

< 논문 >

## MR 댐퍼 반능동 현가시스템의 승차감향상을 위한 수정된 민감도제어

김태식\* · 홍금식† · 김내관\* · 박재우\*\* · 허창도\*\*  
(2006년 9월 20일 접수, 2006년 12월 4일 심사완료)

### Modified Sensitivity Control of a Semi-Active Suspension System with MR-Damper for Ride Comfort Improvement

Tae-Shik Kim, Keum-Shik Hong, Rae-Kwan Kim, Jae-Woo Park and Chang-Do Huh

**Key Words :** Gradient Method(경사도 기법), Sensitivity(민감도), MR Damper(MR 댐퍼), Semi-Active(반능동), Polynomial Model(다항식 모델), Ride Comfort(승차감)

#### Abstract

In this paper, a modified sensitivity control for the semi-active suspension system with a magnetorheological (MR) damper is investigated. A 2-d.o.f quarter-car model together with a 6th order polynomial model for the MR damper is considered. For the purpose of suppressing the vertical acceleration of the sprung mass, the square of the vertical acceleration is defined as a cost function and a modified sensitivity control that updates the current input in the negative gradient of the cost function is proposed. The implementation of the proposed algorithm requires only the measurement of the relative displacement of the suspension deflection. The local stability of equilibria of the closed loop nonlinear system is proved by investigating the eigenvalues of the linearized ones. Through simulations, the passive suspension, the skyhook control, and the proposed modified sensitivity control are compared.

#### 1. 서론

차량의 현가시스템은 노면으로부터의 외란을 차단하고 운전자에게는 조종안정성을 높이는 역할을 수행해야 한다. 노면외란의 차단이란 차량의 도로 주행 시 노면의 요철로 인해 유발된 차체의 진동을 억제하여 승객이 느끼는 승차감을 향상시키는 것 뿐만 아니라, 차체의 심각한 진동으로 인한 화물 및 차체의 손상을 방지하는 것까지 포함한다. 그리고 조종안정성이란 바퀴가 노면에 충분히 접지되어 있어 엔진의 견인력을 도로면에 전달시키고 차량의 선회 시에 도로면과 바퀴사이에 충분한 마찰력을 제공하여 운전자의 핸들조작에 따른 차

량의 선회운동을 충실하게 연계끔 하는 것을 말한다.

현가시스템은 제어력의 발생방법에 따라 수동 현가시스템, 능동 현가시스템 그리고 반능동 현가시스템으로 분류되어진다. 수동 현가시스템은 차체의 중량을 지지하기 위한 현가스프링과 일정한 크기의 유로를 가진 감쇠기로 구성된다. 따라서, 고정된 유로에서 얻어지는 일정한 크기의 감쇠특성이 다양한 노면입력에 따른 모든 주파수대역에서 승차감과 조종안정성을 개선시키기는 불가능하다. 반면에 능동 현가시스템은 차체의 진동을 제어할 목적으로 별도의 구동기를 사용하므로 원하는 크기와 방향으로 제어력을 연속적으로 발생시켜 원하는 제어입력을 얻을 수 있다. 그러나 제어력을 발생시키기 위해 부가적으로 추가해야 할 장치로 인한 비용의 상승이 문제가 된다. 반면에 반능동 현가시스템은 능동 현가시스템에 비해 시스템 구조가 간단하고 제어에 필요한 에너지 소모가

† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부  
E-mail : kshong@pusan.ac.kr  
TEL : (051)510-2454 FAX : (051)514-0685  
\* 회원, 부산대학교 대학원 지능기계공학과  
\*\* S&T 대우㈜

적다. 그리고 차체 공진점에서의 진동 절연이 수동 현가시스템에 비해 큰 효과가 있다.<sup>(1,11)</sup> 이러한 이점으로 반응동 현가시스템은 Karnopp 의 2 인<sup>(11)</sup> 이 1970 년 초기에 skyhook 제어기법을 소개한 이후로 많은 발전 과정을 거쳐왔다.<sup>(1,5-14)</sup>

Skyhook 제어기법은 알고리즘 구조가 간단하면서도 다른 제어방법에 비해 차체 진동 절연에 큰 성능을 보여준다.<sup>(11)</sup> 하지만 이 알고리즘을 구현하기 위해서는 차체의 절대속도와 차체와 차축 사이의 상대속도 정보가 필요하다. 이 정보를 얻기 위해서는 full car 모델인 경우 통상적으로 7 개의 센서(차축 4 개, 차체 3 개)가 필요하다. 현가시스템을 제어하는데 다량의 센서를 사용할 경우 경제성이 떨어지게 된다. 그러므로 경제적 측면에서 되도록 적은 센서를 이용하는 제어 알고리즘의 개발이 요구된다. 이러한 점을 고려하여 본 논문에서는 차체와 차축 사이의 상대속도만을 이용하여 반응동 현가시스템을 제어할 수 있는 알고리즘을 소개한다.

반응동 현가시스템에서는 댐핑계수를 가변시킬 수 있는 기능을 가진 댐퍼가 필요하다. 최근에 개발된 것으로 magneto-rheological (MR) 유체를 이용한 MR 댐퍼가 있다. 이 댐퍼의 특징은 인가되는 자기장의 크기에 따라 연속적이고 가역적으로 댐핑계수를 제어할 수 있다는 것이다. 그리고 전항복(pre-yield)영역에서 가진속도가 증가할 때와 감소할 때의 댐핑력의 차이를 보이는 이력현상을 나타낸다.<sup>(4)</sup> 이러한 특성으로 MR 댐퍼를 제어하기 위해서는 인가되는 자기장의 변화에 따른 MR 댐퍼의 거동을 정확하게 묘사할 수 있는 모델이 필요하다. 이러한 모델로는 Bouc-Wen 모델, Bingham 모델 그리고 polynomial 모델 등이 있다. Polynomial 모델은 비교적 단순한 수식에도 정확히 MR 댐퍼의 거동을 표현할 수 있는 장점을 가지고 있다.<sup>(4)</sup> 본 논문에서는 일정 입력전류에서 다수의 정현파 노면입력의 최대 상대속도에서 발생하는 최대 댐핑력수치로 만들어지는 polynomial 모델을 만들어 MR 댐퍼 제어에 적용하고자 한다.

본 연구에서는 1/4 차량을 모델을 가지고 수정된 gradient method 의 성능을 시뮬레이션하게 된다. 여기서 요구되는 측정 신호는 차체와 차축 사이의 상대변위이다. 시뮬레이션 결과는 수동 현가시스템 및 skyhook 제어기와 비교되고 수정된 민감도 제어법칙의 성능개선효과도 살펴보게 된다. 그리고 알고리즘의 강인성을 판단하기 위해 변동된 차체질량과 코일스프링상수가 제어성능에 미치는 영향을 살펴본다.

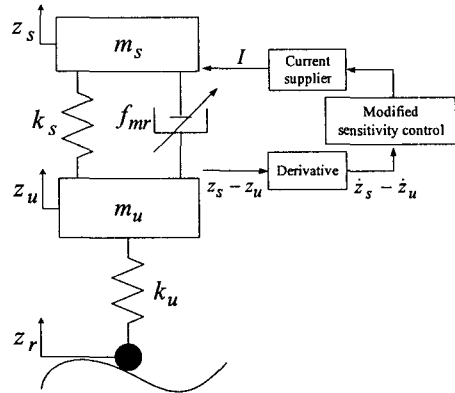


Fig. 1 1/4 car model

Table 1 Nominal parameter values used in simulation

Parameters	물리량	공칭값
$m_s$	차체질량	460 kg
$m_u$	차축질량	36 kg
$k_s$	코일스프링상수	28,000 N/m
$k_u$	타이어스프링상수	186,000 N/m

본 논문의 공헌은 다음과 같다. 첫째, 정현파 가진속도 입력 시 발생하는 최대댐핑력수치로 만들어지는 새로운 polynomial 모델을 제안하였다. 둘째, 상대변위센서만을 가지고 승차감제어를 구현하는 수정된 민감도제어법칙을 제안하였으며 그 안정성을 증명하였다.

본 논문의 구성을 요약하면, 2절에서는 1/4차량 모델을 사용하여 운동방정식을 유도하고 MR 댐퍼의 모델링을 수행한다. 3절에서는 차체의 가속도의 제곱항이 줄어드는 방향으로 MR 댐퍼의 입력 전류를 조절하는 gradient method를 제시하고, 4절에서 그 안정성을 증명한다. 5절에서는 시뮬레이션을 통하여 3종류의 제어기(수동 현가시스템, skyhook 제어기, 제안된 제어기)의 성능을 상호 비교하고, 6절에서 결론을 기술한다.

## 2. 현가장치 및 MR 댐퍼 모델링

### 2.1 현가장치 모델링

본 논문에서 사용된 1/4 차량 모델은 Fig. 1과 같다. 모델에 이용된 파라미터 값은 Table 1에 나타나 있고, 측정되는 신호는 차체와 차축 사이의 상대변위이다. 1/4 차량 모델의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_s \ddot{z}_s + k_s(z_s - z_u) + f_{mr}(\dot{z}_s - \dot{z}_u, I) = 0, \quad (1)$$

$$m_u \ddot{z}_u + k_u(z_u - z_r) - k_s(z_s - z_u) - f_{mr}(\dot{z}_s - \dot{z}_u, I) = 0, \quad (2)$$

여기서 MR 댐퍼의 댐핑력  $f_{mr}$  은 상대속도  $\dot{z}_s - \dot{z}_u$  및 전류입력  $I$  의 비선형함수로 다음절에서 상세히 기술된다.

## 2.2 MR 댐퍼 모델링

반능동 현가시스템을 구성하기 위해서는 댐핑계수를 변화시킬 수 있는 가변형 댐퍼가 필요하다. 현재까지 개발된 것으로는 이산감쇠력 가변형(discrete damping control) 댐퍼, 유압 CDC(continuous damping control) 댐퍼, electro-rheological(ER) 댐퍼 그리고 MR 댐퍼 등이 있다. 스텝모터를 이용하여 오리피스 크기를 변화시켜 댐핑계수를 바꾸는 이산감쇠력 가변형 댐퍼나 유압 솔레노이드 밸브를 이용한 유압 CDC 댐퍼는 1~4 Hz 정도의 외란에 대한 진동제어는 가능하나 더 높은 주파수에서는 적절한 성능을 발휘하지 못하는 것으로 알려져 있다. 이에 반해 ER 유체나 MR 유체를 이용한 댐퍼는 이 유체들의 빠른 항복변화 응답 때문에 더 넓은 주파수의 진동영역에서도 충분하고 빠른 진동감쇠 특성을 얻을 수 있다. 현재는 MR 유체가 ER 유체보다 동일 에너지 공급 시 20~50배 정도의 높은 강도를 가지고, 생산과정 중 생길 수 있는 불순물에 대한 성능저하의 영향과 침전현상이 비교적 적어 MR 유체를 차량에 많이 사용하고 있는 추세이다.

MR 유체는 전항복영역에서 가진속도가 증가할 때와 감소할 때의 댐핑력이 차이를 보이는 이력현상(hysteresis)이 나타난다.<sup>(3,4)</sup> Fig. 2는 가진입력이

$\dot{z}_s - \dot{z}_u = 0.3 \cos 7.5t$  (i.e.,  $z_s - z_u = 0.04 \sin 7.5t$ ) 일 때 전류값에 따른 댐핑력을 나타낸 그림으로서 이력 현상을 보여주고 있다. 이러한 특성을 갖는 MR 댐퍼를 제어에 사용하려면, 자기장의 변화에 따른 MR 댐퍼의 거동을 묘사할 수 있는 모델이 있어야 한다. MR 댐퍼의 모델 중 Bingham 모델<sup>(2)</sup>의 경우 지배방정식의 단순함으로 빠른 연산이 가능하나 이력현상을 제대로 표현하지 못한다. 그리고 이력 현상을 해석하기 위해 제안된 모델인 Bouc-Wen 모델<sup>(3,15)</sup>은 요구 댐핑력이 주어졌을 때 제어전류를 구하기 위해 복잡한 미분방정식을 풀어야 하므로 계산량이 많아져 실제 차량에 사용하기에는 적합하지 않다. 그래서 본 논문에서는 MR 댐퍼의 이력현상을 표현할 수 있으며 계산량도 비교적 적은 polynomial 모델<sup>(4)</sup>를 이용하여 제어를 설계하였다. 이 모델은 이력현상곡선을 가진속도가 양(+)인 아랫부분과 음(-)인 윗부분으로 나누고, 가진속도와 전류에 대한 함수로서 다차항으로 나타내게 되며 다음과 같이 표현된다.

$$f_{mr}^+ = \sum_{k=0}^n (a_k^+ + b_k^+ I) (\dot{z}_s - \dot{z}_u)^k, \quad \text{if } \ddot{z}_s - \ddot{z}_u > 0$$

$$f_{mr}^- = \sum_{k=0}^n (a_k^- + b_k^- I) (\dot{z}_s - \dot{z}_u)^k, \quad \text{if } \ddot{z}_s - \ddot{z}_u < 0 \quad (3)$$

여기서 +는 가속도가 양일 때 이고, -는 가속도가 음인 경우를 표시한다.  $k$ 와  $I$ 는 각각 다항식의 차수와 MR 댐퍼에 가해지는 전류값을 나타낸다.  $a_k$ 와  $b_k$ 는 실험에 의해 결정되는 계수이다. 하지만 식 (3)과 같이 모델링하고자 할 때, Fig. 3과 같이 일정한 전류입력에 대해서도 가진주파수에

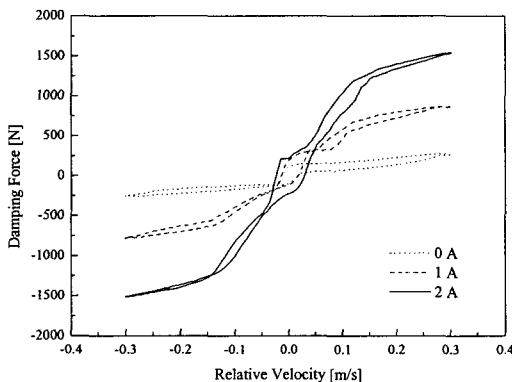


Fig. 2 Hysteresis curves of the MR damper with  $\dot{z}_s - \dot{z}_u = 0.3 \cos 7.5t$

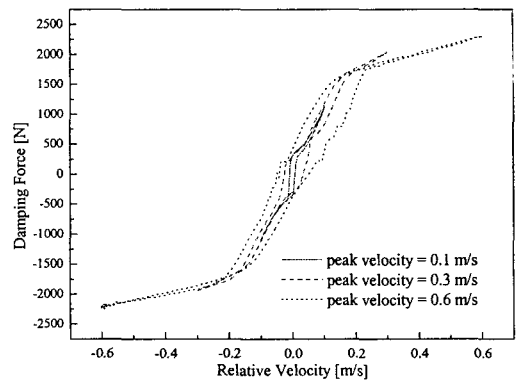


Fig. 3 Hysteresis curves for three sinusoidal relative displacements with 3 A current input ( $z_s - z_u = 0.04 \sin 2.5t, 0.04 \sin 7.5t, 0.04 \sin 15t$ , and  $I = 3A$ )

따라 곡선이 달라지므로 서로 다른 계수값을 가지는 모델로 표현되어야 하는 단점이 있다. Fig. 3에서 MR댐퍼에 서로 다른 정현파 가진주파수를 가할 때 이에 따라 달라지는 댐핑력의 변화를 비교하고 있다. 즉 정현파가진의 한 주기에서 최대 속도(peak velocity)가 달라져 이것에 의해 새로운 히스테리시스곡선이 나타나고  $a_k$  와  $b_k$  가 변화게 된다. 그러므로 식 (3)을 모든 가진주파수영역에서 MR댐퍼의 댐핑력특성을 나타낼 수 있는 모델로 수정해야 한다. 우선 가속도의 방향에 상관없이 특정 입력전류의 가진주파수에서 peak velocity에 따른 최대 댐핑력(peak value) 데이터를 얻고 이것을 curve fitting하여 새로운 계수  $a_k^\circ$  와  $b_k^\circ$  를 얻는다. Fig. 4는 다양한 입력전류에서 peak velocity에 따른 peak value를 나타낸다. 본 논문에서는 S&T 대우(주)에서 제공한 실험치를 가지고 peak value값으로서 Table 2와 같이  $a_k^\circ$  와  $b_k^\circ$  를 얻었다. 여기서 실험에 사용된 댐퍼는 중형 세단 차량용 MR CDC damper로서 외경이 50mm, 최대길이가 461mm 그리고 stroke가 111.8mm인 구조를 지닌 것으로서 응답시간이 10~15 msec인 성능을 보였다.

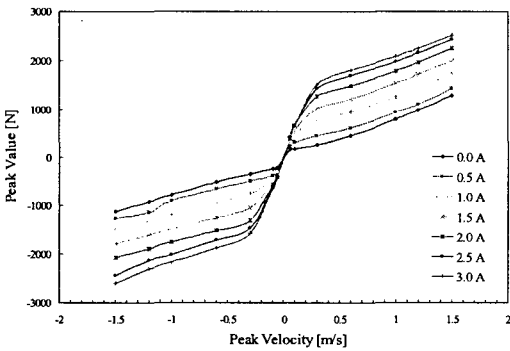


Fig. 4 Peak values of the MR CDC damper for various current inputs

Table 2 Coefficients  $a_k^\circ$  and  $b_k^\circ$  in polynomial model (4) obtained from peak values

Parameters	Values	Parameters	Values
$a_0^\circ$	0	$b_0^\circ$	11.6
$a_1^\circ$	989.1	$b_1^\circ$	1228.5
$a_2^\circ$	17.4	$b_2^\circ$	-56
$a_3^\circ$	-316.3	$b_3^\circ$	-970.5
$a_4^\circ$	19	$b_4^\circ$	52.2
$a_5^\circ$	98.1	$b_5^\circ$	254.3
$a_6^\circ$	1.1	$b_6^\circ$	-16.9

수정된 MR 댐퍼의 최종모델은 다음과 같다.

$$f_{mr}(\dot{z}_s - \dot{z}_u, I) = \sum_{k=0}^n (a_k^\circ + b_k^\circ I) (\dot{z}_s - \dot{z}_u)^k, \quad n = 6. \quad (4)$$

Fig. 5는 전류값이 0, 1 그리고 2 A에서 측정된 댐핑력과 polynomial 모델 식 (4)에서 얻어진 값을 비교한 것으로서, 그림에서와 같이 polynomial 모델이 측정된 값과 거의 유사하게 댐핑력을 나타낼 수 있다.

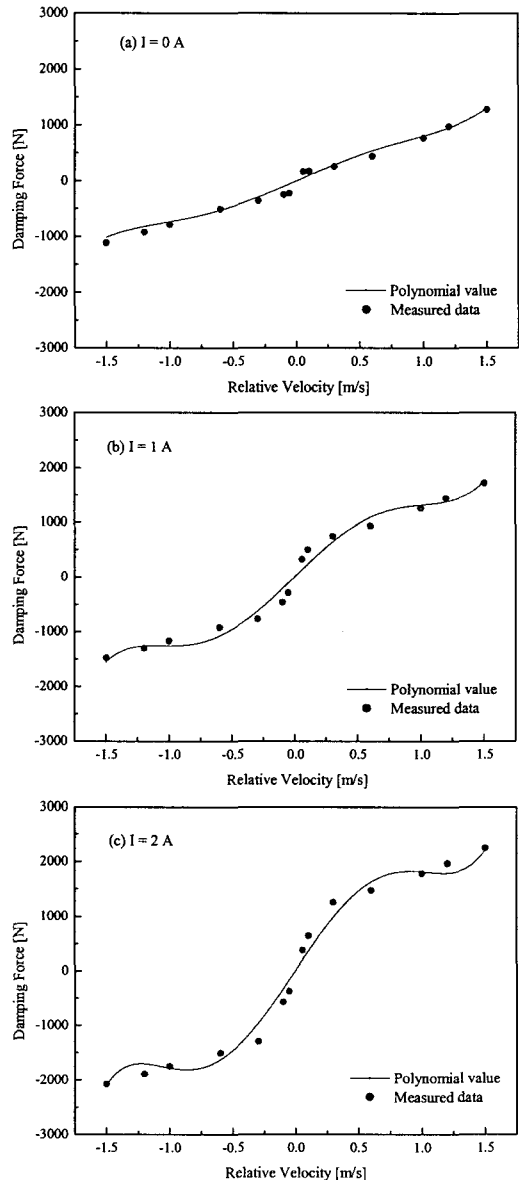


Fig. 5 Comparison between measured data and polynomial model (4)

### 3. Modified Sensitivity Control

Gradient method는 차량 시트에 적용되어져 그 성능이 검증되어 졌다.<sup>(14)</sup> 이 경우 제어에 필요한 신호는 시트의 가속도 및 시트의 지지대와 시트와의 상대속도로서 두 개의 센서가 요구되어 진다. 또한 이 두 개의 신호를 이용하여 시트의 질량과 스프링상수를 추정하였다. 본 논문에서는 이 제어 기법을 다소 수정하여 차량과 차축 사이의 상대변위 정보만을 이용하여 질량과 스프링상수의 추정 없이 제어를 하게 된다.

#### 3.1 제어법칙

본 논문에서 반응동 현가시스템의 제어목적은 승차감 향상에 있다. 이것을 위해 성능지수  $J$  를 차체의 가속도의 제곱으로 두고  $J$  를 최소화 하계끔 제어력을 유도하여 승차감 향상을 얻고자 한다. 성능지수  $J$  는 다음과 같이 표현된다.

$$J = \dot{z}_s^2. \quad (5)$$

이제,  $J$  값을 최소화하기 위하여 MR 댐퍼에 가해지는 전류는 다음과 같이 update 하기로 한다.

$$\dot{I} = -\mu_1 \frac{dJ}{dI} + \mu_2 |\dot{z}_s|, \quad (6)$$

여기서  $dJ/dI$  는 update gradient 이고  $\mu_1$  과  $\mu_2$  는 가중치이며, 그리고  $\mu_2 |\dot{z}_s|$  는 차체의 공진주파수 영역에서의 승차감 향상을 얻기위해 기존의 제어법칙<sup>(14)</sup>에 추가된 항이다. 이것에 대한 설명은 3.3 절에서 이루어 진다. Update gradient 는 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{dJ}{dI} = 2\dot{z}_s \frac{d\dot{z}_s}{dI}, \quad (7)$$

여기서  $\dot{z}_s$  는 식 (1)을 이용하여 아래와 같이 계산 된다.

$$\dot{z}_s = -\frac{1}{m_s} \{k_s(z_s - z_u) + f_{mr}(\dot{z}_s - \dot{z}_u, I)\}. \quad (8)$$

또한 식 (6)의 두 번째 항에서 필요한  $\dot{z}_s$  은 식 (8)을 적분하여 얻어진다. 그리고  $d\dot{z}_s/dI$  는  $\dot{z}_s$  의 전류  $I$  에 대한 민감도로서 다음 절에서 자세히 기술된다.

#### 3.2 민감도 계산

식 (1)을 전류  $I$  에 대해 미분하면 아래의 식이 얻어진다.

$$m_s \frac{d\dot{z}_s}{dI} + k_s \frac{d(z_s - z_u)}{dI} + \frac{d}{dI} f_{mr}(\dot{z}_s - \dot{z}_u, I) = 0. \quad (9)$$

$d f_{mr}(\dot{z}_s - \dot{z}_u, I)/dI$  는 다음과 같이 두 항으로 나눌 수 있다.

$$\frac{d}{dI} f_{mr}(\dot{z}_s - \dot{z}_u, I) = \frac{\partial f_{mr}}{\partial(\dot{z}_s - \dot{z}_u)} \frac{d(\dot{z}_s - \dot{z}_u)}{dI} + \frac{\partial f_{mr}}{\partial I}, \quad (10)$$

여기서  $\partial f_{mr}/\partial(\dot{z}_s - \dot{z}_u)$  와  $\partial f_{mr}/\partial I$  는 식 (4)를 이용하여 아래와 같이 계산하게 된다.

$$\frac{\partial f_{mr}}{\partial(\dot{z}_s - \dot{z}_u)} = \sum_{k=0}^6 k(a_k^\circ + b_k^\circ I)(\dot{z}_s - \dot{z}_u)^{k-1}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial f_{mr}}{\partial I} = \sum_{k=0}^6 b_k^\circ (\dot{z}_s - \dot{z}_u)^k. \quad (12)$$

마지막으로  $d(\dot{z}_s - \dot{z}_u)/dI$  와  $d(z_s - z_u)/dI$  를 계산하기 위해  $\dot{z}_u$  와  $z_u$  는 전류값에 독립임을 가정한다. 이것은 타이어스프링상수  $k_u$  가 코일스프링상수  $k_s$  보다 약 10 배정도 크고 차축질량  $m_u$  가 차체질량  $m_s$  보다 약 1/10 가량 작기 때문에 차축의 노면에 대해 운동저항성이 차체보다 매우 작은 점에 기인한다. 그러므로  $d(\dot{z}_s - \dot{z}_u)/dI$  와  $d(z_s - z_u)/dI$  는 다음과 같이 가정된다.

$$\frac{d(\dot{z}_s - \dot{z}_u)}{dI} = \frac{d\dot{z}_s}{dI}, \quad (13)$$

$$\frac{d(z_s - z_u)}{dI} = \frac{dz_s}{dI}. \quad (14)$$

식 (10)~(14)을 종합하여 식 (9)를 정리하면 다음과 같다.

$$m_s \ddot{s} + \left\{ \sum_{k=0}^6 k(a_k^\circ + b_k^\circ I)(\dot{z}_s - \dot{z}_u)^{k-1} \right\} \dot{s} + k_s s + \sum_{k=0}^6 b_k^\circ (\dot{z}_s - \dot{z}_u)^k = 0, \quad (15)$$

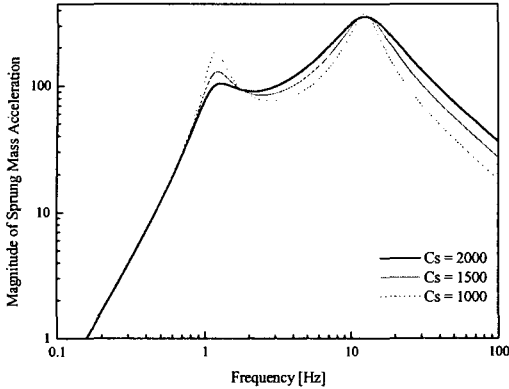


Fig. 6 Frequency responses of the sprung mass acceleration with respect to various damping coefficients (in the case of a passive suspension system using the same values in Table 1)

여기서  $\ddot{s}$ ,  $\dot{s}$  과  $s$  는 각각  $d\ddot{z}_s/dI$ ,  $d\dot{z}_s/dI$  및  $dz_s/dI$  를 나타낸다. 결국 민감도  $\dot{s}$  는 식 (15)와 같이 이차미분방정식으로 표현되고 이 미분방정식의 해를 구함으로써 식 (7)의  $dJ/dI$  를 얻을 수 있게 된다. 이제, 제어법칙 식 (6)은 최종적으로 아래와 같이 구현된다.

$$\dot{i} = \mu_1 \frac{2}{m_s} \left\{ k_s(z_s - z_u) + \sum_{k=0}^6 (a_k^i + b_k^i I)(\dot{z}_s - \dot{z}_u)^k \right\} \dot{s} + \mu_2 |\dot{z}_s|, \tag{16}$$

여기서  $\dot{s}$  은 매 스텝마다 식 (15)를 통하여 계산되는 값이다.

### 3.3 제어법칙의 $\mu_2 |\dot{z}_s|$ 효과

식 (6)의  $\mu_2 |\dot{z}_s|$  는 차체의 공진주파수 영역에서 승차감향상을 얻기 위한 것이다. 이것은 차체가속도의 주파수응답을 살펴봄으로써 설명이 된다. Fig. 6은 댐핑계수( $c_s$ ) 변화에 따른 수동현가시스템(즉,  $F_{damper} = c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u)$ 의 경우)의 노면으로부터 차체가속도의 주파수응답을 나타낸 그림이다. 그림에서와 같이 차체의 공진주파수 영역인 1 Hz 부근에서  $c_s$ 가 커짐에 따라 차체가속도 크기가 작아짐을 알 수 있다. 반면에 1 Hz 이상의 주파수 영역에서는  $c_s$ 가 커짐에 따라 차체가속도 크기가 커지고 있는 것을 볼 수가 있다. 따라서 차체의 공진주파수 영역에서는

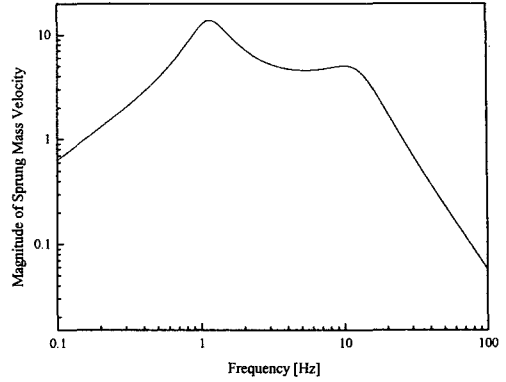


Fig. 7 Frequency response of the sprung mass velocity in the passive case of Fig. 6

댐핑계수를 높이고, 그 이상의 영역에서는 댐핑계수를 줄인다면 승차감향상을 얻을 수 있음을 유추할 수 있다. Fig. 7은 수동현가시스템에서 노면으로부터 차체가속도의 주파수응답을 나타낸 그림이다. 그림에서와 같이 차체의 공진주파수 영역인 1 Hz 부근에서 가장 큰 값을 나타내고 주파수가 커짐에 따라 속도크기가 작아지고 있음을 알 수 있다. 이것은 차체의 절대속도 크기를 식 (6)의  $\mu_2 |\dot{z}_s|$  항의  $|\dot{z}_s|$  과 같이 댐핑계수를 조절하는 계인값으로 사용한다면 Fig. 6에 설명되었던 것과 같은 효과를 얻을 수 있음을 의미한다.

## 4. Stability Analysis

비선형시스템의 국소적 안정성 판별은 평형점에서 선형화하고 그 선형화된 시스템의 Jacobian 행렬의 eigenvalues를 통해 해석되어질 수 있다. 본 논문의 비선형시스템의 Jacobian 행렬을 얻기 위해 다음과 같이 상태변수 및 상태벡터를 정의한다.

$$\begin{aligned} x_1 &= z_s - z_u, & x_2 &= \dot{z}_s, & x_3 &= z_u - z_r, & x_4 &= \dot{z}_u, \\ x_5 &= I, & x_6 &= s, & x_7 &= \dot{s}, \\ X &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_7]^T. \end{aligned} \tag{17}$$

식 (17)의 상태변수를 이용하여, 식 (1), (2), (4), (6) 및 식 (15)를 상태방정식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{z}_s - \dot{z}_u = x_2 - x_4 \equiv f_1(X, t), \\ \dot{x}_2 &= \ddot{z}_s = -\frac{1}{m_s} \left\{ k_s x_1 + \sum_{k=0}^6 (a_k^o + b_k^o x_5)(x_2 - x_4)^k \right\} \\ &\equiv f_2(X, t), \end{aligned} \tag{18}$$

$$\dot{x}_3 = \dot{z}_u - \dot{z}_r = x_4 \equiv f_3(X, t), \quad \text{since } z_r = 0 \quad (20)$$

can be assumed for stability analysis,

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= \ddot{z}_u \\ &= -\frac{1}{m_u} \left\{ -k_s x_1 + k_u x_3 - \sum_{k=0}^6 (a_k^\circ + b_k^\circ x_5)(x_2 - x_4)^k \right\} \\ &\equiv f_4(X, t), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_5 &= \dot{I} \\ &= \mu_1 \frac{2}{m_s} \left\{ k_s x_1 + \sum_{k=0}^6 (a_k^\circ + b_k^\circ x_5)(x_2 - x_4)^k \right\} \cdot f_7(X, t) \\ &\quad + \mu_2 |x_2| \equiv f_5(X, t) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\dot{x}_6 = \dot{s} = x_7 \equiv f_6(X, t), \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_7 = \dot{s} &= -\frac{1}{m_s} \left\{ x_7 \sum_{k=0}^6 (a_k^\circ + b_k^\circ x_5) k (x_2 - x_4)^{k-1} \right. \\ &\quad \left. + k_s x_6 + \sum_{k=0}^6 b_k^\circ (x_2 - x_4)^k \right\} \equiv f_7(X, t). \end{aligned} \quad (24)$$

식 (18)~(24)로부터 평형점을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{a_0^\circ + b_0^\circ x_5}{k_s}, \\ x_2 &= x_3 = x_4 = x_7 = 0, \\ x_5 &= x_5 (\text{any value}), \\ x_6 &= -\frac{b_0^\circ}{k_s}. \end{aligned} \quad (25)$$

이제 식 (18)~(24)를 평형점  $X_e = [-(a_0^\circ + b_0^\circ x_5)/k_s, 0, 0, 0, x_5, -b_0^\circ/k_s, 0]^T$  에서 선형화한 미분방정식은 아래와 같다.

$$\dot{X} = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{X_e} X, \quad (26)$$

여기서

$$\frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{X_e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{a_1^\circ + b_1^\circ x_5}{m_s} & 0 & \frac{a_1^\circ + b_1^\circ x_5}{m_s} & -\frac{b_0^\circ}{m_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{a_1^\circ + b_1^\circ x_5}{m_u} & -\frac{k_u}{m_u} & -\frac{a_1^\circ + b_1^\circ x_5}{m_u} & \frac{b_0^\circ}{m_u} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_1}{m_s} & 0 & \frac{b_1}{m_s} & 0 & -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{a_1^\circ + b_1^\circ x_5}{m_s} \end{bmatrix} \quad (27)$$

이다. 식 (27)를 살펴보면 첫번째 행, 세번째 행, 다섯 번째 행 사이에 linear dependence 관계가 존재함을 알 수 있고, 따라서  $\partial F / \partial X|_{X_e}$  는 nullity (dimension of the nullspace)가 1이고, nullspace안의 어떠한 벡터도 평형점이 될 수 있음을 알 수 있다. 또한  $\partial F / \partial X|_{X_e}$  는 상태변수  $x_5$  를 포함하고 있으므로 eigenvalues는  $x_5$  의 함수임을 알 수 있다.  $x_5$  는 MR댐퍼의 입력전류  $I$  를 나타내므로 실제 적용범위는 0 ~ 3 이 된다.  $I$  의 모든 작동영역 내에서  $\partial F / \partial X|_{X_e}$  의 eigenvalues의 실수부를 MATLAB 을 이용하여 구하면 Fig. 8과 같다. 그림에서와 같이 모든 eigenvalues의 실수부는 0과 음의 값을 나타냄을 알 수 있다. 따라서 원래의 비선형시스템도 평형점에서 국소적으로 안정하게 된다(local stability). 여기서 차량과 차축의 질량, 코일스프링 상수 및 타이어 스프링상수와 같은 시스템 파라미터

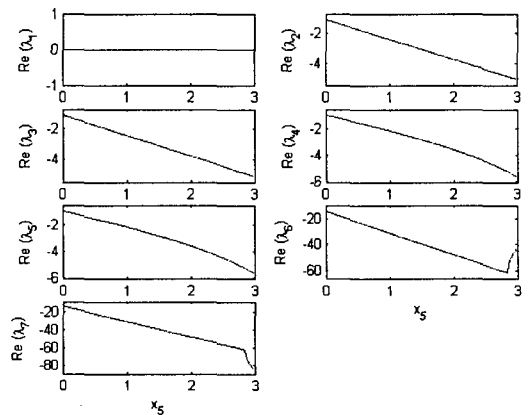


Fig. 8 Real parts of the eigenvalues of  $\partial F / \partial X|_{X_e}$  over the range of  $x_5$  (0~3 A)

의 불확실성에 대한 안정성이 의문시 될 수 있다. 이것을 확인하기 위해 식 (27)에서 파라미터들을 MATLAB의 `syms`를 사용해 변수화 하고, `det()`함수를 이용해 특성방정식을 구하고 Routh안정도 판별 방법으로 분석한 결과 이 파라미터들이 0보다 큰 값에서는 안정함을 알 수 있었다. 이것은 차량시스템의 파라미터들이 다소 변동이 생기더라도 시스템이 안정함을 의미한다.

### 5.시뮬레이션 결과

시뮬레이션은 MATLAB/Simulink으로 이루어지고 세가지 면에서 분석되어 진다. 우선 `gradient method`에 추가된  $\mu_2|\dot{z}_s|$ 의 효과를 알아본다. 다음으로 `modified sensitivity control algorithm`의 성능이 수동 현가시스템과 `skyhook` 제어기와 비교 분석된다. 그리고 마지막으로 차체질량과 코일스프링상수의 변화에 따른 제어알고리즘의 강인성이 분석된다.

#### 5.1 $\mu_2|\dot{z}_s|$ 성능 분석

$\mu_2 = 0$ 일 때의 시뮬레이션한 결과는 Fig. 9와 같이 차체의 공진주파수 영역인 1 Hz 부근에서 수동 현가시스템보다 좋지 않은 성능을 나타내고 있다. 하지만  $\mu_2|\dot{z}_s|$  항을 추가하여 시뮬레이션한 결과는 Fig. 10에 보이는 바와 같이 가중치  $\mu_2$ 가 커짐에 따라 1 Hz 부근에서 성능이 좋아짐을 알 수 있다. 그러나 3 Hz 이상의 고주파 영역에서는 상반된 영향을 주고 있으므로, 저주파 영역의 노면에서는 그 값을 크게하고, 고주파 영역의 노면에서는 작게하는 것이 바람직하다.

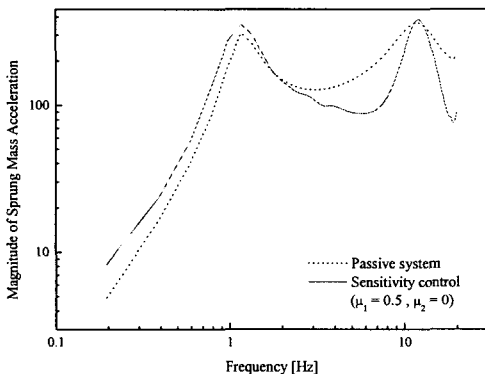


Fig. 9 Frequency responses of the sprung mass acceleration with  $\mu_1 = 0.5$  and  $\mu_2 = 0$

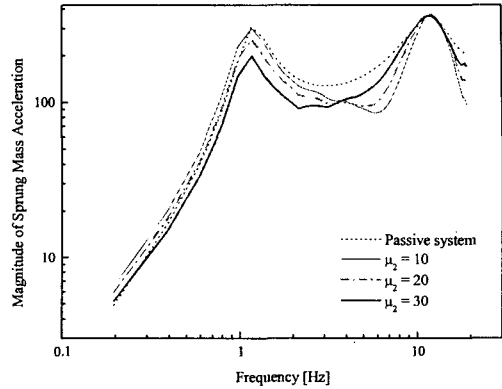


Fig. 10 Frequency responses of the sprung mass acceleration for various values of  $\mu_2$  ( $\mu_1 = 0.5$ )

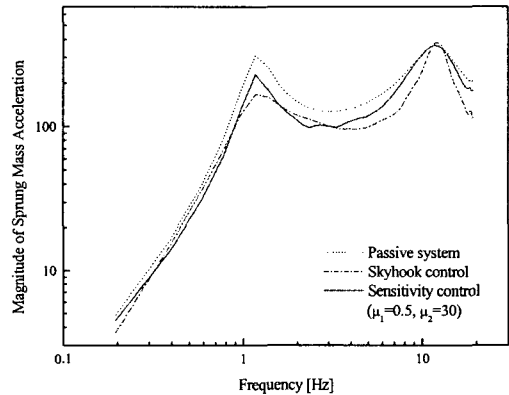


Fig. 11 Comparison of the frequency responses of the sprung mass acceleration

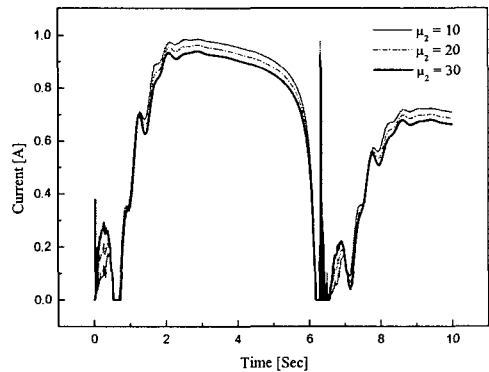


Fig. 12 Input current of the MR CDC damper with  $\mu_2 = 10$ ,  $\mu_2 = 20$ ,  $\mu_2 = 30$



### 5.2 수동 및 skyhook 제어와 결과 비교

본 시뮬레이션에서 비교되는 skyhook 제어 알고리즘은 다음과 같다.<sup>(1)</sup>

$$f_{mr} = c_{sky} \dot{z}_s, \quad \text{if } \dot{z}_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) > 0, \quad c_{sky} = 1500, \\ f_{mr} = 0, \quad \text{if } \dot{z}_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) < 0. \quad (28)$$

Fig. 11은 수동 현가시스템( $c_s = 2000$  N/m), skyhook 제어 식 (28) 및 민감도 제어( $\mu_1 = 0.5$ ,  $\mu_2 = 30$ )의 차체가속도의 주파수 응답을 나타낸 것이다. 차체의 공진주파수 1 Hz 부근의 저주파 영역에서는 민감도 제어가 skyhook제어기보다는 미소하게 좋지 않으나 거의 대등한 성능을 보여주고 있으며 차축의 공진주파수인 11.7 Hz 부근에서는 skyhook 제어기가 수동현가시스템과 비교할 때 성능이 나빠짐에 비하여 민감도 제어기의 경우에는 수동현가시스템과 대등하거나 더 좋은 성능을 보이고 있다. Fig. 12는 modified sensitivity control algorithm의 시뮬레이션에서 계산된 전류값으로서  $\mu_2$ 에 따라 다른 값을 나타내고 있다. Skyhook 제어를 실제 시스템에 적용할 경우에는 전류값을 계산해 주어야 하는데 이것은 식 (4)를 식 (29)와 같이 변형하여 얻어진다.

$$I = \frac{f_{mr} - \sum_{k=0}^n a_k^o (\dot{z}_s - \dot{z}_u)^k}{\sum_{k=0}^n b_k^o (\dot{z}_s - \dot{z}_u)^k}, \quad n = 6. \quad (29)$$

### 5.3 강인성 분석

식 (15)에서 얻어진 민감도  $\dot{s}$ 은 표준 차체질량 ( $m_s = 460$  Kg)과 코일스프링상수 ( $k_s = 28000$  N/m)를 가지고 계산된다. 그러므로 실제 차체질량과 코일스프링상수에 변동이 생길 경우 제어성능에 변화가 예상된다. 이것을 확인하기 위해 차체질량  $m_s$ 은 70 kg을 증가시키고 코일스프링상수  $k_s$ 는 3000 N/m를 감소시킨 것을 각각 시뮬레이션 하였다. Fig. 13와 14는 차체변위 전달률을 나타낸 것이고 Fig. 15와 16은 차체가속도의 주파수응답을 FFT한 시뮬레이션결과이다. 그림에서와 같이 현가시스템의 파라미터변화에 대해 차체변위 전달률과 가속도크기에서 거의 변동이 없음을 확인할 수 있다. 즉 본 논문에 적용된 modified sensitivity control algorithm은 현가시스템의 파라미터변동에 대한 강인성이 높음을 알 수 있다.

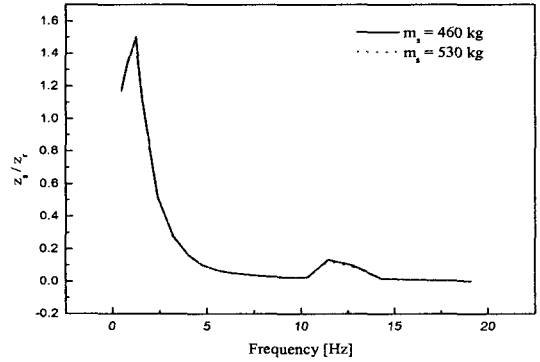


Fig. 13 Transmissibility comparison between two sprung masses

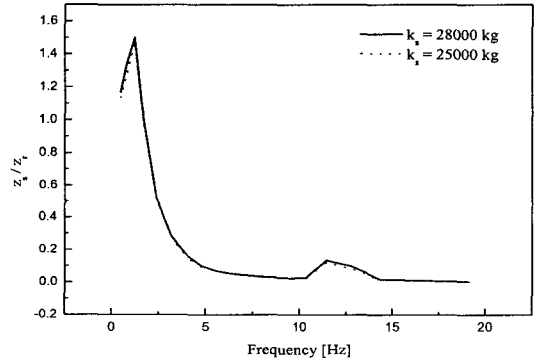


Fig. 14 Transmissibility comparison between two coil spring constants

## 6. 결론

본 논문에서는 차체의 공진주파수 영역인 1 Hz 부근에서 좋은 성능을 얻기 위해 gradient method에  $\mu_2|\dot{z}_s|$ 항을 추가한 modified sensitivity control algorithm을 제시하였다. 제안된 제어기로 시뮬레이션한 결과, 수동현가시스템에 비해 비교적 좋은 주파수응답을 얻을 수 있었고 skyhook 제어결과와 비교했을 때는 차체의 공진주파수 영역에서는 조금 안 좋은 성능을 보였으나 차축의 공진주파수 영역에서는 더 나은 성능을 보였다. 그러나  $\mu_2|\dot{z}_s|$ 항의 가중치  $\mu_2$ 는 차체 및 차축의 공진주파수 영역에서 상반된 영향을 미치므로, 저주파 영역의 노면에서는 그 값을 크게 하고, 고주파 영역의 노면에서는 작게하는 것이 바람직하다. 또한 제안된 알고리즘은 MR 댐퍼의 반응시간 (10~15 msec)을 고려하지 않은 것으로서, 실제 시스템에서 반응시간에 비해 현가시스템의 운동이

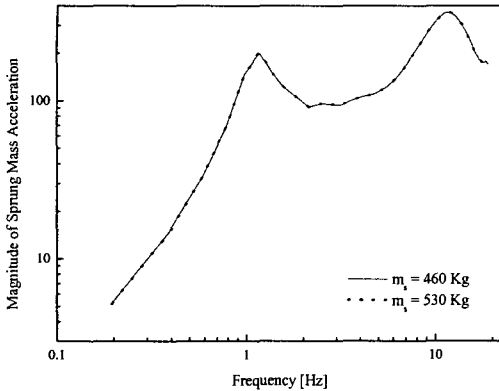


Fig. 15 Comparison of the frequency responses of the sprung mass

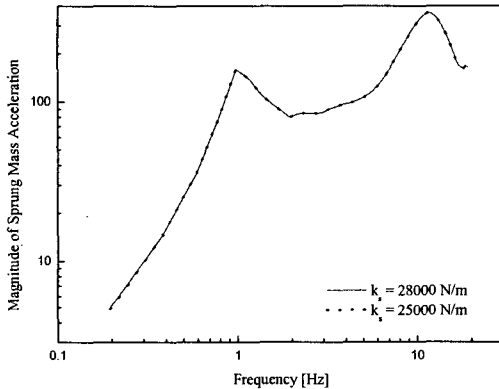


Fig. 16 Comparison of the frequency responses of the sprung mass

빠르게 일어난다면 시뮬레이션결과와는 다소 차이가 있을 것으로 예상된다. 현가시스템의 파라미터 변동에 대한 강인성 분석에서는 차체변위 전달률과 가속도크기의 주파수응답이 거의 변화가 없음을 확인하였다. 이것은 현가시스템의 파라미터가 외부환경에 의해 다소 변하더라도 제어성능에는 큰 영향을 미치지 않음을 의미한다. 종합적으로 고찰해 볼 때 본 논문에서 제안한 modified sensitivity control algorithm은 상대변위센서로부터 얻어진 하나의 신호데이터만을 사용함으로써 경제적 측면에서 유리한 점을 가짐과 동시에 수동 현가시스템과 skyhook 제어기와 비교했을 때 비교적 좋은 성능을 보임을 알 수 있다.

#### 참고문헌

(1) Ahmadian, M. and Christopher, A. P., 2000, "A Quarter-Car Experimental Analysis of Alternative Semiactive Control Methods," *Journal of Intelligent*

*Material Systems and Structures*, Vol. 11, No. 8, pp. 604~612.

- (2) Bingham, E. C., 1922, *Fluidity and Plasticity*, McGraw-Hill, New York.
- (3) Bouc, R., 1967, "Force Vibration of Mechanical Systems with Hysteresis," *4th Conf. on Nonlinear Oscillation*, Prague.
- (4) Choi, S. B., Park, D. W. and Park, Y. P., 2001, "A Hysteresis Model for the Field-Dependent Damping Force of a Magnetorheological Damper," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 245, No. 2, pp. 375~383.
- (5) Choi, S. B., Park, D. W. and Suh, M. S., 2002, "Fuzzy Sky-Ground Hook Control of a Tracked Vehicle Featuring Semi-Active Electrorheological Suspension Units," *ASME Transactions, Journal of DSMC*, Vol. 124, No. 1, pp. 150~157.
- (6) Du, H., Sze, K. Y. and Lam J., 2005, "Semi-Active H<sub>infinity</sub> Control of Vehicle Suspension with Magneto-rheological Dampers," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 283, No. 3, pp. 981~996.
- (7) Glauser, G. L., Juang, J. N. and Sullia, J. L., 1995, "Optimal Active Vibration Absorber: Design and Experimental Results," *ASME Transactions, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 117, No. 4, pp. 165~171.
- (8) Goncalves, F. D. and Ahmadian, M., 2003, "A Hybrid Control Policy for Semi-Active Vehicle Suspensions," *Shock and Vibration*, Vol. 10, No. 1, pp. 59~69.
- (9) Hong, K. S., Jeon, D. S., Yoo, W. S., Sunwoo, H., Shin, S. Y., Kim, C. M. and Park, B. S., 1999, "A New Model and an Optimal Pole Placement Control for the MacPherson Suspension System," *SAE Paper*, No. 1999-01-1331, pp. 267~276.
- (10) Hong, K. S., Sohn, H. C. and Hedrick, J. K., 2002, "Modified Skyhook Control of Semi-Active Suspensions: A New Model, Gain Scheduling, and Hardware-in-the-loop Tuning", *ASME Transaction, Journal of DSMC*, Vol. 124, No. 1, pp. 158~167.
- (11) Karnopp, D.C., Crosby, M.J. and Harwood, R.A., 1974, "Vibration Control Using Semi-active Force Generator," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 96, No. 2, pp. 619~626.
- (12) Liu, Y., Waters, T. P. and Brennan, M. J., 2005, "A Comparison of Semi-Active Damping Control Strategies for Vibration Isolation of Harmonic Disturbances," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 280, No. 1, pp. 21~39.
- (13) Roh, H. S. and Park, Y., 1990, "Stochastic Optimal Preview Control of an Active Vehicle Suspension," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 220, No. 2, pp. 313~330.
- (14) Song, X., Ahmadian, M., Southward, S. and Miller, L.R., 2005, "An Adaptive Semi-active Control Algorithm for Magnetorheological Suspension Systems," *ASME Journal Vibration Acoustics*, Vol. 127, No. 5, pp. 493~502.
- (15) Wen, Y. K., 1975, "Approximate Method for Non-Linear Random Vibration," *J. Engng. Mech. ASCE*, Vol. 102, No. 2, pp. 249~263.