있다. 즉 ①항은 수학적 개념과 절차의 이해, ②항은 의사소통 능력, ③항은 추론능력과 문제 해결력, 그리고 ④항은 수학적 연결 능력의 개발과 관련지을 수 있다.

앞에서도 언급한 바와 같이, 학생들의 수학 학습 효과에 대한 평가에서 본고에서 제시하는 가장 핵심적으로 개선해야 할 방향은 다음과 같이 요약할 수 있다. 즉, 종전의 내용-행동의 이원 분류에 의한 특수하고 개별화된 기능의 평가에서 수학의 총체적인 관점에서의 평가로 이루어져야 한다는 점이다. 이것은 학생들의 학업성취에 대한 평가 결과를 분석하는 교사의 관점에 대한 전환을 요구하게 된다. 이와 같은 측면에서 학생들의 수학적 힘을 평가하는 내용과 방법에 관해 새로운 틀을 개발하지 않으면 안 된다. 이미 살펴본 바와 같이 행동 영역 구분 및 구성 요소의 분류는 평가에 따라 조금씩 다르며 다음과 같은 외형적인 특징을 찾아볼 수 있다.

첫째, 우리나라의 수능 시험과 학업성취도 평가 그리고 TIMSS의 경우는 행동 영역을 크게 나누고 각각의 행동 영역에 해당하는 하위 요소들을 나열하였다. 반면에 PISA2006과 NAEP 2005에서는 행동 영역을 대별하고 수학적화의 정도나 수학적 복잡도의 정도에 따라 이들의 하위 구성 요소들을 범주화하였다. 진자의 경우에는 특정 행동 영역에 해당하는 하위 요소들이 어떤 것인지를 쉽게 파악할 수 있게 해주는 장점이 있다면, 후자의 경우에는 특정 행동 영역의 하위 요소일지라도 수학적화의 정도 또는 복잡도에 따라 어떤 특성을 갖게 될 수 있는지를 용이하게 파악할 수 있도록 해주는 장점이 있다.

둘째, 크게 구분된 행동 영역은 TIMSS 2003, TIMSS 2007, 그리고 우리나라의 성취도검사 또는 수능 사이에 다소 다르게 구분되어 있긴 하지만 영역의 명칭들이 대부분 유사하거나 내용에서 서로 비슷함을 알 수 있다. 또한 행동 영역의 명칭이 유사한 다른 명칭 또는 복잡도와 같이 다른 관점에서 범주화하더라도 그 영역을 이루는 구성 요소들이 본질적으로 달라지지는 않음을 알 수 있다.

위와 같은 이유에서 기존의 우리나라 성취도 또는 수능 평가에서의 행동 영역의 구분을 그대로 사용하고, 주로 하위 구성 요소들을 상호 비교 고찰하여 누락된 것을 보완하거나 수정하는 측면에서 평가 체제에서의 새로운 행동 영역의 구체화를 시도하고자 한다. 수능과 성취도 평가의 행동 영역의 구성 요소들은 거의 대동소이하나 수능의 것이 보다 요목화되어

있으므로 이를 모태로 구체화를 하도록 한다.

강옥기 외(1991년)와 신성균 외(1992년)의 교육평가 체제 연구의 지식 영역에 속해 있었던 ‘해결 절차의 적용과 응용이 옳음을 입증하기’는 이해영역에 넣을 수 있다. 문제해결 절차의 적용과 응용이 옳다는 것을 입증하는 것은 문제해결을 위한 전 단계가 되며 이를 위해서는 문제 상황이 만족하는 조건과 그에 맞는 절차에 대한 깊은 이해가 수반되어야 하기 때문이다. 역시 같은 연구의 이해 영역에 속해 있었던 ‘개념과 원리를 비교, 대조, 통합’하는 것 역시 개념 사이의 관계를 이해하여야 한다는 점에서 이해영역에 넣을 수 있다. 또한 ‘개념들의 예와 반례를 인식하고 분류하고 제시’와 NAEP 2005의 복잡도(하)의 ‘개념의 예를 인지하기’도 이해영역으로 넣을 수 있다. 그리고 현재 이해 영역의 구성 요소로 포함되어 있는 ‘교과서에 나오는 기본 예제 문제나 정형화된 응용문제를 해결하는 능력’은 ‘주어진 문제와 관련된 수학적 개념을 파악하고 적용하는 능력’과 유사하고 교과서에 기존의 여러 행동 영역에 해당하는 문제가 등장할 수 있으므로 혼란을 줄 수 있어 삭제하는 것이 바람직하다. 이해영역에는 앞서 살펴본 것들과 NCTM과 비교하여 다시 정리하면 다음과 같다;

- 해결 절차의 적용이 옳음을 이해하기
- 개념과 원리를 비교, 대조, 통합하기
- 개념의 예를 인식하기
- 특정 개념을 결정짓는 조건을 인식하기

NAEP 2005의 복잡도(중)의 ‘패턴을 확장하기’와 (상)에 있는 ‘패턴을 일반화하기’는 발견적 추론에 해당하는 것이다. 주어진 패턴을 파악하고 이를 귀납적으로 일반화하는 것은 발견적 추론의 중요한 내용 중의 하나이다. 강옥기 외(1991년)와 신성균 외(1992년)의 교육평가 체제 연구의 문제해결 영역에 있었던 ‘풀이의 일반화하기’, 그리고 PISA 2006의 반성균의 ‘일반화하기’와 TIMSS 2007의 추론하기 영역에 있는 ‘일반화 - 수학적 사고와 문제해결의 결과를 보다 일반적이고 널리 응용될 수 있는 용어로 재 진술함으로써 그 결과가 응용될 수 있는 영역을 확장하기’는 발견적 추론에 해당하는 것으로 볼 수 있다. 또한 NCTM에서 강조하는 자료를 수집하고 비례식을 세워 문제를 해결할 수 있는지를 평가하기 위한 비례추론과, 평면도형이나 입체도형을 구성하지 않으면 안 되는 문제를 제공한 후 문제를 해결할 수 있는지를 평가하기 위한 공간추론을 추가한다. 따라서 발견적 추론 영역에는 다음과 같은 세부 주제를 추가할 수 있다.

- 패턴을 발견하고 일반화하기
- 수학적 결과 또는 풀이 방법을 일반화하기
- 비례추론과 공간추론을 사용하여 문제를 해결하기

NAEP 2005의 복잡도(중)에 있는 ‘그래프, 표, 도형으로부터 정보를 도출하여 여러 단계 사고를 요구하는 문제를 해결하기’는 내적 문제해결과 관련 있다. 내적문제해결능력을 측정하는 문항은 기존의 두 가지 구성 요소에 새로운 구성 요소를 포함시킨다고 할지라도 학생에게 친숙한 유형의 것이라면 진정한 문제해결능력을 측정할 수 없다. 따라서 TIMSS 2007의 추론하기 영역의 ‘비정형 문제해결’에서 요구하는 것처럼, 내적문제해결능력을 측정하는 문항은 학생에게 친숙하지 않은 참신한 유형의 문제로서 인지적 갈등을 야기할 수 있어야

한다는 전제 조건을 만족해야 함을 지적할 필요가 있다. 또한 NCTM에서 문제를 구성하는 내용을 포함시켜 내적문제해결능력에서는 이와 같은 조건을 만족한다는 것을 전제로 다음을 추가할 수 있다.

- 그래프, 표, 도형으로부터 정보를 도출하여 여러 단계 사고를 요구하는 문제를 해결하기
- 여러 정보를 제공하고 여러 정보를 제공하고 그 정보들을 이용하여 문제를 구성해보게 한 후 구성된 문제에서 사용된 정보의 양과 수학적 복잡성을 평가

외적 문제해결의 출발점은 문제 상황에서 수학적 모델을 만드는 것으로부터 시작되며 문제해결을 위한 적합한 모델의 생성은 매우 중요하다. 이러한 의미에서 외적문제해결 영역에는 NAEP 2005의 복잡도(상)에 있는 ‘복잡한 상황에 대한 수학적 모델 만들기’를 추가할 수 있다.

- 주어진 상황으로부터 수학적 모델 만들기

지금까지의 논의의 결과를 바탕으로 현재 수능의 행동 영역을 아패 표 1과 같이 수정 보완하고 구체화할 수 있다. 즉, ‘계산’, ‘이해’, ‘추론’, ‘문제해결’의 대 영역은 유지하되, 각 영역의 평가목표를 다음과 같이 두고 그 평가 내용을 세분화한다:

계산: 수학의 모든 분야에서 지식의 습득이나 문제해결을 위해 반드시 갖추어야 할 기초적인 지식으로, 연산의 기본 법칙이나 성질, 기본적인 공식을 선정하고 이들을 능숙하게 구사하는 능력을 평가한다.

이해: 기본적인 수학적 개념·원리·법칙에 대해 의미가 충실한 사고를 형성하고, 개념을 수학적으로 다양하게 표현하고 개념 사이의 관련성을 파악하며, 문제 상황에서 적절한 개념을 구별하여 적용할 줄 아는 능력을 평가한다.

추론: 관찰, 열거, 실험 등을 통한 귀납과 유추, 추측에 의해 수학적 법칙과 문제의 해법을 발견하고 일반화하는 것, 그리고 수학적 명제를 증명할 수 있는 능력을 평가한다.

문제해결: 일상생활이나 타 교과 내용과 관련된 문제 상황에서 수학의 여러 가지 개념·원리·법칙의 관련성을 파악하여 문제를 해결하는 능력을 평가한다.

<표 1> 현 수능에서의 인지적 행동 영역과 개선안 비교

인지영역 구분	평가 내용	
	현재 수능	개선안
계산	<ul style="list-style-type: none"> • 연산의 기본 법칙이나 성질을 적용하여 주어진 식을 간단히 하는 능력 • 수학의 기본적인 공식이나 계산법을 적용하는 능력 • 수학의 전형적인 풀이 절차를 적용하는 능력 	<ul style="list-style-type: none"> • 연산의 기본 법칙이나 성질을 적용하여 주어진 식을 간단히 하기 • 수학의 기본적인 공식이나 계산법을 적용하기 • 수학의 전형적인 풀이 절차를 적용하기
이해	<ul style="list-style-type: none"> • 문제에 주어진 수학적 용어, 기호, 식, 그래프, 표의 의미와 관련 성질을 알고 	<ul style="list-style-type: none"> • 문제에 주어진 수학적 용어, 기호, 식, 그래프, 표의 의미와 관련 성질을 알고

수학과 평가에서의 인지적 행동 영역 분류에 대한 고찰

		<p>적용하는 능력</p> <ul style="list-style-type: none"> 주어진 문제와 관련된 수학적 개념을 파악하고 적용하는 능력 교과서에 나오는 기본 예제 문제나 정형화된 응용문제를 해결하는 능력 주어진 문제 상황을 수학적으로 표현(수학적 용어, 기호, 식, 그래프, 표 등)하는 능력 수학적 표현(수학적 용어, 기호, 식, 그래프, 표 등)을 교환하여 표현하는 능력 	<p>적용하기</p> <ul style="list-style-type: none"> 주어진 문제와 관련된 수학적 개념을 파악하고 적용하기 주어진 문제 상황을 수학적으로 표현(수학적 용어, 기호, 식, 그래프, 표 등)하기 수학적 표현(수학적 용어, 기호, 식, 그래프, 표 등)을 교환하여 표현하기 해결 절차의 적용이 옳음을 이해하기 개념과 원리를 비교, 대조, 통합하기 개념의 예 및 개념을 결정짓는 조건을 인식하기
추론	발견적	<ul style="list-style-type: none"> 나열하기, 세어보기, 관찰 등을 통해 문제 해결의 핵심 원리를 발견하는 능력 유추를 통해 문제 해결의 핵심 원리를 발견하는 능력 	<ul style="list-style-type: none"> 나열하기, 세어보기 등을 통해 규칙성을 발견하고 문제 해결의 핵심 원리를 발견하기 비례추론과 공간추론을 사용하여 문제를 해결하기 유추를 통해 문제 해결의 핵심 원리를 발견하기 식, 그림, 표, 도형 등으로부터 패턴을 발견하고 일반화하여 문제해결의 핵심 원리를 발견하기 수학적 결과 또는 풀이 방법을 일반화하기
	연역적	<ul style="list-style-type: none"> 수학의 개념·원리·법칙을 이용하여 참인 성질을 이끌어 내거나 주어진 명제의 참과 거짓을 판별하는 능력 주어진 정의를 이해하고 참인 성질을 이끌어 내는 능력 반례를 들어 주어진 명제가 거짓임을 판단하는 능력 증명 능력: 조건 명제의 증명, 삼단 논법에 의한 논리적 추론, 반례에 의한 증명, 모순법, 동치 명제의 증명, 수학적 귀납법에 의한 증명 등을 이해하는 능력, 그리고 주어진 증명을 읽고 결론을 도출하는 능력 	<ul style="list-style-type: none"> 수학의 개념·원리·법칙을 이용하여 참인 성질을 이끌어 내기 주어진 명제가 참임을 밝히거나 반례를 들어 거짓임을 밝히기 조건 명제의 증명, 삼단 논법에 의한 논리적 추론, 모순법, 동치 명제의 증명, 수학적 귀납법에 의한 증명 등을 이해하기
문제해	내적	<ul style="list-style-type: none"> 두 가지 이상의 수학적 개념·원리·법칙의 관련성을 파악하고 종합하여 문제를 해결하는 능력 	<ul style="list-style-type: none"> 두 가지 이상의 수학적 개념·원리·법칙의 관련성을 파악하기 여러 단계의 사고 과정을 거쳐서 문제

참고문헌

- 강옥기, 박교식, 강문봉 (1990). 교육의 본질 추구를 위한 수학교육 평가체제 연구(I) - 수학과 교육의 역할 및 평가 방향 탐색 -, 서울: 한국교육개발원.
- 강옥기, 박교식, 강문봉 (1991). 교육의 본질 추구를 위한 수학교육 평가체제 연구 (II) - 수학과 평가 모형 및 예시 도구 개발 -, 서울: 한국교육개발원
- 교육부 (1997). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 1997-15호. 교육부.
- 김수동, 김선희 (2005). 수학 수업에서 학생평가를 잘하려면. 한국교육과정평가원 연구자료 ORM 2005-51-4.
- 박경미, 최승현, 노국향 (2002). 학업성취도 국제 비교 평가(PISA)에 나타난 우리나라 학생의 수학적 소양 수준 분석. 수학교육연구 12(2). 291-311.
- 박선화, 박문환, 이봉주 (2004). 대학수학능력시험 출제 매뉴얼 -수리영역-. 한국교육과정평가원.
- 성태제 (2005). 현대교육평가. 서울:학지사.
- 신성균, 황혜정, 김수진, 성금순 (1992). 교육의 본질 추구를 위한 수학 교육 평가 체제 연구(III) - 수학과 평가 도구 개발 -. 한국교육개발원 연구자료 RM 92-5-2.
- 이종승, 황정규, 구창현, 남명호, 김대행, 조승제, 이재학, 김임득, 김진영, 최병순, 임종대, 김정훈, 이양락, 김경훈 (2005). 대학수학능력시험 10년사 I, 한국교육과정평가원.
- 이종희, 권오남 (1994). 수학교육에서의 고차적 사고(higher-order thinking)와 그 평가방법에 대한 고찰. 대한수학교육학회 논문집 4(2). 81-92.
- 장혜원 (1994). 수학 평가모형 개발을 위한 개념적 장과 SOLO 분류법에 대한 고찰. 대한수학교육학회 논문집 4(1). 225-236.
- 조지민, 김선희, 권점례, 고정화, 박정, 김수진 (2005). 2005년 국가수준 학업성취도 평가 연구. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2006-1-3.
- 황혜정, 최승현 (1999a). 국가수준의 수학과 교육성취도 평가 연구의 개관, 학교수학 1(2), 765-784.
- 황혜정, 최승현 (1999b). 수학과 평가들에 관한 고찰. 대한수학교육학회지 수학교육학연구 9(2), 459-471.
- ETS (1988). Mathematics Objective 1990 Assessment, Princeton: Educational Testing Service.
- IEA (2001). TIMSS 99 User Guide for the International Database, Gonzalez E. J. & Miles J. A. (Eds.) Boston College.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Smith, T. A., Garder R. A., Gregory K. D., Gonzalez E. J. Chrostowski S. J. & O'Connor K. M. (2003). TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003, 2nd Edition. IEA.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan C. Y., Arora A. & Erberber E. (2007). TIMSS 2007 Assessment Frameworks. IEA.
- National Assessment Governing Board (2004). Mathematics Framework for the 2005 National Assessment of Educational Progress. U. S. Department of Education. Washington, DC.

- NCTM (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- NCTM (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- NCTM (1995). Assessment standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- OECD (2006). Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy, A Framework for PISA 2006.
- <http://nces.ed.gov/nationsreportcard/mathematics/previousframework.asp>. (2007.09.12)

A Study on the Sets of Behaviors of Cognitive Dimension in Mathematics Assessment Framework

Son, Hong Chan¹⁰⁾ · Ko, Ho Kyoung¹¹⁾

Abstract

The framework for mathematics assessments traditionally has been organized around two dimensions, a content dimension specifying the subject matter to be assessed within mathematics, and a cognitive dimension specifying the domains or thinking processes to be assessed. The cognitive dimensions describe the sets of behaviors expected of students as they engage with the mathematics content.

The purpose of this paper is an attempt to make diversify and concrete the sets of behaviors by reviewing the current strands suggested by CAST(College Scholastic Ability Test), assessment framework developed by KEDI, and NAEA(National Assessment of Educational Achievement), and as famous foreign tests PISA, TIMSS, NAEP and NCTM.

Key Words : Mathematics Assessment Framework, Behaviors of Cognitive Domain.

10) Korea Institute of Curriculum and Evaluation (hcsn@kice.re.kr)

11) Korea Institute of Curriculum and Evaluation (koho@kice.re.kr)