

크랙을 가진 유체유동 회전 외팔 파이프의 안정성 해석

Stability Analysis of Rotating Cantilever Pipe Conveying Fluid with Crack

손인수† · 윤한익* · 김동진**

In-Soo Son, Han-Ik Yoon and Dong-Jin Kim

(2007년 9월 17일 접수 ; 2007년 10월 11일 심사완료)

Key Words : Open Crack(개구형 크랙), Rotating Cantilever Pipe Conveying Fluid(유체이송 회전 외팔파이프), Stability(안정성), Flexibility Matrix(유연행렬)

ABSTRACT

In this paper, the dynamic stability of a rotating cantilever pipe conveying fluid with a crack is investigated by the numerical method. That is, the influence of the rotating angular velocity, mass ratio and crack severity on the critical flow velocity for flutter instability of system are studied. The equations of motion of rotating cantilever pipe are derived by using extended Hamilton's principle. The crack section of pipe is represented by a local flexibility matrix connecting two undamaged pipe segments. The crack is assumed to be in the first mode of fracture and always opened during the vibrations. Generally, the critical flow velocity for flutter is proportional to the rotating angular velocity of a pipe. Also, the critical flow velocity and stability maps of the rotating pipe system for the variation each parameter are obtained.

1. 서 론

유체유동을 갖는 파이프 구조물은 일반적으로 산업현장의 배관계 및 기계장치 등에서 흔히 접할 수 있다. 따라서 이러한 시스템의 주요 인자인 유체가 파이프 구조물의 진동특성과 안정성에 미치는 영향에 관하여 많은 연구들이 진행되어져 오고 있다. 특히 Benjamin 은⁽¹⁾ 비보존계 시스템에서 발생하는 플러터 불안정의 개념을 제시하였고, Paidoussis 는⁽²⁾ 유체유동 파이프의 진동특성과 안정성에 관한 많은 연구자들의 연구결과를 집대성하였다. 최근에는 송수관 안정성 문제에 있어서 고유치 분기와 플러터

불안정 모드의 정립을 위하여 수평 외팔 송수관 모델에 대한 고유치 분기의 차수와 이에 상응하는 플러터 모드 형상을 확고히 정의하기도 하였다⁽³⁾. 일반적으로 크랙과 같은 결함을 갖는 구조물은 그 위치에서 강성저하가 발생하며, 동일한 하중이 작용하더라도 크랙에 의한 추가적인 변형 에너지가 존재하게 되어 구조물의 안정성에 큰 영향을 미친다. 또 일반적으로 회전하는 구조물의 동특성은 회전하지 않는 그것의 동특성과는 매우 다른 현상을 보이며 이러한 회전운동은 회전 구조물의 강성 및 고유진동의 특성 변화를 가져온다⁽⁴⁾. 하지만 수학적 모델링 및 계산의 복잡성, 그리고 과도한 파라미터들로 인하여 회전하지 않는 유체유동 파이프 구조물의 연구에 비하여 회전하는 파이프 구조물에 관한 연구는 그다지 많지 않은 실정이다. 회전운동은 유체를 갖는 파이프 구조물의 동적특성과 안정성에 큰 영향을 미친다. 따라서 회전요소를 포함하는 파이프 구조물의 안정성

† 교신저자: 정희원, 동의대학교 기계공학과
E-mail : isson92@deu.ac.kr
Tel : (051) 890-2239, Fax : (051) 890-1932

* 정희원, 동의대학교 기계공학과

** 동의대학교 대학원 기계공학과

을 판단하는 것은 로봇 팔이나 로봇 매니퓰레이터 등의 끝집 제어 등 여러 분야에서 필요하며, 그 응용이 가능하다. 특히 회전 구조물에 안정성에 큰 영향을 미치는 크랙이 존재하는 경우 크랙과 회전운동 및 유속에 의한 연성관계가 전체 계의 안정성에 미치는 영향을 연구하고 예측하는 것은 중요한 일이라 할 수 있다. 회전하는 외팔보의 진동해석에 관한 연구는 Southwell⁽⁵⁾로부터 시작되어 많은 연구자들에 의해 수행되어져 왔으며⁽⁶⁻⁸⁾, 특히 Yoo 등은⁽⁹⁾ 복합 변형변수를 이용한 다양한 회전 구조물의 진동특성에 관한 연구를 수행하여 복합변형변수를 이용한 회전 구조물의 동적 모델링의 타당성을 규명하였다. Panussis 등은⁽¹⁰⁾ 회전하는 유체튜브의 면외 및 면내 방향의 진동특성에 미치는 회전각속도와 유체의 영향에 대한 연구를 수행하여 계의 안정성 판단에 대한 근거를 제시하였다. 또 Dado와 Abuzeid는⁽¹¹⁾ 크랙과 끝단질량을 가진 보의 횡방향 및 축방향의 진동의 연성관계에 대한 연구결과를 발표하였으며, Liu 등은⁽¹²⁾ 파이프 형태의 증공축에 크랙이 존재하는 경우 크랙의 크기에 따른 보의 동적특성을 연구하였다. 최근, 회전하는 유체유동 파이프의 플러터 불안정을 유발하는 임계유속에 관한 연구와 크랙을 가지는 회전 외팔보의 진동특성에 관한 연구, 그리고 크랙을 가진 복합재료 보의 동적응답에 회전속도와 복합재료의 섬유각(fiber angle)이 미치는 영향에 관한 연구 등 회전 구조물에 대한 많은 연구결과들이 발표되어지고 있다⁽¹³⁻¹⁵⁾.

하지만 이상의 많은 연구들에서는 크랙, 이송유체, 그리고 회전 요소에 의한 파이프 구조물의 안정성에 관한 연구는 찾아보기 힘들다. 따라서 이 연구에서는 회전하는 유체유동 외팔 파이프에 크랙형태의 결함이 존재하는 경우에 크랙과 유속, 그리고 회전운동의 연성관계가 파이프 시스템의 안정성에 미치는 영향을 수치해석 하였다. 특히, 계의 플러터 불안정을 유발하는 플러터 임계유속과 회전속도와의 상관관계, 그리고 크랙의 영향을 비교하고 고찰하였다.

2. 이론

Fig. 1은 이 연구에서 해석 예제로 사용한 반경 r 의 축에 고정되어 회전운동을 하는 크랙을 가진 유체유동 회전외팔 파이프를 나타낸 것이다. 중력의

영향은 고려하지 않았으며, 파이프의 해석은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하였다. Fig. 1에서 x 는 외팔보의 고정점 O 로부터 변형 전 임의의 질점 P_0 까지의 거리를 나타내며, s 는 변형 전 임의의 질점 P_0 에서 변형 후의 질점 P 까지 변형할 때 외팔보가 인장된 길이를 나타낸다. 또 x_c 는 크랙의 위치를 의미한다. Fig. 2는 크랙이 존재하는 부분의 파이프 단면을 표현한 것이다. 여기서 a_c , $2b$ 는 각각 크랙의 깊이와 길이이다. 또 θ_c 는 전체 크랙의 반각이다.

2.1 크랙 모델링

같은 하중이 작용하는 구조물에서도 크랙이 존재하는 경우에 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 크랙에 의한 변형에너지가 존재하고 이 부가되는 에너지만큼 추가적인 변형이 더 발생하게 된다. Castigliano의 정리를 이용하여 크랙위치에서 크랙으로 인하여 부가되는 변위가 포함된 유연행렬은 다음과 같이 구할 수 있다⁽¹¹⁾.

$$C_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \left[\int_{-b}^b \int_0^{a_c} J \, d\alpha \, dz \right] \quad (1)$$

여기서 \bar{i}, \bar{j} 는 각 힘의 방향을 의미하며 변형률에

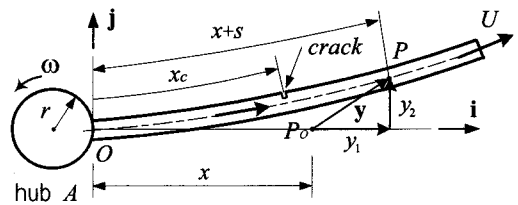


Fig. 1 Original configuration of rotating cantilever pipe conveying fluid with crack

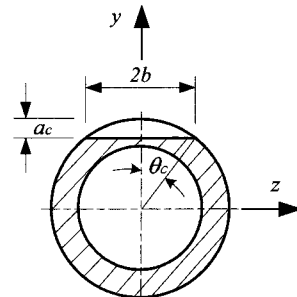


Fig. 2 Cross section of cracked pipe

너지 밀도함수 J 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} (K_{IP} + K_{IM})^2 \quad (2)$$

여기서 K_{IP} 와 K_{IM} 은 각각 제 I 파괴모드에서의 축방향 힘 P_a 와 굽힘 모멘트 M_b 에 의한 응력집중계수를 의미한다. 또 ν 는 Poisson의 비를 나타내며, 식 (2)의 응력집중계수는 각각 다음과 같다⁽¹²⁾.

$$K_{IP} = \frac{P_a}{2\pi R t_p} \sqrt{\pi R \theta_c} F_t(\theta_c), \quad (3)$$

$$K_{IM} = \frac{M_b}{\pi R^2 t_p} \sqrt{\pi R \theta_c} F_b(\theta_c)$$

여기서 t_p 는 파이프의 두께를 의미하며, $R = (R_o + R_i)/2$ 이다. 또 F_t 와 F_b 는 참고문헌 (12), (13)에 잘 나타나 있다.

이 연구에서는 축방향과 굽힘방향의 힘과 모멘트의 영향만을 고려하였다. 따라서 강성행렬은 식 (2), (3)을 식 (1)에 대입하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} C_{22} & -C_{12} \\ -C_{21} & C_{11} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 아래첨자는 축방향 힘과 모멘트에 관계하는 항을 의미하며, $\Delta = C_{11}C_{22} - C_{12}C_{21}$ 이다. 또 k_{12} 와 k_{21} 은 축방향과 굽힘방향의 연성효과를 나타내는 요소로서 전체 시스템의 동특성에 극히 미소한 영향을 미치기 때문⁽¹¹⁾에 이 연구에서는 두 방향의 연성효과를 고려하지 않았다. 즉, 병진 및 회전 스프링은 $K_T \equiv k_{11} = C_{11}^{-1}$, $K_R \equiv k_{22} = C_{22}^{-1}$ 로 각각 정의된다.

2.2 파이프의 에너지식

Fig. 1에서 변형에 따른 파이프의 임의 질점 P 의 속도는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_O + \mathbf{v}_{P/A} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{x} + \mathbf{y}) \quad (5)$$

여기서 \mathbf{v}_O 와 $\mathbf{v}_{P/A}$ 는 각각 O 점의 속도와 P 점의 A 점에 대한 상대속도를 나타내며, $\boldsymbol{\omega}$ 는 고정축의 회전 각속도 벡터를 나타내고 있다. 식 (5)의 각 항들은

다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_O &= r\boldsymbol{\omega}j, & \mathbf{v}_{P/A} &= \dot{y}_1\mathbf{i} + \dot{y}_2\mathbf{j} \\ \boldsymbol{\omega} &= \omega\mathbf{k}, & \mathbf{x} &= x\mathbf{i}, & \mathbf{y} &= y_1\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 (\cdot) 는 시간 t 에 대한 미분을 나타낸다. 따라서 식 (5)를 이용하여 외팔 파이프의 운동에너지와 포텐셜 에너지를 구하면 각각 다음과 같다.

$$T_{pipe} = \frac{1}{2}m \left[\int_0^{x_c} \mathbf{v}_{P1} \cdot \mathbf{v}_{P1} dx + \int_{x_c}^L \mathbf{v}_{P2} \cdot \mathbf{v}_{P2} dx \right] \quad (7)$$

$$\begin{aligned} V_{pipe} &= \frac{1}{2}EA_p \left[\int_0^{x_c} \left(\frac{\partial s_1}{\partial x} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial s_2}{\partial x} \right)^2 dx \right] \\ &+ \frac{1}{2}EI \left[\int_0^{x_c} \left(\frac{\partial^2 y_{21}}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial^2 y_{22}}{\partial x^2} \right)^2 dx \right] \\ &+ \frac{1}{2}K_R \left[\frac{\partial y_{22}(x_c)}{\partial x} - \frac{\partial y_{21}(x_c)}{\partial x} \right]^2 \\ &+ \frac{1}{2}K_T [y_{12}(x_c) - y_{11}(x_c)]^2 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 EI 는 외팔 파이프의 굽힘 강성계수, A_p 는 파이프의 단면적, 그리고 m 은 외팔 파이프의 단위길이당 질량을 나타낸다. 또 L 은 회전 외팔 파이프의 전체 길이를 의미한다.

2.3 이송유체의 일과 에너지식

파이프에 대한 유체의 상대속도가 U 이므로, 유체의 절대속도에는 파이프의 운동이 포함되어야 한다. 따라서 유체의 절대속도의 수직성분, 즉 파이프의 횡방향 성분과 축방향에 평행한 수평성분은 각각 다음과 같다⁽¹³⁾.

$$U_{xk} = \dot{y}_{1k} - y_{2k}\omega + U \left\{ 1 - \frac{1}{2}(y_{2k}')^2 \right\}, \quad (9)$$

$$U_{yk} = (r\omega + \dot{y}_{2k} + \omega x + \omega y_{1k}) + U y_{2k}'$$

여기서 (\cdot) 은 축방향 좌표 x 에 대한 미분을 의미하며, k 는 크랙이 존재하는 위치에 의하여 결정되는 파이프의 분할구간의 수를 나타낸다. 유속의 합을 구하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v_{fk} = \sqrt{U_{xk}^2 + U_{yk}^2} \quad (10)$$

따라서 이송유체의 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_{fluid} = \frac{1}{2} M \left[\int_0^{x_c} v_{f1} v_{f1} dx + \int_{x_c}^L v_{f2} v_{f2} dx \right] \quad (11)$$

여기서 M 은 유체의 단위 길이당 질량이다. 또 유체의 분사력에 의한 보존력과 비보존력에 의한 일은 다음과 같이 각각 구할 수 있다.

$$W_c = \frac{1}{2} MU^2 \left\{ \int_0^{x_c} \left(\frac{\partial y_{21}}{\partial x} \right)^2 dx + \int_{x_c}^L \left(\frac{\partial y_{22}}{\partial x} \right)^2 dx \right\} \quad (12)$$

$$\delta W_{nc} = -MU^2 \frac{\partial y_{22}}{\partial x} \Big|_{x=L} \delta y_{22} \Big|_{x=L} \quad (13)$$

2.4 운동방정식

먼저, 식 (5)~(11)에 사용된 y_1 대신 인장방향 변위 s 를 사용하기 위하여 y_1 과 s 사이의 기하학적 관계를 다음과 같이 표현할 수 있다^(6,9).

$$s \approx y_1 + \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial y_2}{\partial x} \right)^2 dx \quad (14)$$

계의 운동방정식은 앞에서 구한 크랙을 가진 유체 유동 회전 파이프의 일과 에너지 식들을 확장된 해밀턴 원리에 적용하여 유도할 수 있다. 계의 횡방향의 자유진동에 대한 운동방정식을 크랙위치에 따라 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & (m+M) \frac{\partial^2 y_{2k}(x,t)}{\partial t^2} + 2MU \frac{\partial^2 y_{2k}(x,t)}{\partial x \partial t} \\ & + MU^2 \frac{\partial^2 y_{2k}(x,t)}{\partial x^2} + EI \frac{\partial^4 y_{2k}(x,t)}{\partial x^4} \\ & - (m+M)\omega^2 y_{2k}(x,t) \\ & - (m+M)\omega^2 \left[r(L-x) + \frac{(L^2-x^2)}{2} \right] \frac{\partial^2 y_{2k}(x,t)}{\partial x^2} \\ & + 2\omega(m+M) \frac{\partial s_k(x,t)}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

또, 인장방향의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (m+M) \frac{\partial^2 s_k(x,t)}{\partial t^2} \\ & + 2MU \frac{\partial^2 s_k(x,t)}{\partial x \partial t} - EA_p \frac{\partial^2 s_k(x,t)}{\partial x^2} \\ & - (m+M) \left[\omega^2 s_k(x,t) + 2\omega \frac{\partial y_{2k}(x,t)}{\partial t} \right] = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 $s_k, y_{2k}(k=1,2)$ 는 파이프의 인장방향 변위 및 횡변위를 나타내며 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$s_k = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_{ki}(x) q_{1i}(t) \quad (17a)$$

$$y_{2k} = \sum_{i=1}^{\infty} Y_{ki}(x) q_{2i}(t) \quad (17b)$$

여기서 $\phi_i(x), Y_i(x)$ 는 각각 인장방향과 횡방향 모드함수, $q_{1i}(t), q_{2i}(t)$ 는 일반화 좌표를 나타낸다. 그리고 각 모드함수는 크랙이 존재하는 위치를 기준으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

I) segment 1 : $0 \leq x \leq x_c$
 $\phi_{1i}(x) = A_1 \cos(\lambda_{ai}x) + A_2 \sin(\lambda_{ai}x) \quad (18a)$

$$Y_{1i}(x) = B_1 \cos(\lambda_i x) + B_2 \sin(\lambda_i x) + B_3 \cosh(\lambda_i x) + B_4 \sinh(\lambda_i x) \quad (18b)$$

II) segment 2 : $x_c \leq x \leq L$
 $\phi_{2i}(x) = A_3 \cos(\lambda_{ai}x) + A_4 \sin(\lambda_{ai}x) \quad (19a)$

$$Y_{2i}(x) = B_5 \cos(\lambda_i x) + B_6 \sin(\lambda_i x) + B_7 \cosh(\lambda_i x) + B_8 \sinh(\lambda_i x) \quad (19b)$$

여기서 L 은 파이프의 전체 길이이며, 식 (18)과 (19)의 λ_{ai} 와 λ_i 는 각각 다음 식에서 구할 수 있다.

$$\lambda_{ai}^2 = \frac{\omega_{ai}^2 m L^2}{EA_p} \quad (20)$$

$$\cos(\lambda_i L) \cosh(\lambda_i L) + 1 = 0 \quad (21)$$

식 (18)에서 ω_{ai} 는 외팔 파이프의 i 번째 종진동 고

유진동수이다. 또 미지수 $A_1 \sim A_4$, 그리고 $B_1 \sim B_8$ 은 외팔 파이프의 경계조건 및 크랙위치에서의 연속 조건인 다음 식들에 대입하여 구할 수 있다.

$$\phi_1(0) = 0, \quad \frac{d\phi_2(L)}{dx} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{d\phi_1(x_c)}{dx} = \frac{d\phi_2(x_c)}{dx} \quad (23)$$

$$Y_1(0) = 0, \quad \frac{dY_1(0)}{dx} = 0, \quad (24)$$

$$\frac{d^2 Y_2(L)}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3 Y_2(L)}{dx^3} = 0$$

$$Y_1(x_c) = Y_2(x_c), \quad \frac{d^2 Y_1(x_c)}{dx^2} = \frac{d^2 Y_2(x_c)}{dx^2}, \quad (25)$$

$$\frac{d^3 Y_1(x_c)}{dx^3} = \frac{d^3 Y_2(x_c)}{dx^3}$$

크랙 위치에서의 회전 및 병진스프링 상수가 포함된 연속조건은 횡방향 및 인장방향에 대하여 각각 다음 식으로 표현할 수 있다⁽¹¹⁾.

$$\left\{ \begin{array}{l} EA_p \frac{d\phi_2(x_c)}{dx} \\ EI \frac{d^2 Y_2(x_c)}{dx^2} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} K_T [\phi_2(x_c) - \phi_1(x_c)] \\ K_R \left[\frac{dY_2(x_c)}{dx} - \frac{dY_1(x_c)}{dx} \right] \end{array} \right\} \quad (26)$$

2.5 무차원 운동방정식

식 (15), (16)의 운동방정식들을 무차원화하기 위하여 사용한 무차원 매개변수와 좌표들을 다음과 같다.

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad d_{1,2} = \frac{q_{1,2}}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m+M}},$$

$$\beta = \frac{M}{m+M}, \quad u = UL \sqrt{\frac{M}{EI}}, \quad k_R = \frac{K_R L}{EI},$$

$$k_T = \frac{K_T L^3}{EA_p}, \quad \Omega = \omega L^2 \sqrt{\frac{m+M}{EI}}, \quad \bar{r} = \frac{r}{L},$$

$$\eta = \frac{y_2}{L}, \quad v = \frac{s}{L}, \quad \sigma = \frac{A_p L^2}{I} \quad (27)$$

여기서 $d_{1,2}$ 는 각각 외팔 파이프의 인장방향 및 횡방향의 무차원 변위를 나타낸 것이다. 식 (27)의 무차원 매개변수들을 사용하여 자유진동에 대한 계의 무차원 운동방정식을 구하면 각각 다음과 같다.

$$\ddot{\eta}_k(\xi, \tau) + 2u\sqrt{\beta} \dot{\eta}_k'(\xi, \tau) + u^2 \eta_k''(\xi, \tau) - \Omega^2 \eta_k(\xi, \tau) + \eta_k^{iv}(\xi, \tau) - \Omega^2 \left[\bar{r}(1-\xi) + \frac{(1-\xi^2)}{2} \right] \eta_k''(\xi, \tau) + 2\Omega \dot{v}_k(\xi, \tau) = 0 \quad (28)$$

$$\ddot{v}_k(\xi, \tau) + 2u\sqrt{\beta} \dot{v}_k'(\xi, \tau) - \sigma v_k''(\xi, \tau) - \Omega^2 v_k(\xi, \tau) - 2\Omega \dot{\eta}_k(\xi, \tau) = 0 \quad (29)$$

여기서 (\cdot) 는 무차원화된 시간 τ 에 대한 미분을 나타내며, $(\cdot)'$ 은 ξ 에 대한 미분이다. 식 (28), (29)의 무차원 운동방정식을 행렬형태로 표현하면 다음과 같다.

$$[M]\ddot{d} + [C]\dot{d} + [K]d = 0 \quad (30)$$

여기서 행렬 $[M]$, $[C]$, 그리고 $[K]$ 는 각각 크랙을 가진 회전 외팔 파이프의 질량, 감쇠, 그리고 강성행렬을 나타낸다. 또 $d = [d_{1i}(\tau) \ d_{2i}(\tau)]^T$ 이다. 횡방향 진동에 대하여 $d_2(\tau) = De^{i\gamma\tau}$ ($i = \sqrt{-1}$)로 표현할 수 있으며, γ 는 복소 고유치로서 회전 외팔 파이프의 동적 안정성은 고유치 γ 의 허수부의 부호에 의해 결정된다⁽¹⁶⁾.

3. 수치해석 결과 및 고찰

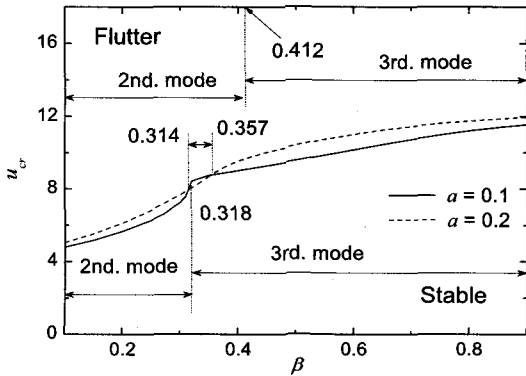
식 (30)의 무차원 운동방정식을 이용하여 크랙을 가진 유체유동 회전 외팔 파이프의 안정성을 평가한다. 수치해석을 통하여 크랙의 크기와 위치 그리고, 파이프의 회전 각속도가 계의 플러터 불안정을 유발하는 임계유속에 미치는 영향에 대하여 결과를 도출하였다. 이 연구에서 회전축의 무차원 반경 $\bar{r} = 0.05$ 로 항상 일정하다고 가정하였다.

Fig. 3은 크랙의 위치가 파이프의 0.3위치에 존재하는 경우 크랙의 크기와 파이프의 회전 각속도에 따른 플러터 임계유속의 변화를 도시하였다. 여기서 가로축은 파이프와 유체의 질량비 β , 그리고 세로축

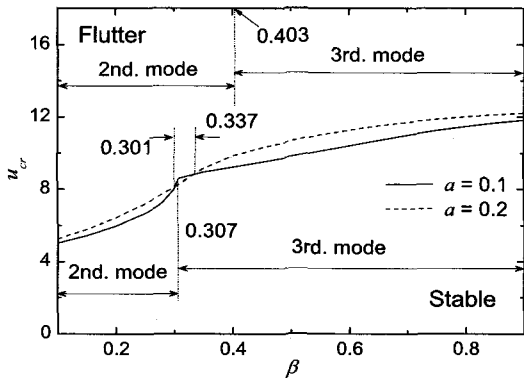
은 플러터 임계유속을 각각 나타내고 있다. 도시된 결과의 아래쪽은 안정, 그리고 위쪽은 플러터 불안정 영역을 표현하고 있다. 먼저, 회전 각속도 $\Omega=1$ 인 Fig. 3(a)에서 크랙의 크기가 0.1인 경우는 $0 < \beta \leq 0.318$ 영역에서는 2차 모드에 의해서, 그 이후 질량비 영역에서는 3차 모드에서 플러터 불안정이 유발된다. 또 $a=0.2$ 일 때는 $0 < \beta \leq 0.318$ 의 질량비 구간에서 2차 모드에 의해 계가 불안정화 됨을 알 수 있다. 즉, 크랙의 크기가 클수록 저차(2차) 모드에 의해 불안정이 유발되는 질량비의 범위가 넓어진다는 것을 알 수 있다. 일반적으로 크랙의 크기가 클수록 구조물은 더 큰 진폭으로 진동을 하지만 이 연구의 수치해석 예제에서는 오히려 크랙의 크기가 0.2인 경우에 0.1일 때에 비하여 더 큰 유속에서도 계는 안정한 상태를 유지할 수 있음을 보인다. 전반적으로 Fig. 3에서 살펴보면 앞에서 설명한 것처럼 크랙의 크기가 클수록 더 큰 임계유속 값을 가진다.

하지만 점프현상⁽²⁾이 발생하는 부근의 특정 질량비의 영역 $0.314 \leq \beta \leq 0.357$ 에서는 크랙의 크기가 작은 경우 더 큰 플러터 임계유속 값을 가진다. Fig. 3(b)의 회전 각속도가 3인 경우도 $\Omega=1$ 인 경우와 마찬가지로 특정 질량비 구간 $0.301 \leq \beta \leq 0.337$ 에서 크랙의 크기가 0.2일 때에 비하여 0.1인 경우 미소하지만 더 큰 플러터 임계유속을 갖는다.

Fig. 4는 크랙의 크기가 0.1로 동일한 경우 크랙의 위치와 파이프의 회전 각속도에 따른 플러터 임계유속을 나타낸 것이다. 전반적으로 회전 각속도의 영향에 관계없이, 크랙의 위치가 파이프의 고정단에 가까이 위치할수록 임계유속은 낮은 값을 가짐을 알 수 있다. 크랙의 위치 $\xi_c=0.5$ 인 경우 회전 각속도가 1일 때는 질량비가 0.309 이후, 그리고 $\Omega=3$ 일 때는 $0.297 < \beta$ 의 질량비 영역에서 3차 모드에 의해 계는 불안정이 된다. 예를 들어, 대상이 되는 계의

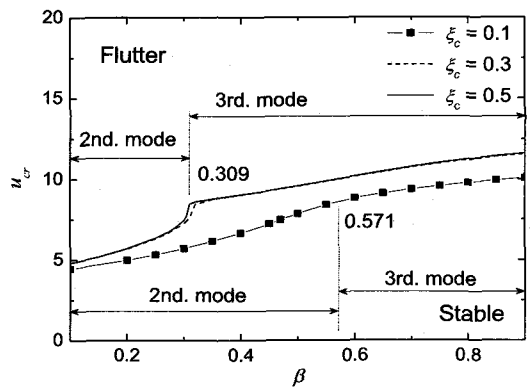


(a) $\xi_c=0.3, \Omega=1$

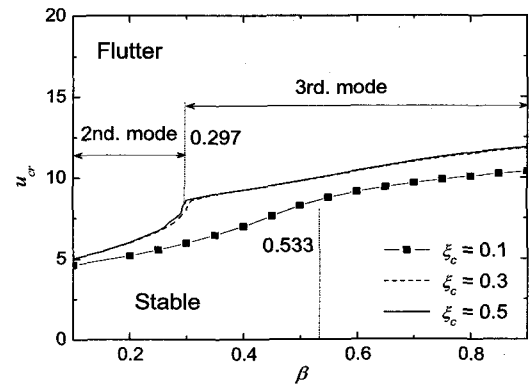


(b) $\xi_c=0.3, \Omega=3$

Fig. 3 Variation of critical flow velocity with mass ratio(β) for two different crack depth cases



(a) $a=0.1, \Omega=1$



(b) $a=0.1, \Omega=3$

Fig. 4 Variation of critical flow velocity with mass ratio(β) for two different crack position cases

질량비가 0.4라고 한다면 크랙이 파이프의 고정단 으로부터 0.1인 위치에 존재하는 경우에 비하여 크랙이 0.5인 위치에 있을 경우 임계유속은 약 31.9 % 정도 더 큰 임계유속을 가진다. 즉, 좀 더 빠른 유속에서도 계는 안정을 유지한다는 것을 판단할 수 있다.

Fig. 5는 크랙의 크기가 0.1이고, 그 위치가 파이프의 고정단으로부터 0.3인 위치에 존재하는 경우 회전 각속도의 영향에 의한 임계유속의 변화를 표현한 것이다. 전반적으로 회전 각속도와 임계유속은 서로 비례적인 경향을 가진다. 회전 각속도가 1인 경우는 질량비가 0.307 이후에, 그리고 $\Omega=3$ 일 때는 $0.318 \leq \beta$ 의 질량비 영역에서 계는 3차 모드에 의해서 플러터 불안정이 발생한다.

Figs. 6, 7은 크랙의 위치 및 크기, 그리고 질량비의 영향에 따른 파이프의 플러터 불안정 영역 및 안정한 영역을 나타내었다. 가로축은 (임계)유속을 나타내며, 세로축은 파이프의 회전 각속도이다.

Fig. 6(a)는 질량비가 0.2, 크랙의 위치가 파이프의 0.1인 위치에 있을 때 크랙의 크기에 따른 임계 유속 변화이다. 회전 각속도의 영향에 관계없이, 크랙의 크기가 클수록 불안정을 유발하는 임계유속의 범위가 좁아짐을 알 수 있다.

즉, 그래프에서 크랙의 크기가 클수록 불안정 영역이 오른쪽으로 이동되어진다. 또, 회전 각속도가 증가할수록 임계유속도 증가함을 알 수 있다. 파이프의 회전 각속도가 15로 비교적 빠른 경우 크랙의 크기가 0.1인 경우에 비하여 $a=0.2$ 인 경우 임계유속

은 약 32.1 % 정도 더 큰 값을 가진다.

Fig. 6(b)는 $\beta=0.2, a=0.2$ 인 경우 크랙의 위치에 따른 임계유속을 도시한 것이다. 파이프의 무차원 회전 각속도가 약 16.3 보다 큰 경우 크랙의 위치에

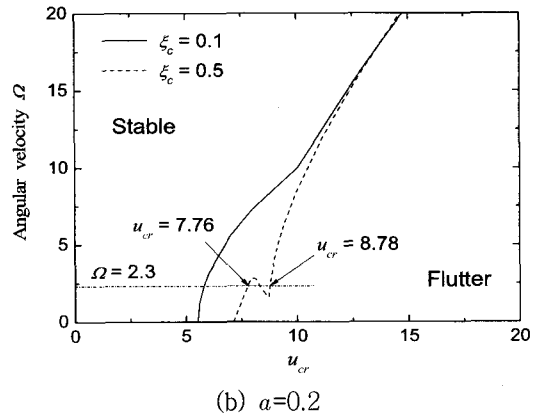
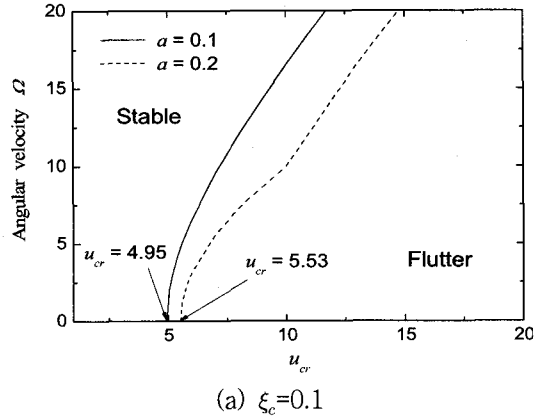


Fig. 6 Stability map of cracked rotating pipe according to crack effect($\beta=0.2$)

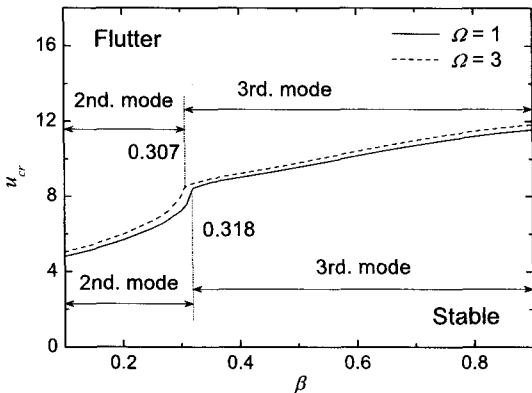


Fig. 5 Variation of critical flow velocity with mass ratio(β) for two different rotating angular velocity cases($a=0.1, \xi_c=0.3$)

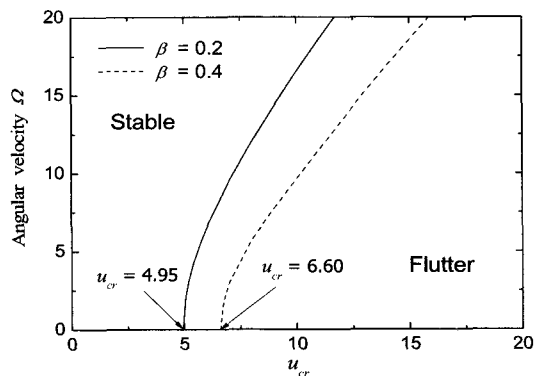


Fig. 7 Stability map of cracked rotating pipe according to mass ratio β ($a=0.1, \xi_c=0.1$)

관계없이 거의 동일한 임계유속을 가진다. 크랙의 위치가 0.5이고, 회전 각속도가 2.3인 경우를 살펴 보면, 계는 유속이 7.76에서 플러터 불안정이 발생 하지만 유속이 8.27에서 재안정화 됨을 알 수 있다. 하지만 유속이 8.78에서 계는 다시 불안정이 된다.

Fig. 7은 $\xi_c = 0.1$, $a = 0.1$ 인 경우 파이프와 유체의 질량비에 따른 임계유속을 나타내었다. 앞에서 언급한 바와 마찬가지로 전반적으로 질량비가 클 때 임계유속의 값은 커진다는 것을 확인할 수 있다. 회전 각속도 $\Omega = 0$ 이고, 질량비가 0.4인 경우, $\beta = 0.2$ 일 때에 비하여 임계유속은 약 33.3% 정도 증가한다.

4. 결 론

이 연구에서는 크랙을 가지는 유체유동 회전 외팔 파이프의 안정성을 평가하고 고찰하였다. 즉, 크랙의 크기와 위치, 파이프와 유체의 질량비, 그리고 파이프의 회전 각속도가 파이프 시스템의 안정 혹은 불안정(플러터 임계유속)에 미치는 영향에 대하여 수치해석 하였다. 이 연구의 수치해석 예제에 대하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 일반적으로 잘 알려진 바와 같이 비보존계에 서 질량비 β 와 플러터 임계유속은 서로 비례적임을 확인하였으며, 크랙이 존재하는 경우에도 크랙의 크기와 위치에 관계없이 항상 동일한 결과를 보인다.

(2) 회전 각속도에 무관하게 크랙의 크기가 클수록, 그리고 크랙의 위치가 파이프의 고정단에 가까이 위치할수록 저차 모드(2차 모드)에 의하여 불안정이 발생하는 질량비의 영역이 넓어진다.

(3) 점프현상이 발생하는 특정 질량비 영역을 제외한다면 전반적으로 크랙의 크기가 클수록 플러터 불안정을 유발하는 임계유속은 큰 값을 가진다. 또, 회전 각속도와 임계유속은 서로 비례적인 경향을 갖는다.

(4) 크랙이 존재하는 위치가 파이프의 고정단으로부터 가까이 위치할수록 플러터를 유발하는 임계유속의 값은 작아진다.

후 기

이 논문은 동의대학교 대학자체 일반 연구과제비 지원에 의하여 연구되었음(2007AA165).

참 고 문 헌

- (1) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I. Theory)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 261, pp. 457~486.
- (2) Païdoussis, M, P., 1998, Fluid-structure Interactions (Volume 1), Academic Press.
- (3) Ryu, S. W., Sugiyama, Y. and Ryu, B. J., 2002, "Eigenvalue Branches and Modes for Flutter of Cantilevered Pipes Conveying Fluid", Computers and Structures, Vol. 80, No. 14-15, pp. 1231~1241.
- (4) Rao, J. S., 1996, Rotor Dynamics(3th ed.), New Age.
- (5) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades", British A.R.C. Reports and Memoranda No. 766.
- (6) Yoo, H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions", Journal of Sound and Vibration, Vol. 181, No. 2, pp. 261~278.
- (7) Tan, T. H., Lee, H. P. and Leng, G. S. B., 1997, "Dynamic Stability of a Radially Rotating Beam Subjected to Base Excitation", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 146, No. 3-4, pp. 265~279.
- (8) Cai, G. P., Hong, J. Z. and Yang, S. X., 2004, "Model Study and Active Control of a Rotating Flexible Cantilever Beam", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 46, No. 6, pp. 871~889.
- (9) Yoo, H. H., Kwak, J. Y. and Chung, J., 2001 "Vibration Analysis of Rotating Pre-twisted Blades with a Concentrated Mass", Journal of Sound and Vibration, Vol. 240, No. 5, pp. 891~908.
- (10) Panussis, D. A. and Dimarogonas, A. D., 2000, "Linear In-plane And Out-of-plane Lateral Vibrations of a Horizontally Rotating Fluid-tube Cantilever", Journal of Fluids and Structures, Vol. 14, No. 1, pp. 1~24.
- (11) Dado, M. H. F. and Abuzeid, O., 2003, "Coupled Transverse and Axial Vibratory Behaviour

of Cracked Beam with End Mass and Rotary Inertia”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, No. 4, pp. 675~696.

(12) Liu, D., Gurgenci, H. and Veidt, M., 2003, “Crack Detection in Hollow Section Structures through Coupled Response Measurements”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, No. 1, pp. 17~29.

(13) Son, I. S., Yoon, H. I. and Kim, D. J., 2007, “Stability Analysis of a Rotating Cantilever Pipe Conveying Fluid”, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol.

17, No. 8, pp. 701~707.

(14) Yoon, H. I. and Son, I. S., 2005, “Dynamic Behavior of Rotating Cantilever Beam with Crack”, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 620~628.

(15) Kim, S. S. and Kim, J. H., 2003, “Rotating Composite Beam with a Breathing Crack”, *Composite Structures*, Vol. 60, No. 1, pp. 83~90.

(16) Chen, S. S., 1987, *Folw-induced Vibration of Circular Cylindrical Structures*, Washington: Hemisphere, Chapter 5.