

## 유체장 변화에 따른 사각형 탱크의 진동에 관한 연구<sup>#</sup>

### Case Study on Hydroelastic Vibration of Plate for Various Bounded Fluid Field

김극수<sup>†</sup> · 최수현<sup>\*</sup> · 조현동<sup>\*\*</sup>

K. S. Kim, S. H. Choi and H. D. Jo

(2006년 9월 26일 접수 ; 2006년 12월 19일 심사완료)

Key Words : Hydroelastic Vibration(유탄성진동), Fluid Field(유체장), Added Mass(부가수질량)

#### ABSTRACT

In this paper, a numerical case study is carried out on the hydroelastic vibration of rectangular plate with various fluid field. It is assumed that the tank wall is clamped along the plate edges. The VMM(virtual mass method) of Nastran is used for the simulation of fluid domain and calculating natural frequency of fluid-coupled structure. In this paper, natural frequencies are calculated and compared for rectangular plates with various fluid field such as infinite fluid and finite fluid, length change of finite fluid field and various fluid contacting conditions.

#### 1. 서 론

최근 구조물이 유체와 접하는 경우 유체-구조 연성문제를 해석하기 위한 많은 연구가 진행되어 왔다. 특히 선박에는 물이나 연료로 가득 채워진 탱크들이 많이 존재하고 있으며, 선박의 주기진원과 유체로 인하여 고유진동수가 낮아진 구조물과의 공진 가능성이 항상 내재하고 있다. 이에 접수 탱크의 공진회피 설계가 고품질 저진동 선박 건조를 위한 핵심 기술로 평가 되어 있다.(2005 김병희)

접수진동에 대한 연구로는 사각형 판에 대한 진동을 김극천(1979)은 무한유체에서의 평판의 고유진동수를 계산하였고, 한상보와 광문규(1996), 이호섭(1984), 최수현(2002) 등은 실험적으로 원환판, 유

공판 및 직사각형 탱크의 접수진동에 대하여 연구하였고, 탱크의 접수진동에서는 수위에 따른 탱크의 고유진동수 변화를 검토하고 부가수 질량을 실험적으로 산정하였다. 이론적인 연구로는 이동연(2000)은 슬로싱 연구에서 사각형 탱크의 유체 구조 연성에 대해 연구하였고, Zhou(2000), 김병희(2005)는 탱크와 같이 길이 방향으로 무한한 유체에 접한 평판 및 보강판의 고유진동수 추정에 대한 연구를 하였다. 김극수 등(2005)은 사각형 탱크의 보강판에 대한 유체구조 연성문제를 Rayleigh-Ritz방법과 경계요소법을 사용하여 계산하였다. 또한 정정훈(2003, 2004)은 마주보는 2개의 동일한 원판 및 사각판 사이에 유체가 연성되어 있는 경우에 대한 이론적인 고유진동수를 구하였다.

한편 배성용(2003)은 자체 개발한 유한요소 프로그램을 이용하여 보강판 탱크구조의 접수진동을 해석하였다.

이러한 접수 문제는 특정한 유체장에 한정하여 구조물의 접수 고유진동수를 해석하였다. 하지만 동일한 구조물에 대하여 유체장의 변화, 즉 유체장을 결정하는 경계조건의 변화에 따른 구조물의 고유진동

<sup>†</sup> 책임저자; 정회원, 대우조선해양(주) 진동소음연구팀

E-mail : kuku@dsme.co.kr

Tel : (055)680-5548, Fax : (055)680-2174

<sup>\*</sup> 정회원, 대우조선해양(주) 진동소음연구팀

<sup>\*\*</sup> 대우조선해양(주) 진동소음연구팀

<sup>#</sup> 이 논문은 2006 추계 소음진동 학술대회에서 우수논문으로 추천되었음.

수의 변화에 대한 연구는 거의 없다. 따라서, 이 연구에서는 접수의 위치와 방향 그리고 접수되는 유체장의 크기에 따른 영향(유체경계조건)에 대해 동일한 판 구조물 고유진동수가 어떻게 변화 할 것인지를 관찰하고자 한다.

이 연구에서는 다양한 유체장을 모델링하기에 편리한 상용 해석 프로그램인 Nastran을 이용하여 유체장 변화에 따른 사각형 판의 고유진동수 변화를 관찰하고자 한다. 먼저 무한 유체장의 경우와 유한 유체장의 경우에 대하여 평판의 고유진동수의 차이와 유체장의 길이와 폭, 높이 변화에 따른 고유진동수 변화를 보고, 유체장이 측면 하부 상부에서 구조물과 연성되는 경우에 대해 각각의 고유진동수 차이를 비교하고자 한다.

## 2. 운동방정식

유체 구조 상호작용으로 인한 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M_s]\{\ddot{X}(t)\} + [K_s]\{X(t)\} = F_s(t) \quad (1)$$

여기서  $M_s, K_s$ 는 구조물의 질량, 강성행렬이며,  $F_s$ 는 유체력이다.

이 유체력에서 가속도에 비례하는 항을 계산한 후, 이 유체에 의해 구조물에 부가 되는 질량을 구조물의 질량에 합하여 접수구조물의 고유진동수를 계산하게 된다.

간단한 접수 평판 모델을 이용하여 부가수 질량을 계산하는 과정을 살펴보면 다음과 같다.

Fig. 1과 같이 사각형 탱크에 유체가 차 있을 경우 측면 평판에 가해지는 유체의 부가수 질량효과를 계산하는 과정은 다음과 같다. 여기서  $a, b, H, L$  각각 측면 평판의 폭과 높이 그리고 유체의 높이 탱크의 길이이다. 여기서 빗금친 부분이 측면 평판이

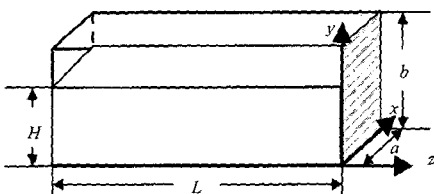


Fig. 1 A rectangular tank filled with fluid

있는 부분이다.

비압축성, 비점성 이상유체에 대한 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

여기서  $\Phi$ 는 속도 포텐셜로 유체장에 적용되는 경계조건에 의해서 계산 할 수 있다. 여기서 대상 측면 평판을 제외한 나머지 벽면을 강체로 가정하면, 벽면에서는 수직 방향의 속도가 0이고, 자유수면에서는 포텐셜이 0이며, 측면 판과 접하고 있는 유체의 경우는 판과 같이 진동하는 것으로 가정할 수 있다.

측면 판에 작용하는 유체력은 속도 포텐셜에 Bernoulli's equation을 적용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$p = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (3)$$

측면 판에 작용하는 유체력은 위에서 계산한 압력을 판의 면적에 대해 적분하여 식(4)와 같이 계산할 수 있다.

$$F_s = \iint \int p \, dx \, dy \quad (4)$$

식(4)에 의해 계산된 유체력 중에서 가속도에 비례하는 항이 유체에 의해 판에 부가되는 질량의 항으로 식(5)와 같다.

$$F_s = M_f \ddot{x}(t) \quad (5)$$

지금까지 계산한 유체력에 의해 판에 부가되는 질량  $M_f$ 를 유체구조 상호작용으로 인한 운동방정식(1)에 대입하면 다음과 같다.

$$[M_s + M_f]\{\ddot{X}(t)\} + [K_s]\{X(t)\} = F_s(t) \quad (6)$$

## 3. 다양한 유체장에 변화에 따른 사각형 탱크의 진동

### 3.1 유한유체장과 무한유체장의 접수 수위에 따른 고유진동수 비교

Fig. 2와 같이 무한유체장과 유한유체장에 의한 부가수 질량 효과를 비교하기 위하여 Nastran을 이용하여 평판의 한쪽 측면이 접수 될 경우, 즉 평판이 무한유체장에 놓이는 경우와 탱크를 모델링하여 계산하는 경우를 비교해 보았다.

(1) Nastran진동해석 모델

Nastran에서 탱크해석에 사용한 모델은 Fig. 3과 같이 측면 평판의 두께는 1.4 mm로 하고 다른 부분의 평판 두께를 20 mm로 한 다음 고정경계조건을 고려하기 위하여 측면 평판을 제외한 모든 평판을 고정경계조건으로 잡았다. 그리고 탱크 내부에 유체가 갇혀 있는 것을 고려하기 위해 평판의 normal vector의 방향을 탱크의 내부로 향하도록 하였다. 측면 평판에 무한유체장이 접하는 경우는 탱크의 boundary를 없애고, 측면 평판만 따로 떼어 접수진동 해석을 수행하였다.

Nastran에서 접수효과를 고려하는 card인 MFLUID를 사용하였다.

(2) 탱크 모델(유한 유체장)과 측면 평판 단독 모델(무한 유체장)의 수위별 고유진동수 비교

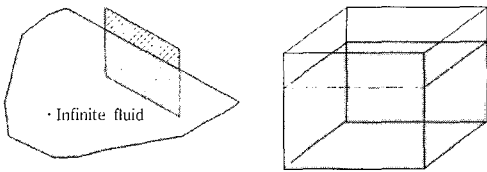


Fig. 2 Infinite and bounded fluid

Nastran의 탱크 모델과 측면 평판단독 모델의 접수 고유진동수를 수위별로 계산하여 비교한 결과는 Table 1과 같고 상호 비교한 오차율은 Fig. 4에 나타내었다. 결과를 보면, 탱크 모델의 고유진동수가 평판 모델의 고유진동수 보다 낮다. 아울러 접수 수위가 높아질수록 차이가 커지는 것을 알 수 있다. 특히 평판이 90 % 잠겼을 경우는 탱크 모델(유한유체장)의 고유진동수가 평판 모델(무한유체장)의 고유진동수 보다 50 % 정도 낮게 나타난다. 이는 탱크 내에 갇혀있는 유체와 무한유체의 포텐셜이 다르기 때문이다. 따라서 탱크를 둘러싸고 있는 보강판을 해석할 경우에는 평판만 모델링하여 접수효과를 고려할 것이 아니라 탱크를 전부 모델링하여 갇힌 유체 효과를 고려하여야 한다. 차수별 오차는 1차 고유진동수의 오차가 가장 크고 고차 진동수로 갈수록 대체로 줄어드는 경향이 있다.

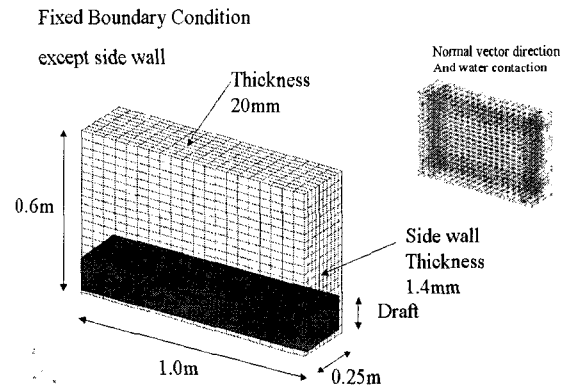


Fig. 3 F.E. model of tank

Table 1 Natural frequency difference of plate in contact with finite and infinite fluid Unit: Hz

Draft	Air (0 %)			0.06 (10 %)			0.15 (25 %)		
Mode	NAS.Tank	NAS.Plate	EPR. (%)	NAS.Tank	NAS.Plate	EPR. (%)	NAS.Tank	NAS.Plate	EPR. (%)
1 <sup>st</sup>	128.0	128.1	- 0.1	127.9	127.9	- 0.0	87.0	93.1	- 7.1
2 <sup>nd</sup>	151.0	151.3	- 0.2	150.2	150.3	- 0.1	132.0	132.9	- 0.7
3 <sup>rd</sup>	194.0	194.5	- 0.3	190.9	191.3	- 0.2	167.0	168.6	- 1.0
4 <sup>th</sup>	259.0	259.2	- 0.1	205.1	251.1	- 0.4	221.0	224.2	- 1.5
5 <sup>th</sup>	345.0	341.0	1.2	327.4	329.2	- 0.5	214.0	225.4	- 5.3
Draft (M)	0.3 (50 %)			0.45 (75 %)			0.54 (90 %)		
Mode	NAS.Tank	NAS.Plate	EPR. (%)	NAS.Tank	NAS.Plate	EPR. (%)	NAS.Tank	NAS.Plate	EPR. (%)
1 <sup>st</sup>	44.6	54.4	- 22.0	35.8	45.6	- 38.9	29.1	43.4	- 49.3
2 <sup>nd</sup>	91.7	98.0	- 6.9	60.5	66.6	- 10.0	52.6	59.3	-12.7
3 <sup>rd</sup>	143.0	145.0	- 1.4	97.2	102.3	- 5.2	81.3	86.5	- 6.4
4 <sup>th</sup>	160.0	172.6	- 7.9	149.0	155.0	- 4.0	122.6	128.2	- 4.6
5 <sup>th</sup>	182.0	187.0	- 2.7	149.0	162.0	- 8.7	145.7	159.4	- 9.4

### 3.2 유체장의 길이 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수 변화

Fig. 5와 같이 측면판에 사각형 유한 유체장이 접하고 있는 경우에 대하여 사각형 유체장의 길이(L)의 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수의 변화를 조사하였다.

유체장의 길이 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수 변화는 Fig. 5와 같다. 측면 평판의 고유진동수는 그림에서 보는 바와 같이 유체장의 길이가 길어질수록 높아진다. 이는 부가수 질량이 유체장의 길이가 짧을수록, 다시 말하면 두 마주보는 평판사이의 거리 L이 가까울수록, 커지기 때문이다. 또한 유체장의 길이가 길어질수록 높아지다가 유체장의 길이(L)가 유체장의 높이(H)와 비슷해 질 때 수렴하는 특성을 보인다. 길이에 따른 부가수 질량효과를 나타내는 식은 아래와 같다.

$$R_{ij} = \frac{1}{A_{ij} \lambda_{ij} \cdot \tanh \lambda_{ij} L} \quad (7)$$

L, λ<sub>ij</sub>는 각각 유체장의 길이, 유체장의 속도 포텐셜의 특성치이다. Fig. 8은 유체장의 높이가 0.6 m일

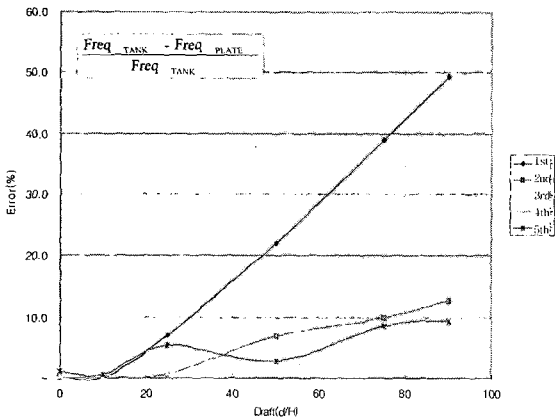


Fig. 4 Calculated for various filling depth

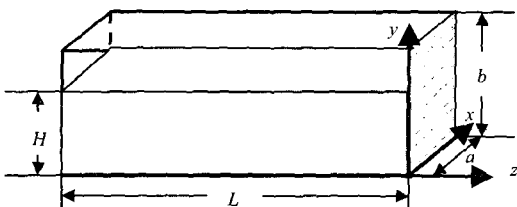


Fig. 5 Change of tank length(L) for bounded fluid

경우 유체장의 길이의 변화에 따른 저차 모드와 고유진동수 변화를 보여주고 있다.

### 3.3 유체장의 폭 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수 변화

Fig. 7과 같이 측면판에 사각형 탱크와 같은 유체장이 접하고 있는 경우 사각형 유체장의 폭의 변화에 따른 측면 평판의 고유진동수 변화를 조사하였다. 여기서 사각형 유체장의 폭은 a+2c이며 a는 사각형 평판의 폭이다. 여기서 a, b, L은 각각 0.25, 0.6, 0.6 m이며 두께는 1.4 mm이고, 평판을 제외한 나머지 부분은 고정경계로 하였다.

유체장의 폭이 증가함에 따라 Table 2와 같이

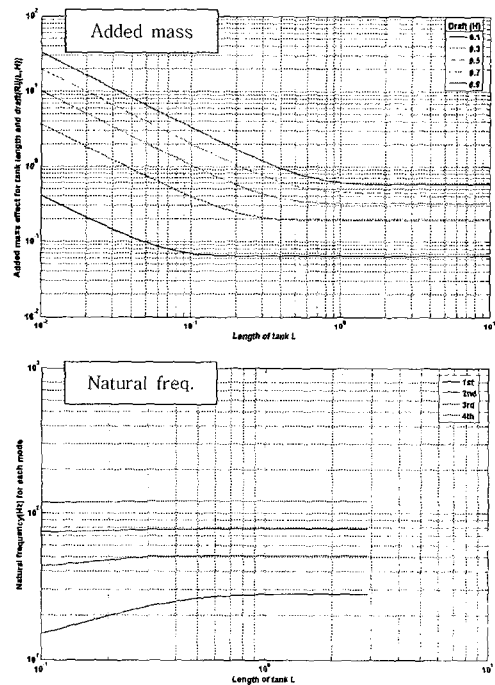


Fig. 6 Added mass effect for various tank length

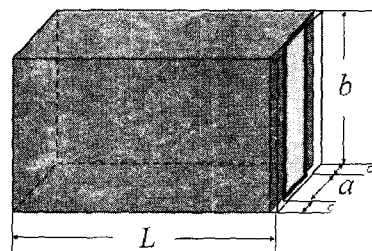


Fig. 7 Change of tank width for bounded fluid

측면 평판의 고유진동수는 높아지는 경향을 보이며, 이러한 영향은 저차 모드일수록 크다.

### 3.4 유체접수부위에 따른 평판의 고유진동수 변화

Fig. 8과 같이 사각형 탱크에 유체장이 접하고 있는 경우, 측면판과 바닥판 그리고 상부판의 고유진동수를 비교하였고 결과를 Table 3에 정리하였다. 해석 결과에 따르면 유체가 판의 바닥판에 접한 경우의 고유진동수가 판의 측면에 접한 경우의 고유진동수가 보다 낮으며, 유체가 상부판에 접하는 경우의 고유진동수는 다른 경우에 비해 현저히 낮다. 이는 측면판과 바닥판은 자유수면이 존재하고 있으나 상부판의 접수진동을 계산할 경우 상부판이 접수가 되기 때문이다. 이 세 가지 경우의 접수고유진동수가 다른 이유는 유체 포텐셜이 서로 다르기 때문이다.

상부판이 접수될 경우 측면판과 바닥판 및 상부판의 고유진동수는 거의 유사하다. 이는 관심 있는 판을 제외한 모든 벽들이 접수되고 고정되어(wall boundary condition) 유체 포텐셜 계산에 사용되는 경계조건이 같아지므로, 유체 포텐셜이 같아져서 판에 가해지는 압력이 같게 되고 부가수 질량이 같아지게 된다. Nastran으로 계산한 결과가 서로 약간

다른 이유는 Nastran VMM method으로 접수진동 해석 시 자유수면이 존재해야 하므로 탱크 상부면에 air vent를 만들었기 때문에 나타나는 현상으로 판단된다.

### 3.5 수직 및 수평으로 설치된 탱크의 측면판 고유진동수 변화

Fig. 9와 같이 수직으로 서있는 탱크와 수평으로 누워있는 탱크가 접수될 경우 측면판의 고유진동수를 비교하여 결과를 Table 4에 정리하였다. 해석 결과에 따르면 상면에 물이 닿지 않는 경우 수직으로 서있는 탱크의 1차 고유진동수가 누워있는 탱크의 1차 고유진동수에 비해 약 30% 정도 낮게 나타난다. 이는 간략하게 측면 평판에 대한 첫 번째 유체장의 모드에 의한 부가수 질량효과를 계산해 보면 식 (7)은 다음과 같이 된다.

$$R_{01} = \frac{1}{\frac{a\pi}{4} \cdot \tanh \frac{\pi}{2H} L} \quad (8)$$

여기서  $a, H, L$ 은 Fig. 9에서 보면 판의 길이, 유체장의 높이와 폭이다. 여기서 보면  $L$ 이 일정할 경우 유체의 부가수 질량은 폭에 반비례하고 유체장의 높이가 증가하면 지수적으로 증가하게 된다.

상부판이 접수될 경우 수직 및 수평 탱크 측면판의 고유진동수는 유사하다. 이는 유체 포텐셜을 구

Table 2 Natural frequency change of plate due to different tank width Unit : Hz

Length of c	0	a/4	a/2	a	5a
Mode 1	27.2	31.1	33.5	35.8	37.8
Mode 2	51.7	54.7	55.7	56.2	56.4
Mode 3	80.5	82.8	83.3	83.6	83.8
Mode 4	123.4	125.4	125.8	126.0	126.2

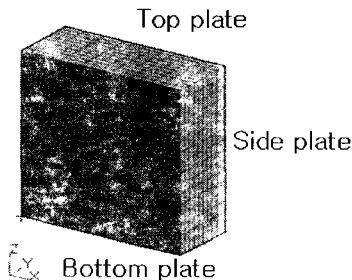


Fig. 8 F.E. model in contact with different side of fluid

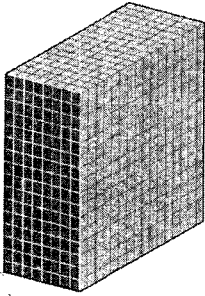
Table 3 Natural frequency change of plate in contact with different side of fluid Unit : Hz

Mode	Fluid contact	Side plate (top plate in air)	Bottom plate (top plate in air)	Top plate (top plate contact with fluid)
1		27.2	23.0	8.6
2		51.7	47.4	48.5
3		80.5	76.2	77.1
4		123.4	118.6	120.7

Mode	Fluid contact	Side plate (top plate contact with fluid)	Bottom plate (top plate contact with fluid)	Top plate (top plate contact with fluid)
1		8.2	8.2	8.6
2		47.2	47.3	48.5
3		75.4	75.5	77.1
4		118.6	118.6	120.7

Case 1



Case 2

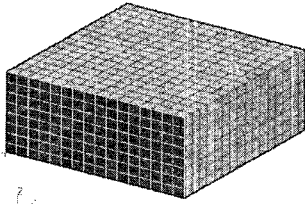


Fig. 9 Vertical and horizontal tank

Table 4 Vertical and horizontal tank in contact with fluid Unit : Hz

Mode	Fluid contact	Vertical side plate (top plate in air)	Horizontal side plate (top plate in air)
1 <sup>st</sup>		27.2	35.5
2 <sup>nd</sup>		51.7	52.8
3 <sup>rd</sup>		80.5	79.5
4 <sup>th</sup>		123.4	120.2

Mode	Fluid contact	Vertical side plate (top plate contact fluid)	Horizontal side plate (top plate contact fluid)
1 <sup>st</sup>		8.2	8.5
2 <sup>nd</sup>		47.2	47.1
3 <sup>rd</sup>		75.4	75.1
4 <sup>th</sup>		118.6	117.3

하는 경계조건이 같아 포텐셜이 같기 때문이다.

### 3.6 유체장의 높이 변화에 따른 상부판의 고유진동수 변화

Fig.10과 같이 유체장의 높이가 변하는 경우 상부판의 고유진동수 변화를 계산하였다. 계산한 결과는 Table 5에서와 같이 탱크의 높이가 낮아짐에 따라 상부판의 고유진동수가 낮아지는 경향을 보인다.

## 4. 결 론

지금까지 계산한 유체장의 변화에 따른 평판의 고유진동수 변화를 정리하면 다음과 같다.

가. 평판의 고유진동수는 무한유체장보다 탱크의 형상을 모델링한 유한유체장에서의 고유진동수가

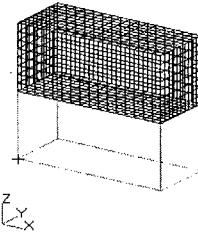


Fig. 10 F.E. model for different height of tank

Table 5 Natural frequency change of top plate due to different tank height Unit : Hz

Mode	Tank height	$b$	$b/4$	$b/8$	$b/16$
1		8.6	8.4	7.9	7.1
2		48.5	42.2	34.4	26.9
3		77.1	75.3	68	55.6
4		120.7	118.8	112.6	97.2

상당히 더 낮다.

나. 유체장의 길이가 짧아지면 평판의 고유진동수는 낮아진다.

다. 유체장의 폭이 넓어짐에 따라 평판의 고유진동수는 높아진다.

라. 탱크의 높이가 낮아지면 상부판의 고유진동수도 낮아진다.

마. 측면판 보다는 하부판의 고유진동수가 낮다.

바. 관심 판외에 모든 벽면이 접수 되어 있을 경우 유체장의 형상이 같으면 관심판의 위치에 상관없이 고유진동수는 같다. 이는 유체 포텐셜이 동일하기 때문이다.

사. 수직 탱크의 측면판이 수평 탱크의 측면판 보다 고유진동수가 상당히 낮다.

이 연구에서는 유체장의 변화에 따른 단순 사각 평판의 고유진동수변화를 정리하였고, 결과를 통해 접수진동해석 시 유체장의 영향을 이해하는 데 참고가 될 수 있을 것으로 판단된다. 향후 실험과 이론을 통하여 이러한 현상을 규명하는 연구를 진행할 예정이다.

## 참 고 문 헌

(1) Kim, K.C., 1978, "The Effect of the Boundary Condition on the Added Mass of a

Rectangular Plate” , Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 15, No. 2, pp. 1~11.

(2) Kim, K. C., 1977, “Vibration of Rectangular Plates” , Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 14, No.1, pp. 1~10.

(3) Kim, B.-H., 2005, “Natural Analysis for Stiffened Plate of Ship Tank Side in Contact with Water Using Assumed Mode Method” , Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 42, No. 4, pp. 396~401.

(4) Lee, D. Y., 1998, “A Study on the Sloshing of Cargo Tanks Including Hydroelastic Effects” , Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 35, No. 4, pp. 27~37.

(5) Lee, H. S., 1984, “Transverse Vibration of Rectangular Plates having an Inner Cutout in Water” , Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 21, No. 1, pp. 21~34.

(6) Choi, S.-H., Kim, K.-S. and Son, S.-W., 2002, “Analytical and Experimental Study on Vibration Characteristics for Rectangular Tank Structure Filled with Fluid” , Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 12, No. 3, pp. 195~203.

(7) Zhou, D. and Cheung, Y. K., 2000, “Vibration of Vertical Rectangular Plate in Contact with Water on One Side” , Earthquake Engineering and Structural Dynamics, pp. 693~710.

(8) Jeong, K. H., 2003, “Free Vibration of Two Identical Circular Plates Coupled with Bounded Fluid” , Journal of Sound and Vibration Vol. 260, pp. 653~670.

(9) Jeong, K. H., 2004, “Hydroelastic Vibration of Two Identical Rectangular Plates” , Journal of Sound and Vibration, Vol. 272, pp. 539~555.

(10) Kim, K. S., Kim, D. W., Lee, Y. B., Choi, S. H. and Kim, Y. S., 2005, “Hydroelasticity Vibration of a Rectangular Tank Wall” , ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences, DETC2005-84222.

(11) Meirovitch, L., 1967, “Analytical Methods in Vibration” , The Macmillian Company.

(12) Leissa, A. W., 1969, “Vibration of Plates” , National Technical Information Service.

(13) Timoshenko, S. P. & Woinowsky-Krieger, S., 1959, “Theory of Plates and Shells, McGraw, 2nd edition” .