

## 자동차 후드의 정강성을 고려한 위상 최적화

한석영\*, 최상혁<sup>+</sup>, 박재용<sup>+</sup>, 황준성<sup>+</sup>, 김민수<sup>+</sup>

(논문접수일 2006. 10. 18, 심사완료일 2007. 1. 2)

### Topology Optimization of a Vehicle's Hood Considering Static Stiffness

Seog Young Han\*, Sang Hyuk Choi<sup>+</sup>, Jae Yong Park<sup>+</sup>, Joon Seong Hwang<sup>+</sup>, Min Sue Kim<sup>+</sup>

#### Abstract

Topology optimization of the inner reinforcement for a vehicle's hood has been performed by evolutionary structural optimization(ESO) using a smoothing scheme. The purpose of this study is to obtain optimal topology of the inner reinforcement for a vehicle's hood considering the static stiffness of bending and torsion simultaneously. To do this, the multiobjective optimization technique was implemented. Optimal topologies were obtained by the ESO method. From several combinations of weighting factors, a Pareto-optimal solution was obtained. Also, a smoothing scheme was implemented to suppress the checkerboard pattern in the procedure of topology optimization. It is concluded that ESO method with a smoothing scheme is effectively applied to topology optimization of the inner reinforcement of a vehicle's hood considering the static stiffness of bending and torsion.

**Key Words** : Topology optimization(위상 최적화), Checkerboard pattern(체커보드 패턴), Multiobjective optimization(다중목적 최적화), Inner reinforcement of a vehicle's hood(자동차 후드 보강재), ESO(진화적 구조 최적화)

## 1. 서론

구조 최적설계는 크게 치수, 형상, 위상 최적화로 분류할 수 있다. 그 중 위상 최적화는 설계조건을 만족하면서 질량을 최소화 하기 위해 구조물 내 요소의 존재 여부를 결정함으로써 구조물의 초기 설계단계에서 최적인 위상을 구하는 것이다. 최적의 위상이 구해지면 다음의 상세 설계단계에

서 치수 및 형상 최적화 기법을 이용하여 구조물의 치수, 두께 또는 형상 등을 결정함으로써 구조물의 최적설계를 수행할 수 있다.

근래에 Bendsøe와 Kikuchi<sup>(1)</sup>에 의해 균질화(homogenization) 법을 이용한 위상 최적화 기법이 개발되면서 위상 최적화 분야에 획기적인 발전을 가져왔다. 최근에는 Xie와 Steven 그리고 Chu<sup>(2,3)</sup>등에 의해 ESO 기법(Evolutionary

\* 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.kr)

주소: 서울시 성북구 행당동 17번지 M202-1

+ 한양대학교 대학원 기계공학과

Structural Optimization Method)이 개발되었다. ESO 기법은 수학적 프로그래밍 기법을 포함하지 않기 때문에 계산속도가 빠르며, 효율이 낮은 요소들의 제거가 확실하다는 장점을 지니고 있기 때문에 최근 다양한 문제에 적용되고 있다.

유한요소법(FEM)을 이용한 위상 최적화를 수행하는 경우, 체커보드 패턴(checkerboard pattern)이 나타나는 것이 일반적이다. ESO를 이용한 경우에도 이러한 현상이 나타나므로 본 연구에서는 완화처리기법(smoothing scheme)<sup>(6,7)</sup>을 도입하였다. 또한, 일반적인 구조물은 다양한 형태의 하중에 노출되기 때문에, 자동차 후드 보강재와 같이 굽힘과 비틀림 하중을 동시에 고려해야 하는 설계에 있어서는 다중목적 최적화(multiobjective optimization)의 적용이 필수적이다.

본 연구에서는 보강재의 위상이 뚜렷하게 제시되는 ESO 기법을 기반으로 정강성을 고려한 자동차 후드 보강재의 위상 최적화를 수행하였으며, 굽힘과 비틀림의 영향을 고려하기 위해 가중치를 도입하여 다중목적 최적화를 통해 파레토(Pareto) 최적해를 구하였다. 또한, 자동차 후드의 곡률에 따른 최적 위상의 변화를 알아보기 위해 곡률이 큰 경우와 작은 경우에 대해 위상 최적화를 수행하였다.

## 2. ESO법

최대 정강성을 갖는 구조물의 위상을 구하기 위한 ESO법은 구조물의 효율이 낮은 요소를 제거함으로써 최적의 위상을 구한다. ESO법은 구조물의 설계영역을 설정하고 하중조건에 따라 발생하는 처짐량이나 각 요소 당 변형률에너지의 변화량으로 정의되는 민감도 수(sensitivity number)들을 비교한 뒤, 낮은 민감도 수를 갖는 요소를 제거하는 알고리즘을 반복적으로 수행함으로써 최적화된 위상을 찾는 방법이다. 유한요소법에서, 구조물의 정적 거동은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$[K]\{u\} = \{P\} \quad (1)$$

정강성 민감도 수는 식 (2)와 같이 정의할 수 있다.<sup>(2)</sup>

$$\alpha_{si}^e = \frac{1}{2} \{u^i\}^T [K^i] \{u^i\} \quad (i=1,n) \quad (2)$$

정적 강성조건에서의 민감도 수는 제거해야 할  $i$ 번째 요소의 변형률에너지로 표시할 수 있다. 각 요소의 정적 강성 민감도 수를 구한 후 제거조건을 결정하여 반복적으로 요소를 제거하여 정적 최적 위상을 구한다.

## 3. 다중목적 최적화

다중목적 최적화는 두 가지 이상의 목적을 가진 제한조건을 만족하도록 해야 한다. 파레토 최적해는 이러한 경우에 더 좋은 해를 선택할 수 있게 해준다. 각 목적별 최적해를 결정하고 정의된 목적함수에 의한 파레토 최적해를 이용하여 가장 좋은 해를 결정하는 방법이다. 본 연구에서는 곡률이 다른 두 자동차 후드 보강재에 대해 굽힘과 비틀림 강성의 가중치를 0부터 1까지 0.25씩 변화시키면서 파레토 최적해를 구하였다.

굽힘과 비틀림 강성을 동시에 고려하기 위해서는 각각의 민감도 수를 같은 비율로 맞추어 주어야 한다. 이를 위해 굽힘과 비틀림의 민감도 수를 정규화(normalize)한다.

각 요소별 굽힘과 비틀림을 동시에 고려한 각 요소별 다중목적 민감도 수는 정규화된 굽힘과 비틀림의 민감도 수에 설계자의 의도에 따라 굽힘과 비틀림의 가중치  $\lambda_1, \lambda_2$ 를 곱하여 식 (3)과 같이 정의할 수 있다.

$$\alpha_{mi} = \left[ \lambda_1 \left( \frac{\alpha_{bi}^e - \alpha_{bmin}}{\alpha_{bmax} - \alpha_{bmin}} \right) + \lambda_2 \left( \frac{\alpha_{ti}^e - \alpha_{tmin}}{\alpha_{tmax} - \alpha_{tmin}} \right) \right] \quad (3)$$

$\alpha_{bi}^e$ 는 굽힘에 대한 각 요소별 변형률에너지이며,  $\alpha_{ti}^e$ 는 비틀림에 대한 각 요소별 변형률에너지이다. 최소값을 0, 최대값을 1로 하는 정규화된 굽힘과 비틀림의 민감도 수에 가중치  $\lambda_1, \lambda_2$ 를 곱한 식 (3)을 이용하여 다중 목적 민감도 수를 구하면 가중치 계수의 영향으로 최소값은 0초과, 최대값은 1미만의 값을 가지게 된다. 이는 제거 기준선을 정하여 기준 이하의 다중목적 민감도 수를 갖는 요소를 제거하는데 어려움이 따른다. 이 문제를 해결하기 위해 가중치 계수를 곱하여 구해진 다중목적 민감도 수를 식 (4)와 같이 다시 정규화하였다.

$$\alpha_{mi}^{e,ns} = \frac{\alpha_{mi}^e - \alpha_{min}}{\alpha_{max} - \alpha_{min}} \quad (4)$$

식 (4)의 정규화를 통하여 최소값 0, 최대값 1을 갖는 각 요소의 다중목적 민감도 수를 구할 수 있다.

각 요소별 다중목적 민감도 수를 구한 후, 효율이 가장 낮은 요소들 즉, 민감도 수가 가장 낮은 요소들부터 제거해 나가기 위한 제거선  $\Delta\alpha$ 는 식 (5)와 같이 정의할 수 있다.

$$RL = 1 - \Delta\alpha \quad (5)$$

각 요소가 갖는 다중목적 민감도 수가 식 (6)과 같이 제거 선보다 작으면 그 요소는 제거된다.

$$\alpha^{e, Nm} \leq RL \tag{6}$$

이러한 과정은 질량(체적) 및 강성 제한조건을 수렴할 때까지 반복적으로 진행된다.

### 4. 체커보드 패턴의 완화

유한요소법을 기초로 하는 많은 위상 최적화 기법에서는 요소가 제거될 때 대각선 방향의 요소가 제거되는 체커보드 현상이 나타나게 된다. 이러한 현상을 제거 혹은 완화시키기 위하여 본 연구에서는 완화처리기법<sup>(6,7)</sup>을 도입하였으며 그 과정은 다음과 같다.

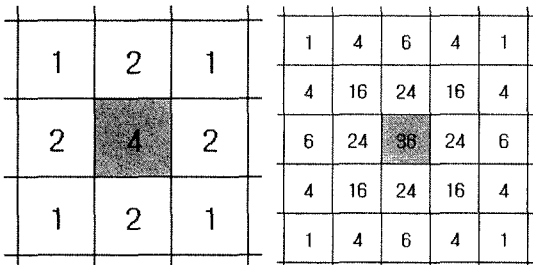
- (1) 주변요소들과 중심요소에 각각 가중치를 부여한다.
- (2) 가중치가 부여된 요소들의 평균으로 새로운 요소 효율을 구한다.
- (3) 새로운 효율을 제거선 기준으로 한다.

각각의 요소에 부여하는 가중치는 다음의 Fig. 1과 같이 중심요소를 기준으로 주변층의 수에 따라 1차법과 2차법으로 구분된다. 주변의 8개 요소로 새로운 효율을 정하는 1차법은 계산과정이 2차법보다 적은 반면, 체커보드 패턴의 억제력은 2차법에 비하여 다소 떨어진다.

완화처리 기법이 적용된 새로운 요소의 효율은 식 (7)로 나타낼 수 있다.

$$\alpha^e = \left( \sum_{i=1}^m w_i V_i \alpha_i \right) / \left( \sum_{i=1}^m w_i V_i \right) \tag{7}$$

$V_i$ 는 연결된 요소의 체적을 나타내고,  $m$ 은 연결된 요소



(a) First order scheme (b) Second order scheme

Fig. 1 The filter parameter for the checkerboard suppression

의 번호를 나타낸다(Fig. 1과 같이 1차법의 경우,  $m=3^2$ 이 되며, 2차법의 경우  $m=5^2$ 가 된다). 이 식에서  $w_i$ 는 필터변수를 나타내며, 다음과 같은 조건을 만족시킨다.

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \tag{8}$$

굽힘과 비틀림 강성을 동시에 고려하는 다중목적 위상 최적화에서는 식 (3)과 (4)와 같이 정의된 다중목적 민감도 수에 의해 효율이 낮은 요소를 제거함으로써 최적 위상을 구할 수 있다. 다중목적 위상 최적화를 위한 위상 최적화의 흐름도를 Fig. 2에 나타내었다.

### 5. 최적설계 적용예

#### 5.1 단순지지 평판

완화처리기법의 타당성을 확인하기 위해 Fig. 3과 같이 단순지지 평판의 중심부에 수직 집중하중  $P=0.04 N$ 이 작용하는 경우에 대한 위상 최적화를 수행하였다. 질량 구속조건은 초기 질량의 65%로 설정하였다. 치수는 가로(x-axis) 0.2 m, 세로(y-axis) 0.2m,  $E=174GPa$ ,  $\nu=0.3$ , 두께  $t=0.1mm$

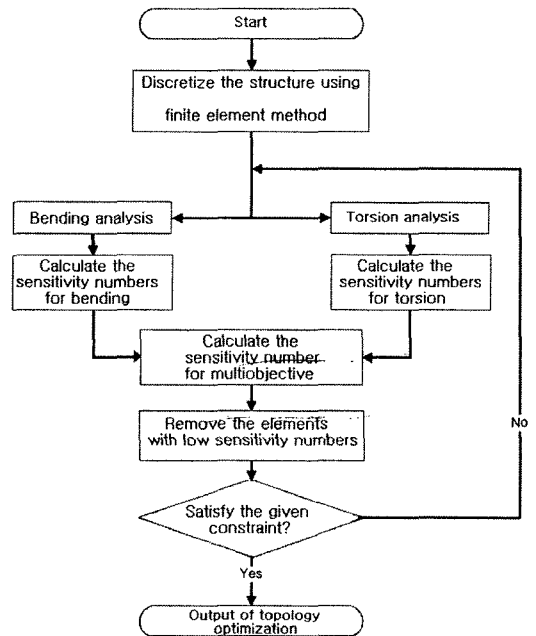


Fig. 2 Flowchart of topology optimization for the multiobjective optimization

이다.

Fig. 4는 완화처리기법을 적용하지 않은 ESO를 이용한 최적 위상을 보여준다. 최적화된 위상의 한지라인은 중심부와 네 코너 사이에 체커보드 패턴이 심하게 형성된 기존결과<sup>(4,5)</sup>와 유사한 결과를 나타내었다. 반면, 체커보드 패턴의 완화

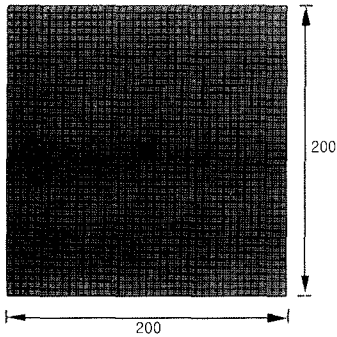


Fig. 3 Simply supported Plate subjected to concentrated force

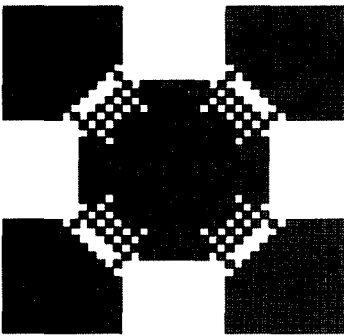


Fig. 4 Optimal topology for a plate in bending

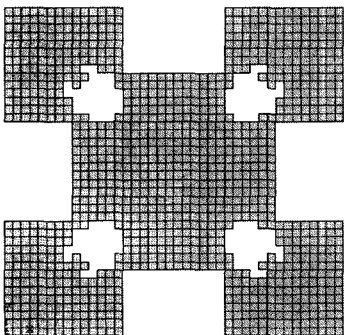


Fig. 5 Optimal topology for a plate in bending using smoothing procedure

처리기법을 사용한 위상 최적화 결과, Fig. 5와 같이 체커보드 패턴이 거의 나타나지 않는 최적 위상을 얻을 수 있었다. 이로부터, 유한요소법을 이용한 위상 최적화에 있어 완화처리기법이 매우 효과적이며 필수적임을 확인하였다.

## 5.2 자동차 후드의 위상 최적화

단순지지 평판의 위상 최적화에서 확인된 완화처리기법을 적용한 ESO법을 이용하여 자동차 후드 보강재에 대한 위상 최적화를 수행하였다. 자동차 후드는 굽힘은 물론 비틀림 강성을 함께 고려해야하는 위상을 구해야하므로 다중목적 위상 최적화를 수행하였다. 식 (3)과 (4)에 의해 하나의 민감도수를 정의함으로써 최적 위상을 구하였다. 자동차 후드의 곡률에 따른 최적 위상의 변화를 알아보기 위하여 서로 다른 곡률( $h=10, h=20, h=25, h=50$ )을 가지는 Model에 대하여 위상최적화를 수행하였으며 본 논문에서는  $h=25$ 와

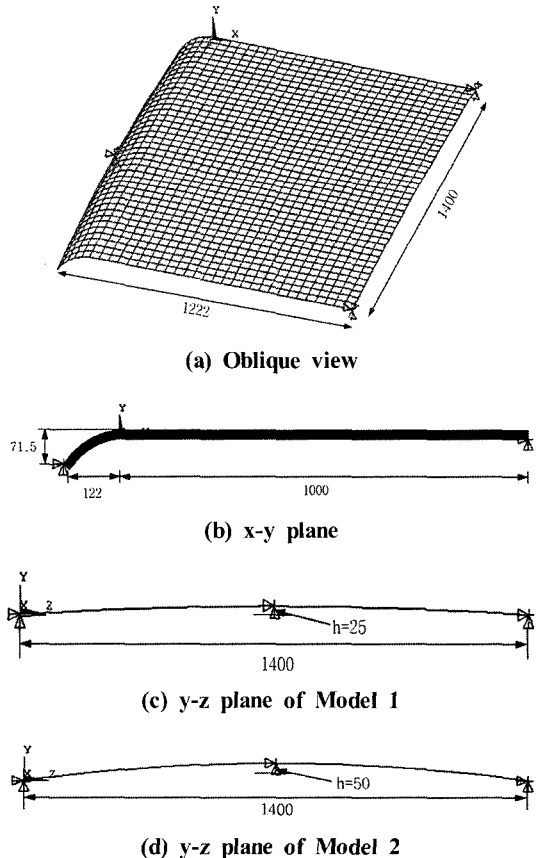


Fig. 6 Finite element modelling of vehicle's hood

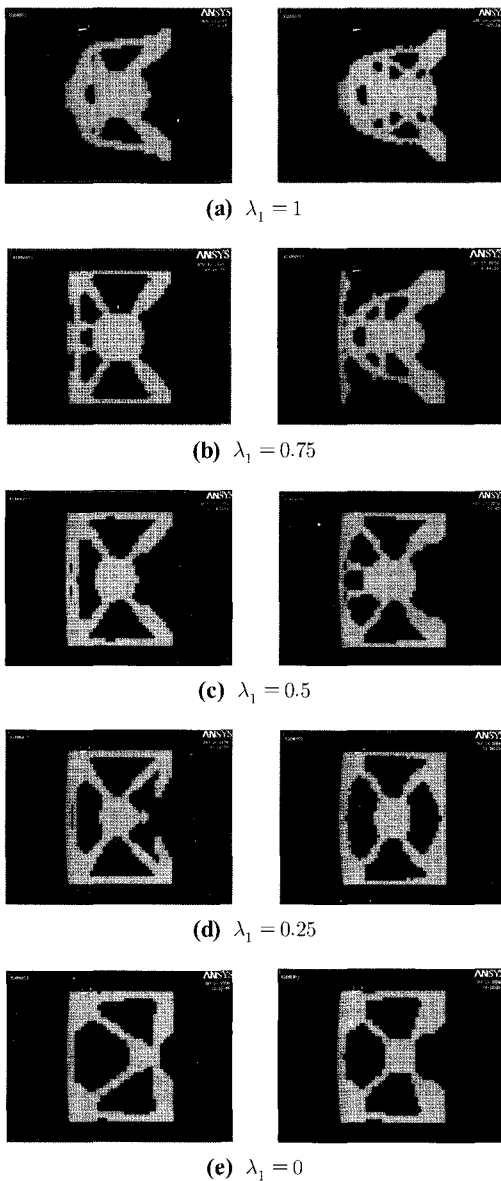


Fig. 7 Pareto topology solution for Model 1 and Model 2

$h=50$ 의 두 가지 경우에 대하여 비교해 보았다.

Fig. 6은 Model 1에 대한 유한요소 모델링을 나타내었으며, 치수는 가로(x-axis) 1.122m, 세로(z-axis) 1.4m,  $E=210\text{GPa}$ ,  $\gamma=0.3$ , 밀도  $\rho=7800\text{kg/m}^3$ , 두께  $t=3\text{mm}$  이다. Fig. 6(c)와 (d)로부터 Model 1과 Model 2의 곡률 차이를 알 수 있다. 구속조건으로는 양끝단과 후드 앞 중앙부의 체결부를 고정하였다. 굽힘 강성 해석의 경우, 정중앙에 음의

Table 1 Comparison of the maximum displacements (m) for Model 1 and Model 2

| Weighting factor                 | Model 1   | Model 2   |
|----------------------------------|-----------|-----------|
| $\lambda_1=1, \lambda_2=0$       | 1.006E-04 | 6.072E-05 |
| $\lambda_1=0.75, \lambda_2=0.25$ | 1.267E-04 | 7.941E-05 |
| $\lambda_1=0.5, \lambda_2=0.5$   | 1.764E-04 | 9.621E-05 |
| $\lambda_1=0.25, \lambda_2=0.75$ | 1.059E-04 | 1.772E-04 |
| $\lambda_1=0, \lambda_2=1$       | 4.701E-04 | 2.654E-04 |

Y방향으로 10 N을 주었으며, 비틀림 강성 해석의 경우, 정면부 모서리의 양쪽 끝에 양의 Y방향과 음의 Y방향에 상반되는 힘을 가하였다. 최종 질량은 초기 질량의 50%로 설정하였다.

굽힘과 비틀림의 가중치를 변화시켜가며 위상 최적화를 수행하였으며, Fig. 7에 Model 1(왼쪽)과 Model 2(오른쪽)에 대해 각각의 가중치에 따른 파레토 최적 위상을 나타내었다. 또한 각각의 가중치에 따라 구해진 최대 변위를 Table 1에 정리하였다.

Fig. 7에 보여주는 파레토 위상 최적해로부터 Model 1과 Model 2의 최적 위상은 굽힘 강성의 가중치가 감소함에 따라 비틀림 강성만을 고려한 최적 위상으로 가까워짐을 확인할 수 있다. 또한, 단순지지 평판과 같이 체커보드 패턴도 거의 발생되지 않은 최적 위상을 보여준다. 두 모델의 최적 위상은 현재 사용하고 있는 자동차 후드 보강재의 형상과 매우 유사한 위상을 보임을 확인할 수 있다.

Table 1의 Model 1과 Model 2의 가중치에 따른 최대 변위를 비교해 보면, 곡률이 큰 Model 2의 최대변위가 더 적어짐을 알 수 있다. Model 1보다 Model 2의 최대변위는 순수 굽힘 정강성 문제( $\lambda_1=1$ )에서 39.6%,  $\lambda_1=0.75$ 일 때 32.4%,  $\lambda_1=0.5$ 일 때 45.4%,  $\lambda_1=0.25$ 일 때 40.0%,  $\lambda_1=0$ 일 때 43.5% 감소되는 결과를 얻었다. 이는 정강성에 대한 굽힘과 비틀림의 영향이 동일할 때, 곡률이 증가할수록 더 높은 강성을 갖는다는 것을 의미한다. Fig. 7의 곡률반경의 차이에 따라 최적 위상의 형태가 많이 다른데 이러한 차이가 나타나는 이유는 후드의 정강성과 곡률반경 사이의 구조적인 차이에 의해 발생하는 것이다.

## 6. 결론

본 연구에서는 체커보드 완화처리방법을 적용한 ESO법

을 기반으로 단순지지 평판의 위상 최적화와 자동차 후드 보강재의 다중목적 위상 최적화를 수행하였다. 단순지지 평판의 위상 최적화 결과로부터 유한요소법을 이용한 위상 최적화에 있어 완화처리방법이 매우 효과적이며 필수적임을 확인하였다. 굽힘과 비틀림 강성을 동시에 고려해야 하는 자동차 후드 보강재의 위상 최적화를 통해 곡률이 큰 경우의 최적 위상이 낮은 경우의 최적 위상에 비해 높은 강성을 가짐을 확인하였으며, 완화처리방법도 효율적으로 적용되었음을 알 수 있었다. 따라서 판 구조물의 정강성을 고려한 위상 최적화에 있어서 곡률을 증가시키는 경우 더 큰 정강성을 갖는 최적 위상을 얻을 수 있음을 확인할 수 있었다.

## 후 기

본 연구는 BK21 사업의 지원을 받아 수행되었음.

## 참 고 문 헌

- (1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., 2004, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 71, pp. 197~224.
- (2) Xie, Y. M. and Steven, G. P., 1994, "Optimal Design of Multi Load Case Structures Using an Evolutionary Procedure," *Eng. Computations*, Vol. 11, pp. 295~302.
- (3) Chu, D. N., Xie, Y. M., Hira, A. and Steven, G. P., 1996, "Evolutionary Structural Optimization for Problems with Stiffness Constraints," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 21, pp. 239~251.
- (4) Tenek, L. H. and Hagiwara, I., 1994, "Optimal Rectangular Plate and Shallow Shell Topologies Using Thickness Distribution or Homogenization," *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 115, pp. 111~124.
- (5) Chu, D. N., Xie, Y. M., Hira, A. and Steven, G. P., 1997, "On Various Aspects of Evolutionary Structural Optimization for Problems with Stiffness Constraints," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 24, pp. 197~212.
- (6) Li, Q., Steven, G. P., Querin, O. M. and Xie, Y. M., 2000, "Structure Topology Design with Multiple Thermal Criteria," *Engineering Computations*, Vol. 17, pp. 715~734.
- (7) Swan, C. C. and Kosaka, I., 1997, "Voigt-Reuss Topology Optimization for Structures with Linear Elastic Material Behaviours," *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, pp. 3033~3057.