

## 보-판 결합 구조물에서 에너지 흡수체로 작용하는 판의 특성에 따른 파워 전달 특성에 관한 연구

### An Investigation of Power Flow Mechanism in Beam-plate Built-up Structures with an Energy-absorbing Plate

유 지 우†

Ji Woo Yoo

(2006년 11월 6일 접수 ; 2006년 12월 26일 심사완료)

Key Words : Beam(보), Plate(판), Wavenumber(파수), Coupling(연성), Impedance(임피던스), Vibration(진동), Power(파워), Energy(에너지), Damping(감쇠), Absorber(흡수체), Wave Method(웨이브 법)

#### ABSTRACT

In the built-up structure consisting of a stiff beam and a flexible plate, Grice showed that the plate behaves as an energy absorber in narrow frequency bands (called plate blocking effect). This paper deals with such beam-plate coupled structures, where the plate is an energy absorber and the excited beam is an energy path. It is found that such energy dissipation can occur in the relatively broad bands, if different stiffnesses are used in the rectangular plate. It was experimentally verified by Heckl that the energies in terms of one-third octave band averages transferred to the plate (or dissipated in the plate) increase for increased plate damping. This paper, however, shows that the energy absorption suddenly reduces at the certain narrow frequency bands where the plate damping effect upon the coupled beam is maximum. Also, in order to minimize energy transfer through the beam in terms of one-third octave band averages, it is advantageous to increase the plate damping closer to the excitation point. All these results are based on the wave method.

#### 1. 서 론

이 연구는 보(beam)와 판(plate)으로 이루어진 구조물의 진동 에너지 전달 특성에 대한 것이다. 보와 판이 결합된 계는 산업현장에 사용되는 대부분의 구조물에서 대표적인 형태이다. 특히 운송기계, 선박, 기계류 등에서 강성이 강한 보가 강성이 비교적 약한 판에 결합되는 것은 일반적인 형태이다. 이 경우 엔진 등의 가진원은 유연한 판보다는 강성이 강

한 보에 장착된다. 따라서 진동 가진에 의한 에너지의 전달은 고강성의 보에서 유연한 판으로 전달되는데, 대표적인 하나의 보와 판으로 이루어진 구조물에서 이러한 에너지 전달 경로는 Fig. 1과 같다. 보의 왼쪽 끝단에 있는 외력은 가진원의 위치를 보여준다.

이 결합 구조물에서 가장 중요한 에너지 전달파인 굽힘파(flexural wave)의 파장은 보에서는 상대적으로 길고 판에서는 상대적으로 짧다(보의 비틀림과 축거동 그리고 판의 면내거동은 무시한다). 만약 판의 파장이 보의 그것보다 충분히 짧다면 보에서 판으로 전파되는 굽힘파의 방향은 Fig. 1에서 보듯이 보의 방향에 거의 수직한 것으로 알려져 있다<sup>(1)</sup>. 이

† 책임저자; 정회원, 현대자동차 차량해석팀  
E-mail : j.w.yoo@hyundai-motor.com  
Tel : (031)368-3351, FAX : (031)368-2733

러한 현상을 이용하여, 보와 판 각각의 자유파로부터 결합된 구조물의 거동을 예측할 수 있는데 이는 웨이브 법(wave method)로 알려져 있으며, 시험에 의해 증명되었다<sup>(2)</sup>.

이전의 연구들에서 Fig. 1과 같은 구조물에서 판과 보의 거동과 에너지 전달 관계는 연구된 바가 있다. 즉, 에너지가 보에서 판으로 전달되므로 판은 에너지 흡수체(energy absorber) 역할을 하는 것으로 알려져 있다<sup>(3)</sup>. 한편, 보의 한쪽 끝에 하중이 주어지고 다른 편 끝에서 응답을 측정하므로 보는 에너지 전달체(energy path)가 된다. 등방성 재질(isotropic)의 직사각형 판의 경우 특정한 협대역 주파수에서 에너지를 흡수하여, 가진점에서 그 반대편 끝으로 보를 통한 에너지 전달이 최소화되는데 이는 진동전달 차단 효과(blocking effect)로 알려져 있다<sup>(1)</sup>.

판에서의 굽힘과 거동이 보에 수직한 방향으로만 전파된다는 사실로부터 판의 거동이 마치 여러 개의 독립된 strip의 거동과 유사하다는 것은 Grice<sup>(1,4)</sup>에 의해 증명된 바 있다. Grice는 등방성 판의 에너지 차단 효과가 특정 협대역 주파수에서만 발생하는 것과 판의 거동이 독립된 strip의 거동과 유사한 것에 착안하여, 길이가 다른 일련의 strip으로 구성된 (그리하여 판 전체는 사다리꼴 형이 되는) 보-판 구조물에서 판이 비교적 넓은 대역에 대해 에너지를 흡수하는 역할을 하는 것을 보였다<sup>(4)</sup>. 그런데, 실제 구조물에서 에너지 흡수를 위해 사다리꼴의 판과 보가 결합되는 구조물을 구현하는 것은 어려운 일이다. 따라서 이 논문에서는 직사각형 판의 형상은 그대로 두고, 판의 강성 특성을 변경하였을 때 일어나는 현상을 검토하였다. 이 경우에도 판은 비교적 넓은 대역에서 보의 에너지 전달을 막아주는 것을 보인다.

모든 구조물의 에너지 소모에 가장 중요한 역할을 하는 것은 구조물의 감쇠 특성이다. 보-판 결합

구조물에서 판의 감쇠특성이 클수록 에너지 흡수가 클 것이라는 것은 직관적으로 알 수 있다. 이러한 현상은 이미 Heckl<sup>(3)</sup>에 의해 밝혀졌다.

통계적 에너지 기법(statistical energy analysis, SEA)과 같이 소음, 진동과 관련된 에너지 전달관계에 대한 연구는 옥타브 혹은 1/3 옥타브 밴드(one-third octave bands)를 일반적으로 이용한다. Heckl은 1/3 옥타브 밴드의 관점에서 판의 감쇠특성이 클수록 에너지 흡수가 큰 것을 시험적으로 증명하였다. 그러나 이러한 현상이 협대역(narrow bands) 주파수에서도 동일할 것이라는 가정에는 주의가 필요하며, 이전의 연구에서 검토된 바가 없다. 따라서 이 연구는 판의 에너지 흡수 메커니즘을 1/3 옥타브 밴드 뿐만 아니라, 특정한 협대역 주파수 관점에서도 고찰하였으며 그 결과는 합리적이며 논리적이라는 것을 보인다.

에너지 흡수체로 거동하는 판의 감쇠특성을 최적화하여, 에너지 전달계로서 가진되는 보에 대한 에너지 전달을 최소화할 수 있다면, 유용한 passive vibration control 기법이 될 수 있다. 넓은 판 전면에서 제진재 등을 도포하는 것이 비용면에서 비효율적이며, 판의 일부의 감쇠 특성만을 변경하여, 효율적인 에너지 흡수 구조를 검토하였다. 판의 거동이 일련의 strip과 같으므로, 이 strip 각각에 대하여 감쇠의 특성을 변경하였으며, 에너지 흡수가 가장 좋은 위치를 확인하였다.

웨이브 법이 보-판 결합구조물의 거동을 잘 묘사하는 것은 이미 증명된 바 있다. 따라서 이 연구는 거동에 대한 시험 증명은 보이지 않았다. 다만, 유한요소 모델로 그 결과를 확인하였는데 단순 구조물에서 유한요소 결과는 정확한 것으로 판단된다.

보는 Euler-Bernoulli 이론으로 묘사하였다. 보의 양단은 sliding조건을 가지며 이에 연결된 판의 모서리들도 sliding조건을 가진다. 보의 비틀림 거동이 없으므로 이에 연결된 판은 자연스럽게 sliding조건이다. 보의 반대편 모서리는 단순지지 조건으로 처리하였다. 이들 조건은 모델링 편의를 위해 선택된 것이며 웨이브 모델의 필요조건은 아니다.

## 2. 웨이브 법에 의한 보-판 구조물 모델링

### 2.1 웨이브 법(Wave Method)

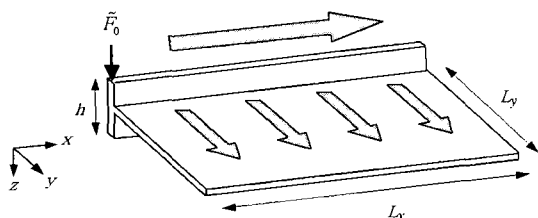


Fig. 1 A built-up structure consisting of a finite beam attached to a finite rectangular plate

웨이브 법은 선행 연구<sup>(2)</sup>에서 발표된 바 있으며, 여기서는 이 연구의 내용 설명을 위한 주요 수식만을 제시한다.

보와 판이 결합되는 Fig. 1과 같은 웨이브 모델을 구성함에 있어 중요한 가정은 외부하중이 보에 적용된다는 것이다. 즉 에너지의 경로가 보에서 판으로 이어진다. 그러나 그 수학 모델은 우선 결합되지 않은 보의 지배방정식으로부터 시작한다. 외력과 감쇠가 없는 보의 시간에 대한 조화운동 방정식은<sup>(5)</sup>

$$D_b \frac{d^4 \tilde{w}_b(x)}{dx^4} - m'_b \omega^2 \tilde{w}_b(x) = 0 \quad (1)$$

여기서  $\tilde{w}_b$ 는 보 진동의 복소변위,  $D_b$ 는 굽힘강성,  $m'_b$ 는 단위길이당 질량이다.

마찬가지로 외력과 감쇠가 없는 판의 지배방정식은<sup>(6)</sup>

$$D_p \left( \frac{\partial^4 \tilde{w}_p(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \tilde{w}_p(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \tilde{w}_p(x, y)}{\partial y^4} \right) - m''_p \omega^2 \tilde{w}_p(x, y) = 0 \quad (2)$$

여기서  $D_p$ 는 판의 굽힘 강성이고  $m''_p$ 는 단위면적당 질량이다. 보와 판의 전달파 파수(propagating wavenumber)는 각각  $k_b^4 = (m'_b/D_b)\omega^2$ ,  $k_p^4 = m''_p\omega^2/D_p$ 이다.

파수  $k_x$ 를 가지는 연성된 보의 파 거동이  $\tilde{w}_b = \tilde{A}e^{-ik_x x}$  라면 파수의 trace matching에 의해 판의 응답은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tilde{w}_p = (\tilde{B}e^{-ik_x y} + \tilde{C}e^{-k_x y} + \beta_y \tilde{r} \tilde{B} e^{ik_x y} + \tilde{D} e^{k_x(y-L_y)}) e^{-ik_x x} \quad (3)$$

$\beta_y = e^{-ik_y 2L_y}$ 는 길이  $2L_y$  동안의 위상의 변화,  $\tilde{r}$ 은 판 모서리  $y=L_y$ 에서의 반사계수,  $\tilde{D}$ 는 이 모서리에서 생기는 근접장 파의 진폭이다. 여기서 보에 수직인 방향으로 전파되는 판의 전달파(propagating wave)와 근접장 파(nearfield wave)의 파수는 각각  $k_y = \sqrt{k_p^2 - k_x^2}$ 와  $k_c = \sqrt{k_p^2 + k_x^2}$ 이다<sup>(2)</sup>. 모서리  $y=L_y$ 에 의한 근접장파는 실제로는 무시할 만하다( $\tilde{D}e^{-k_c L_y} \approx 0$ ).

판이 보에 결합될 때의 경계조건은 다음과 같다.

- i) 연속방정식: 결합부에서 보와 판의 변위는 같다.
- ii) 판의 sliding 조건: 보의 비틀림강성은 무한대

이다.

iii) 힘의 평형: 판에 작용하는 힘과 보에 작용하는 힘은 크기가 같고 반대방향이다.

경계조건으로부터 연성된 보에 작용하는 판 임피던스(plate impedance)를 구할 수 있다. 판의 파수가 보의 파수보다 충분히 크다면( $k_p \gg k_x$ ), 가벼운 감쇠를 가지는 보와 판에 대하여, 보에 작용하는 판의 근사 선 임피던스(approximate line impedance)는 다음과 같다.

$$\tilde{Z}'_p \approx \frac{2\tilde{D}_p \tilde{k}_p^2}{\omega} \left[ \frac{1 - \tilde{\beta}_y \tilde{r}}{(1 + \tilde{\beta}_y \tilde{r}) - i(1 - \tilde{\beta}_y \tilde{r})} \right] \quad (4)$$

$\tilde{\beta}_y = e^{-ik_y 2L_y}$ 는 판 전달파의 위상 변화와 감쇠를 나타낸다. 결합부 반대편 모서리가 단순지지 상태라면  $\tilde{r}$ 은 1이다.

결합 구조물의 파의 일반 분산식(general dispersion equation)은<sup>(1)</sup>

$$D_b k_x^4 = m'_b \omega^2 - i\omega \tilde{Z}'_p \quad (5)$$

이 식은 판 임피던스 식(4)를 포함하고 있으므로 반복적인 방법으로 해를 구해야 한다. 이 논문에서 주어진 구조에 대해 단지 몇 번의 반복으로 수렴된 해를 구할 수 있다. 이 식은 연성된 보에 판 임피던스가 감쇠와 질량효과를 주는 것을 보여주며, 구해지는 연성 보의 파수  $k_x$ 는 복소수이다. 이 연성 보의 전달파에 대한 감쇠계수(등가감쇠계수, equivalent loss factor)는  $k_x$ 로부터 다음과 같이 구할 수 있다<sup>(7)</sup>. 이 등가 감쇠계수는 보 자체의 감쇠특성과 판에 의해 이루어지는 추가적인 보의 감쇠특성을 포함한다.

$$\eta_e = -\frac{\text{Im}(k_x^4)}{\text{Re}(k_x^4)} \approx -4 \frac{\text{Im}(k_x)}{\text{Re}(k_x)} \quad (6)$$

## 2.2 물리적 특성이 다른 판에 결합된 유효 길이 보의 거동

위에서 언급된 파수에 대한 가정( $k_p \gg k_x$ )은 판의 중요한 거동을 설명한다. 즉, 판의 진동파는 보에 거의 수직인 방향으로 움직인다는 것이다. 이것은 Fig. 1과 같은 결합 구조물이, 실제로는 Fig. 2와 같이 마치 분리된 여러 개의 strip처럼 거동한다는 것

을 의미한다. 이 거동은 알려진 바 있으나<sup>(4)</sup>, 이 현상을 이용하여 그림과 같은 결합 구조물에서 strip의 특성이 서로 다른 경우에 대해 연구한 바는 알려진 것이 없었다. 판이 이와 같이 움직인다면, 각각의 strip에 다른 물성치를 적용할 수 있을 것이다. 이 논문은 이러한 점에 대하여 언급한다.

주파수  $\omega$ 에서 유한 길이 보의 거동은

$$\tilde{w} = \tilde{A}_1 e^{-ik_x x} + \tilde{A}_2 e^{-k_{ny} x} + \tilde{A}_3 e^{ik_x x} + \tilde{A}_4 e^{k_{ny} x} \quad (7)$$

여기서  $k_x$ 는 보의 전달파 파수를  $k_{ny}$ 는 근접장파 파수를 의미한다. 이 연구에서는 근접장파 파수와 전달파 파수가 같은 것으로 가정하였는데 거동을 묘사하는데 문제가 없는 것으로 알려져 있다<sup>(8)</sup>.

위의 식 (5)로부터 보의 전달파는 판의 특성에 따라 달라지는 것을 알 수 있으며, Fig. 2의 구조에 대해 보는 실제 5개의 다른 굽힘전달파의 파수를 가진다. 식 (7)의 보 거동과 각 보가 연결될 때의 경계조건으로부터 완전한 구조물의 응답을 구할 수 있다. 이때 보 사이의 경계조건은 1) 보 연결위치에서 동일한 변위 2) 보 연결위치에서 동일한 기울기 3) 보 사이의 힘의 균형 4) 보 사이의 모멘트 균형이다.

보 (길이  $L_x$ )의 끝단  $x=0$ 에서 점하중  $\tilde{F}_0$ 를 주고, 양단의 경계조건을 추가하면 Fig. 2에 나타난 구조물에 대한 거동을 계산할 수 있고, 임의 위치에 대한 전달 모빌리티(transfer mobility)는

$$\tilde{Y}_b(x) = \frac{i\omega \tilde{w}_i(x)}{\tilde{F}_0} \quad (8)$$

여기서  $\tilde{w}_i(x)$ 는 5개의 보 중에서  $i$ 번째 보의 진동 변위가 된다.

보에 입력된 파워(input power)와 보에서 판으로

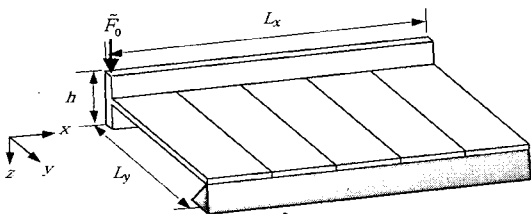


Fig. 2 A built-up structure consisting of a finite beam attached to a finite plate with a pinned edge

전달된 파워는 각각 입력점에서의 힘과 속도, 판 결합부에 작용하는 힘과 속도로부터 구할 수 있고, 판에서 소모된 에너지는 판의 변형 에너지로부터 구할 수 있다<sup>(8)</sup>.

### 3. 수치 해석을 통한 고찰

#### 3.1 수치 해석 A: Baseline Model 해석

수치해석 A는 등방성 판을 다루며, 따라서 5개의 strip은 모두 동일한 물성치를 가진다(baseline model). 즉 실제로는 Fig. 1과 같이, 전체 길이가 보와 같은 직사각형 판이 보에 결합되는 것과 같은 구조이다. 해당 물성치는 아래 Table 1과 같다. 경계조건은 1장에서 설명된 것과 같다. 하중은 단위크기의 점하중을 사용하였다.

웨이브 모델의 결과를 유한요소 모델의 결과와 먼저 비교하여 그 모델의 타당성을 검토하였다. 유한요소 모델은 관심 주파수 영역에서 굽힘파의 최소파장거리를 8개의 요소로 묘사되도록 하였다<sup>(9)</sup>. 이때 유한요소 모델의 판은 여러 개의 strip이 아닌 하나의 판과 보로 연결되어 있음에 주의하여야 한다. 경계조건은 웨이브 모델에 사용된 것과 같다. 전달 모빌리티 결과를 Fig. 3에 나타내었다.

가진은 보의  $x=0$ m, 응답은 보의  $x=1.0$ m이다. 웨이브 모델이 유한 요소 모델의 결과와 아주 잘 일치하는 것을 볼 수 있다(입력점 모빌리티도 잘 일치한다). 이미 강조한대로 유한 요소 모델에서 판은 strip으로 된 것이 아니고 하나의 판으로 구성되어 있다. 따라서 이 논문에 주어진 구조에 대해 웨이브 법이 그 거동을 현실적으로 잘 묘사하는 것을 알 수 있다.

이때 계산된 각 파수를 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4의 위쪽 그림에는 구조물에서 계산할 수 있는 5개의

Table 1 Material properties and dimensions of the baseline model shown in Fig. 1

Young's modulus, $E$ (GNm <sup>-2</sup> )	4.4	Height of beam, $h$ (mm)	40.0
Poisson's ratio, $\nu$	0.38	Beam length, $L_x$ (m)	1.0
Density, $\rho$ (kgm <sup>-3</sup> )	1152.0	Beam width, $t_b$ (mm)	6.0
DLF of the beam, $\eta_1$	0.05	Plate width, $L_y$ (m)	0.325
DLF of the plate, $\eta_2$	0.05	Plate thickness, $t_p$ (mm)	2.0

파수를 나타내었다. 파수  $k_b$ 와  $k_p$ 는 각각 결합되기 전 보와 판의 자유 거동 파수를 의미하고,  $k_x$ 는 연성된 보의 전달파 파수(propagating wavenumber),  $k_y$ 는  $k_x$ 가 거동할 때 판에서 생기는 전달파 파수,  $k_e$ 는 판의 근접장 파수(nearfield wavenumber)이다. 연성으로 인해 구조의 굽힘파( $k_p$ )에 변화가 생긴 것을 알

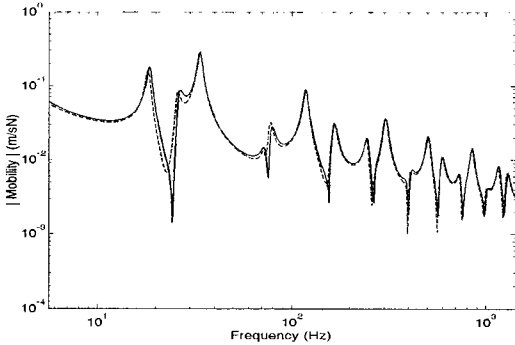


Fig. 3 Transfer mobilities (point force applied at  $x = 0$  m and response at  $x = 1.0$  m of the beam). —, wave method; ---, FEM

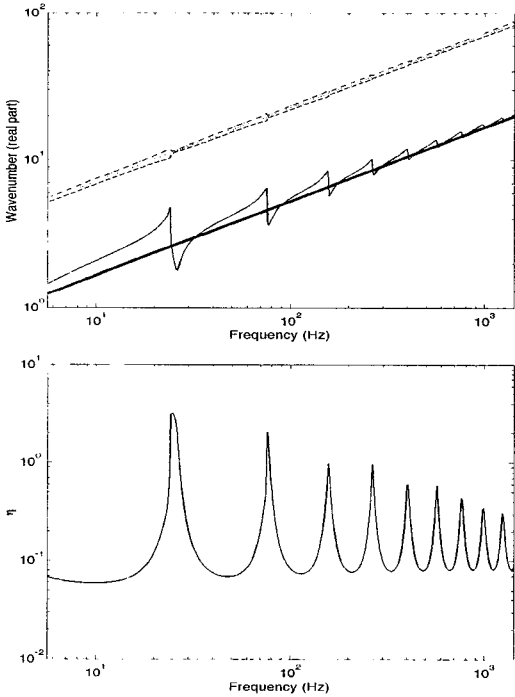


Fig. 4 Wavenumbers of the built-up structure as in Fig. 1 and the corresponding equivalent loss factor of  $k_x$ . —,  $k_x$ ; ---,  $k_y$ ; ..... ,  $k_p$ ; - · - · - ,  $k_e$ ; ———,  $k_b$

수 있다. 또한 그림에서 보듯이  $k_p$ 가  $k_b$ 보다 훨씬 큰 것을 볼 수 있으며 ( $k_p/k_b = 3.3$ ) 결과적으로  $k_y \approx k_p$ ,  $k_e \approx k_p$ 인 것을 알 수 있다. 따라서 이 구조물은 웨이브 법을 적용하기에 적합한 설계규격을 가진다.

아래쪽 그림에는  $k_x$ 로부터 계산되는 등가 감쇠계수  $\eta_e$  (식 (6) 참조)를 나타내었다. 앞에서  $\eta_e$ 이 보 자체의 감쇠특성과 판에 의해 이루어지는 추가적인 보의 감쇠특성을 포함하고 있다고 언급하였다. 그림에서 보듯이 그 값이 특정한 주파수(76.1, 158, 265, 404, 569 Hz 등)에서 최대가 되는 것을 알 수 있다. 이때 Fig. 3에서 그 레벨이 최소가 되는 골이 생긴다(blocking effect). 즉, 이 주파수에서 판의 감쇠역할이 커지는 것을 의미한다. 이때 실제로는 판에서의 에너지 소모가 커지며, 또한 판의 거동이 최대가 됨을 의미한다.

Fig. 5에 569 Hz에서,  $y = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$  m 위치의 판 모드를 나타내었는데, 판 전체에서 마치 정재파와 같은 거동을 보이는 것을 알 수 있다. 즉 보에 대한 판의 감쇠효과가 최대가 될 때 판은 면적 전체에서 에너지를 소비하는 것을 의미한다. 진동이 판 전체에서 일어나고 있으므로 판은 diffusive field 상태이다. 이러한 상태는 고주파에서 더욱 분명하고, 반대로 저주파로 갈수록 파장이 길어지므로 특정 모드에 영향을 받는 상태가 될 것이다. 한편 그 거동의 크기가 가진점에서 멀어질수록 작아지는 것을 알 수 있다.

보에 작용하는 판의 근사 선 임피던스(approx-

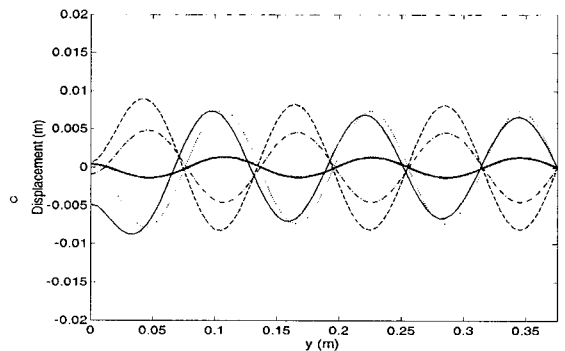


Fig. 5 Mode shapes of the coupled plate (569 Hz) found from the imaginary part of plate displacement. —,  $x = 0.1$  m; ---,  $x = 0.3$  m; ..... ,  $x = 0.5$  m; - · - · - ,  $x = 0.7$  m; ———,  $x = 0.9$  m

mate line impedance)를 Fig. 6에 나타내었다.

그림에서 반공진점(anti-resonance) 즉 임피던스의 산(peak) 위치가 Fig. 4에 나타낸 보의 최대 등가 감쇠계수 위치와 일치함에 주목하라. 즉 판 임피던스가 최대가 될 때 판에너지 소모가 최대가 됨을 의미한다.

마지막으로 이 결합 구조물의 에너지 전달 관계를 규명한다. 이를 위해 보와 판에서 소모되거나 전달된 파워(power)를 계산하였다. 단위하중에 의한 입력 파워(power input)의 값은 보에서 소모된 파워와 보에서 판으로 전달된 파워의 합과 같아야 한다(power balance). Fig. 7은 웨이브 모델의 power balance가 성립함을 보여준다(최대 오차 1.3%).

이제 이 구조물에 대한 파워 입력과 전달 파워를 비교하면(Fig. 8), 판의 근사 임피던스가 최대가 되는 주파수(=등가 감쇠계수가 최대가 되는 주파수)

에서 두 파워가 거의 같아지는 것을 확인 할 수 있다. 즉 이미 언급한대로 이들 주파수에서 거의 모든 에너지가 판에서 소모되는 것을 의미한다.

### 3.2 수치해석 B: 판의 구조감쇠계수가 0.05에서 0.15로 커진 경우

앞의 구조물과 같이 등방성 판이 보에 결합된 경우를 역시 고려한다. 수치해석 A와 다른 것은 판의 구조 감쇠계수가 0.05에서 0.15로 바뀐 것뿐이다( $\eta_2 = 0.15$ ). 보의 등가 감쇠계수  $\eta_e$ 를 계산하여 Fig. 9에 나타내었다. 그림의 결과는 주파수대역 전체에서 판의 감쇠계수가 커질 때  $\eta_e$ 도 증가하지만,  $\eta_e$ 이 최대값을 가질 때는 오히려 그 반대로 값이 작아지는 것을 보여준다. 따라서 이 현대역 주파수들(즉 판의 거동이 최대가 되는 특정 주파수들)에서는 감쇠효과가 오히려 작아지는 것을 알 수 있다. 다음의 파워 관계를 나타내는 그림은 이를 증명한다.

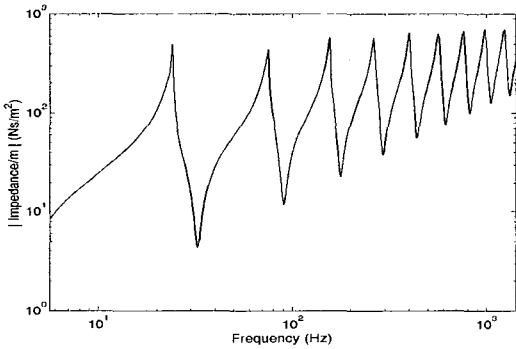


Fig. 6 Approximate line impedance of the plate acting upon the beam

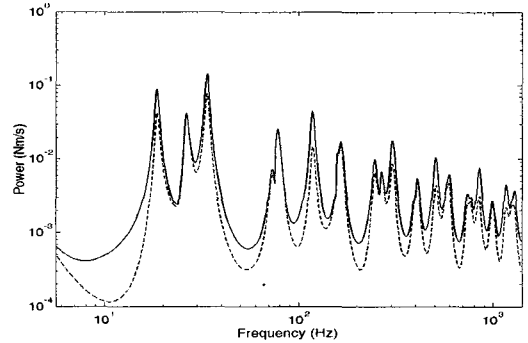


Fig. 8 Power input (—) and power transferred from the beam to the plate (---)

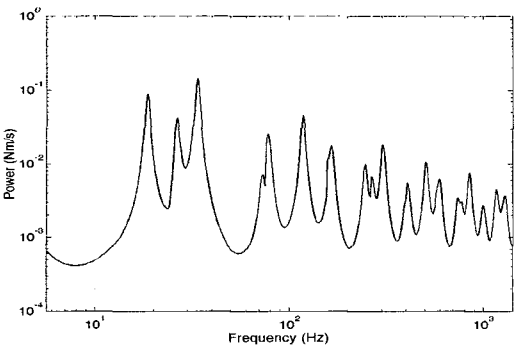


Fig. 7 Power input (—) and sum of the power dissipated in the beam and the transferred power from the beam to the plate (---)

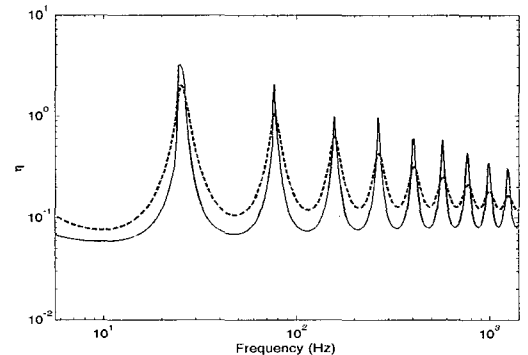


Fig. 9 Equivalent loss factors. —,  $\eta_2 = 0.05$ ; ---,  $\eta_2 = 0.15$

Fig. 10은 Fig. 8에서 보인 두 파워의 비(전달파워/입력파워)를 나타낸다. 그 비가 1이 되면 모든 에너지가 판으로 전달되는 것을 의미한다. 그림에서 보듯이 전반적으로 파워전달이  $\eta_e = 0.15$ 경우에 더 크지만, 파워전달이 최대가 되는 특정한 주파수에서는 오히려 파워전달이 작아진다. 즉 blocking effect가 일어나는 주파수에서 판 구조감쇠계수가 큰 경우 판의 에너지 소모는 오히려 작아지는 것이다.

아래의 Fig. 10을 1/3 옥타브 밴드 평균으로 Fig. 11에 표기하여 보았다. 파워전달은 감쇠가 큰 경우에 더 큰 것을 보여주며 이는 Heckl에 의해 증명된 바이다<sup>(3)</sup>.

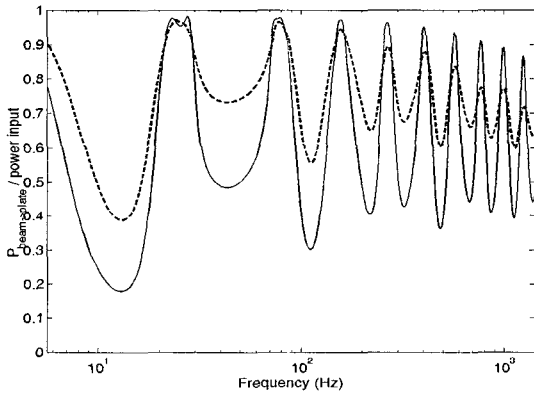


Fig. 10 Ratio of the power transferred to plate to the total input power. —,  $\eta_2 = 0.05$ ; ---,  $\eta_2 = 0.15$

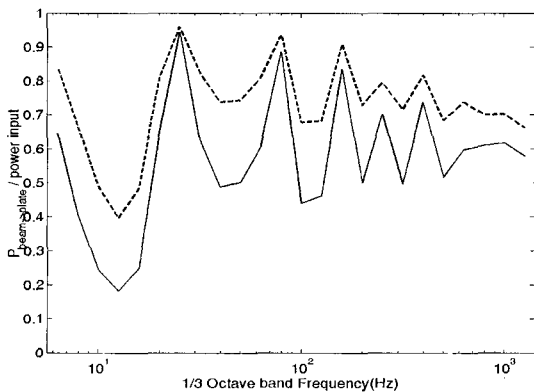


Fig. 11 Ratio of the power transferred to plate to the total input power in terms of one-third octave bands. —,  $\eta_2 = 0.05$ ; ---,  $\eta_2 = 0.15$

### 3.3 수치 해석 C: 판 Strip의 감쇠가 각각 바뀌는 경우

이제 수치해석 모델은 Fig. 2에 나타난 바와 같이 판이 5개의 다른 특성을 가진 strip으로 구성된다. 보 끝단의 경계조건은 앞의 경우들과 같다.

우선 각 strip의 구조감쇠가 변경된 경우를 생각해 보자. 각 해석 모델에서 strip의 구조 감쇠계수가 0.05에서 0.15로 변경된다. 편의상 가진 위치에서 가까운 strip을 strip01가장 먼 곳에 있는 것을 strip05라고 명명한다. 이 절에서의 수치해석 비교 결과는 Fig. 2와 같은 결합 모델 5개-즉 첫 번째 모델은 strip01의 구조감쇠계수가 0.15이고 다른 strip은 모두 0.05, 두 번째 모델은 strip02의 구조감쇠계수가 0.15이고 나머지는 모두 0.05, 이하 차례로 마찬가지로 구조감쇠계수가 변경됨-에 대한 것이다.

Fig. 10과 같은 파워비(power ratio)를 각 경우에 대하여 비교하여 Fig. 12에 나타내었다. 그 차이가 크지 않으므로 결과를 확대하여 나타내었다(판의 diffusive field 효과가 확실할 것으로 보이는 100 Hz 이상만 보임). 이 그림은 아주 흥미로운 결과를 보여준다. 파워전달이 최대가 되는 특정 주파수에서의 결과에 대해서, 파워비가 가장 작은 것은 strip01의 감쇠가 가장 클 때이다. 즉, strip01의 감쇠가 클 때, blocking effect에 의한 판으로의 에너지 전달이 가장 작다.

이러한 결과는 가진점에서 가까운 곳일수록 판의 진동양이 구조감쇠에 민감하며, 가진점에서 멀수록 판의 진동양이 구조감쇠에 둔감하다는 것을 보여준다. 즉 판의 진동양이 큰 부위가 구조감쇠에 더욱 민감하다는 것을 의미한다(Fig. 5 참조). Fig. 12는 판 구조감쇠 계수가 0.05에서 0.15로 변경되는 부위가 가진점에 더 가까울수록, 판으로 전달되는 에너지의 감소폭이 더 큰 것을 보여준다. 즉 구조감쇠가 0.05에서 0.15로 변경될 때 판의 에너지 소모가 작아지는데 그 효과가 가진점에 가까울수록 크다(즉 strip01의 감쇠가 클 때 결합 구조물의 파워비가 가장 작다). 단, 이러한 현상은 특정 차단 주파수(blocking frequency)에 국한되며, 1/3 옥타브 평균값과 같이 주파수 전체적으로 보면 에너지 소모를 증가시킨다. 이 결과는 다음 해석 경우와 같이 strip의 강성이 다른 경우에 나타내었다.

3.4 수치 해석 D: 판 Strip의 강성이 다른 경우가 절에서는, 구조감쇠계수는 모든 strip에 대하여 0.05로 동일하고 강성값(Young's modulus,  $\text{GNm}^{-2}$ )이 각 strip에 대하여 조금씩 다른 경우 ( $E_{\text{strip}01} = 4.4$ ,  $E_{\text{strip}02} = 3.96$ ,  $E_{\text{strip}03} = 3.52$ ,  $E_{\text{strip}04} = 3.08$ ,  $E_{\text{strip}05} = 2.64$ )에 대하여 검토한다 (즉 앞 절과 달리, 강성값이 다른 5개의 strip이 Fig. 2와 같은 완성된 하나의 모델을 구성한다). Fig. 13은 판의 강성이 변화할 때 그 근사 선 임피던스가 어떻게 변화하는지를 보여준다. 약 200 Hz 이상의 대역에서 임피던스의 피크가 거의 고른 간격으로 분포하게 되는 것을 볼 수 있다. 만약 판이 이와 같은 특성을 가진 일련의 strip으로 구성된다면, 이 대역에서 판에 의한 에너지 차단 효과가 마치 광대역 주파수에 대해 작용하는 것처럼 될 수 있을 것이다.

Fig. 14는 이 수학 모델에 대한 전달 모빌리티를 보여준다. 비교를 위해 Fig. 3에 보인 모빌리티를 동시에 보였다. 전달 모빌리티의 피크 근처의 레벨이 전반적으로 감소하는 것을 볼 수 있다. 따라서 Fig. 13에 보인 판 임피던스에 의한 광대역 에너지 흡수 효과가 있음을 확인 할 수 있다. 참고로 모빌리티의 지배적인 피크는 보 자체의 거동 특성과 관계되는 것은 당연하다. 보의 강성이 약하면 이 레벨 저하의 효과는 더욱 커질 것이다. 한편, Fig. 3과 같은 뚜렷한

blocking effect가 보이지 않는데, 이는 판의 거동이 Fig. 5와는 달리 위치에 따라 다르게 움직이기 때문이다. 즉, 등방성 판에 의한 효과는 그만큼 줄어든 것이다. 만약, 어떠한 요인(예를 들면 경계조건 조정)으로 인해 모든 strip의 거동이 일치하는 경우가 생긴다면 수치 해석 A에 보인 것과 같이 특정 협대역 주파수에서 blocking effect가 있을 것이다.

3.5 수치 해석 E: 강성이 다른 Strip의 감쇠가 각각 바뀌는 경우 (수치해석 C + D)  
마지막 절인 이 절에서는 수치해석 C와 D를 동시에 적용한다. 즉, 수치해석 모델의 strip은 5개의 다른 강성 특성을 가지는데, 구조감쇠가 strip의 각각에

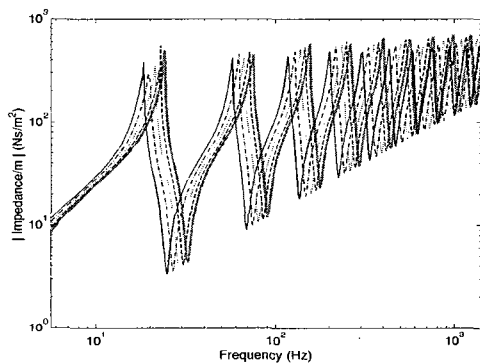


Fig. 13 Approximate line impedance of plate when its Young's modulus ( $\text{GNm}^{-2}$ ) is changed. —,  $E_{\text{strip}01} = 4.4$ ; ---,  $E_{\text{strip}02} = 3.96$ ; - · - · - ·,  $E_{\text{strip}03} = 3.52$ ; · · · · ·,  $E_{\text{strip}04} = 3.08$ ; — — — — —,  $E_{\text{strip}05} = 2.64$

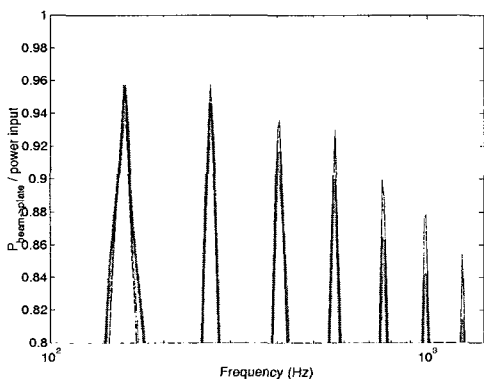


Fig. 12 Ratio of the power transferred to plate to the total input power. —,  $\eta_{\text{strip}01} = 0.15$ ; ---,  $\eta_{\text{strip}02} = 0.15$ ; - · - · - ·,  $\eta_{\text{strip}03} = 0.15$ ; · · · · ·,  $\eta_{\text{strip}04} = 0.15$ ; — — — — —,  $\eta_{\text{strip}05} = 0.15$  in the complete built-up structure as in Fig. 2 (in each case the other strips have  $\eta_2 = 0.05$ )

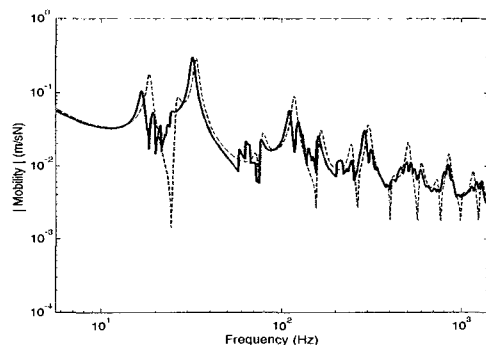


Fig. 14 Transfer mobilities (point force applied at  $x = 0$  m and response at  $x = 1.0$  m of the beam). —, 5 strips with different Young's modulus; ---, transfer mobility shown in Fig. 3



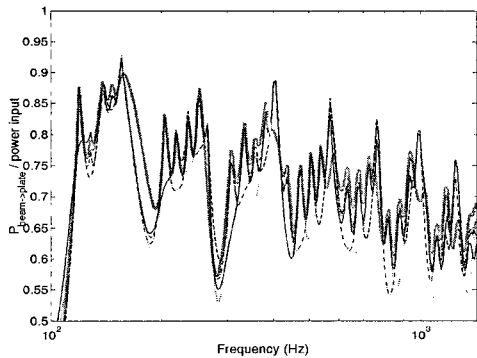


Fig. 15 Ratio of the power transferred to plate to the total input power. —,  $\eta_{strip01} = 0.15$ ; - - -,  $\eta_{strip02} = 0.15$ ; - · - · -,  $\eta_{strip03} = 0.15$ ; · · · · ·,  $\eta_{strip04} = 0.15$ ; ———,  $\eta_{strip05} = 0.15$  in the complete built-up structure as in Fig.2(in each case the other strips have  $\eta_2 = 0.05$ )

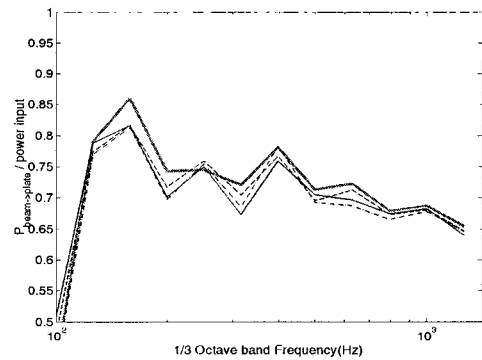


Fig. 16 Ratio of the power transferred to plate to the total input power, in terms of one-third octave bands. —,  $\eta_{strip01} = 0.15$ ; - - -,  $\eta_{strip02} = 0.15$ ; - · - · -,  $\eta_{strip03} = 0.15$ ; · · · · ·,  $\eta_{strip04} = 0.15$ ; ———,  $\eta_{strip05} = 0.15$  in the complete built-up structure as in Fig.2(in each case the other strips have  $\eta_2 = 0.05$ )

대해 차례로 0.15로 바뀐다(수치 해석 C 참조). 즉 비교 결과는 구조감쇠 분포가 다른 5개의 모델을 비교한 것이다. 파워비(파워입력에 대한 전달파워의 비)를 Fig. 15에 나타내었다. 이제 파워비에는 많은 피크가 존재하므로 구분이 쉽지 않으나, strip01의 감쇠계수가 0.15일 때 파워비의 최대값이 작아지는 것은 충분히 확인이 가능하다. 따라서 위의 수치해석 C에서 얻어진 결과가 여전히 유효함을 확인 할 수 있다.

이제 Fig. 15의 결과를 1/3 옥타브 평균으로 바꾸어 Fig. 16에 나타내었다. 특정 blocking frequency의 파워 전달은 감소하지만 주파수 평균의 의미로 볼 때 에너지 전달은 증가한다. 이 주파수 평균은 고주파에서만 의미가 있는데 저주파에선 모드수가 매우 적으므로 평균의 의미가 없기 때문이다. 결과 차이가 크지 않으므로 확대한 결과를 보인다(단지 일부의 감쇠가 변화된 것을 감안하자). 평균 파워비는 strip01의 감쇠계수가 클 때 가장 큰 것을 확인할 수 있다. 따라서 이 결과는 Heckl의 결과와 동일하다.

#### 4. 결 론

보와 판의 선 결합 구조물에 대하여, 각 구조물의 자유 거동파수로부터 결합 구조물의 전체 거동을 묘

사하기 위한 수학 모델(웨이브 모델)을 구성하였다. 이로부터, 가진을 받은 보의 에너지 전달 메커니즘 관점에서 판의 기여 관계를 분석하였다. 이 수학모델의 필요조건은 판의 파장이 보의 파장에 비해 충분히 짧다는 것이다. 이 경우 판의 진동파는 보에 수직한 방향으로 전달된다는 사실로부터, 판은 여러 개의 분리된 strip으로 구성될 수 있다.

결합 구조물에서 판은 보로부터 전달받은 에너지를 소모하는 역할을 하며 판의 임피던스가 최대가 되는 특정 주파수에서 그 에너지 소모가 최대가 되며 blocking effect로 알려져 있다.

판 임피던스가 최대가 되는 주파수에서, 판의 구조감쇠계수가 커지면 이 blocking effect는 오히려 감소하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 이 특정 주파수를 제외하면, 판 감쇠가 커지면 판의 에너지소모는 커지는데, 이는 1/3 옥타브 평균값을 비교함으로써 확인하였다. 이는 이전의 연구 결과와 일치한다.

판을 구성하는 strip의 강성을 변경함으로써 blocking effect의 효과를 협대역에서 광대역으로 넓히는 효과를 확인하였다. 이는 기존에 Grice에 의해 제안된 판의 형상을 사다리꼴로 하는 것에 비해 현실적인 방법이 될 수 있다.

위에서 언급된 strip의 감쇠값이 변경될 때 보의 에너지 전달 관계를 검토하였다. 보 양 끝단 사이의

에너지 전달을 최소화하기 위해(혹은 판의 에너지 소모를 최대한으로 하기 위해) 판의 감쇠특성을 효율적으로 조정할 필요가 있다. 이 경우 가진 위치에 가까운 부분의 감쇠를 올리는 것이 1/3 옥타브 평균으로 볼 때 가장 효과적이다. 단, 위의 결론과 마찬가지로 판 임피던스가 최대가 되는 특정 주파수에서는 그 반대로, 오히려 판의 에너지 소모가 감소하므로 주의하여야 한다.

판이 다양한 강성 분포를 가지는 경우 비교적 넓은 주파수 대역에서 판에 의한 에너지 흡수가 생기지만, 등방성 판에서 생기는 것과 같은 특정 협대역에서 blocking effect가 최대가 되는 현상은 보이지 않는다. 판의 여러가지 거동 조건-예를 들면 판의 보 반대편 모서리 경계조건 등-을 변경하여 blocking effect가 최대가 되는지 검토할 가치가 있다. 그렇다면 협대역과 광대역 모두에 대한 passive energy control이 가능할 것이기 때문이다. 이 부분은 추가 연구과제로 남겨둔다.

### 참 고 문 헌

- (1) Grice, R. M. and Pinnington, R. J., 1999, "A Method for the Vibrational Analysis of Built-up Structures, Part 1: Introduction and Analytical Analysis of the Plate-stiffened Beam", Journal of Sound and Vibration, Vol. 230, pp. 825~849.
- (2) Yoo, J. W., Thompson, D. J. and Ferguson, N. S., 2006, "A Wave Model of Two Identical Beams Coupled by a Plate for a Mid-frequency Analysis", Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, KSNVE06A-22-02.
- (3) Heckl, M., 1961, "Wave Propagation on Beam-plate Systems", Journal of the Acoustical Society of America, 33, pp. 640~651.
- (4) Grice, R. M. and Pinnington, R. J., 1999, "A Method for the Vibrational Analysis of Built-up Structures, Part 2: Analysis of the Plate-stiffened Beam Using a Combination of Finite Element Analysis and Analytical Impedances", Journal of Sound and Vibration, Vol. 230, pp. 851~875.
- (5) Warburton, G. B., 1976, The Dynamical Behaviour of Structures, Second Edition, Pergamon Press, Oxford.
- (6) Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S., 1959, Theory of Plates and Shells, Second edition, McGraw-Hill, New York.
- (7) Cremer, L., Heckl, M. and Ungar, E. E., 1988, Structure-borne Sound, Berlin: Springer Verlag; 2nd edition.
- (8) Yoo, J. W., 2006, Ph.D. Thesis, University of Southampton.
- (9) Petyt, M., 1990, Introduction to Finite Element Vibration Analysis, Cambridge University Press, Cambridge.