

마운트 시스템을 갖는 유연 로터-베어링 시스템의 기초전달 충격 과도응답 해석을 위한 유한요소 모델링 FE Modeling for the Transient Response Analysis of a Flexible Rotor-bearing System with Mount System to Base Shock Excitation

이 안 성* · 김 병 옥*

An Sung Lee and Byung Ok Kim

(2007년 10월 1일 접수 ; 2007년 10월 24일 심사완료)

Key Words : Rotor Dynamics(회전체 동역학), Rotor-bearing System(로터-베어링 시스템), Transient Response(과도응답), Mount System(마운트 시스템), State-space Newmark Method(상태공간 뉴마크법)

ABSTRACT

Turbomachinery such as turbines, pumps and compressors, which are installed in transportation systems, including aircrafts, ships, and space vehicles, etc., often perform crucial missions and are exposed to potential dangerous impact environments such as base-transferred shock forces. To protect turbomachinery from excessive shock forces, it may be needed to accurately analyze transient responses of their rotors, considering the dynamics of mount designs to be applied. In this study a generalized FE transient response analysis model, introducing relative displacements, is proposed to accurately predict transient responses of a flexible rotor-bearing system with mount systems to base-transferred shock forces. In the transient analyses the state-space Newmark method of a direct time integration scheme is utilized, which is based on the average velocity concept. Results show that for the identical mount systems considered, the proposed FE-based detailed flexible rotor model yields more reduced transient vibration responses to the same shocks than a conventional simple model, obtained by treating a rotor as concentrated lumped mass, equivalent spring and a damper or Jeffcott rotor model. Hence, in order to design a rotor-bearing system with a more compact light-weighted mount system, preparing against any potential excessive shock, the proposed FE transient response analysis model herein is recommended.

1. 서 론

항공기, 선박, 우주비행체 등의 운송시스템에 장착되는 터빈, 펌프, 압축기와 같은 터보기계는 운송시

스템의 운전조건 및 외부환경 등의 영향으로 다양한 돌발적인 충격력을 경험하게 된다. 이러한 충격력은 기초(base)를 통하여 터보기계의 핵심부인 로터-베어링 시스템에 직접 전달되어 로터와 베어링, 시일(seal), 스테이터(stator) 사이의 직접 충돌에 따른 손상 또는 접촉마찰에 기인한 로터의 위험한 고진동을 유발할 수 있다. 따라서, 위험한 충격환경에 노출되며 중대 기능을 수행하는 터보기계의 경우, 초기

† 교신저자: 정희원, 한국기계연구원 회전기계연구팀
E-mail: aslee@kimm.re.kr
Tel: (042)868-7356, Fax: (042)868-7440
* 정희원, 한국기계연구원 회전기계연구팀

설계 단계에서부터 기초전달 충격력에 대한 로터의 과도응답을 정확히 예측하고 안전성을 평가할 수 있는 해석기술이 요구된다. 특히, 과도한 충격력으로부터 터보기계를 보호하기 위해서는, 장착될 마운트 설계에 대한 로터의 정확한 과도응답 예측이 요구된다.

기초전달 충격력에 대한 로터-베어링 시스템의 과도응답 해석은 시스템의 모델링 방법, 가진력의 형태에 따라 분류할 수 있다. Hori와 Kato⁽¹⁾는 Jeffcott 로터모델을 이용하여 유막베어링으로 지지되는 로터에 지진하중이 작용할 경우 시스템의 안정성에 관하여 조사하였다. Tessarzik 등⁽²⁾은 기초에서 발생하는 축 방향 랜덤가진에 대해 상대좌표를 고려한 단순 로터시스템의 과도응답을 수행하였으며, Soni와 Srinivasan⁽³⁾은 강체로터의 지진하중 응답을 조사하였다. Singh 등⁽⁴⁾, Suarez 등⁽⁵⁾, Gaganis 등⁽⁶⁾은 지진응답해석을 위하여 기초운동을 포함한 유한요소 로터모델을 제시하여 지진과도응답 해석을 수행하였다. 일반적으로 마운트 시스템은 로터-베어링 시스템의 안정성 향상, 응답진폭 및 전달력 최소화 등을 위해 채용되어 왔다. 점성감쇠 및 탄성스프링으로 모델링 된 마운트 시스템을 고려한 Jeffcott 로터모델을 이용하여 Kirk와 Gunter^(7,8), Pilkey 등⁽⁹⁾, Barrett 등⁽¹⁰⁾, Yan과 Li⁽¹¹⁾는 불균형 및 돌발탈락에 대해 로터진동이 최소화되는 최적의 마운트 강성과 감쇠에 대해서 논의함으로써 마운트 시스템이 로터-베어링 시스템의 안정성을 향상시키며 진동진폭을 크게 낮추는 효과를 보였으며, 유막베어링으로 지지된 로터 시스템의 stability threshold가 향상됨을 보였다. 한편, Kim과 Lee⁽¹²⁾는 일반 동적 시스템의 과도응답 해를 구하기 위해, 평균 가속도 개념에 기초한 상태공간 Newmark 알고리즘을 제안하였으며, 제안된 기법이 시간 간격의 크기에 관계없이 무조건적으로 수치적으로 안정함을 보였다. 최근 Lee 등⁽¹³⁾은 마운트 시스템을 제외한 기초가진 로터-베어링 시스템의 과도응답을 FE방법으로 조사하여 실험결과와 비교하였다. 그러나 기초전달 충격력이 작용할 때, 마운트 시스템을 포함한 FE 상세 로터 모델의 과도응답 해석연구는 미비한 실정이다. 이 연구에서는 마운트 시스템을 갖는 로터-베어링 시스템의 보다 정확한 기초가진 과도응답 예측을 위해 상대 좌표계를 도입하여 일반화된 FE 과도응답 해석

모델이 제안되며, 시스템의 과도응답 해석에는 평균 속도 개념에 기초한 상태공간 Newmark 직접시간적 분법이 적용된다. 탄성지지 마운트 시스템을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우에 대해, 터빈 로터-베어링 시스템에 기초전달 충격력을 부가하여 과도진동의 절연효과를 조사하였다. 또한, 동일한 기초전달 충격력에 대해 제안된 상세 FE 로터모델로 얻어진 과도응답과 집중질량과 등가강성 및 감쇠로 모델링된 단순 로터모델의 과도응답과 비교하였다.

2. 운동방정식

2.1 시스템모델과 좌표계

Fig. 1은 마운트를 포함한 로터베어링 시스템을 나타내며, $x_R y_R z_R$, $x_M y_M z_M$, $x_B y_B z_B$ 는 각각 로터, 마운트 플레이트, 기초의 절대좌표계이다. 로터는 z_R 축에 대해 일정한 각속도 Ω 로 회전한다. 축 중심선상의 임의 한 점 P 에서 u_x , u_y , θ_x 그리고 θ_y 는 로터의 병진과 회전변위를 나타낸다. v_x , v_y , ψ_x 그리고 ψ_y 는 마운트 플레이트의 병진과 회전변위, w_x , w_y , ϕ_x 그리고 ϕ_y 는 기초의 병진과 회전변위이다. 여기서, 로터, 마운트 플레이트, 그리고 기초의 z 방향 병진과 회전변위는 무시된다. 따라서, 로터, 마운트 플레이트, 그리고 기초의 변위벡터는 다음과 같다.

$$\{q_R\} = [u_x \quad u_y \quad \theta_x \quad \theta_y]^T \quad (1)$$

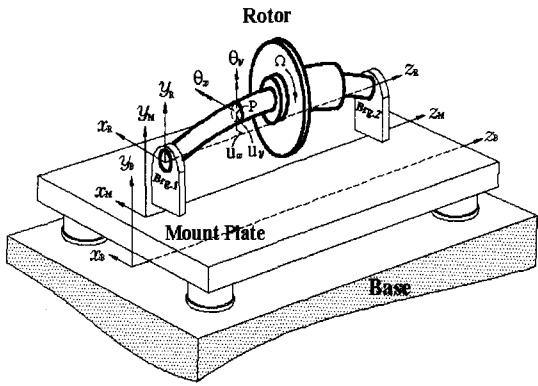
$$\{q_M\} = [v_x \quad v_y \quad \psi_x \quad \psi_y]^T \quad (2)$$

$$\{q_B\} = [w_x \quad w_y \quad \phi_x \quad \phi_y]^T \quad (3)$$

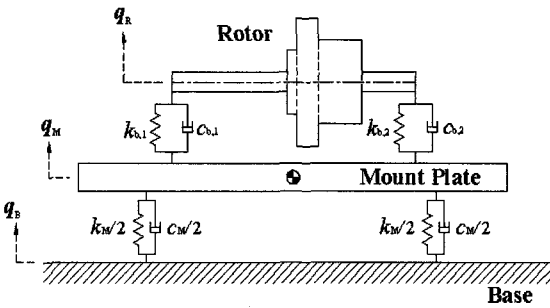
기초전달 충격력에 대한 로터 시스템의 응답은 로터의 마운트 플레이트에 대한 상대응답과 마운트 플레이트의 기초에 대한 상대응답으로 표현될 수 있다. 로터의 마운트 플레이트에 대한 상대변위를 $\{z_R\}$, 마운트 플레이트의 기초에 대한 상대변위를 $\{z_M\}$ 으로 정의하면,

$$\{z_R\} = \{q_R\} - \{q_M\} = [r_x \quad r_y \quad \Psi_x \quad \Psi_y]^T \quad (4)$$

$$\{z_M\} = \{q_M\} - \{q_B\} = [s_x \quad s_y \quad \Phi_x \quad \Phi_y]^T \quad (5)$$



(a) A 3D view



(b) A 2D front view

Fig. 1 A rotor-bearing system model on a mount system and coordinate systems

2.2 요소 운동방정식

점 P에서 집중질량을 나타내는 디스크의 병진과 회전을 고려한 운동에너지는

$$T_d = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_d & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} I'_d & 0 \\ 0 & I''_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{Bmatrix} - I''_d \Omega \dot{\theta}_x \theta_y + \frac{1}{2} I''_d \Omega^2 \quad (6)$$

여기서, m_d 는 디스크의 질량이며, I'_d 와 I''_d 는 각각 디스크의 횡관성과 극관성 질량모멘트이다. 식(4)와 식(5)에 정의된 상대변위를 이용하면,

$$\begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{r}_x + \dot{s}_x + \dot{w}_x \\ \dot{r}_y + \dot{s}_y + \dot{w}_y \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\Psi}_x + \dot{\Phi}_x + \dot{\phi}_x \\ \dot{\Psi}_y + \dot{\Phi}_y + \dot{\phi}_y \end{Bmatrix} \quad (7)$$

식(7)을 식(6)에 대입하고 $\{z_r\}$ 에 대해서 Lagrange's

방정식을 적용한 후 $\{z_M\}$ 을 고려하면, 디스크 요소의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} [M_d] & [M_d] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{z}_R\} \\ \{\ddot{z}_M\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [G_d] & [G_d] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{z}_R\} \\ \{\dot{z}_M\} \end{Bmatrix} = \{F_d\} \quad (8)$$

여기서,

$$[M_d] = \begin{bmatrix} m_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I'_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I''_d \end{bmatrix},$$

$$[G_d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega I''_d \\ 0 & 0 & -\Omega I''_d & 0 \end{bmatrix},$$

$$\{F_d\} = \begin{Bmatrix} -m_d \ddot{w}_x \\ -m_d \ddot{w}_y \\ -I'_d \ddot{\phi}_x - I''_d \Omega \dot{\phi}_y \\ -I'_d \ddot{\phi}_y + I''_d \Omega \dot{\phi}_x \end{Bmatrix}$$

식(8)에서 디스크 요소의 운동방정식은 로터와 마운트 플레이트의 상대운동으로 표현되어 있다. 가진력은 기초의 병진가속도, 각속도 그리고 각가속도에 의한 항으로 표현되어 있어, 기초의 운동이 가진력으로 작용함을 알 수 있다.

Fig. 2에 보여진 축 요소를 참고하여, 병진과 회전을 고려한 축 요소의 운동에너지는

$$T_s = \int_0^l \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \rho A & 0 \\ 0 & \rho A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \end{Bmatrix} d\xi + \int_0^l \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \rho I'_s & 0 \\ 0 & \rho I''_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{Bmatrix} d\xi - \int_0^l \rho I''_s \Omega \dot{\theta}_x \theta_y d\xi + \int_0^l \frac{1}{2} \rho I''_s \Omega^2 d\xi \quad (9)$$

여기서, ρA 는 축 요소의 단위길이당 질량이고, I'_s 와 I''_s 는 각각 축 요소의 횡관성과 극관성 면적모멘트이다.

실질적인 적용에서, 전단변형에 의한 축 요소의 변형에너지는 무시할 수 있으므로, 순수 굽힘을 고려한 축 요소의 변형에너지는

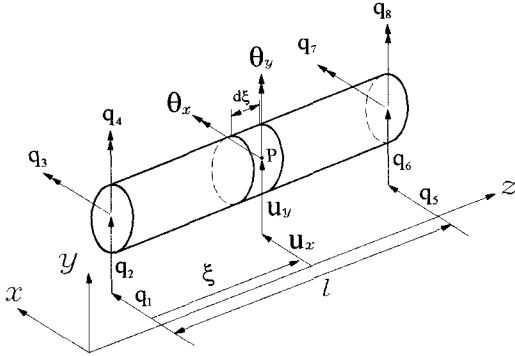


Fig. 2 A shaft element and coordinate system

$$V_s = \int_0^l \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} EI'_s & 0 \\ 0 & EI'_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} d\xi \quad (10)$$

여기서, '는 $\partial/\partial\xi$ 을 나타낸다. Fig.2를 참고하여, 축 상의 점 P에서의 변위벡터는 형상함수를 적용하여 절점변위에 의해 표현될 수 있다.

$$\{u_x \ u_y\}^T = [N_u] \{q_s\} \quad (11)$$

$$\{\theta_x \ \theta_y\}^T = [N_\theta] \{q_s\} \quad (12)$$

여기서, $\{q_s\} = \{u_x, u_y, \theta_x, \theta_y, u_x, u_y, \theta_x, \theta_y\}^T$ 이며, $[N_u]$ 와 $[N_\theta]$ 는 각각 축 요소의 병진과 굽힘 회전변위의 형상함수 행렬이다⁽¹⁴⁾. 식 (11)과 식 (12)를 식 (9)와 식 (10)에 대입하여, $\{z_R\}$ 에 대해서 Lagrange's 방정식을 적용하고 $\{z_M\}$ 을 고려하면, 축 요소의 운동방정식은

$$\begin{bmatrix} [M'_s] + [M'_s] & [M'_{sM}] + [M'_{sM}] \\ [M'_{sM}] + [M'_{sM}] & [M'_M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{z}_R\} \\ \{\ddot{z}_M\} \end{Bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} [G_s] & [G_{sM}] \\ [G_{sM}] & [G_M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{z}_R\} \\ \{\dot{z}_M\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_s] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{z_R\} \\ \{z_M\} \end{Bmatrix} = \{F_s\} \quad (13)$$

여기서, $[M'_s]$, $[M'_s]$, $[G_s]$ 와 $[K_s]$ 는 축 요소의 병진 질량행렬, 회전관성 행렬, 자이로스코픽 행렬, 그리고 강성행렬을 각각 나타낸다. 또한 상대변위의 고려로 새롭게 생성된 $[M'_{sM}]$, $[M'_{sM}]$, $[G_{sM}]$, $\{F_s\}$ 는 질량, 관성, 자이로스코픽 행렬 그리고 힘벡터이며 다음과 같이 표현된다.

$$[M'_{sM}] = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 210 & 0 & 0 & 9l \\ 0 & 210 & -9l & 0 \\ 0 & -35l & l^2 & 0 \\ 35l & 0 & 0 & l^2 \\ 210 & 0 & 0 & -9l \\ 0 & 210 & 9l & 0 \\ 0 & 35l & l^2 & 0 \\ -35l & 0 & 0 & l^2 \end{bmatrix} \quad (14a)$$

$$[M'_{sM}] = \frac{\rho I'_s}{30l(1+\sigma)^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 6l \\ 0 & 0 & -6l & 0 \\ 0 & 0 & 3l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3l^2 \\ 0 & 0 & 0 & -6l \\ 0 & 0 & 6l & 0 \\ 0 & 0 & 3l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3l^2 \end{bmatrix} \quad (14b)$$

$$[G_{sM}] = \frac{2\rho I'_s}{30l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -6l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6l \\ 0 & 0 & 0 & 3l^2 \\ 0 & 0 & -3l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 6l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6l \\ 0 & 0 & 0 & 3l^2 \\ 0 & 0 & -3l^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (14c)$$

$$\{F_s\} = \begin{Bmatrix} \{F_{s,1}\} \\ \{F_{s,2}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f'_{s,1}\} + \{f'_{s,1}\} + \{f^g_{s,1}\} \\ \{f'_{s,2}\} + \{f'_{s,2}\} + \{f^g_{s,2}\} \end{Bmatrix} \quad (14d)$$

where

$$\{f'_{s,1}\} = -A_1 \begin{Bmatrix} 210\ddot{w}_x + 9l\ddot{\phi}_y \\ 210\ddot{w}_y - 9l\ddot{\phi}_x \\ -35l\ddot{w}_y + l^2\ddot{\phi}_x \\ 35l\ddot{w}_x + l^2\ddot{\phi}_y \end{Bmatrix}, \quad \{f'_{s,2}\} = -A_1 \begin{Bmatrix} 210\ddot{w}_x - 9l\ddot{\phi}_y \\ 210\ddot{w}_y + 9l\ddot{\phi}_x \\ 35l\ddot{w}_y + l^2\ddot{\phi}_x \\ -35l\ddot{w}_x + l^2\ddot{\phi}_y \end{Bmatrix}$$

$$\{f'_{s,1}\} = -A_2 \begin{Bmatrix} 9l\ddot{\phi}_y \\ -6l\ddot{\phi}_x \\ 3l^2\ddot{\phi}_x \\ 3l^2\ddot{\phi}_y \end{Bmatrix}, \quad \{f'_{s,2}\} = -A_2 \begin{Bmatrix} -6l\ddot{\phi}_y \\ 6l\ddot{\phi}_x \\ 3l^2\ddot{\phi}_x \\ 3l^2\ddot{\phi}_y \end{Bmatrix}$$

$$\{f^g_{s,1}\} = -2A_2 \begin{Bmatrix} -6l\ddot{\phi}_x \\ -6l\ddot{\phi}_y \\ 3l^2\ddot{\phi}_y \\ -3l^2\ddot{\phi}_x \end{Bmatrix}, \quad \{f^g_{s,2}\} = -2A_2 \begin{Bmatrix} 6l\ddot{\phi}_x \\ 6l\ddot{\phi}_y \\ 3l^2\ddot{\phi}_y \\ -3l^2\ddot{\phi}_x \end{Bmatrix}$$

$$A_1 = \frac{\rho A l}{420}, \quad A_2 = \frac{\rho l^3}{30I}$$

강체로 가정한 마운트 플레이트의 무게중심에 관한 병진과 회전을 고려한 운동에너지는

$$T_M = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_M & 0 \\ 0 & m_M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\psi}_x \\ \dot{\psi}_y \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_M^x & 0 \\ 0 & I_M^y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\psi}_x \\ \dot{\psi}_y \end{Bmatrix} \quad (15)$$

여기서, m_M 은 마운트 플레이트의 질량이며, I_M^x 과 I_M^y 은 x_M 과 y_M 에 관한 마운트 플레이트의 횡관성 질량모멘트이다. $\{z_M\}$ 에 대해서 Lagrange 방정식을 식 (15)에 적용하면, 마운트 시스템의 운동방정식은

$$[M_M]\{\ddot{z}_M\} + [C_M]\{\dot{z}_M\} + [K_M]\{z_M\} = \{F_M\} \quad (16)$$

여기서,

$$[M_M] = \begin{bmatrix} m_M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_M^x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_M^y \end{bmatrix}, \quad \{F_M\} = \begin{Bmatrix} -m_M \ddot{w}_x \\ -m_M \ddot{w}_y \\ -I_M^x \ddot{\phi}_x \\ -I_M^y \ddot{\phi}_y \end{Bmatrix}$$

$\{F_M\}$ 으로부터 기초의 병진 가속도와 각가속도가 마운트 시스템의 외력으로 작용함을 알 수 있다. 한편, 마운트 플레이트를 탄성체로 취급할 경우 유한 요소법으로 상세하게 모델링 할 수 있다.

2.3 전체 운동방정식

앞서 유도된 디스크 요소, 축 요소, 마운트 시스템의 운동방정식과 함께 베어링으로부터 로터에 작용하는 힘을 조합하면, 마운트 시스템에 설치된 로터-베어링 시스템의 전체 운동 방정식은

$$[M]\{\ddot{R}\} + (\Omega[G] + [C])\{\dot{R}\} + [K]\{R\} = \{Q\} \quad (17)$$

여기서, $\{R\}$ 과 $\{Q\}$ 는 전체 시스템의 상대변위와 가진력 벡터이고, $[M], [G], [C]$ 그리고 $[K]$ 는 각각 마운트 시스템을 고려한 전체 시스템의 관성, 자이로스코픽, 감쇠, 그리고 강성행렬이다.

식 (17)에 상태공간 벡터를 도입하여 식 (18)과 같은 1차 미분방정식 형태로 변형하면

$$\{\dot{r}\} = [A]\{r\} + \{F\} \quad (18)$$

여기서,

$$[A] = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[\Omega[G] + [C]] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix},$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} [M]^{-1}\{Q(t)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}, \quad \{r\} = \{\{\dot{R}\} \quad \{R\}\}^T$$

최종적으로, 과도응답 해석을 위해 시간간격 Δt 사이의 평균속도를 가정한 상태공간 Newmark기법을 도입하면, 시간 t_{n+1} 에서의 응답은

$$\{r\}_{n+1} = ([I] - \frac{\Delta t}{2}[A])^{-1}(\{r\}_n + \frac{\Delta t}{2}\{\dot{r}\}_n + \frac{\Delta t}{2}\{F\}_{n+1}) \quad (19)$$

시간 t_n 에서의 상태 값과 t_{n+1} 에서의 $\{F\}_{n+1}$ 값을 이용하면 t_{n+1} 에서의 상태 값 또는 변위와 속도벡터가 얻어진다. 여기서 도입된 상태공간 Newmark기법은 평균가속도에 기초한 기존 기법에 비해 정식화가 보다 간편하게 이루어지며, 프로그램 코딩이 용이하다.

3. 단순모델

마운트 시스템을 고려한 단순 로터-베어링 시스템은 Fig. 3에서 보는 바와 같이 기초운동을 고려한

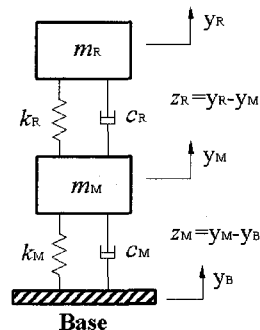


Fig. 3 A simple rotor model on a mount system

2 자유도 시스템으로 등가된다. Fig. 3을 참고하면, 로터와 마운트 플레이트의 운동방정식은

$$\begin{bmatrix} m_R & 0 \\ 0 & m_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_R \\ \ddot{y}_M \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_R & -c_R \\ -c_R & c_R + c_M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_R \\ \dot{y}_M \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_R & -k_R \\ -k_R & k_R + k_M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_R \\ y_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_R \Omega^2 \sin \Omega t \\ c_M \dot{y}_B + k_M y_B \end{Bmatrix} \quad (20)$$

여기서, $k_R = k_s k_b / (k_s + k_b)$ 는 베어링 강성 k_b 와 축강성 k_s 가 고려된 등가강성이며, c_R 은 베어링 감쇠 c_b 와 동일하다. 또한 U_R 과 Ω 는 로터 불균형과 회전속도를 각각 나타낸다. 기초의 속도 \dot{y}_B 와 변위 y_B 를 고려한 후, 상대좌표 $z_R = y_R - y_M$, $z_M = y_M - y_B$ 을 식 (20)에 도입해서 정리하면,

$$\begin{bmatrix} m_R & m_R \\ 0 & m_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z}_R \\ \ddot{z}_M \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_R & 0 \\ -c_R & c_M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_R \\ \dot{z}_M \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_R & 0 \\ -k_R & k_M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_R \\ z_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_R \Omega^2 \sin \Omega t - m_R \ddot{y}_B \\ -m_M \ddot{y}_B \end{Bmatrix} \quad (21)$$

상대좌표로 표현된 식 (21)로부터 기초의 가속도가 가진력으로 작용함을 알 수 있다.

4. 결과분석

이 연구의 시뮬레이션에 사용된 마운트 시스템을 가진 터빈 로터-베어링 시스템의 개략도를 Fig. 4에 보였다. Fig. 5는 터빈 로터-베어링 시스템의 FE 모델을 보이고 있으며, 질량은 2,134 kg, 길이는 3.235 m, 정격회전속도는 6,000 rpm이다.

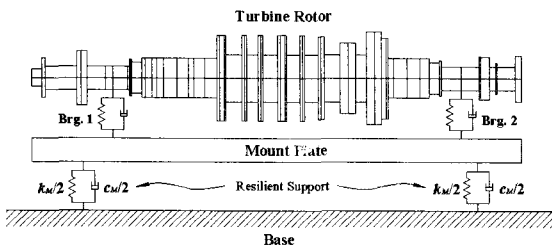


Fig. 4 Schematic of a turbine rotor-bearing system on its mount system

Fig. 6은 터빈 로터-베어링 시스템의 캠벨선도를 나타내며, 여기서 1차와 2차의 위험속도는 각각

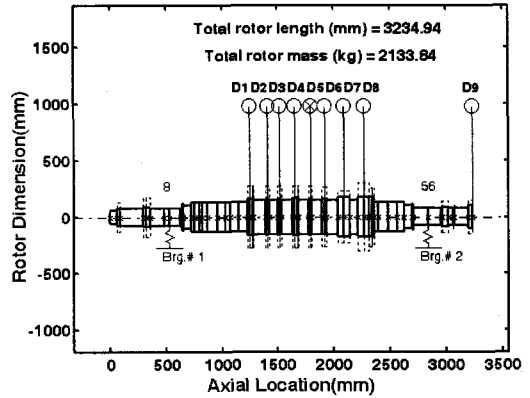


Fig. 5 A FE model of the turbine rotor-bearing system

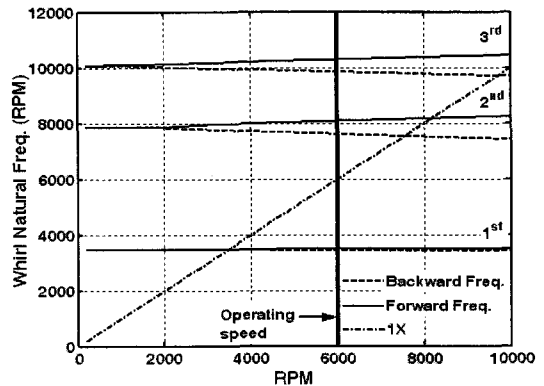


Fig. 6 Campbell diagram of the turbine rotor-bearing system

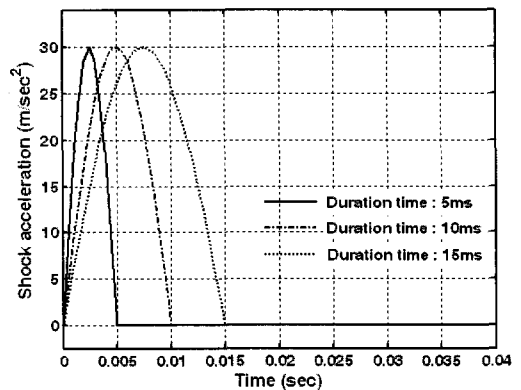


Fig. 7 Series of ideal half-sine shock-waves imposed on the base

3,469 rpm, 8,171 rpm이다. 마운트 시스템은 마운트 플레이트와 탄성지지로 구성되어 있다. 마운트 플레이트의 질량은 6,402 kg이고, 탄성지지의 강성은 마운트 시스템의 고유진동수가 5, 10 Hz가 되도록 설정하였다. 마운트 시스템의 감쇠비는 각 고유진동수에 대해 $\zeta=0.01$ 로 설정하였다.

Fig. 7은 Fig. 4에 보여진 시스템의 기초에 전달된 수직방향 충격가진력을 나타내는 이상적인 반사인파를 나타낸다. 반사인파의 크기는 3g이며, 인가시간은 각각 5, 10 그리고 15 ms이다.

4.1 마운트 시스템이 없는 경우

마운트 시스템을 제외한 단순 로터모델의 경우, 기초 충격가진에 대한 과도응답을 Fig. 8에 보였다. 인가시간이 5, 10 그리고 15 ms에 대해서 로터의 최대 과도응답은 각각 227.2, 388.3 그리고 457.9 μm (Pk. to Pk.)이다. 터빈 로터-베어링 시스템의 경우, 기초 충격가진에 대한 과도응답을 Fig. 9에 나타내었다. 인가시간이 5, 10 그리고 15 ms에 대해서 최대 과도응답은 각각 159.3, 270.6 그리고 277.5 μm (Pk. to Pk.)로 각각 기록되었다. 위의 결과로부터 인가시간이 증가할수록 로터응답이 증가하며, 단순 로터모델 보다 상세 FE 로터-베어링 모델의 과도응답이 더 낮음을 알 수 있다. 이것은 상세 FE 모델의 경우는 충격에너지의 일부가 로터 축에 흡수되어 과도 진동응답이 낮아지는 것으로 추정된다.

4.2 마운트 시스템을 고려

마운트 시스템을 고려하고, 고유진동수가 5, 10 Hz인 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

(1) 마운트 시스템 고유진동수 : 5 Hz

단순 로터모델에 대한 기초 충격가진 과도응답을 Fig. 10에 보였다. 인가시간이 5, 10 그리고 15 ms에 대한 로터의 최대 과도응답은 각각 53.3, 103.5 그리고 153.1 μm (Pk. to Pk.)이다. 상세 FE 로터 시스템의 경우, 기초 충격가진에 대한 과도응답을 Fig. 11에 나타내었다. 인가시간이 5, 10 그리고 15 ms에 대해서 최대 과도응답은 각각 23.8, 43.6 그리고 63.9 μm (Pk. to Pk.)이다.

(2) 마운트 시스템 고유진동수 : 10 Hz

단순 로터모델에 대한 기초 충격가진에 대한 과도응답을 Fig. 12에 보였다. 인가시간이 5, 10 그리고

15 ms에 대해서 로터의 최대 과도응답은 각각 103.4, 201.4 그리고 298.6 μm (Pk. to Pk.)이다. 상세 FE 로터 시스템의 경우, 기초 충격가진에 대한 과도응답을 Fig. 13에 나타내었다. 인가시간이 5, 10 그리고 15 ms에 대해서 최대 과도응답은 각각 42.8, 84.6 그리고 124.4 μm (Pk. to Pk.)이다.

위의 결과로부터, 충격 인가시간이 증가할수록 로터 과도 진동응답은 증가하고, 특히 상세 FE 로터모델의 응답이 단순 로터모델에 비해 훨씬 낮아짐을 알 수 있다. 단순모델의 경우, 로터에 전달된 충격에너지가 등가지지 요소에 집중되는 반면, 축에 대한 관성과 탄성을 고려한 상세 FE 상세모델은 충격에너지의 일부가 로터 축에 저장되어 베어링으로 전달

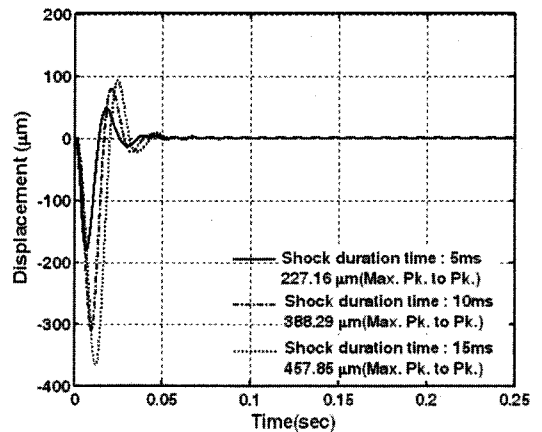


Fig. 8 Transient rotor responses for the simple-model analysis without a mount system

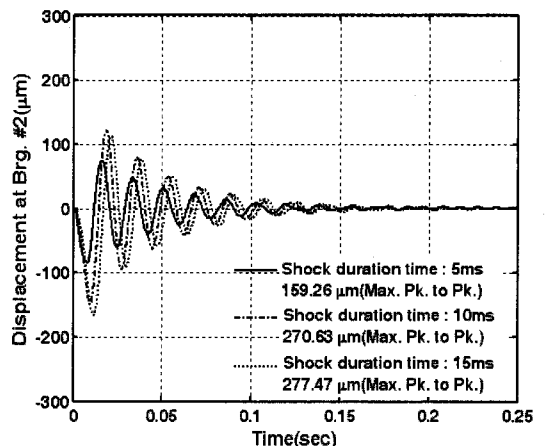


Fig. 9 Transient rotor responses for the FE-model analysis without a mount system

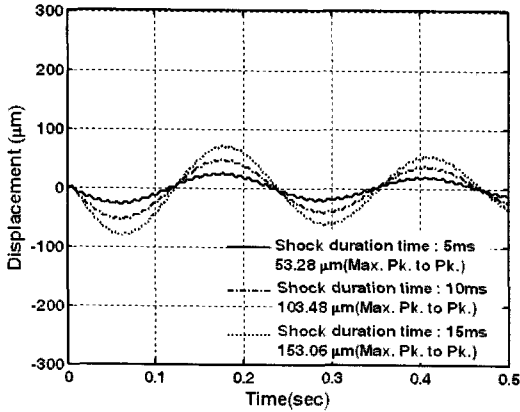


Fig. 10 Transient rotor responses for the simple-model analysis with a mount system of natural frequency of 5 Hz

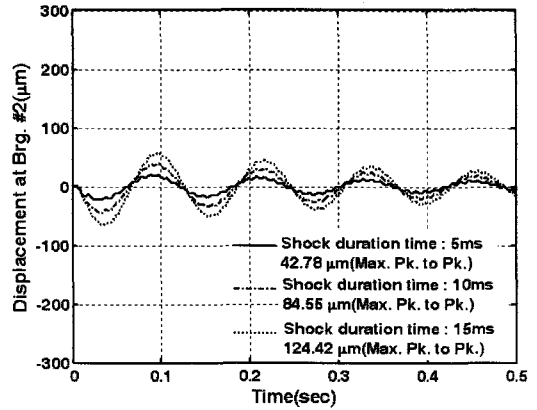


Fig. 13 Transient rotor responses for the proposed FE-model analysis with a mount system of natural frequency of 10 Hz

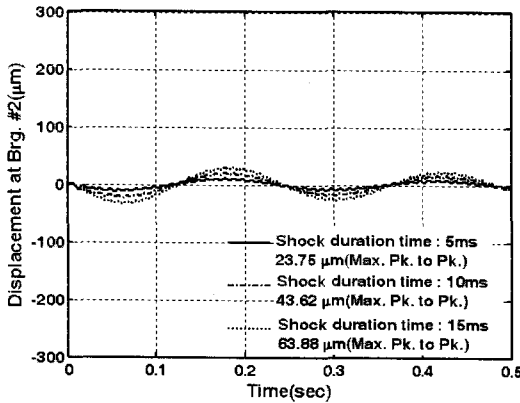


Fig. 11 Transient rotor responses for the proposed FE-model analysis with a mount system of natural frequency of 5 Hz

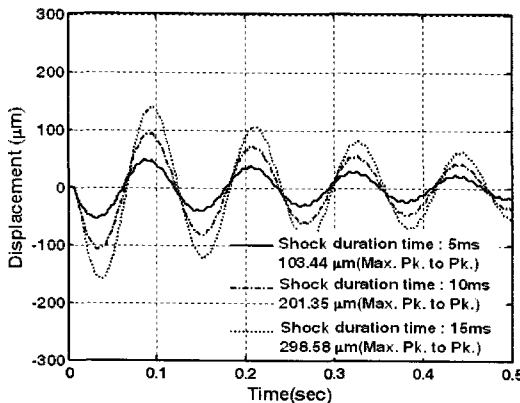


Fig. 12 Transient rotor responses for the simple-model analysis with a mount system of natural frequency of 10 Hz

된 충격에너지가 감소, 그 결과로 로터와 베어링의 과도 진동응답이 줄어든다. 예상한 바와 같이, 마운트 시스템을 가진 로터는 그렇지않은 경우보다 항상 과도 진동응답이 작으며, 마운트 시스템의 고유진동수가 낮을수록 로터 과도 진동응답이 작아진다.

종합적으로 회전기계의 기초에 과도한 충격으로부터 로터-베어링 시스템을 보호하기 위해서는 적절한 마운트 시스템을 회전기계와 바닥 사이에 설치하는 것이 실제적인 해법이며, 보다 콤팩트 경량화된 마운트 설계를 위해서는 제시된 상세 FE 로터-베어링 시스템 모델을 추천한다.

5. 결 론

이 연구에서는 마운트 시스템을 갖는 로터-베어링 시스템의 보다 정확한 기초가진 과도응답 예측을 위해 상대 좌표계를 도입한 일반화된 FE 과도응답 해석모델이 제안되었고, 시스템의 과도응답 해석에 평균속도 개념에 기초한 상태공간 Newmark 직접시간적분법이 적용되었다.

마운트 시스템이 장착된 로터-베어링 시스템의 과도 진동응답은 마운트 시스템이 없는 경우 보다 훨씬 감소된다. 특히, 동일한 충격가진에 의한 과도 진동응답은 제안된 상세 FE 로터모델의 결과가 단순 로터모델에 비해 훨씬 낮아진다. 따라서, 과도한 충격을 막기 위한 콤팩트 경량화된 마운트 시스템의 설계를 위해서는 이 연구에서 제안된 FE 과도응답

해석모델이 높은 신뢰도를 갖고 적용될 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) Hori, Y. and Kato, T., 1992, "Earthquake-induced Instability of a Rotor supported by Oil Film Bearings", ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 112, pp. 160~165.
- (2) Tessarzik, J. M., Chiang, T. and Badgley, R. H., 1974, "The Response of Rotating Machinery to External Random Vibration", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 96, pp. 477~489.
- (3) Soni, A. H. and Srinivasan, V., 1983, "Seismic Analysis of a Gyroscopic Mechanical System", ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 105, pp. 449~455.
- (4) Singh, M. P., Chang, T. S. and Suarez, L. E., 1992, "A Response Spectrum Method for Seismic Design Evaluation of Rotating Machines", ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 114, pp. 454~460.
- (5) Suarez, L. E., Singh, M. P. and Rohanimanesh, M. S., 1992, "Seismic Response of Rotating Machines", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 21, pp. 21~36.
- (6) Gaganis, B. J., Zisimopoulos, A. K., Nikolakopoulos, P. G. and Papadopoulos, C. A., 1999, "Modal Analysis of Rotor on Piecewise Linear Journal Bearings under Seismic Excitation", ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 121, pp. 190~196.
- (7) Kirk, R. G. and Gunter, E. J., 1972, "The Effect of Support Flexibility and Damping on the Synchronous Response of a Single-mass Flexible Rotor", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 94, pp. 221~232.
- (8) Kirk, R. G. and Gunter, E. J., 1976, "Stability and Transient Motion of a Plain Journal Mounted in Flexible Damped Supports", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 98, pp. 576~592.
- (9) Pilkey, W. D., Wang, B. P. and Vannoy, D., 1976, "Efficient Optimal Design of Suspension Systems for Rotating Shafts", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 98, pp. 1026~1029.
- (10) Barrett, L. E., Gunter, E. J. and Allaire, P. E., 1978, "Optimum Bearing and Support Damping for Unbalance Response and Stability of Rotating Machinery", ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 100, pp. 89~94.
- (11) Yan, L. T. and Li, Q. H., 1981, "Experimental on the Vibration Characteristics of a Rotor with Flexible, Damped Support", ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 103, pp. 174~179.
- (12) Lee, A. S., Kim, B. O. and Kim, Y. C., 2006, "A Finite Element Transient Response Analysis Method of a Rotor-bearing System to Base Shock Excitations Using the State-space Newmark Scheme and Comparisons with Experiments", Journal of Sound and Vibration, Vol. 297, pp. 595~615.
- (13) Kim, B. O. and Lee, A. S., 2005, "A Transient Response Analysis in the State-space Applying the Average Velocity Concept", Journal of Sound and Vibration, Vol. 281, pp. 1023~1035.
- (14) Nelson, H. D. and McVaugh, J. M., 1976, "The Dynamics of Rotor-bearing Systems Using Finite Elements", ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 98, pp. 593~600.