

자연수 혼합계산에서 처방 프로그램의 개발·적용에 대한 효과 분석

정기근¹⁾ · 김민정²⁾ · 노은환³⁾

본 연구는 초등학교 4-가 단계 이전의 교육과정 중에서 연산과 관련된 내용을 추출하여 27차시 분량의 혼합계산에 대한 처방 프로그램을 개발 및 적용한 후, 학습자의 사고와 행동 특성, 교사가 느끼는 긍정적인 점과 어려운 점을 분석하였다. 연구를 위해 4학년 한 학급 학생들을 대상으로 수업을 한 결과, 첫째, 혼합계산에 대한 처방 프로그램은 학생들의 혼합계산 문제 해결 능력의 향상을 가져오며, 둘째, 혼합계산에 대한 처방 프로그램을 적용하는 것을 통해서 학생들이 보다 더 문제에 집중함을 알 수 있었다. 이상과 같은 결과를 토대로 혼합계산에 대한 처방 프로그램을 개발 및 적용하는 것은 학생들의 혼합계산 문제 해결 능력을 발달시키고 문제에 집중하는 힘을 길러준다는 결론을 내릴 수 있었다.

주요용어 : 혼합계산, 자연수, 처방 프로그램, 수업

I. 서론

초등학교 4-가 단계 6단원 혼합계산에 대한 수업을 하는 중 학생들은 ‘ $24 - 18 \div 3 + 47$ ’을 계산하는 과정에서 몇몇은 앞에서부터 계산을 하고, 몇몇은 $18 \div 3$ 을 계산한 뒤 앞에 있는 빨샘보다 뒤에 있는 덧셈을 먼저 계산하는 것을 보게 되었다. 이 학생들에게 왜 그렇게 계산을 했느냐고 묻자 “앞에서부터 계산하는 거 아닌가요?”, “덧셈이 더 익숙해서요.”, “그냥요.”와 같은 대답을 하였다. 비록 아이들이 혼합계산의 순서를 배웠다고 하더라도 사칙연산에 대한 정확한 이해가 없어서 막상 문제를 풀 때에는 어떤 것을 먼저 풀어야 하는지에 대해 고민을 하고, 맞게 풀었다고 하더라도 다른 문제를 제시하면 바로 해결하지 못하고 망설이는 것을 통해 학생들이 혼합계산에 있어 상당한 어려움을 겪는다는 것을 알았다.

일반적으로 수학에서 가장 기본이 되는 것은 수와 연산 영역 중에서도 사칙연산이라고 할 수 있다. 이러한 기본적인 연산이 제대로 이해가 되지 않고 문제를 해결하는 데 어려움을 느낀다면, 다른 영역의 문제를 이해하고 해결하는 데에도 많은 어려움을 느끼게 될 것으로 짐작된다. 혼합계산에 대한 구체적인 지도 방안이나 이를 해결하지 못하는 학생들에 대한

1) 하동 진교초등학교 (93250617@naver.com)
2) 사천 삼천포초등학교 (catchmin@hanmail.net)
3) 진주교육대학교 수학교육과 (ehroh@cue.ac.kr; ehroh0923@gmail.com)

처방이 뒷받침 되어야 함에도 불구하고 교육과정에서 이를 처방해 주기 위한 구체적인 활동이 제시되어 있지 않으며, 그렇다고 교사 개인이 이에 대한 처방 프로그램을 개발하는 것도 현실적으로 쉽지 않다.

혼합계산에 대한 처방이 일찍 시작될수록 오류가 습관화되지 않기 때문에 그 효과가 클 것이며, 초등학교 4학년 단계에서의 혼합계산에 대한 처방은 그 후의 수학 학습에도 큰 영향을 미칠 것이 분명하다. 혼합계산에 대한 처방은 이후의 수학 학습을 고려해 볼 때 반드시 초등 수학교육에서 담당해야 할 몫이고, 학교는 혼합계산에 대한 내용을 충분히 습득하도록 체계적인 처방 지도방법을 모색해야 한다.

혼합계산의 순서에 대한 내용을 기억해야 함을 무시할 수는 없지만 연산의 이해를 위한 다양한 학습을 통해 혼합계산의 의미를 명확히 하여 혼합계산과 관련된 문제 해결을 위한 기반을 마련한다는 것은 의미 있는 일일 것이다.

본 연구에서는 초등학교 4-가 단계 6단원 이전의 교육과정 중에서 사칙연산에 대한 내용을 추출하여 연산의 기본적인 내용부터 시작해서 간단한 혼합계산에 이르기까지의 내용을 포함하고 있는 27차시 분량의 처방 프로그램을 제작하고, 개발된 프로그램을 통해 혼합계산에서 발생할 수 있는 오류를 분석하여 학생들의 변화를 살펴보고, 더 나은 프로그램을 개발할 수 있도록 도움을 주는 데 그 목적이 있다. 본 연구를 위하여 다음과 같이 연구문제를 설정하였다.

- 가. 학생들의 혼합계산을 도울 수 있는 처방 프로그램을 개발한다.
- 나. 개발한 프로그램의 적용을 통해 학생들의 반응을 분석한다.

II. 이론적 배경

1. 자연수의 사칙연산

1학년 교실에서 새로 이름 붙이기(예컨대, 52를 십이 5이고 일이 2로 새로 이름 붙이기 등)를 복습하기 위한 간단한 활동을 한 후에 다음과 같은 문제를 제시하였다고 하자.

<문제>

철수와 정우는 야구 카드를 모았다. 철수는 카드를 27장, 정우는 35장 가지고 있다. 그들은 야구 카드를 모두 몇 장 가지고 있는가?

이 문제에 대하여 4~5명으로 구성된 각 조별로 나름대로 답을 구하고 문제를 해결한 방법에 대해 논의를 하도록 하였다. 각 조의 학생들은 저마다의 방법으로 문제를 해결하였고, 왜 그런지를 말할 수 있었다. 그러나 어느 조에서도 [그림 II-1]과 같은 '표준'알고리즘에 이르지 못했다.

1	생각하기
27	$7+5=12$
<u>+ 35</u>	일의 자리에 2를, 십의 자리에 1을 쓴다.
62	$2+3+1=6(10이 6)$

[그림 II-1] 27+35를 해결하는 표준 알고리즘

표준 알고리즘은 효율적이기 때문에 일반적으로 사용되고 있으나, 12에서 받아 올린 수 1을 십의 자리에 써야 한다는 것을 알려 줄 필요가 있다는 점에서 명백하지 않다.

한 자리 수를 3개 이상 더하는 세로 형식의 덧셈은 드러나지 않은 가수를 더하는 새로운 기능이 요구된다. 세로 형식의 덧셈을 할 때, 위에서 아래로 또는 아래서 위로(검산은 역으로) 더해 가는 방법이 묶어서 더해가는 것보다 수를 빠뜨리거나 중복되게 더하는 오류를 거의 범하지 않기 때문에 낫다는 연구 결과가 보고되었다(Wheatley and Wheatley, 1978).

받아 올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수) 계산은 때로 ‘끝자리에 맞추어 더하기’라 불리는 전략에서 사용된다. 이러한 덧셈을 쉽게 행하는 방법에 대한 학생들의 학습을 돕기 위해 조작 자료, 자리 값 차트, 수판 등을 활용하는 경험이 유용하다. $9+5$, $19+5$, $29+5$ 등과 같은 덧셈 사이의 관계에 초점을 둔 활동을 통해서 아동은 $9+5=14$ 이기 때문에 합의 일의 자리는 모두 4이고, 십의 자리는 1 이상임을 알 수 있다. 이와 같은 경험은 암산을 촉진할 뿐만 아니라 이 기능을 크게 향상시키기도 한다.

대부분의 아동들은 뺄셈을 덧셈보다 약간 더 어려워한다. 여러 자리 수의 뺄셈은 기본 뺄셈과 자리 값에 대한 지식만을 필요로 하지만, 새로 이름 붙이기(받아 내림)는 덧셈에서와 마찬가지로 많은 학생들에게 혼동을 준다.

최근 수년 동안 가르쳐 오고 있는 뺄셈의 표준 알고리즘은 분해 알고리즘이다. 이는 피감수를 ‘분해하기’ 또는 ‘고쳐 묶기’하는 논리적 과정을 포함한다. 예를 들어서 $91-24$ 의 계산에서 91을 십이 8이고 일이 11인 수로 고쳐 묶어서 계산을 하는 것이다. 분해 알고리즘이 명백해지기 이전에 미국에서는 동수 첨가 알고리즘을 가르쳤다. 이는 $91-24$ 의 계산에서 1개의 십이 피감수와 감수 모두에 10개의 일 또는 1개의 십으로 더한 후에 계산을 하는 것이다. 문제 구성, 조작 자료, 분명한 이유 등 의미 있게 가르치기만 한다면 두 가지 방법 모두 속도와 정확성에서 효과가 있다고 입증되었다(Brownell, 1949).

학생은 조작 자료를 써서 문제를 해결하는 데 이용한 단계를 알고리즘에 의한 기호적 해결의 단계에 연결시킬 필요가 있는데, 학생이 조작 자료와 기호 사이의 연결성에 중점을 두도록 촉진하는 발문은 매우 중요하다.

피감수에 0이 있는 경우의 뺄셈에서는 특별한 주의가 요구된다. 만일 일의 자리에 0이 있다면 이는 그다지 어렵지 않다. 그러나 십의 자리에 0이 있는 경우, 특히 일의 자리에서 고쳐 묶을 필요까지도 있을 경우에는 더욱 어려워진다. 가장 어려운 경우는 피감수가 0을 두 개 이상 포함하는 뺄셈이다. 이 경우의 뺄셈은 백의 묶음을 십의 묶음으로, 그런 다음 다시 십의 묶음을 낱개로까지 거둬하여 고쳐 묶기(받아 내림)를 하는 방법이 있다. 자리 값에 대한 경험은 학생들이 이런 문제에 대처하기 위한 준비 단계에서 중요한 활동이다.

학생은 곱셈 알고리즘에 들어가기 전에 자리 값, 전개 방법, 배분법칙은 물론 기본 곱셈구구에 대해 완전히 이해하고 있어야 한다.

자료를 사용하여 곱셈의 의미를 강화시킬 때에 학생들이 생각한 것들에 대해 이야기 할 수 있도록 권장하는 것은 중요하다. 학생들은 스스로 배분법칙을 사용하며, 곱셈의 의미를 개발하기 위해 배열도 사용한다. 그리고 자료를 사용할 때에는 자리 값에 대한 생각에 유의하며, 전개식에 의한 알고리즘을 쉽게 개발하거나 구성한다.

학생이 스스로 발견하기 어려운 알고리즘이 격자 방법인데, 이것은 수 세기 전에 사용했던 방법이다. 이 방법의 절차는(덧셈에서 고쳐 묶기를 할지라도) 곱셈에서 고쳐 묶기를 하지 않으며, 곱셈에 대하여 어려움을 느끼는 학생에게 도움을 줄 수도 있다. 그리고 학생이 계산 과정을 설명할 수 있는가를 알아보는 데 좋은 정보를 제공할 수도 있다.

곱셈에 관한 덧셈의 배분법칙은 학생들이 알고리즘을 이해하는 데 도움을 주며, 학생들의 어림 기능을 증진시키는 데 도움을 준다. 계산기의 사용은 어림산에 초점을 모을 수 있게 하고, 계산에 소요되는 시간을 줄여 주며, 패턴을 탐구하고 발견할 수 있는 기회를 제공한다.

많은 학생들이 0을 무시하는 경향이 있기 때문에 피승수에 0이 있을 때는 곱이나 부분 곱에 미치는 영향에 대하여 특별한 주의가 필요하다. 자리값 도표를 이용하는 것은 바른 계산 절차가 전개식으로 나타나야 함을 이해하는 데 도움을 줄 수 있다.

나눗셈은 학생들이 숙달하기에 가장 어려운 알고리즘인데, 그 이유는 다음과 같다.

- 다른 연산이 오른쪽에서부터 시작하는 반면, 나눗셈은 왼쪽에서부터 시작한다.
- 나눗셈 알고리즘은 기본 나눗셈 구구뿐만 아니라 뺄셈과 곱셈도 수반한다.
- 알고리즘에 많은 상호작용이 있지만, 그 규칙은 가변적이다
- 어림에 의한 가정뭉을 이용해야 하는데, 첫 어림에서 꼭 성공하는 것은 아니며 둘째 어림에서 실패하는 수도 있다.

계산기의 사용이 나눗셈 알고리즘의 딜레마를 해결하려는 의미로서 제기되는 데에는 그다지 이상할 것이 없다. 지도를 할 때 우리는 우선 제수가 한 자리 수인 나눗셈을 지도하는데 초점을 두어야 하며, 이어서 제수가 두 자리 수인 나눗셈을 지도하여 나눗셈이 어떻게 행해지는지 이해시키도록 해야 한다. 보다 복잡한 나눗셈(30초 이상 소요되는 어떠한 나눗셈도)을 지필 계산으로 해결하는 것은 불필요한 일이다. 대신에 교사는 어림 기능을 사용하여 몫의 범위를 정하여야 하고, 그럼으로써 계산기에 의한 답의 타당성을 판단하여야 한다.

학생들은 나눗셈 계산을 시작할 때부터 나머지를 접하게 되는데, 문제가 구체적 수준에 머물러 있는 한 나머지에 대한 개념은 오히려 쉽다. 남은 부분을 처리하는 방법으로는 버림, 그대로 둠, 올림, 분수나 소수로 표현하는 경우 등이 있다.

학생들은 나눗셈 알고리즘을 이용하여 나눗셈을 할 때 자리 값에 대해 명백하게 이해하고 있어야 하며, 곱셈의 덧셈에 관한 배분법칙도 이해하고 있어야 한다. 나눗셈을 할 때 보통 분배 알고리즘과 누감 알고리즘이 사용되는데, 분배 알고리즘과 누감 알고리즘의 풀이과정은 [그림 II-2]와 같다.

교사는 아래와 같은 알고리즘을 이해할 수 있도록 도와주는 한편 그들이 탐구할 수 있는 여건을 마련해 줄 필요가 있다. 다른 연산들과 마찬가지로 학생들은 나눗셈에서도 그들 자신의 알고리즘을 개발해 나가기 때문이다. 어떤 알고리즘은 조작 자료들과 서로 밀접하게 관련을 맺고 있고, 또 다른 알고리즘은 수에 관한 추론이 내포된 수감각을 이용하기도 한다.

제수가 두 자리 수인 나눗셈은 버리기 방법과 반올림 방법의 두 가지가 있다. 먼저 버리기 방법은 제수의 첫(왼쪽) 수만을 가상 제수로 사용하여 가정뭉을 어림하는 방법이다. 그리고 반올림 방법은 두 자리 수인 제수의 왼쪽으로부터 둘째 자리의 수가 4이하인 경우는 버리기 방법과 동일하며, 5 이상의 수일 때에는 이를 반올림 하여 십의 자리가 1 증가된 수를 가상제수로 사용한다. 그러나 이 두 가지 방법은 모두 가정뭉이 너무 크거나 작을 수 있기 때문에 수정 과정이 필요하다.

<분배 알고리즘>	<누감 알고리즘>
$\begin{array}{r} 94 \\ 4 \overline{) 379} \\ \underline{36} \\ 19 \\ \underline{16} \\ 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 200 \\ 4 \overline{) 379} \\ \underline{200} \\ 179 \\ \underline{160} \\ 19 \\ \underline{16} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 50 \times 4 \\ \\ 40 \times 4 \\ \\ 4 \times 4 \end{array}$
나머지 3	$\begin{array}{r} 94 \\ \underline{94} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ 94 \end{array}$
	나머지 3

[그림 II-2] 분배 알고리즘과 누감 알고리즘

2. 혼합계산

제7차 교육과정에서 3-나 단계까지는 덧셈과 뺄셈의 혼합계산을 학습한다. 4학년에서는 자연수의 사칙연산을 기초로 하여 세 수 이상의 자연수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 알게 하고, 계산을 능숙하게 하도록 한다. 또 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식에 ()와 { }가 있는 경우의 계산 순서를 알게 하고, 그 계산 순서에 따라 계산을 능숙하게 하도록 하고 있다.

제7차 교육과정에 제시된 혼합계산의 내용은 <표 II-1>과 같다. 그 가운데 3단계에서 8단계 부분이 4-가 단계에서 다루어지는 혼합계산에 대한 내용이다.

우리는 일상생활에서 혼합계산을 활용하여 해결해야 하는 문제 상황들을 많이 접하게 된다. 따라서 혼합계산의 순서를 알고 계산 순서에 따라 정확하고 빠르게 계산할 수 있는 능력을 기르는 것이 필요하다. 또한 혼합계산에서는 문제 상황을 식으로 나타내는 능력뿐만 아니라, 계산의 순서를 바꿈에 따라 계산의 결과가 달라진다는 사실을 통해 계산의 순서를 약속해야 할 필요성을 느끼도록 지도해야 한다.

4-가 단계에서 다루는 혼합계산의 내용과 방법은 다음과 같다.

첫째, 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 알고, 계산하게 한다. 이는 앞에서부터 차례로 계산을 한다.

둘째, 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식에서 ()가 있을 때의 계산 순서를 알고, 계산하게 한다. 이는 () 안을 먼저 계산하고 앞에서부터 차례로 계산을 한다.

셋째, 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 알고, 계산하게 한다. 이는 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 경우와 마찬가지로 앞에서부터 차례로 계산을 한다.

넷째, 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식에서 ()가 있을 때의 계산 순서를 알고, 계산하게 한다. 이는 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 경우와 마찬가지로 () 안을 먼저 계산하고 앞에서부터 차례로 계산을 한다.

다섯째, 덧셈, 뺄셈, 곱셈 또는 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산 순서를 알고, 계산하게 한

다. 이는 곱셈 또는 나눗셈을 먼저 계산한 후, 앞에서부터 차례로 계산을 한다.

여섯째, 사칙 혼합의 계산에서 ()와 { }가 있는 식의 계산 순서를 알고, 계산하게 한다. 이는 () 안을 제일 먼저 계산하고, 다음에 { } 안을 계산한다. 다음으로 곱셈과 나눗셈을 앞에서부터 차례로 계산을 한 후, 마지막으로 덧셈과 뺄셈을 앞에서부터 차례로 계산을 한다.

이상의 내용은 4-가, 5-가 단계의 분수의 덧셈과 뺄셈의 혼합계산, 4-나 단계의 소수의 덧셈과 뺄셈의 혼합계산, 5-나 단계의 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈의 혼합계산, 6-나 단계의 분수와 소수의 혼합계산 학습에 도움이 된다.

<표 II-1> 혼합계산 학습의 흐름

10단계	수와 소수의 곱셈과 나눗셈	
↑		
9단계	분수의 덧셈과 뺄셈	소수의 덧셈과 뺄셈
↑		
8단계	잘 공부했는지 알아보기, 다시 알아보기, 좀 더 알아보기, 실생활에 적용하기	
↑		
7단계	재미있는 놀이, 문제 해결	
↑		
6단계	사칙 혼합계산과 ()와 { }가 있는 식의 계산	
↑		
5단계	덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 혼합계산	
↑		
4단계	덧셈과 뺄셈의 혼합계산과 ()가 있는 식의 계산	곱셈과 나눗셈의 혼합계산과 ()가 있는 식의 계산
↑		
3단계	나눗셈	
↑		
2단계	곱셈	
↑		
1단계	덧셈과 뺄셈	

III. 연구 방법 및 실제

본 연구는 서부경남에 위치하고 있는 H군의 1개 초등학교 4학년 학생을 대상으로 하였다. 반의 학생 수는 6명으로 구성되어 있는데, 이 학생들 중에서 4명은 기초적인 연산을 하는데 무리가 없을 정도의 수준을 유지하고 있으나, 나머지 2명은 학습의 결손이 누적되어 기초적인 연산에 대해서도 알지 못하는 수준이다.

본 연구는 2006년 2월부터 2007년 2월까지의 13개월 동안 다음과 같은 절차로 이루어졌다.

- 2006. 2. ~ 2006. 4. 주제 선정을 위한 기초 조사, 문헌 연구, 연구 문제 설정
- 2006. 4. ~ 2006. 5. 연구 계획 수립 및 자료 수집

자연수 혼합계산에서 처방 프로그램의 개발·적용에 대한 효과 분석

- 2006. 5. ~ 2006. 8. 연구 실행(수업, 학습 결과물 수집, 피드백)
- 2006. 8. ~ 2007. 2. 자료 수집, 분석 및 결과 정리

본 연구의 연구 문제 해결을 위해 2006년 4월부터 2006년 7월까지 프로그램을 개발하였으며, 2006년 7월부터 2006년 8월까지 총 27회의 수업과 피드백 및 개인 면담에 대한 자료를 수집하였다.

프로그램 개발의 기본방향은 수업 내용을 복습하는 것이 아니라 4-가 단계의 혼합계산 단원을 학습하기 위한 처방 프로그램이므로 교육과정에서 4-가 단계의 혼합계산에 필요한 이전 학년에서의 학습 내용을 바탕으로 각 차시의 프로그램의 내용이 중복되지 않도록 제작하였다.

먼저 처방 프로그램이 포함해야 할 내용을 교육과정 분석을 통해서 정하였으며, 학습 내용을 바탕으로 관련 있는 내용끼리 묶어서 적당한 분량으로 프로그램을 구성하였다. 이를 4 학년을 맡아 지도한 경험이 있는 다른 교사의 도움을 받아 1차 수정을 하고, 이후 초등 수학 전문가의 도움을 받아 2차 수정을 하였다. 이렇게 만든 27차시 분량의 프로그램 각각은 30분 동안 학습이 가능한 여러 가지 형태의 10가지 문제로 구성되어 있다. 혼합계산에서의 오류를 줄이기 위한 처방 프로그램을 고안하기 위해서 살펴 본 선수학습 내용과 이와 관련된 프로그램의 번호는 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 혼합계산 문제를 해결하기 위한 선수학습 프로그램의 내용

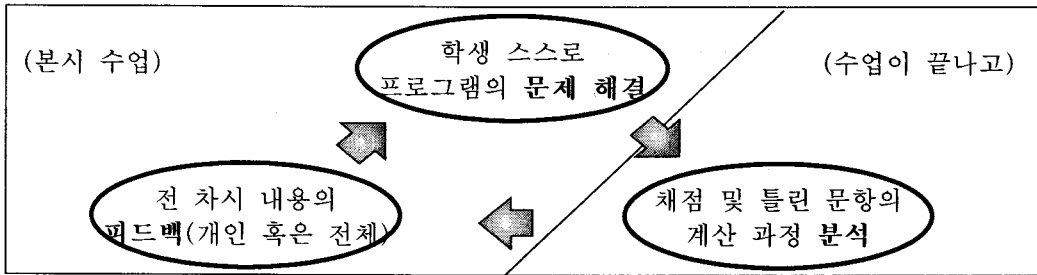
단 원	차시	내 용	프로그램 번호
(2-가) 2. 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈(1)	1/1	<ul style="list-style-type: none"> • 받아 올림이 있는 (두 자리 수)+(한 자리 수) • 받아 내림이 있는 (두 자리 수)-(한 자리 수) • 세 수의 덧셈, 뺄셈 • 덧셈, 뺄셈과 관련된 생활 문제 해결 	1
(2-가) 2. 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈(2)	1/1	<ul style="list-style-type: none"> • 받아 올림이 있는 두 자리 수의 덧셈 • 받아 내림이 있는 두 자리 수의 뺄셈 • 세 수의 혼합계산 • 차례로 계산하여 미지항 찾기 • 문장제 식 만들고 해결하기 	2
(2-가) 8. 곱하기	1/1	<ul style="list-style-type: none"> • 덧셈식과 곱셈식의 관계 • 어떤 수의 몇 배를 같은 수 더하기로 구하기 • 곱을 같은 수 더하기로 구하기 • 구체적인 상황 곱 구하기 	3
(2-나) 2. 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈(1)	1/1	<ul style="list-style-type: none"> • 받아 올림이 없는 (몇백 몇십)+(몇백 몇십) • 받아 올림이 없는 세 자리 수끼리의 덧셈 • 받아 내림이 없는 (몇백 몇십)-(몇백 몇십) • 받아 내림이 없는 세 자리 수끼리의 뺄셈 	4

단 원	차시	내 용	프로그램 번호
(2-나) 2. 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈(2)	1/2	<ul style="list-style-type: none"> • 받아 올림이 있는 (세 자리 수)+(두 자리 수) • 받아 올림이 있는 (세 자리 수)+(세 자리 수) • 받아 내림이 있는 (세 자리 수)-(두 자리 수) • 받아 내림이 있는 (세 자리 수)-(세 자리 수) 	5
	2/2	<ul style="list-style-type: none"> • 세 수의 혼합 계산 • 받아 올림이나 받아 내림이 있는 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 바탕으로 놀이 • 받아 올림이나 받아 내림이 있는 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈을 바탕으로 간단한 어렵셈 • 여러 가지 방법으로 차를 구하기 	6
(3-가) 2. 덧셈과 뺄셈	1/3	<ul style="list-style-type: none"> • 받아 올림이 한 번 있는 두 자리 수끼리의 덧셈 • 받아 올림이 한 번 있는 세 자리 수끼리의 덧셈 • 받아 올림이 두, 세 번 있는 세 자리 수끼리의 덧셈 	7
	2/3	<ul style="list-style-type: none"> • 받아 내림이 한 번 있는 세 자리 수와 두 자리 수의 뺄셈 • 받아 내림이 두 번 있는 세 자리 수의 뺄셈 	8
	3/3	<ul style="list-style-type: none"> • 문장제 해결 및 제시된 수들을 이용한 덧셈, 뺄셈 문제 만들기 	9
(3-가) 4. 나눗셈	1/3	<ul style="list-style-type: none"> • 나눗셈의 장면을 식으로 표현하고 '나눗셈 식과 몫'이라는 용어 사용하기 	10
	2/3	<ul style="list-style-type: none"> • 곱셈구구를 이용하여 나눗셈의 몫 구하기 	11
	3/3	<ul style="list-style-type: none"> • 나눗셈의 몫 구하기 • 곱셈식을 보고 나눗셈 식 만들기 • 실생활에서 나눗셈이 적용되는 경우를 찾아 단계별로 문제 풀어보기 	12
(3-가) 6. 곱셈	1/3	<ul style="list-style-type: none"> • (두 자리 수)×(한 자리 수)의 곱셈 원리 이해와 곱을 구하는 방법을 형식화하기 • 받아 올림이 없는 (두 자리 수)×(한 자리 수)의 문제 계산하기 	13
	2/3	<ul style="list-style-type: none"> • 십의 자리에서 받아 올림이 있는 (두 자리 수)×(한 자리 수)의 문제 계산하기 	14
	3/3	<ul style="list-style-type: none"> • 곱셈구구를 외워가면서 곱셈식에 알맞은 수 찾기(2~9단 구구단 외우기) • 일의 자리와 십의 자리에서 올림이 있는 생활 문제 해결하기 	15

자연수 혼합계산에서 처방 프로그램의 개발·적용에 대한 효과 분석

단 원	차시	내 용	프로그램 번호
(3-나) 1. 덧셈과 뺄셈	1/3	<ul style="list-style-type: none"> • 받아 올림이 3번 있는 네 자리 수와 세 자리 수의 덧셈 • 받아 내림이 3번 있는 네 자리 수와 세 자리 수의 뺄셈 	16
	2/3	<ul style="list-style-type: none"> • 받아 올림이 3번 있는 네 자리 수의 덧셈 계산하기 • 받아 내림이 3번 있는 네 자리 수의 뺄셈 계산하기 	17
	3/3	<ul style="list-style-type: none"> • 문장제의 뜻, 조건 등을 알고 연산 관계를 적용하여 식을 만들고 해결 단계에 맞게 풀기 • 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈의 혼합계산하기 	18
(3-나) 2. 곱셈	1/3	<ul style="list-style-type: none"> • 올림이 있는 (두 자리 수)×(한 자리 수) 계산하기 • 올림이 없는 (세 자리 수)×(한 자리 수) 계산하기 	19
	2/3	<ul style="list-style-type: none"> • 올림이 있는 (세 자리 수)×(한 자리 수) 계산하기 • 올림이 없는 (두 자리 수)×(두 자리 수) 계산하기 	20
	3/3	<ul style="list-style-type: none"> • 올림이 있는 (두 자리 수)×(두 자리 수) 계산하기 • 문장으로 된 문제를 어떻게 곱셈식으로 나타내며 해결과정에 맞게 해결하기 	21
(3-나) 4. 나눗셈	1/3	<ul style="list-style-type: none"> • (두 자리 수)÷(한 자리 수)의 계산 원리와 방법 이해하고 계산하기 • 나눗셈의 몫과 나머지 구하기 	22
	2/3	<ul style="list-style-type: none"> • 받아 내림이 있는 (두 자리 수)÷(한 자리 수) 문제 계산 • (몇십)÷(몇)의 몫을 구하는 방법이 곱셈구구와 관련이 있는 문제 해결하기 	23
	3/3	<ul style="list-style-type: none"> • 나눗셈의 검산 방법을 알고 검산하기 • 받아 내림과 나머지가 있는 나눗셈에서 몫과 나머지를 구하는 문제 계산하기 • $74 \div 3$의 계산 원리를 세로 형식으로 만들어 계산하기 • 숫자 카드 또는 생활 주변의 숫자를 이용하여 (두 자리 수)÷(한 자리 수) 문제를 만들고 나머지가 2, 8이 되도록 문제를 만들어 보기 	24
(4-가) 2. 곱셈과 나눗셈	1/3	<ul style="list-style-type: none"> • (몇백)×(몇백), (몇백)×(몇천)의 곱셈 원리 이해와 곱을 구하는 방법을 형식화하고 구하기 • (세 자리 수)×(두 자리 수) 문제 계산하기 • (네 자리 수)×(두 자리 수) 문제 계산하기 	25
	2/3	<ul style="list-style-type: none"> • (두 자리 수 또는 세 자리 수)÷(몇십)의 몫과 나머지 구하기 • (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 몫과 나머지 구하기 	26
	3/3	<ul style="list-style-type: none"> • 몫과 나머지를 구하고 검산하는 식 만들기 • 세 수의 곱셈 계산하기 • 몫이 두 자리 수인 (세 자리 수)÷(두 자리 수)의 계산을 연습시켜 생활 주변에서 발견된 문장제를 만들어 해결하고 검산하기 	27

개발된 프로그램의 적용은 학생의 개별적인 문제해결뿐만 아니라 교사와의 면담 혹은 학생들의 토의와 병행하여 학생 스스로 원리를 깨우칠 수 있도록 진행되었다. 그리고 진행된 프로그램에 대해서는 교사가 채점을 하였고 틀린 문항을 계산하는 과정을 분석하여 피드백을 제공하였다. 이와 같은 과정이 27차시의 프로그램을 적용하는 동안 계속적으로 반복되었다. 프로그램의 적용 방법을 보다 구체적으로 살펴보면 [그림 III-1]과 같다.

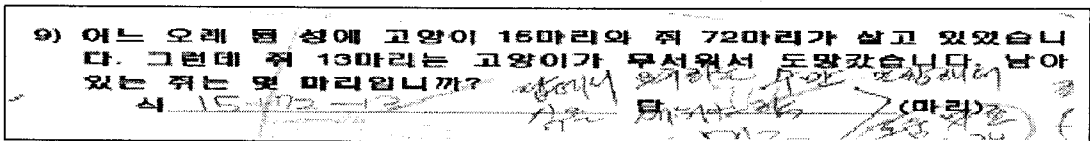


[그림 III-1] 프로그램의 적용 과정

IV. 연구 결과 분석

프로그램의 적용 과정에서 학생들은 연구자가 제시한 프로그램의 문제에 대한 가능한 모든 정보를 제시된 자료에 기록하였으며, 연구자는 이것을 수거하여 ‘왜 그렇게 풀었을까’와 ‘연구대상이 말하고자 하는 의미가 무엇인가’를 파악하는 분석을 시도하였고, 이 자료를 바탕으로 추수지도 자료를 만들었다. 만들어진 추수지도 자료를 바탕으로 그 다음 시간에 시도한 면담과 피드백 과정을 통하여 학습자의 사고와 행동 특성, 교사가 느끼는 긍정적인 점과 어려운 점 등을 분석하였다. 연구대상 개인에게 필요한 추수지도의 경우에는 개인 지도를 하였으며, 연구대상 모두에게 해당될 경우에는 전체 피드백을 실시하였다. 여기에서는 4가지 프로그램에서 각각 한 문제를 분석한 내용을 제시하고자 한다.

1. 프로그램 2



[그림 IV-1] 프로그램 2의 9번 문항

[그림 IV-1]은 문장체로서 D학생을 포함한 대부분의 학생이 주어진 조건을 모두 사용하여 식을 세우고 문제를 해결하였다. 그러나 이 문제는 주어진 조건 중에서 일부만을 선택하여 (72-13)의 식을 세워 59라는 답을 얻어야 하는 문제이다. 따라서 본 연구자는 문장을 정확하게 파악하여 문제에서 요구하는 것이 무엇인지 알고 이를 해결하기 위해 필요한 요소만 찾아내어 식을 세워 문제를 해결할 수 있도록 [그림 IV-2]와 같은 도움 자료를 이용하여 지도하였다. 대부분의 학생들이 도움 자료를 활용한 문제해결을 한 이후, 문제에서 필요한 요

소를 꼴라 식을 세우고 문제를 해결할 수 있게 되었다.

우리 학교는 선생님 11분과 학생 61명이 있습니다. 어제 4학년에 동훈이와 6학년인 동훈이의 누나가 도시 학교로 전학을 갔습니다. 현재 우리 학교 학생은 모두 몇 명인가요?
 식: $61-2$ 답: 59 명

[그림 IV-2] 프로그램 2의 문항 9에 대한 문제 해결 방법 지도에 맞는 도움 자료

2. 프로그램 10

4) 4종류의 머리 편이 모두 20개 있습니다. 종류마다 개수가 똑같다고 합니다. 머리 편이 종류마다 몇 개씩 있습니까?
 식: $20 \div 4 =$ 다섯과와 세수 의 개수 , 답: 5
 (나눗셈) (나눗셈)
 이 식(나눗셈)과 나눗셈식에 맞게 커리큘럼

[그림 IV-3] 프로그램 10의 4번 문항

A학생은 문제 이해와 수학 학습 능력이 우수한 학생임에도 불구하고 식을 세우는 데 오류를 범하였다. [그림 IV-3]에서 볼 수 있듯이 문제에서 주어진 수를 순서대로 사용하여 $4 \div 20$ 이라는 나눗셈 식을 세우고 이를 계산할 때에는 $20 \div 4$ 로 계산을 하였다. A학생뿐만 아니라 C, D학생도 똑같은 오류를 범하였다. 이러한 오류를 수정하기 위해서 주어진 문제를 2개의 문장으로 분리해서 다시 알기 쉬운 문장으로 고쳐서 전체 학생들과 토의 학습을 한 이후, 2가지의 나눗셈 식을 제시하여 비교하는 활동을 통해 차이점을 발견할 수 있도록 하였다. 이와 더불어 학생들에게 $20 \div 4$ 와 $4 \div 20$ 의 나눗셈 식을 보여줬더니 2가지가 같은 것으로 여기는 학생들이 많았다. 따라서 학생들에게 2가지 나눗셈 식이 다르다는 것을 몫을 구하는 과정을 통해서 충분히 설명하였다.

3. 프로그램 15

8) 미경이는 연필 8다스를 가지고 있습니다. 그 중에서 7자루를 썼습니다. 남은 연필은 몇 자루입니까?
 식: $(8 \times 12) - 7 \times 12 =$, 답: 12 (자루)
 문항이 문항이 어려워진 것 같고, 문제의 문항이

[그림 IV-4] 프로그램 15의 8번 문항

[그림 IV-4]에 주어진 문제를 해결한 A학생은 문장제에 대한 이해력과 계산 능력이 우수한 학생인데 문장에 대한 집중력이 다소 부족하여 7자루를 7다스로 이해하여 식을 세우고 문제를 해결하였다. 따라서 A학생을 따로 불러서 문장제를 해결할 경우에는 필요한 조건과 요소를 찾아 반드시 밑줄을 긋거나 적어도도록 지도를 하고, 중요한 조건에는 특별히 집중을 하여 사소한 실수도 하지 않을 것을 강조하였다. 그리고 문제를 해결한 후에도 ‘거꾸로 풀기’ 활동을 통해 다시 문제를 읽어보도록 하여 처음에 모르고 지나쳤던 실수를 찾아서 수

정할 수 있도록 하였다.

4. 프로그램 27

○ 수정이네 학교 4학년 어린이 153명은 학년 합동 체육 시간에 짝 짓기 놀이를 하였습니다.(9-10)
 9) 16명씩 짝짓기 놀이를 하였습니다. 짝을 짓지 못한 어린이는 몇 명입니까?
 식 $153 - 16 \times 9 = 27$ 답 27 (명)

[그림 IV-5] 프로그램 27의 9번 문항

평상시에 문장제에 강한 자신감을 보이던 A학생은 문제에서 ‘16명씩 짝을 지은 조는 몇 조이며, 짝을 짓지 못한 나머지 어린이는 몇 명입니까?’라고 구체적으로 제시를 하지 않은 탓인지, [그림 IV-5]와 같은 문제에 대하여 전체 어린이 수 153명에서 16명을 빼는 뺄셈식을 세우고 문제를 해결하였다. 이에 본 연구자는 [그림 IV-6]과 같이 이 문제와 비슷한 유형의 뺄셈 문제를 가져와 비교하며 지도를 하였다.

우리 학교 전교생은 61명입니다. 그 중에서 남학생이 34명이라고 합니다. 그렇다면 여학생은 모두 몇 명일까요?
 식: $61 - 34 = 27$ 답: 27 명

[그림 IV-6] 프로그램 27의 문항 9에 대한 문제 해결 방법 지도에 맞는 도움 자료

[그림 IV-5]에서 전체 어린이 수인 153명이 16명씩 짝을 짓는다고 하였기 때문에 A학생에게 16명이 153명 안에 얼마나 들어있는지에 대한 포함제로 생각하도록 하였다. 그리고 이 문제에 대한 해결은 전 차시에서 나눗셈에 대해서 배웠기 때문에 따로 이해를 하는지 확인을 하였다.

V. 결론 및 제언

이상에서의 연구 결과를 바탕으로 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

첫째, 혼합계산에 대한 처방 프로그램은 학생들이 혼합계산 문제 해결 능력의 향상을 가져왔다. 4-가 단계 ‘혼합계산’ 단위 이전의 교육과정을 분석하여 혼합계산에 대한 27차시 분량의 처방 프로그램을 만들어 학생들에게 적용하였을 때, 학생들이 문제를 해결하면서 보이는 오류의 횟수도 줄어들었으며 오류를 교정해 나가는 속도도 빨라졌다. 이는 프로그램 1을 적용할 당시 덧셈을 곱셈처럼 계산하던 D학생이 나중으로 가면서 덧셈에 대한 오류가 줄어들거나 없어지는 것을 통해 알 수 있다.

둘째, 혼합계산에 대한 처방 프로그램을 적용하는 것을 통해서 학생들이 보다 더 문제에 집중하는 것으로 나타났다. 처음에 처방 프로그램을 적용했을 때만 해도 학생들은 주어진 문장 속에 있는 모든 숫자들을 사용하여 식을 만들었다. 그러나 차츰 식을 세울 때의 주의 사항에 대한 언급이나 주어진 문제에 맞는 조건을 찾아보는 활동을 통해서 문제의 해결뿐만

아니라 식을 보다 더 정확하게 나타낼 수 있음을 알 수 있다.

이상의 연구 결과와 결론을 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 많은 학생들은 자연수보다 더 확장된 분수나 소수의 혼합계산에 대해서 어려움을 겪고 있는 것이 사실이다. 따라서 분수와 소수의 혼합계산에 대한 처방 프로그램의 마련과 관련된 연구가 필요하다.

둘째, 학생들이 계산은 잘 하지만, 올바른 식을 세우는 데에는 많은 오류를 범하고 있다. 학습자 스스로 문제를 해결하는 힘을 길러주기 위해서는 주어진 조건을 사용하여 올바른 식을 세우는 것도 중요하다고 할 수 있다. 따라서 올바른 식 세우기와 관련하여 다양한 프로그램의 개발과 적절한 교수 방법에 대한 연구가 필요하다.

셋째, 본 연구에서 연구자는 자연수의 혼합계산 단원 이전에 혼합계산과 관련하여 학생들이 학습한 내용들을 모두 분석하여 그에 맞는 처방 프로그램을 마련하였다. 그런데 이러한 프로그램을 제작하는 과정에서 혼합계산과 관련한 선수 학습요소를 추출하고 혼합계산과 관련된 문제를 만드는 것이 검증된 바가 없어서 수학 교과서와 수학 익힘책을 참고할 수밖에 없었다. 교사가 학생들의 오류를 발견하고 이를 교정해 줄 수 있는 프로그램을 만드는 것은 교사 한 사람의 힘으로는 어려운 일이다. 따라서 오류를 교정할 수 있는 프로그램과 교수·학습 방법의 마련과 더불어 교사들끼리의 협력 체계가 구축될 필요가 있다.

넷째, 연구자는 27차시의 프로그램을 적용하기 위해서 방과 후에 지도를 하고자 하였으나 학생들의 시간이 여의치 않아서 여름방학 중 4주의 시간을 할애하였고, 프로그램을 적용하면서 지속적으로 학생들에게 피드백을 하고 면담을 통하여 학생들이 오류를 교정하였다. 학생들의 오류를 교정해 줄 수 있는 프로그램이나 교수·학습 방법의 마련도 중요하지만, 무엇보다 학생들의 오류를 교정하고자 노력하는 학생들에 대한 교사의 관심과 열정, 그리고 학생들을 위한 헌신이 필요할 것으로 보인다.

참고문헌

- 교육인적자원부 (2002). 수학 2-가, 2-나, 3-가, 3-나, 4-가.
 교육인적자원부 (2002). 수학 익힘책 2-가, 2-나, 3-가, 3-나, 4-가.
 교육인적자원부 (2002). 초등학교 교사용 지도서 수학 2-가, 2-나, 3-가, 3-나, 4-가.
 한국교육과정평가원 (1998). 학습 부진아 지도 프로그램 개발 연구 -초등학교 국어, 수학, 과학 및 학습 전략 프로그램 예시안 개발을 중심으로-.
 신경순 (2000). 소집단학습을 통한 수학과 학습 부진아 지도방안 연구. 공주대학교 대학원 석사학위논문.
 윤희태 (2002). 초등학생들의 기초 계산 오류에 대한 분석적 연구 : 곱셈과 나눗셈을 중심으로. 인천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
 전영례 (2003). 초등학교 수학학습장애아와 일반아동의 연산 오류 유형 비교 연구. 부산대학교 교육대학원 석사학위논문.
 강완 외 (2003). 초등 수학 학습지도의 이해. 서울 : 양서원.
 석경희 (2004). 초등 수학 문장제 해결 과정에 나타나는 오류 분석. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
 최진숙 (2005). 덧셈·뺄셈의 오류유형 분석 및 지도방안에 대한 연구 : 초등학교 3학년을

- 중심으로. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이주영 (2006). 수학 저성취 아동의 연산 오류 분석. 서울대학교 대학원 석사학위 논문.
- Ashlock, Robert B. (1994). *Error Patterns in Computation*, 6th ed. New York: Merrill.
- Brownell, William A. (1947). "An Experiment on 'Borrowing' in Third-Grade Arithmetic." *Journal of Educational Research*, 41.
- Wheatley, Grayson H., and Wheatley, Charlotte L. (1978). "How Shall We Teach Column Addition? Some Evidence." *Arithmetic Teacher*, 25.

An Effectiveness Analysis of the Development and Application of a Prescribed Program for the Mixed Calculation of Natural Numbers

Jeong, Gigeun⁴⁾ · Kim, Minjeong⁵⁾ · Roh, Eun Hwan⁶⁾

Abstract

In this study, a 27 class hour prescribed program for the fourth grade students is to be developed and applied by extracting the contents associated with basic operations studied prior to the fourth grade level of mixed calculations. After analyzing the results of the research, the following conclusions are obtained. First, the prescribed program for mixed calculations brought about the improvement in the mixed calculation problem solving ability of the students. Second, applying the prescribed program for mixed calculation resulted in an increase in students' interest and concentration on problem solving. In synthesis of the above conclusions, the development and application of the prescribed program for mixed calculation improved the students' concentration on the problem and the students' problem solving ability.

Key Words : Mixed Calculation, Natural Number, Prescribed Program, Instruction

4) Chingyo Elementary School at Hadong (93250617@naver.com)

5) Samcheonpo Elementary School at Sacheon (catchmin@hanmail.net)

6) Chinju National University of Education (ehroh@cue.ac.kr ; ehroh0923@gmail.com)