

## 파랑 충격하중에 관한 3차원 입자법 수치모사

김영훈\* · 정성준\*\* · 이병혁\*\* · 황성철\*\* · 박종천\*\*

\*한국조선협회 조선인력개발센터

\*\*부산대학교 조선해양공학과

# Numerical Simulation of Tsunami Impact Load Using 3-Dimensional Particle Method

YOUNG-HUN KIM\*, SUNG-JUN JUNG\*\*, BYUNG-HYUK LEE\*\*, SUNG-CHUL HWANG\*\* AND JONG-CHUN PARK\*\*

\*Ship building HRD center, The Korea Shipbuilder's Association, Seoul, Korea

\*\*Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Pusan National University, Busan, Korea

**KEY WORDS:** Particle method 입자법, Moving particle semi-implicit (MPS) 입자간 상호작용 모델, Computational fluid dynamics 전산유체역학, Non-linear free surface 비선형 자유표면, Impact load 충격하중, Tsunami 쓰나미

**ABSTRACT:** The impact of a single wave generated by a dam break with a tall structure is modeled with a three-dimensional version of the Moving particle semi-implicit (MPS) method. The particle method is more feasible and effective than methods based on grid connection problems involving violent free surface motions. In the present study, the Tsunami impact load and the change of longitudinal velocity component around the structure, which are obtained from the numerical simulation, are compared to those from experiments.

### 1. 서 론

지금까지 유동 수치모사에 있어서 유한요소법, 유한차분법, 혹은 유한체적법과 같이 격자를 이용한 수치해석 방법이 가장 널리 사용되어 왔다. 하지만 극심한 자유표면 운동, 유체-고체 간의 충돌과 같은 복잡한 물체형상이나 물리현상을 포함하는 문제에의 적용에는 한계가 있다. 격자법은 복잡한 문제들에 있어서 격자의 특성에 많은 영향을 받으며, 정도 높은 격자를 생성하는데 많은 시간과 노력을 필요로 한다. 반면 격자대신 입자를 이용하는 입자법(Monaghan, 1988; Koshizuka and Oka, 1995)은 격자를 생성할 필요가 없어 공학적인 응용문제 적용에 보다 유연하다고 할 수 있다. 또한 입자법은 속도의 전미분(Total derivative) 계산을 라그랑지(Lagrangian) 접근인 입자의 이동으로 계산하므로 오일러(Eulerian) 방법에서 심각하게 유발되는 수치확산이 없으며, 격자 생성에 소요되는 시간과 노력을 최소화할 수 있다.

본 논문에서는 Koshizuka and Oka(1996)가 제안한 MPS(Moving particle semi-implicit)법을 기본으로, 3차원의 입자법 수치모사를 하였다. 국소지역에서 쓰나미와 같은 단일 대형 파도가 연안 구조물에 작용하는 충격력에 대하여 살펴보았으며, 그 결과를 Washington 대학에서 행한 실험(Arnason, 2005)과 비교하여 경향이 일치하는 좋은 결과를 얻었다. 실험조건은 동일한 실험결과로 수치모사와 비교한 선행연구(Raad and Bioae, 2005; Lin et al., 2005)를 참고하였다.

### 2. 지배방정식

비압축성 점성 유동에 관한 지배방정식은 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식이다.

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{F} \quad (2)$$

여기서  $\rho$ 는 밀도,  $t$ 는 시간,  $\vec{u}$ 는 속도벡터,  $\nabla$ 은 구배 연산자,  $P$ 는 압력,  $\nu$ 는 동점성계수,  $\vec{F}$ 는 외력을 각각 나타낸다.

연속방정식 (1)은 격자법에서 일반적으로 속도의 발산(Divergence)으로 표시하는 반면, 본 연구에서는 밀도의 발산으로 표시하였다. Navier-Stokes방정식 (2)의 좌변은 속도의 대류항을 포함한 라그랑지의 전미분 형태이고, 입자의 직접적인 이동에 의해 계산된다. 한편, 우변은 압력 구배항, 점성항 그리고 외력항으로 구성되어 있다. 비압축성 유체의 점성 유동을 수치적으로 모사하기 위해서는 지배방정식에 포함된 구배항, 점성항 및 비압축성에 관한 입자간의 상호작용 모델이 필요하며, 본 연구에서는 이러한 모델들에 대하여 Koshizuka et al.(1995)에 의해 제안된 MPS법을 도입하기로 한다. 이들 각각의 모델에 대한 상세한 검증은 이병혁 등(2007)에 소개되어 있다.

### 3. 입자 상호작용 모델

MPS법에서는 연속체의 이산적인 계산을 입자 상호작용 모델을 통해서 행한다. 즉, 지배방정식의 편미분 연산자에 대응하는 입자간 상호 작용 모델을 만들고, 지배방정식의 각각의 항과 등가인 입자 상호 작용 모델로 치환한다.

#### 3.1 커널 함수(Kernel function)

연속 유체는 입자의 속도성분, 질량, 압력과 같은 물리량으로 나타내어진다. 유체의 흐름은 입자들의 상호작용 움직임에 의해 가시화되므로 지배방정식은 입자간 상호작용으로 표시할 수 있다. MPS법에서 입자 상호 작용은 커널 함수에 기초하여 이루어져 있다. 본 연구에서 사용한 커널 함수의 구체적인 식은 식 (3)과 같으며 Fig. 1에는 그 형상을 나타낸다.

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (0 \leq r < r_e) \\ 0 & (r_e < r) \end{cases} \quad (3)$$

여기서  $r$  은 두 입자 사이의 거리이고,  $r_e$  는 입자 상호작용 범위를 나타내는 커널 크기(Kernel size)이다. 커널 함수는 두 입자 사이의 거리 즉 중심 입자에서 주변 입자까지의 거리에 따라 각각의 입자에 대하여 물리량의 가중치를 주는 것이다. 단, 임계거리  $r_e$  는 초기 입자 배치 상태에서 평균 입자간 거리  $l_0$  에 임의의 값을 곱하여 얻는다.

#### 3.2 구배 모델(Gradient model)

입자  $i$  의 구배 모델은 입자  $i$  와 그 주변 입자  $j$  사이에서 구배 벡터를  $(P_j - P_i)(\vec{r}_j - \vec{r}_i) / |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2$  으로 계산하고 이것을 커널 함수로 평균 한 것이다(Fig. 2). 단, 구배 모델에서 동일한 입자에 대한 구배 벡터는 고려하지 않는다.

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{P_j - P_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (4)$$

여기서  $d$  는 계산 공간의 차원이고,  $n^0$  는 초기 입자 배치 상태에서의 입자수밀도(Particle number density)이다. 입자  $i$  의 입자수밀도는 식 (5)과 같이 정의한다.

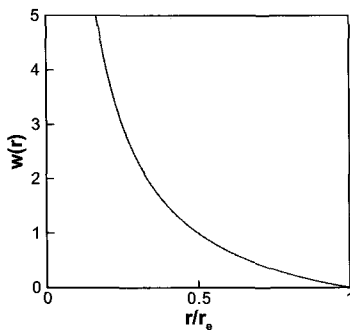


Fig. 1 Kernel employed in the present study

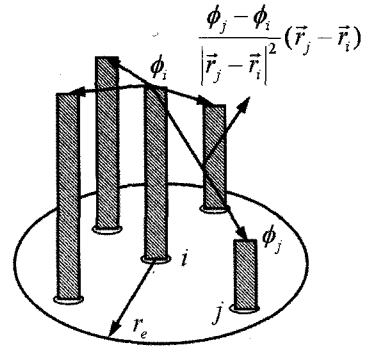


Fig. 2 Gradient model of MPS method

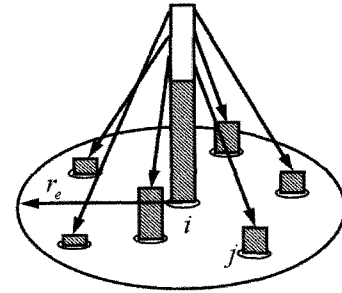


Fig. 3 Laplacian model of MPS method

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (5)$$

#### 3.3 확산(Laplacian) 모델

수학 연산자인 라플라시안(Laplacian,  $\nabla^2$ )은 물리적으로 확산을 의미하며, Fig. 3에서 표시하는 바와 같이 입자  $i$  가 갖는 물리량의 일부를 주위의 입자  $j$  쪽으로 커널 함수의 분포에 따라 분배해 주는 역할을 한다.

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle = \frac{2d}{\lambda n_i} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)] \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2}{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)} \cong \frac{\int_V w(r) r^2 dv}{\int_V w(r) dv} \quad (7)$$

식 (6)의  $\phi$  는 물리량,  $d$  는 계산 공간의 차원,  $\lambda$  는 해석해와 동일한 분산을 유지하기 위해 사용하는 계수이다.

#### 3.4 비압축성 모델

만약 입자의 질량이 모두 동일하다면, 유체의 밀도는 입자수 밀도에 비례하므로 연속방정식 식 (1)은 입자수밀도가 일정하다는 조건과 동일하다.

MPS법에서는 비압축성 유동의 계산 알고리즘으로서 SMAC 법과 거의 유사한 알고리즘을 사용한다(Fig. 4). 매 시간스텝은 양과 음의 2단계로 나눈다. 시각  $n$  에 있어서 입자의 위치, 속

도, 압력은 각각  $\vec{r}_i^n, \vec{u}_i^n, P_i^n$ 라고 하면, 제 1단계에서는 점성항과 외력항의 계산을 통하여 입자의 중간속도인  $\vec{u}_i^*$ 를 계산하고, 입자의 중간속도  $\vec{u}_i^*$ 를 이용하여 입자의 중간위치  $\vec{r}_i^*$ 를 계산한다. 즉,

$$\vec{r}_i^* = \vec{r}_i^n + \Delta t \vec{u}_i^* \quad (8)$$

식 (8)에 의한 입자의 이동은 격자를 사용하는 방법에 있어서 대류항의 계산에 해당된다. 계산된 입자의 중간 위치를 이용하여 입자수밀도  $n_i^*$ 를 계산할 수 있다.

제2단계에서는 먼저 압력의 포아송(Poisson)방정식을 계산한다.

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{n+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i^* - n^0}{n^0} \quad (9)$$

위 식의 우변은 제 1단계의 입자수밀도  $n_i^*$ 와 초기 입자수밀도  $n^0$ 와의 차를 나타낸다. 좌변은 확산 모델인 식 (6)을 사용하여 1차방정식으로 이산화 할 수 있으며, 적절한 반복해법에 의해 구할 수 있다. 구해진 압력을 식 (10)에 대입하여 속도의 수정치  $\vec{u}_i'$ 를 계산한다. 단, 우변의 압력 구배 계산은 MPS법의 구배모델 식 (4)를 사용한다.

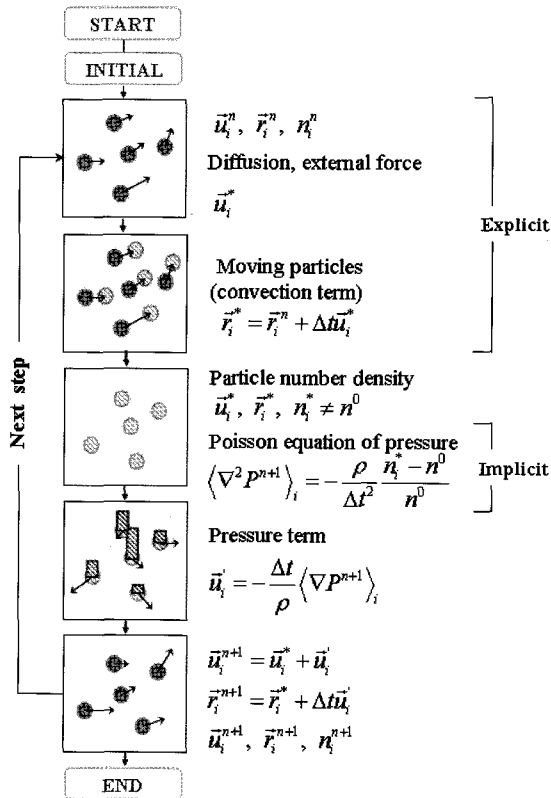


Fig. 4 Algorithm of the present particle method

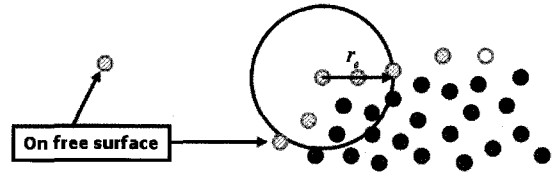


Fig. 5 Free-surface model of MPS method

$$\vec{u}_i' = -\frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla P \rangle_i^{n+1} \quad (10)$$

최종적으로, 시간  $n+1$ 에서 입자의 속도와 위치는 각각 식 (11), (12)에 의해 새롭게 얻어진다.

$$\vec{u}_i^{n+1} = \vec{u}_i^* + \vec{u}_i' \quad (11)$$

$$\vec{r}_i^{n+1} = \vec{r}_i^* + \Delta t \vec{u}_i' \quad (12)$$

본 방법과 일반적인 차분법에 있어서의 SMAC법과의 차이는 대류항이 입자의 이동에 의해 직접 계산된다는 것과 압력의 포아송 방정식에 있어서 우변의 소스항이 속도의 발산이 아닌 입자수밀도로 표시되는 것이다.

### 3.5 자유표면 경계조건

자유표면 경계조건으로 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건이 있다. 본 연구에서 동역학적 경계조건은 자유표면 입자의 압력을 대기압과 동일한 0의 값으로 고정하고, 운동학적 경계조건은 자유표면 입자를 직접 이동하여 만족시킨다. 두 경계조건을 만족시키기 위해서는 자유표면 입자의 탐색이 선행되어야 한다. 자유표면 입자의 탐색에는 식 (13)에 따른다.

$$n_i^* < \beta n^0 \quad (13)$$

여기에서  $\beta$ 는 상수이며 1.0 미만으로 한다. 즉, Fig. 5에 보이는 바와 같이 자유표면 입자는 근방의 입자들에 비해 상대적으로 입자수가 적어져 입자수밀도가 낮아지게 되기 때문이다. 이 조건은 자유표면의 형상을 고려할 필요 없이 모든 입자에 대해 동일하게 정의할 수 있으므로 유체 내부에 기체가 생기거나 유체가 분열·합체되는 경우에도 사용할 수 있다.

## 4. 수치모사

### 4.1 수치모사 조건

앞서 설명한 입자 상호작용 모델을 이용하여 국소지역에서 쓰나미와 같은 단일 대형 파도가 연안 구조물에 주는 충격하중을 수치모사 하였다. Fig. 6에 보이는 것과 같이 국소 쓰나미는 2차원 댐 붕괴문제에서 이용되는 경계조건을 3차원에 확장하여 생성하였으며, 2차원 좁은 수로의 중앙에 사각 기둥과 같은 구조물을 설치하였다.

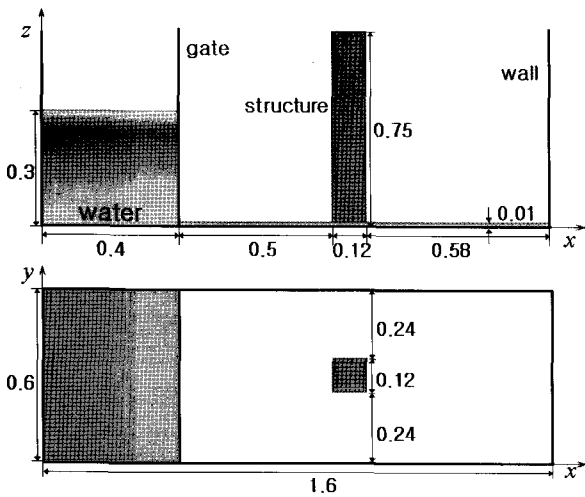


Fig. 6 Schematic description of a 3D broken dam over a column

Fig. 6과 같이, Arnason(2005)의 실험조건과 동일한 조건으로 수치모사하기 위하여, 사용된 수조의 크기는 길이 1.6m, 너비 0.6m, 높이 0.75m이다. 초기상태에서 무한히 얇은 가상의 댐에 갇혀 있는 물기둥의 크기는  $0.4 \times 0.6 \times 0.3 \text{m}^3$ 이다. 중앙에 있는 사각 구조물은  $0.12 \times 0.12 \times 0.75 \text{m}^3$ 이며, 수문 입구로부터 0.5m, 좌우 벽으로부터 각각 0.24m 떨어져 있다. 실험에서는 수문의 바

깎으로 완벽한 배수가 불가능하여 수조 바닥에 약 1cm 두께로 물이 분포되어 있었으며 본 수치모사에서 이와 동일한 조건으로 가정하였다.

수치모사에 사용된 입자는 약 20만개이며, 초기 입자간 거리는 0.01m이다. 약 20만개의 입자 중 약 10만개 정도가 물 입자로서 계산되고, 나머지는 기둥과 벽 그리고 계산에 필요한 보조 입자로 구성되어 있다. 본 수치모사에서 점성의 영향은 무시하였다.

4.2 수치모사 결과

Fig. 7에는 수치모사에 의한 결과를 나타내며, 시각 0.0sec에서 수문을 제거하는 것으로 가정하였다. 수문에 의하여 갇혀 있던 물기둥은 충격에 의해 무너지며 사각 구조물로 전진하게 된다. 무너진 물기둥은 약 0.4sec에서 사각 구조물과 충돌한 뒤, 약 0.8sec에서 반대쪽 벽을 치고 다시 건물의 후면에 재 충돌한다. 이에 따른 구조물과의 상호작용하는 비선형성이 강한 복잡한 자유표면의 거동이 성공적으로 수치모사가 수행되었음을 알 수 있다.

Fig. 8에는 구조물에 작용하는 파력을 실험과 비교하여 나타내었으며, 양자 간 좋은 일치율을 보여 준다. 단, 실선으로 나타낸 계산결과는 최고 충격력이 나타나는 시각에 맞추어 위상차를 보정하여 나타내었다. 전체적으로 실험과 수치 모사의 정성적인 경향과 정량적 특성이 비교적 잘 일치하는 것을 확인

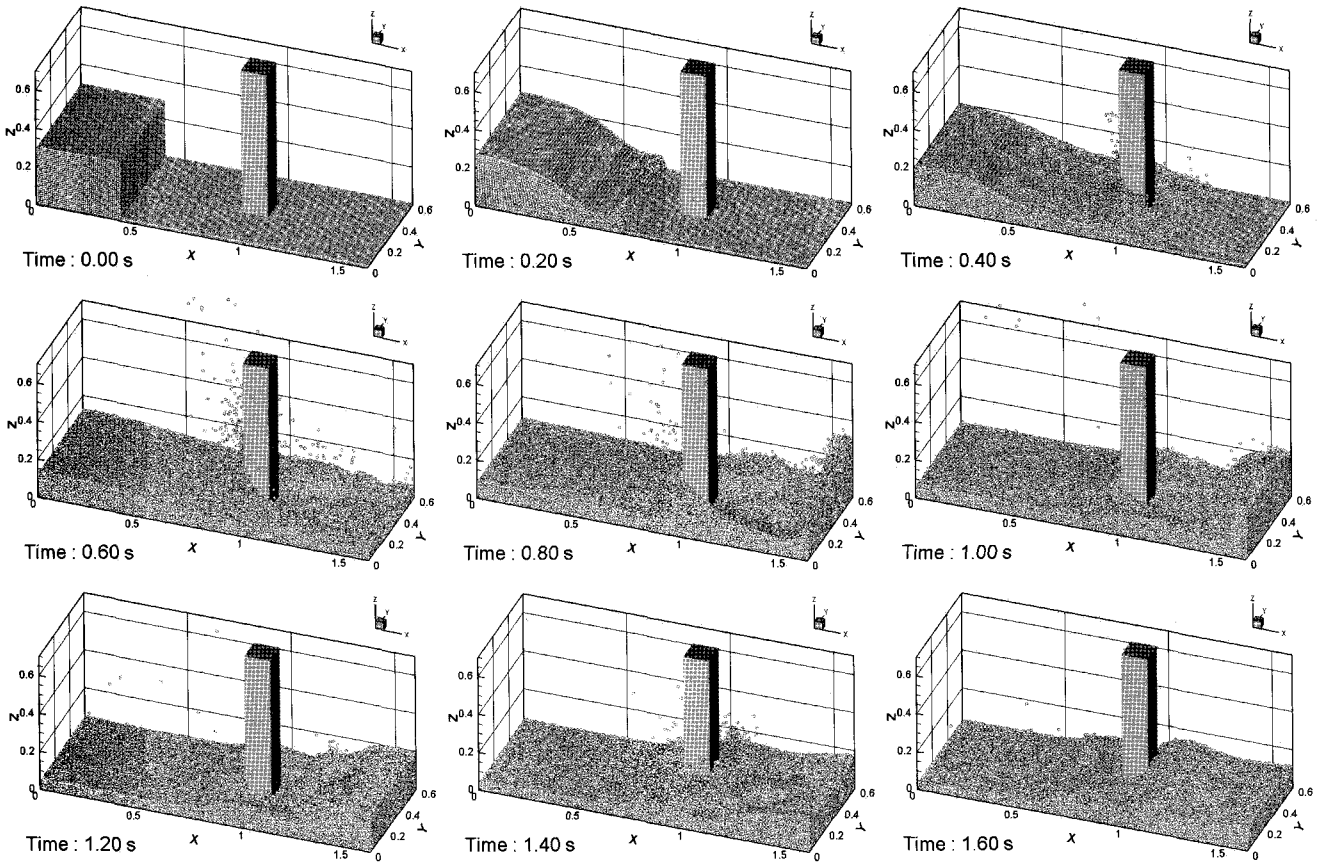


Fig. 7 Simulation of wave impact with a tall structure

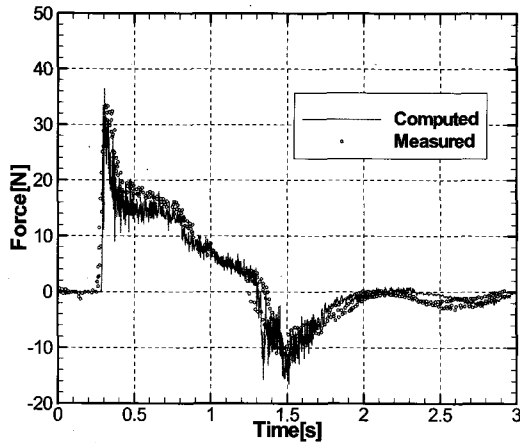


Fig. 8 Comparison with experimental data for the net force.

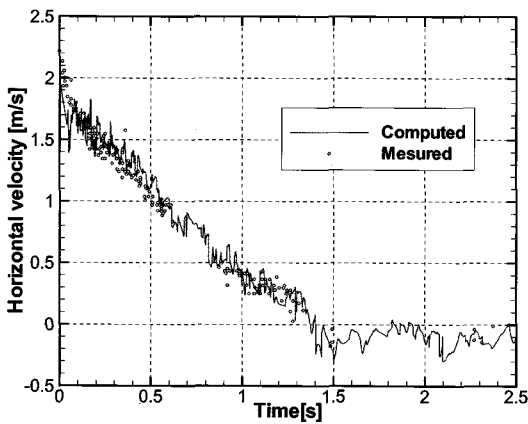


Fig. 9 Comparison with experimental data for the horizontal velocity.

할 수 있다. 한편, Fig. 9에서는 기둥 중심에서 0.146m 앞, 바닥에서 0.026m 떨어진 곳에서의 수평 속도 성분의 시간변화를 실험과 비교하였다. 실험에서는 속도를 LDV(Laser doppler velocimetry)로 측정하였으며, 수치모사에서는 지정 위치에서 미소 반경 내를 지나치는 입자들의 평균속도를 나타낸다. 초기의 속도 분포를 제외하고 전체적으로 속도가 시간에 따라 감소되는 비율이 실험결과와 잘 일치한다. 이로써 비선형성이 강한 자유표면 운동과 구조물의 상호작용에 의한 파력추정에 본 수치모사 기법이 적용 가능하며, 이는 복잡한 자유표면 운동을 포함하는 해안 및 해양 구조물 설계 분야에 폭넓게 활용될 수 있음을 시사해 준다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 지배방정식인 Navier-Stokes 방정식을 MPS의 입자간 상호작용 모델인 구배 모델, 확산모델, 비압축성 모델, 자유표면 계산모델을 적용하여 3차원 입자법 유동 해석 코드를 개발하였다. 3차원 입자법을 적용하여 댐 붕괴를 통해 쓰나미와 같은 대형 파도를 생성하였으며, 쓰나미에 의한 연안 구조물의 유체 충격에 관한 수치모사를 수행하였다. 구조물에 작용하는 충격력과 유동의 속도는 실험 데이터와 좋은 일치를 보였다. 본 연구에서 사용된 입자법이 복잡한 자유표면 유동 해석과, 유체-구조물 상호작용 문제에 유용하게 적용될 것으로 기대된다.

## 참 고 문 헌

이병혁, 박종천, 류민철, 김용수, 김영훈 (2007). "비압축성 유동 해석을 위한 입자법 수치 시뮬레이션 기술 개발", 한국해양공학회지, 제21권 제4호, pp 8-14.

Arnason, H. (2005). Interactions between an Incident Bore and a Freestanding Coastal Structure, Ph.D thesis, Univ. of Washington, Seattle.

Lin, C.-L. Lee, H.G., Lee, T.H. and Weber, L.J. (2005). "A Level Set Characteristic Galerkin Finite Element Method for Free Surface Flows", Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol 49, pp 521-547.

Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y. (1995). "A Particle Method for Incompressible Viscous Flow with Fluid Fragmentation", J. Comput. Fluid Dynamics, Vol 4, pp 29-46.

Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996). "Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid", Nuclear Science and Engineering, Vol 123, pp 421-434.

Monaghan, J.J. (1988). "An Introduction to SPH", Comput. Phys. Commun., Vol 48, pp 89-96.

Radd, P.E. and Bioae, R. (2005). "The Three-Dimensional Eulerian-Lagrangian Maker and Micro Cell Method for the Simulation of Free Surface Flows", Journal of Computational Physics, Vol 203, pp 668-699.

2007년 11월 20일 원고 접수

2007년 11월 29일 최종 수정본 채택