< 논문 >

등가자화전류를 이용한 최적코일형상 설계방법

김우철* · 김민태* · 김윤영†

(2006 년 5 월 30 일 접수, 2006 년 11 월 14 일 심사완료)

Optimal Coil Configuration Design Methodology Using the Concept of Equivalent Magnetizing Current

Woochul Kim, Min Tae Kim and Yoon Young Kim

Key Words : Equivalent Magnetizing Current(등가자화전류), Topology Optimization(위상최적화), Single Strand Coil(외가닥코일), Lorentz Force(로렌츠힘)

Abstract

A new electric coil design methodology using the notion of topology optimization is developed. The specific design problem in consideration is to find optimal coil configuration that maximizes the Lorentz force under given magnetic field. Topology optimization is usually formulated using the finite element method, but the novel feature of this method is that no such partial differential equation solver is employed during the whole optimization process. The proposed methodology allows the determination of not only coil shape but also the number of coil turns which is not possible to determine by any existing topology optimization concept and to perform single coil strand identification algorithm. The specific applications are made in the design of two-dimensional fine-pattern focusing coils of an optical pickup actuator. In this method, the concept of equivalent magnetizing current is utilized to calculate the Lorentz force, and the optimal coil configuration is obtained without any initial layout. The method is capable of generating the location and shape of every single coil strand iteratively. And it is also possible to express the density of turns of coil. To confirm the effectiveness of the proposed method in optical pickup applications, design problems involving multipolar permanent magnets are considered.

1. 서 론

광구동장치(optical pickup actuator)와 같이 코일로 구동력을 발생시키는 장치에서는 코일 설계가 중요한 설계 이슈중의 하나이다. 지금까지의 코일설계는 설계자가 미리 결정한 코일의 개수와 위치를 기준으로 형상이나 크기를 조절하는 제한된 방법이었다.[1-4] 하지만 최적 코일설계를 위해서는 초기설정 없이 코일의 수와 위치까지 결정할 수 있는 방법이 요구된다. 최근 Kim 등[5,6]이 기존의 코일 위상최적설계법(topology optimization method)[7]과는 다른, 새로운 코일설계 방법을 제시하여 이러한 목적을 부분적으로 달성하였다. 하지만 설계가 두 단계로 나누어 진행되었고, 특히 두 번째 단계에서는 편미분방정식을 풀어 세부코일형상을 찾아내기 때문에 설계과정이 번거로운 단점이 있었다.

본 연구에서는 위상최적설계법의 정식화 개념을 활용하되 미분방정식을 풀지 않으면서 코일의 형상과 개수, 나아가 감은 수까지를 찾아내는 새로운 방법을 제안하고자 한다. 이를 위해 설계 영역에서 전류가 흐르는 코일을 등가 자기쌍극자(equivalent magnetic dipole)로 취급한 후, 그것들을 이산화된 사각형요소(rectangular element)로 표현한다. 자기장이 인가된 영역 안에서 코일에 흐르는 전류로 인해 발생하는 로렌츠힘(Lorentz force)을

* 서울대학교 대학원 기계항공공학부
† 책임저자, 회원, 서울대학교 기계항공공학부
E-mail : yykim@snu.ac.kr
TEL : (02)880-7154 FAX : (02)872-5431

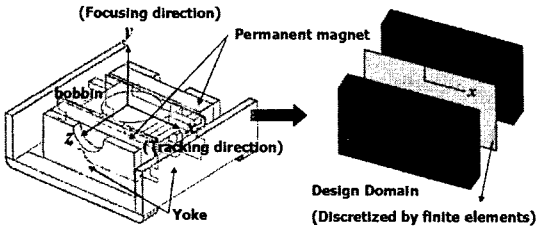

Fig. 1 Schematic illustration of an optical pickup actuator employing fine-pattern coils lying in the 2-D plane

계산하기 위하여, 전류를 등가 자화전류(equivalent magnetizing current: EMC) 개념[8,9]을 이용하여 다루었다. 이를 적용하여 로렌츠힘 최적화를 수행하고, 그 결과 얻어진 형상을 후처리 과정을 통해 폐루프(closed loop) 형태의 외가닥 코일을 결정하는 방안을 고안하였다. 매번 새로운 외가닥 코일을 추가할 때마다, 이미 결정된 코일부분을 제외한 영역을 다음 번 최적화 과정의 설계영역으로 취급하였다. 요구되는 코일 감은 수가 얻어질 때까지 일련의 과정을 반복하면 최적화된 최종 코일을 찾을 수 있다.

제안된 최적설계기법의 유효성을 검증하기 위하여, Fig. 1 에서와 같은 다극성자석(multipolar permanent magnet)을 가지는 광구동장치의 파인패턴코일(fine-pattern coil) 설계문제를 선택하였다. 이 설계문제는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\text{Maximize } F_y \tag{1a}$$

$$\text{Subject to } |F_x| < \varepsilon \text{ (small value)} \tag{1b}$$

식 (1)의 F_x 와 F_y 는 각각 x, y 방향의 로렌츠힘을 의미한다. 이 문제에서는 영구자석에 의해 설계영역에 인가되는 자기장은 주어지며, 코일은 이차원 평면설계영역에 위치한다고 가정하였다.

2. EMC 개념을 이용한 외가닥 코일설계

2.1 EMC 개념을 이용한 로렌츠힘의 계산

식 (1)에서와 같이 F_y 의 값을 최대화하기 위해서는 x, y 각 방향의 로렌츠힘을 계산할 수 있어야 한다. 이를 위하여 앞서 언급하였던 등가 자화전류 개념을 사용하고자 한다.

먼저 Fig. 2 에서와 같이 전체 설계영역을 많은 수의 사각형 요소로 나눈다. 이 때 각 요소를 루프 전류가 흐르는 자기쌍극자(magnetic dipole)라

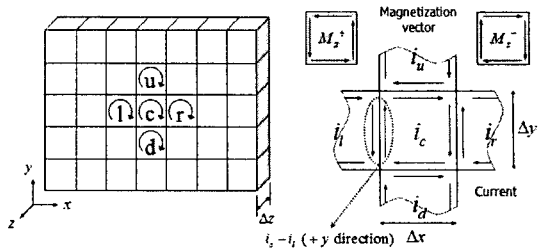

Fig. 2 Illustration of the EMC concept

가정하는데, 각각에 가변 자화값(magnetization)을 갖는 자화벡터(magnetization vector) M_z 를 할당한다. 그런 다음 아래의 관계를 이용하여 각 요소 경계에 흐르는 전류 값을 결정한다.

$$i_k = M_{z,k}\Delta z \tag{2}$$

식 (2)에서 i_k 는 k 번째 요소 경계에 흐르는 전류이며, Δz 는 z 방향으로의 두께이다. 일련의 과정을 거쳐서 설계영역 내의 모든 요소에 자화벡터 값이 결정되었다면 각각의 요소 경계에 흐르는 전류를 알 수 있으며, 이를 통해 코일의 경계를 결정할 수 있다.

2 차원 설계영역 상에서 나타날 수 있는 자화벡터 M_z 의 $+z$ 와 $-z$ 두 방향을 모두 표현 하기 위하여, 아래와 같은 보간식(interpolation scheme)을 사용하였다.[5,10]

$$\mathbf{M}_z(\chi_0,\chi_1) = \chi_0{}^n[\chi_1{}^n\mathbf{M}_z^+ + (1-\chi_1)^n\mathbf{M}_z^-]$$
$$0 \le \chi_0, \chi_1 \le 1 \tag{3}$$

식 (3)은 χ_0 와 χ_1 의 변화에 따라 두 가지 재료(two-material)를 나타낸다. 설계변수 χ_0 는 자화벡터의 존재를 결정짓는 변수로, 만약 그 값이 1 이면 해당 요소에 자화벡터를 가지는 재료가 존재함을 의미하며, 0 의 값을 가질 경우에는 재료가 존재하지 않는 빈 영역(void)을 나타낸다. 설계변수 χ_1 은 각기 다른 자화벡터의 방향을 갖는 재료를 결정짓는 변수로, 1 의 값에서는 $+z$ 방향을, 0 의 값에서는 $-z$ 방향을 가진 재료를 표현한다. 최적화가 끝난 시점에서 모든 설계변수들이 0 과 1 로 수렴해야만 명확한 형상을 얻을 수 있으므로 벌칙상수(penalization factor) n 을 도입하였는데, 본 연구에서는 $n=3$ 을 사용하였다.

최적화 과정에서 χ_0 와 χ_1 이 결정되면 요소경계에 흐르는 전류의 크기를 구할 수 있다. 자석에 의해 주어지는 자속밀도 B 를 알고 있기 때문에 $\mathbf{F} = id\mathbf{l}\times\mathbf{B}$ 식을 이용하여 쉽게 로렌츠힘을 구할 수 있다. 예를 들어, Fig. 2 에서와 같이 결정된 전류에 의해 c 요소에서의 로렌츠힘은 다음과 같이

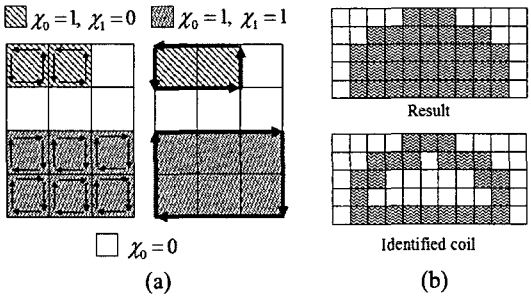

Fig. 3 (a) Surface current distributions for ($\chi_0=1$, $\chi_1=0$), ($\chi_0=1$, $\chi_1=1$) and $\chi_0=0$ (b) procedure to identify the single strand coil

계산할 수 있다.

$$F_x^c=[-(i_c-i_r)(B_{z,c}+B_{z,r})/2 +(i_c-i_l)(B_{z,c}+B_{z,l})/2]\Delta y \quad (4a)$$

$$F_y^c=[-(i_c-i_u)(B_{z,c}+B_{z,u})/2 +(i_c-i_d)(B_{z,c}+B_{z,d})/2]\Delta x \quad (4b)$$

식 (4)에서, u, d, l, r 는 c 요소를 둘러싸고 있는 네 방향의 요소를 나타내는 첨자이다. 식 (4)에서 알 수 있듯이, 특정 요소의 경계에 작용하는 로렌츠힘은 주변 요소의 영향을 받게 된다.

요소경계에 흐르는 전류분포로부터 어떻게 코일을 찾아내는지를 보다 자세히 알아보자. Fig. 3(a)은 요소가 가질 수 있는 3 가지 설계변수의 조합(설계변수가 0 과 1 로 수렴되었다고 가정함)을 보여주고 있다. 동일한 설계변수 값들을 가지는 요소들이 모여있게 되면 각 경계에 존재하는 전류들은 서로 상쇄되므로, 결국 요소들의 경계에서만 전류가 존재하게 된다. 만일 전체 설계 영역이 충분히 많은 수의 요소들로 이루어져 있어 사각형 요소의 한 변이 코일의 직경에 가까워지면, Fig. 3(b)에서와 같이 경계에 존재하는 한 줄의 요소들을 한 가닥의 코일로 간주할 수 있다.

위에서 설명하였듯이, 여기서 제시한 등가 자화전류 개념을 사용하면 임의의 코일 형상을 쉽게 표현할 수 있을 뿐 아니라, 정전기장 해석(electrostatics analysis)을 위해 많은 계산시간을 요구하는 편미분방정식 해석이 필요하지 않다는 것을 알 수 있다. 지금까지 설명한 과정은 참고문헌[5]에 자세히 설명되어 있으며, Fig. 4 는 이 방법에 의해 최적화가 이루어지고 있는 과정을 보여주고 있다.

2.2 외가닥 코일 형상 추출을 위한 후처리

지금까지는 전체 코일의 위치와 개수를 결정짓기 위해 미분방정식을 풀지 않고 찾아내는 방법을 살펴보았다. 지금부터는 2.1 절의 방법에서 얻어진 결과에서 출발하여 외가닥 코일을 추출하고, 또 그 코일에 새로운 외가닥 코일을 추가해나가는 방법을 제시하려고 한다. 이전까지 이러한 시도가 전혀 없었다는 점을 강조하면서, 지금부터 본 연구에서 개발한 외가닥 코일 추가 방법을 설명하고자 한다.

첫째, Fig. 4 의 최종 이미지 결과, 즉 2.1 절의 방법으로 얻은 최적화 결과로부터, 최외곽의 외가닥 코일을 추출해야 한다. 그런데 최적설계 방법이 0 과 1 의 이산변수 대신, 빠른 수렴을 위해 0 과 1 사이에서 변하는 연속 변수를 사용하고 또 문제 자체가 많은 국부 최적해를 갖기 때문에, Fig. 4 에서처럼 많은 고립된 영역을(그림에서 점처럼 보임) 가질 수 있다. 만약 이런 영역을 모두 의미 있는 코일 영역으로 간주하여 외가닥 코일을 추출하면, 아주 작은 많은 외가닥 코일들을 추출하게 된다. 따라서 2.1 절의 최적화 과정으로 구해지는 최대 로렌츠힘의 값을 크게 변화시키지 않는 한, 점처럼 표시되는 작은 영역을 제거해야만, 공학적으로 의미 있는 큰 외가닥 코일을 추출하기 용이할 것이다.

Fig. 5 는 2.1 절의 최적화 결과로부터 외가닥 코일을 추출해내는 과정을 도식적으로 보여주고 있다. 여기서 사용된 후처리 알고리즘의 목적은 작은 고립된 영역들을 제거하는 것이다. 다시 말해 일정한 크기 이상의 영역들은 형상의 변화 없이 그대로 보존한 채, 그 이하의 영역만을 제거하는 것이다.

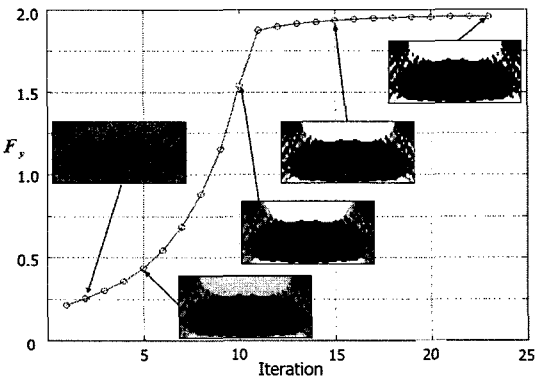

Fig. 4 Optimization history when the design method of section 2.1 is used

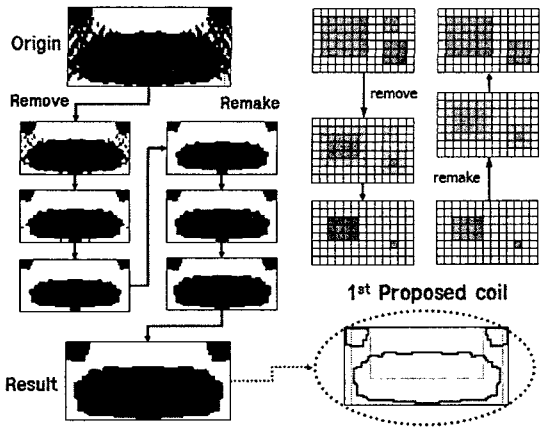

Fig. 5 Postprocessing to identify a single strand coil

이 알고리즘은 크게 불필요한 요소를 제거(remove)하는 단계와 그 과정에서 없어진 의미 있는 코일부분을 다시 재생(remake)시키는 단계로 이루어진다. 먼저 제거단계에서는 χ_0 값이 1 인 요소들의 독립된 집합에서 최외곽 한 줄의 요소들의 χ_0 값을 0 으로 만든다. Fig. 5 의 오른쪽에 나타난 것처럼 이 단계를 한 번 실행하면 2×2 로 이루어진 요소그룹은 사라지게 되며, 그 이상의 크기를 가진 부분만이 남게 된다. 이와 같은 제거 단계를 몇 차례 적용하면 소규모의 요소그룹들은 완전히 사라지게 되나, 로렌츠힘을 발생시키는 주요 코일 부위의 일부 요소들도 제거된다. 따라서, 이러한 문제점을 해결하기 위해 제거단계 횟수와 동일한 횟수의 재생단계를 실행함으로써 제거단계에서 사라지지 않고 남은, 주요 코일부위에서 제거되었던 요소들을 다시 재생시켜준다. 다시 말해 이 후처리 과정에서 제거 및 재생 단계를 n 회 실행하게 될 경우 $2n \times 2n$ 이하의 소규모 요소그룹은 사라지게 되며, 그 이상의 부분은 후처리 전의 형상과 차이 없이 남아있게 된다. 물론 보다 복잡한 알고리즘을 적용하면 재생 없이 불필요한 부분만을 없앨 수도 있으나, 다양한 문제에 적용하기 위해서는 이와 같이 간단한 2 단계 알고리즘을 사용하는 것이 바람직하다.

Fig. 5 는 3 회의 제거단계와 3 회의 재생단계를 거쳐 외가닥 코일을 추출해내는 과정을 보여주고 있다. Fig. 5 에 있는 최초의 결과로부터는 바로 외가닥 코일을 추출하기 어렵지만, 제거와 재생의 후처리 과정을 거치면 명확한 경계를 얻을 수 있다. 즉 Fig. 5 의 'result'라고 표시된 것이 각각 3 회씩의 제거/재생 단계를 거쳐 얻은 결과인데, 이 결과가 얻어지면 최외곽 요소만을 선택하여 바로 외가닥 코일을 얻을 수 있다. 이 후처리 방법을 사용하면 목적값에 상대적으로 적은 영향을 주는 소규모의 요소그룹을 원래의 형상에 큰 변화를 주지 않고 효과적으로 제거할수 있다는 장점이 있다. 하지만 앞서 언급한 것처럼 단순히 형상에 대한 정보만으로 후처리를 하기 때문에, 후처리 과정 중 의미 있는 코일 부분도 제거될 수 있다는 의문점을 제시할 수 있다. 따라서 Table 1 에서처럼 후처리 전후의 코일에 의해 구해지는 로렌츠힘을 비교함으로써, 제시된 후처리 과정이 로렌츠힘을 거의 변화시키지 않는다는 사실을 확인하였다.

Table 1 Influence of the post processing on the Lorenz force in the focusing direction

Force	# of element	Origin	Post processed	Difference [%]
$\lvert F_y \rvert$	78 by 36	1.954	1.941	-0.65
	104 by 48	1.958	1.944	-0.70

Table 1 은 전체 설계영역을 각각 78×36, 104×48 개의 요소로 나눈 두 경우에 대해, 제안된 후처리 알고리즘에 의해 로렌츠힘 크기의 변화를 나타낸다. 설계영역을 78×36 개의 요소로 분할한 경우, 후처리 후 초점방향 로렌츠힘 F_y 가 단지 0.65% 감소하였으며, 104×48 개의 요소로 분할한 경우에는 0.70%만 감소하였다. 두 경우 모두 1%미만의 미소한 차이가 발생하였다. 따라서 제안된 후처리 방법을 사용하면, 2.1 절에서 제시된 방법으로 얻은 최적화된 코일 성능을 거의 변화시키지 않으면서도 효율적으로 외가닥 코일 형상을 찾아낼 수 있다.

또한 후처리 과정에서 얻어지는 외가닥 코일은 한 줄의 요소집합으로 이루어져 있기 때문에 간단하게 코일의 질량을 계산할 수 있다.

3. 다가닥 코일 설계

2 절의 설계방법을 이용하면 주어진 설계영역에서 원하는 목적함수, 예를 들어 초점방향의 로렌츠힘을 최대로 하는 외가닥의 코일 형상을 찾아낼 수 있다. Fig. 1 에 있는 것과 같은 파인패턴 코일의 경우, 이차원 평면에 코일이 다가닥으로 놓이게 된다. 만약 허용된 총 코일 질량이 2 절에서 구한 외가닥 코일의 질량보다 크다고 하면(실제 공학적 응용의 경우 이 조건이 거의 항상 성립됨), 이 때 최대의 성능을 내기 위해서 추가의 외가닥

코일들을 어떻게 배치할지를 결정해야 한다. 예를 들어 Fig. 5 의 큰 외가닥 코일이 위치한 영역에 코일을 추가해야 할 지 아니면 작은 외가닥 코일 쪽에 추가해야 하는지의 선택을 해야 하며, 또한 만약 큰 코일이 위치한 영역에 코일을 추가 배치하기로 하면, 그 안쪽에 배치해야 할지 아니면 그 바깥쪽에 배치해야 할지를 결정해야 한다. 다시 말해 추가 외가닥 코일 배치에 대해 최적화 문제를 다시 풀어야만 하는 것이다.

이를 위해 앞 절에서 사용했던 등가 자화전류 개념을 이용하여 다음과 같은 방법을 제안하고자 한다.

3.1 설계영역의 재설정

먼저 등가 자화전류 개념을 이용하여 외가닥 코일을 설계하려면 그 외가닥 코일은 항상 폐루프 형태를 가지게 된다는 사실의 중요성을 인식해야 한다. 또한 새로 추가되는 코일은 반드시 기존의 외가닥 코일이 있는 부분을 제외한 나머지 설계영역에 배치되어야만 한다. 따라서 2.1 절의 설계방법으로 추가 외가닥 코일 위치를 결정하기 위해서는 설계영역을 재설정해 주는 과정이 선행되어야만 한다. 즉 이전의 과정에서 구해진 외가닥 코일이 놓인 요소 위치를 설계영역에서 제외시키는데, 새로 추가되는 외가닥 코일은 언제나 폐루프 형태를 갖게 된다는 점을 반영해야 한다는 것이다. 따라서 Fig. 6 에서의 Proposed coil 에 외가닥 코일을 추가하기 위해서는, 전체의 설계영역을 기존 코일의 안쪽 영역과 바깥 영역 두 부분으로 나눈 다음 각각 영역에서 독립적으로 코일형상을 찾아간다. 이런 방식을 적용하면 기존의 코일 위치를 피하면서 폐루프를 형성하는 추가의 외가닥 코일을 설계할 수 있으며, 최적화 설계변수의 수를 크게 줄일 수 있다.

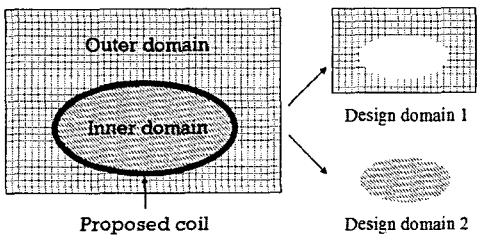

Fig. 6 The division of the design domain about the optimized single strand coil

3.2 새로운 설계영역에서의 코일설계

내부와 외부로 구분된 영역에서 최적의 외가닥 코일은 추가적인 수정 없이 각각의 설계영역에 2.1 절의 방법을 적용하여 구할 수 있다. 반복적으로 코일을 한 가닥씩 설계해나가는 절차를 Fig. 7 의 순서도에 정리하였다.

Fig. 7 의 절차를 보면 먼저 전체 설계영역에서 초점방향으로 최대의 힘을 낼 수 있는 코일의 형상을 찾는데(이것은 2.1 절의 방법을 처음 적용하는 단계를 나타냄), 그 다음 단계부터가 여기서 제시하는 설계방법이다. 먼저 외가닥 코일을 경계로 전체 설계 영역을 내부영역(inner domain)과 외부영역(outer domain)으로 나눈다. 각각의 설계영역

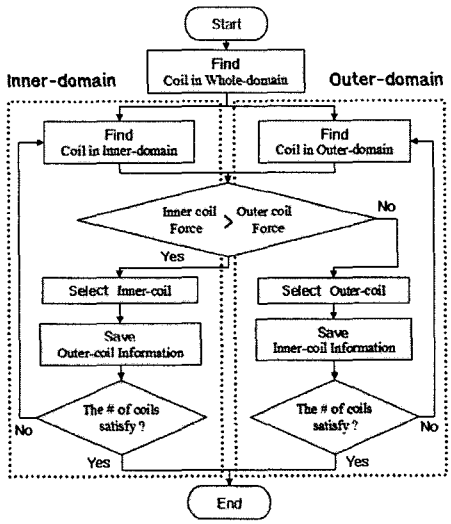

Fig. 7 The flowchart to find addition coil strand configuration in two separated design domains

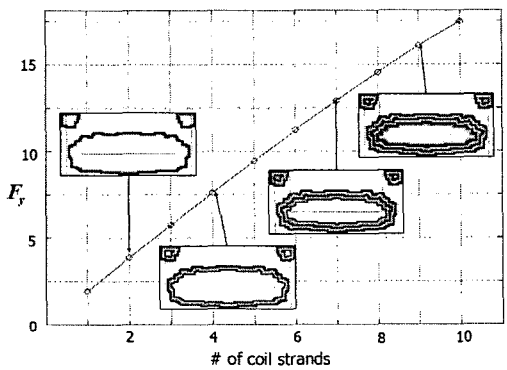

Fig. 8 The history of the total Lorenz force during the optimization of multiple coil strands

에서 최적의 외가닥 코일을 설계하면, 일반적으로는 기존의 외가닥 코일 가까운 안쪽 또는 바깥쪽에 그것들이 나타나게 된다. 이는 2.1 절에서 제안된 기존의 외가닥 코일이 가장 최적의 위치에 존재하기 때문이다. 이 단계에서 얻어진 2 개의 외가닥 코일 중 더 큰 로렌츠힘을 주는 쪽을 선택한다. 이 때, 선택되지 않은 다른 외가닥 코일에 대한 정보는 다음 단계에서의 불필요한 계산을 피하기 위해 임시로 저장해둔다.

다음 절차는 지금까지 선택된 모든 외가닥코일들이 놓이는 요소를 설계영역에서 제외하여 위에서 설명한 과정을 반복하는 절차이다. 이 때, 이미 전 단계에서 선택되지 않은 코일 정보를 이용하면 두 개의 설계 영역 중 한 영역에서만 새로운 외가닥 코일을 찾으면 된다.

Fig. 8 은 이상의 방법에 의해 최적화가 수행되는 과정을 보여주고 있다. 코일가닥 수가 늘어나면서 초점방향의 전체 로렌츠힘이 점점 증가하는 것을 확인할 수 있다.

3.3 로렌츠힘 대 질량 비의 고려

지금까지 최적화의 목적은 초점방향으로의 로렌츠힘을 최대화시키는 것으로 질량 등을 고려하지 않고 최적설계를 수행한 결과를 제시하였다. 하지만 만약 코일이 구동부에 놓이는 경우, 구동성능에 큰 영향을 주는 질량을 간과할 수 없다. 따라서 코일에 의해 얻어지는 전체 로렌츠힘을 단위질량을 기준으로 고려한 설계를 수행할 필요가 있다.

2.2 절에서 언급한 것처럼 외가닥 코일은 한 줄의 요소그룹으로 이루어져 있으므로, 쉽게 코일의 질량을 구할 수 있다. 이를 이용하여 얻은 힘 대 질량의 비를 그려본 결과가 Fig. 9 에 나타나 있다. 질량대비 로렌츠힘은 코일가닥이 추가되면서 증가하다가 12 번 가닥이 추가된 이후부터는 감소하는 현상을 보인다. 즉 12 번째 이후에는 로렌츠힘은 증가하지만 질량대비 로렌츠힘은 오히려 감소된다는 것을 알 수 있다. 따라서 로렌츠힘 대 질량을 고려한 설계를 해야 하는 경우, Fig. 9 에서 제시하는 결과를 활용하면 매우 유익할 것이다.

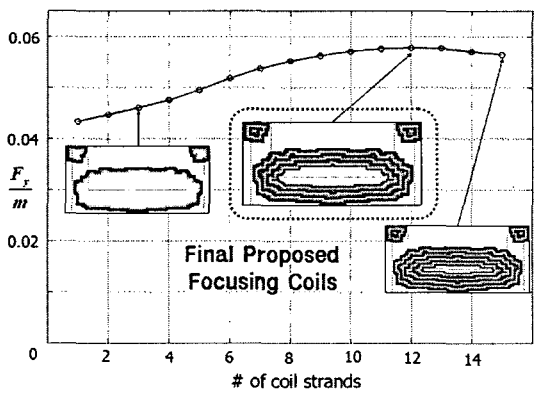

Fig. 9 The history of total Lorenz force per total mass resulting from multiple strands of focusing coil

물론 실제 코일 설계 시에는 Fig. 9 에서 제시한 질량대비 로렌츠힘 비 이외에 고려해야 할 요소들이 많다. 하지만 이 논문에서 제시한 코일 최적설계법을 활용하면, 새로운 형상의 코일을 간단하고 빠르게 설계할 수 있을 것이다.

4. 결 론

코일 최적 설계를 위한 새로운 설계기법을 제안하였으며, 그 유용성을 로렌츠힘 최대화 문제를 이용하여 확인하였다. 지금까지 사용되고 있는 기존의 다른 설계방법과 비교할 때, 제안된 방법은 다음과 같은 특징을 갖는다.

(1) 초기 후보 코일 형상 없이, 코일의 개수, 위치는 물론 외가닥 코일의 개수까지를 찾아낼 수 있다.

(2) 편미분방정식을 풀지 않고 해석이 가능하기 때문에, 매우 효율적으로 설계를 수행할 수 있다.

이 연구에서 제안한 방법은 초기 후보 코일 형상 없이 설계를 수행하는 방법이라는 점에서 기존의 위상최적설계기법의 아이디어를 응용하였지만, 미분방정식을 사용하는 전통적인 개념을 벗어나 이를 사용하지 않는 문제에도 위상최적설계기법의 아이디어를 제시하였다는 점에서 학문적 의의가 있는 것으로 볼 수 있다.

후 기

본 연구는 서울대학교 정밀기계설계연구소와 계약된 창의적연구진흥사업(한국 과학기술부 승인번호 2005-022)에 의해 지원되었습니다.

참고문헌

(1) Simkin, J. and Trobridge, C. W., 1991, "Optimization Problem in Electromagnetics," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 27, No.5, pp. 4016~4019.

(2) Byun, J. K. and Hahn, S. Y., 1999, "Topology Optimization of Electrical Devices Using Mutual

Energy and Sensitivity," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 35, No.5, pp. 3718~3720.
(3) Kitamura, M., Kakukawa, S., Mori, K. and Tominaka, T., 1994, "An Optimal Design Technique for Coil Configurations in Iron-Shielded MRI Magnets," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 30, No.4, pp. 2352~2355.
(4) Nishimura, K., Nakata, S. and Nakagawa, T., 1997, "Optimization of the Coil Distribution in Deflection Yoke for CRT," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 33, No.2, pp. 1848~1851.
(5) Kim, W., Kim, J. E. and Kim, Y. Y., 2005, "Coil Configuration Design for the Lorentz Force Maximization by the Topology Optimization Method: Applications to Optical Pickup Coil Design," *Sens. Actuators: Phys. A*, Vol. 121, pp. 221~229.
(6) Kim, W., Kim, J. E., and Kim, Y. Y., 2005, "Two-Phase Optimization for the Design of Multiple Coils," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 10, pp. 4093~4095.
(7) Dyck, D. N. and Lowther, D. A., 1996, "Automated Design of Magnetic Devices by Optimizing Material Distribution," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 32, No. 2, pp. 1188~1192.
(8) Kabashima, T., Kawahara, A. and Goto, T., 1988, "Force Calculation Using Magnetizing Current," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 24, No. 1, pp. 451~454.
(9) Henneberg, G., Sattler, K. and Shen, D., 1992, "Nature of the Equivalent Magnetizing Current for the Force Calculation," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 28, No. 2, pp. 1068~1071.
(10) Bendsoe, M. P. and Sigmund, O., 2001, "Design of Multiphysics Actuators Using Topology Optimization—Part II: Two-Material Structure," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 190, pp. 6605~6627.