

주기적인 음원에 의한 원형 실린더의 음향 산란

Acoustic Scattering from Circular Cylinder by Periodic Sources

김 용 석* · 이 덕 주*

Yong Seok Kim and Duck Joo Lee

(2006년 10월 9일 접수 ; 2007년 1월 2일 심사완료)

Key Words : Acoustic Scattering(음향산란), High-order ENO Scheme(고차정확도 ENO기법), Non-reflecting Boundary Condition(비반사 경계조건), Periodic Acoustic Source(주기적인 음원), Interference Pattern(간섭 패턴)

ABSTRACT

Scattering fields of two dimensional acoustic waves by a circular cylinder are investigated. The present numerical approach for the acoustic scattering problem has difficulties of numerical robustness, long-time stability and suitability of far-field boundary treatments. The time-dependent periodic acoustic source is used to analyze interference patterns between incident waves and waves reflected by the cylinder. Characteristic boundary algorithms coupled with 4th order Modified-Flux-Approach ENO(essentially non-oscillatory) schemes are employed in generalized coordinates to examine the effect of the wave frequency on the interference patterns. Non-reflecting boundary conditions, which is crucial for accurate computations of aeroacoustic problems, are used not to contaminate scattering fields by reflected waves at the outer boundary. Computed scattering fields show the circumferential acoustic modes generated by interacting between acoustic sources and scattered waves. At a lower frequency, the wave passes almost straight through the cylinder without interacting with circular cylinder. Simulation results are presented and compared with the analytic solution. Computed RMS-pressure distribution on the cylinder wall is good agreement with exact solution.

기 호 설 명

- D : 실린더 직경
- $f(t)$: 램핑 함수(ramping fuction)
- L_i : 대류항 L 벡터
- \hat{Q} : 보존형 변수 벡터
- \vec{S} : 음원 벡터
- \vec{P} : 특성형 변수 벡터

- λ_i : 고유치(면에 수직한 속도)
- ω : 음원의 주파수

1. 서 론

원형 실린더등과 같은 구조물과의 음향 산란 문제는 수중 음향, 자동차, 항공기 기체 및 로켓 제트소음 분야와 관련되어 있고, 구조물의 형상 및 재질에 따른 산란 음장의 크기와 방향성에 관심을 갖고 연구되고 있다^(1,2). 음향 산란 문제를 연구하는 방법으로는 산란체에 대한 수치적인 모델링을 통한 이론해를 구하는 방법, 수치적 방법 및 실험적으로 음장을 직접 측정하는 방법 등이 있을 수 있다. 최근에

† 책임저자; 정회원, 순천대학교 기계우주항공공학부
E-mail : yongskim@sunchon.ac.kr
Tel : (061)750-3957, Fax : (061)750-3820
* 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학전공

는 임의의 형상을 갖는 음원이라도 그 음장에 대한 기본 함수들의 기여도를 파악할 수 있으면 그 음원에 대한 산란음장을 음향 홀로그래피⁽³⁾를 이용하여 측정하는 방법이 연구되고 있다.

수치적 방법으로는 비정상 오일러(Euler) 방정식을 직접 수치 모사하는 계산 공력음향학(computational aeroacoustics) 기법을 이용하는 연구가 간단한 형상에 대해 시도 되고 있다^(4,5). 산란된 음장을 원거리까지 정확하게 계산하기 위해서는 고해상도 수치 기법, 장시간 계산 시 수치해의 안정성 문제 및 산란된 음파가 경계에서 반사가 없도록 하는 비반사 경계 조건의 적용이 중요하다. 이 연구에서는 여러 가지 음향파 전파 문제에 검증된 고차 정확도의 ENO(essentially non-oscillatory) 수치 기법과 특성치 비반사 경계 조건(characteristic non-reflecting boundary condition)⁽⁶⁾이 제안되고, 계산된 결과는 전산공력음향학 벤치마킹 문제로 소개되었던 원형 실린더와의 음향 산란 문제의 엄밀해와 비교된다. 이를 통해 이 연구를 위해 사용된 수치적 방법의 타당성을 고찰하고, 산란된 음장의 방향성 및 간섭 패턴을 조사하고자 한다.

이 논문은 2절에서 음향 산란 해석에 사용된 수치 기법에 대해 자세히 다루고 3절에서는 수치 해석 결과를, 4절 결론으로 글을 맺는다.

2. 지배방정식 및 수치 기법

2.1 지배방정식

음향 산란 문제를 해석하기 위해 비정상 Euler 방정식을 사용하였고, 일반 좌표계에서 강한 보존 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} = \hat{S} \quad (1)$$

여기서 보존 변수 \hat{Q} 와 비점성 플럭스 벡터들 \hat{E}, \hat{F} 는 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_t \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \xi_x \\ \rho v U + p \xi_y \\ (\rho e_t + p)U \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p \eta_x \\ \rho v V + p \eta_y \\ (\rho e_t + p)V \end{bmatrix} \quad (2)$$

x, y방향에 각각 수직인 속도 성분들은 다음과 같이 표현된다.

$$U = \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v \quad (3)$$

시간에 따라 주기적으로 변화하는 음원 경계 조건을 부여하기 위하여 Euler 방정식 우변에 \hat{S} 로 표현되는 원천항을 에너지 방정식에만 적용하였다.

2.2 특성치 경계 조건

보존형 Euler 방정식 (1)은 ξ 가 일정한 계산 경계에 수직인 방향으로 다음과 같이 특성형(characteristic form)으로 변환될 수 있다.

$$\frac{\partial \hat{W}}{\partial t} + \hat{\Lambda} \cdot \frac{\partial \hat{W}}{\partial \xi} = \hat{S} \quad (4)$$

여기서 \hat{W} 은 특성변수 벡터, $\hat{\Lambda}$ 는 특성벡터의 고유치 그리고 \hat{S} 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\delta \hat{W} = \hat{P}^{-1} \cdot \delta Q = \left(\delta p - \frac{\delta p}{c^2}, \quad \delta \tilde{v}, \quad \frac{\delta p}{\rho} + \delta \tilde{u}, \quad \frac{\delta p}{\rho} - \delta \tilde{u} \right) \quad (5)$$

$$\hat{\Lambda}(\text{diagonal}) = \left(U, \quad U, \quad U + c\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}, \quad U - c\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \right) \quad (6)$$

$$\hat{S} = -J \cdot \hat{P}^{-1} \left\{ \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + E \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\eta_x}{J} \right) + F \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\eta_y}{J} \right) \right\} \quad (7)$$

여기서 c 는 음속, J 는 자코비안을 η_x, η_y 는 자코비안 매트릭스를 나타낸다. 계산 영역으로 유입 또는 밖으로 유출되는 대류항을 이용하여 간단히 표현하면 다음과 같다.

$$L_i = \lambda_i \cdot \frac{\partial \hat{W}}{\partial \xi} \quad (\text{2차원} : i=1\sim 4) \quad (8)$$

여기서 λ 는 고유 특성치를 의미하고, 특성변화와 함께 자세하게 나타내면 다음과 같은 식으로 표현된다.

계산 영역으로 들어오는 L_i 는 유입류 조건, 비반

사 조건 및 벽면 조건 등에 따라 영역밖으로 나가는 정보로부터 결정되고, 이때 L 벡터들의 유입류, 유출류에 대한 판단은 특성치의 부호, 즉 유동의 속도 부호로써 이루어진다.

$$\begin{aligned}
 L_1 &= (u\xi_x + v\xi_y) \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) \\
 L_2 &= (u\xi_x + v\xi_y) \cdot \left(\tilde{\xi}_y \frac{\partial u}{\partial \xi} - \tilde{\xi}_x \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \\
 L_3 &= (u\xi_x + v\xi_y + c\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}) \\
 &\quad \times \left(\frac{1}{\rho c} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \left(\tilde{\xi}_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \tilde{\xi}_y \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right) \\
 L_4 &= (u\xi_x + v\xi_y - c\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}) \\
 &\quad \times \left(\frac{1}{\rho c} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \left(\tilde{\xi}_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \tilde{\xi}_y \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{9}$$

3. 계산 결과 및 고찰

3.1 해석 기법의 검증

주기적으로 가진 하는 음원에 의한 원형 실린더와의 음향 산란의 방향성 및 간섭 패턴을 살펴보기 전에, 엄밀해가 존재하는 문제를 해석하여 비교함으로써, 이 연구에 사용된 해석 기법의 타당성을 살펴보고자 한다.

Fig. 1은 음향 산란 문제의 개략도를 보여 준다.

지름이 1인 원형 실린더가 원점에 위치하고 음원은 x축으로부터 4만큼 떨어진 지점에서 다음과 같은 시간의 함수로 주어진다.

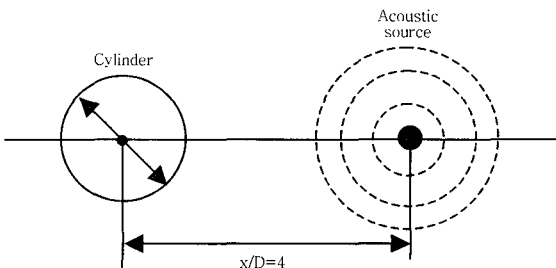


Fig. 1 Schematic diagram for acoustic scattering problem

$$\begin{aligned}
 S(t) &= \exp \left[-\ln(2) \frac{(x-4)^2 + y^2}{(0.2)^2} \right] \cdot \sin(\omega t) \cdot f(t) \\
 f(t) &= \min \left(1, \left(\frac{t}{t_0} \right)^3 \right)
 \end{aligned} \tag{10}$$

여기서 ω 는 음원의 주파수를 나타내고, $f(t)$ 함수는 계산초기에 음원의 크기를 점차적으로 증가시켜 해의 안정성을 위해 사용되었으며, t_0 값은 4이다.

전산공력음향학 벤치마킹 문제에서 요구하는 음원의 주파수 ω 는 6π 이다. 고주파수 음원의 산란 문제는 한파장당 격자점이 충분해야 하기 때문에, 고차 정확도의 수치 기법의 사용이 필수적이며, 벽면 조건 또는 유출류 경계에서의 비반사 조건이 수치적 오차가 최소가 되도록 적용되어야 한다.

계산 영역은 r, θ 방향 각각으로 $0.5 \leq r \leq 10.5, 0 \leq$

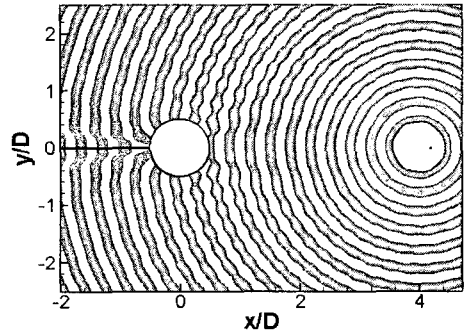


Fig. 2 Results for acoustic scattering simulation: instantaneous total (incident plus scattered) pressure fields ($\omega = 6\pi$)

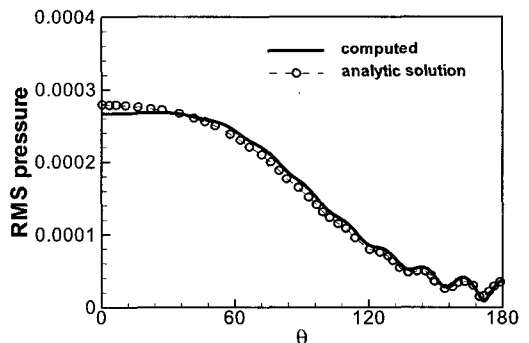


Fig. 3 RMS-pressure on the upper surface of cylinder with an acoustic source frequency of $\omega = 6\pi$

$\theta \leq 2\pi$ 이며 계산을 위해 사용된 격자계는 1001×501 이다. 실린더 벽면근처에서는 입사파가 반사되고

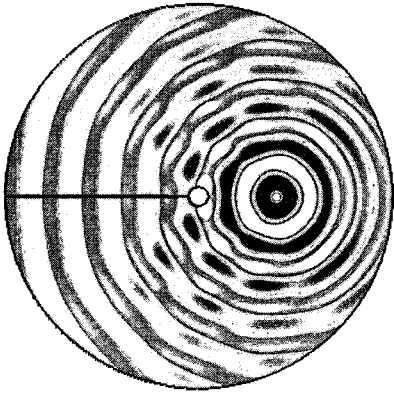


Fig. 4 Entire view of the instantaneous total pressure fields ($\omega = \pi$)

회절되는 복잡한 산란 패턴을 보이므로 격자계를 밀집하였고, 수치해의 안정성과 정확성을 위해 평균적인 파장당 격자수는 14점을 사용하였다.

Fig. 2는 임의의 순간에서의 산란 음장을 나타내는 계산 결과이다. 원형의 음원이 전파되고 실린더와의 상호작용으로 반사, 회절되어 복잡한 구조를 보이고 있다. 음원으로부터 실린더 후방 지역은 그림자 영역(shadow region)이 되어 산란 음장의 크기가 현저히 감소함을 알 수 있다.

Fig. 3은 실린더표면에서의 RMS 압력을 다른 연구자가 계산한 엄밀해⁽⁷⁾와 비교한 그림이다. 계산된 결과가 엄밀해와 매우 잘 일치하고 있어 이 연구에 사용된 고차정확도 ENO기법과 특성치 경계조건이 음향 산란문제를 해석하는데 타당한 방법임을 확인할 수 있다. 여기서 고려되고 있는 원형 실린더는

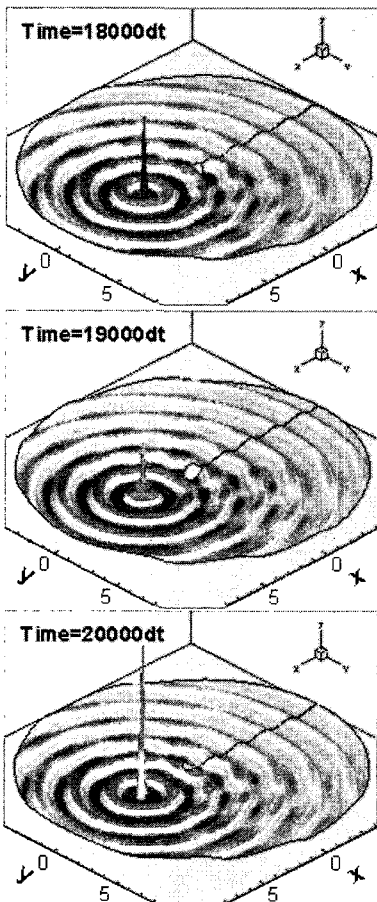


Fig. 5 Three dimensional view of the interference patterns by pressure fields ($\omega = \pi$)

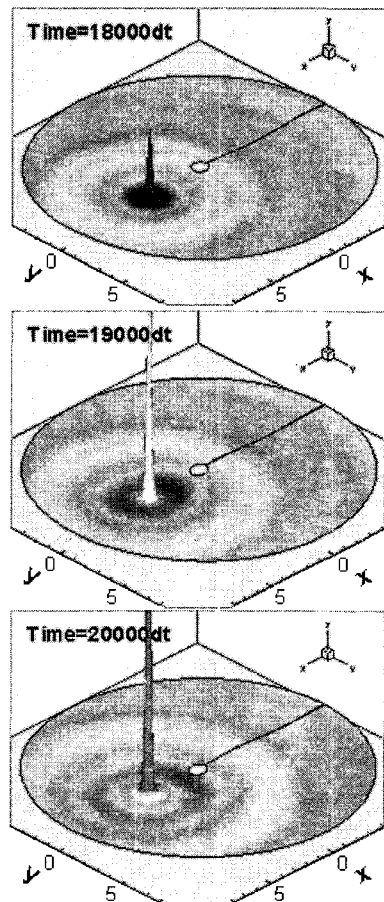


Fig. 6 Three dimensional view of the interference patterns by pressure fields ($\omega = 0.25\pi$)

형상이 간단하지만 음원의 주파수가 높기 때문에 실린더 표면 압력 분포를 정확하게 포착하는 것은 쉽지 않으며, 이를 토대로 향후 좀 더 복잡한 형상에 대한 음향 산란 문제를 다루고자 한다.

실린더 표면의 $\theta=0^\circ$ 에서 $\theta=60^\circ$ 까지는 RMS 압력이 거의 일정하다가 $\theta=90^\circ$ 를 지나면서 급격히 압력이 감소함을 볼 수 있다. 이는 Fig. 2에서 더 명확하게 확인 할 수 있다. 벽면 압력 분포 중 음원이 입사하고 반사되는 $\theta=0^\circ$ 근처에서는 계산된 결과와 엄밀해가 다소 차이가 있다. 주기적으로 실린더 벽면에 입사하는 파와 벽면으로부터 반사되는 파와의 간섭현상이 큰 지역이므로, 이 연구에 사용된 특성치 벽면 경계조건에 대한 개선이 필요하다고 생각된다.

Fig. 4는 외부 경계영역에서 특성치 비반사 경계조건이 타당하게 적용되었는지 확인하기 위하여 계산 영역 전체를 도시하였다. 그림에서 보듯이 비물리적인 반사 없이 음원자체 뿐만 아니라 산란된 음파도 비반사 경계를 잘 빠져나가는 것을 볼 수 있다.

이 경우는 음원이 주파수가 $\omega=\pi$ 인 다소 낮은 주파수로 가진 되므로, 실린더에 의한 산란 및 회절은 $\omega=6\pi$ 인 경우에 비해 크지 않으며 그림자영역도 거의 존재 하지 않음을 알 수 있다.

3.2 음원 주파수 변화에 따른 간섭 현상

Fig. 5, 6은 $\omega=\pi, 0.25\pi$ 의 주파수로 음원이 가진 할 때 산란 및 간섭 패턴을 3차원 그림으로 도시하였다. 음원이 있는 곳에 따라 압력의 크기가 크게 변화하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5에서 중요하게 보여지는 것은 산란파의 원주 방향으로 음향 모드가 발생하는 부분이다 (점선으로 표시). 이것은 음원으로부터 진행하는 파와 실린더에 의한 산란파가 서로 만나서 생기는데, 전파되는 음파들의 마루와 마루가 만나면 압력이 큰 마루를 만들고 골과 골이 만나면 압력이 낮은 골이 만들어 진다. 원주 방향의 음향 모드는 실린더와 음원 사이에서 크게 4방향으로 발생하고 그림에서 보면 적색부분에 해당한다. 이러한 산란 음장의 모드 및 방향성을 알면 소음원에 대한 산란으로 전파되는 특성을 고려하여 소음 제어를 할 수 있다고 생각된다.

Fig. 6은 저주파수, $\omega=0.25\pi$ 의 음원인 경우 실린더와의 산란 음장을 나타낸 그림으로 거의 산란

없이 음원의 파가 실린더를 관통하여 전파됨을 알 수 있다.

이 경우는 음원의 파장이 실린더의 직경보다 매우 커서 실린더가 거의 영향을 미치지 못하게 된다.

Fig. 7은 음원의 주파수 변화에 따른 산란 및 간섭 패턴을 살펴보고자 세가지 주파수, $\omega=4\pi, \pi, 0.25\pi$ 에 대하여 해석을 수행하였고 임의의 순간에 압력장을 비교한 그림이다.

Fig. 7(a)의 고주파인 경우는 실린더 후방에서 그림자 영역이 넓게 퍼져 있음을 볼 수 있고, Fig. 7(b)

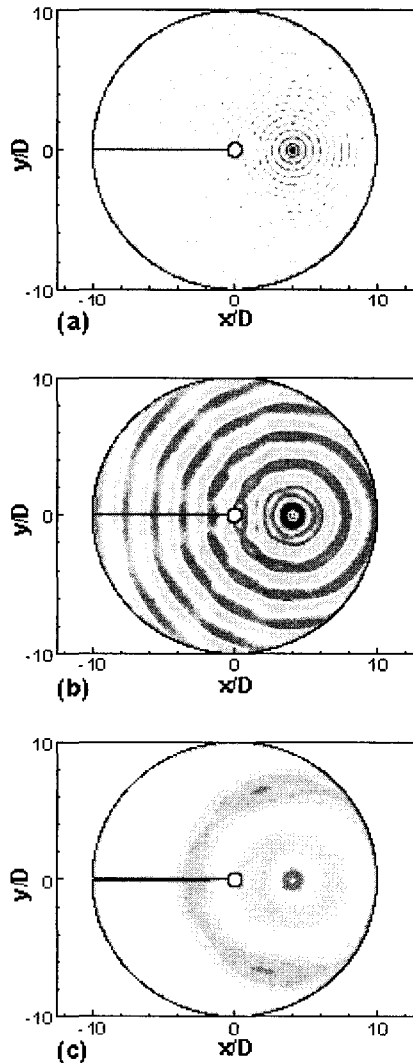


Fig. 7 Comparison of the interference patterns by instantaneous pressure fields (a) : $\omega=4\pi$, (b) : $\omega=\pi$ and (c) : $\omega=0.25\pi$

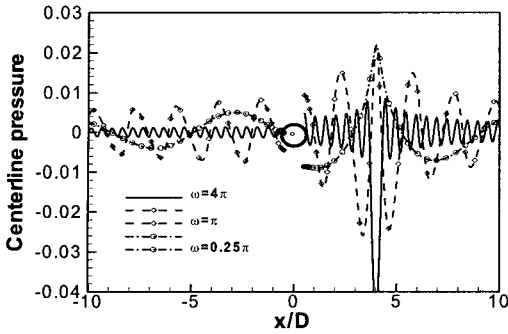


Fig. 8 Comparison of the centerline pressure distribution (a) : $\omega = 4\pi$, (b) : $\omega = \pi$ and (c) : $\omega = 0.25\pi$

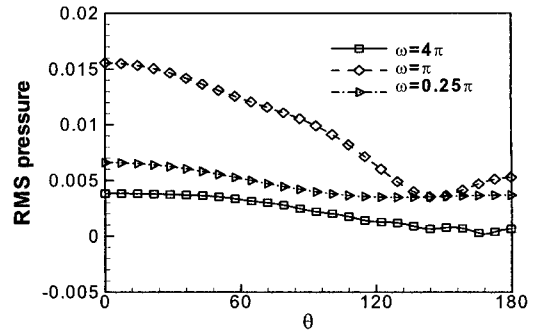


Fig. 9 Comparison of the RMS-pressure on the upper surface of cylinder (a) : $\omega = 4\pi$, (b) : $\omega = \pi$ and (c) : $\omega = 0.25\pi$

에서는 원주 방향으로 음향 모드가 발생함을 알 수 있다.

세 경우의 주파수 해석 결과, 모두 외부 경계에서 비물리적인 반사없이 산란 음파들이 잘 빠져나가고 있다. 외부 경계 조건이 잘못 적용되면, 비물리적인 반사파가 계산영역 안으로 전파되어 산란 음장을 왜곡시키게 된다.

Fig. 8은 음원과 실린더의 x축 방향으로 중심 압력 분포를 비교한 그림이다. 압력 컨투어에서 보다 더 명확한 압력파의 거동을 볼 수 있다. $\omega = 0.25\pi$ 인 경우는 음파의 파장이 실린더의 직경보다 8배 이상 큰 형태로 전파되고 있어 실린더가 음원과의 산란 및 회절을 유도하기에 너무 작다. $\omega = 4\pi$ 의 음원인 경우 실린더 후방의 압력의 크기는 거의 일정하게 전파되고 있음을 볼 수 있다. 파장이 매우 작기 때문에 산란파의 전파를 정확하게 해석하기 위해서는 파장당 요구격자수가 적은 고해상도, 고차정확도를 갖는 수치 기법이 필요하다.

Fig. 8에서 실린더 후방에서의 음파의 크기 (amplitude)를 유심히 살펴보면, 초기 음원의 크기를 모두 동일한 조건에서 계산을 하였음에도 $\omega = \pi$ 인 경우가 $\omega = 0.25\pi$ 인 경우 보다 압력의 크기가 큼을 볼 수 있다. Fig. 9에서 실린더 표면 압력 분포의 크기도 동일한 패턴을 보여주고 있어 산란 음장의 압력 크기와 음원의 주파수와 어떤 상관관계가 있음을 예측할 수 있다.

4. 결 론

전산공력음향학 (computational aeroacoustics)

기법을 이용하여 주기적으로 가진 하는 음원과 원형 실린더와의 음향 산란 문제를 해석하였다. 엄밀해가 존재하는 고주파수의 음원에 대한 산란 문제를 해석하여 실린더 표면 압력 분포가 엄밀해와 매우 잘 일치함을 확인함으로써, 이 연구에 사용된 고차 정확도 ENO기법과 외부 경계에서 비물리적인 반사파가 발생하지 않도록 하는 특성치 비반사 경계조건이 타당하게 적용되었다고 판단된다. 다양한 음원의 주파수에 따른 해석 결과를 통해 원주 방향으로 음향모드가 발생함을 알았고, $\omega = 0.25\pi$ 인 음원인 경우는 파장이 실린더의 직경보다 매우 커서 산란 영향이 거의 없음을 알 수 있었다. 음원의 주파수와 산란 음장의 압력 크기는 어떤 상관관계가 있음을 예측할 수 있었고, 이에 대해서는 좀 더 연구가 필요하다고 사료된다.

후 기

이 연구는 순천대학교 기계우주항공공학부 지방대학혁신역량강화사업(NURI)의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Faran, J. J., 1992, "Scattering of Plane Wave from Submerged Object with Partially Coated Surfaces," J. Acoustic. Soc. Am, Vol. 92, pp. 1721 ~1728.
- (2) Hasheminejad, S. M., and Safari, N., 2005, "Acoustic Scattering from Viscoelastically Coated

Spheres and Cylinders in Viscous Fluids” , Journal of the Sound and Vibration, Vol. 280, pp. 101~125.

(3) Lee, S.H. and Kim, Y.H., 2004, “Realization of Acoustic Scattering Holography” , Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 14, No. 11, pp. 1101~1106.

(4) Berthet, R. and Astruc, D., 2003, “Numerical Boundary Conditions for Sound Scattering Simulation” , Journal of Computational Physics, Vol. 190, pp. 64~99.

(5) Sherer, S.E. and Visbal, M.R., 2004,

“High-order Overset-grid Simulation of Acoustic Scattering from Multiple Cylinders” , NASA/CP, 212954, pp. 255~266.

(6) Kim, Y.S. and Lee, D.J., 2001, “Numerical Analysis of Internal Combustion Engine Intake Noise with a Moving Piston and a Valve” , Journal of Sound and Vibration, Vol. 241, No. 5, pp. 895~912

(7) Sherer, S. and Scott, J.N., 2005, “High-order Compact Finite-difference Methods on General Overset Grids” , Journal of Computational Physics, Vol. 210, pp. 459~496.