韓國經營科學會誌
第32권 第4號
2007年 12月

WDM 링에서의 ADM 최소화 문제에 대한 분지평가 해법

정 지 복*

A Branch-and-price Algorithm for the Minimum ADM Problem on WDM Ring Networks

Jibok Chung*

■ Abstract ■

In this study, we consider the minimum ADM problem which is the fundamental problem for the cost-effective design of SONET ADM embedded in WDM ring networks. To minimize the number of SONET ADMs, efficient algorithms for the routing and wavelength assignment are needed. We propose a mathematical model based on the graph theory for the problem and propose a branch-and-price approach to solve the suggested model effectively within reasonable time. By exploiting the mathematical structure of ring networks, we developed polynomial time algorithms for column generation subroutine at branch-and-bound tree. In a computer simulation study, the suggested approach can find the optimal solution for sufficient size networks and shows better performance than the greedy heuristic method.

Keyword : Integer Programming, Routing and Wavelength Assignment, Minimum ADM Problem

1. 서 론

인터넷을 비롯한 대용량 멀티미디어 서비스의 폭발적인 증가는 기존 백본(backbone) 용량의 빠른 소모를 가져왔으며 이로 인하여 파장분할다중화(WDM: Wavelength Division Multiplexing)방식의 광 전송기술이 유력한 대안기술로 제안되어 많은 연구가 진행되고 있다[10].

그러나 지난 수 십년 동안 통신사업자들은 복구능력과 망 관리능력이 뛰어난 SONET[1] (Synchronous Optical NETwork) 링(ring)을 많이 구축해 왔기 때문에 가까운 미래에는 WDM 링과 SONET

논문접수일 : 2006년 10월 19일　논문게재확정일 : 2007년 11월 06일
* 대전대학교 경영학과 조교수

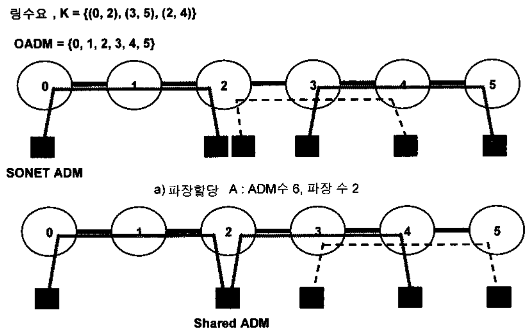
링이 혼재한 형태로 망이 구성될 것으로 예측되고 있다[3]. 링은 전송장비를 가장 단순하게 2-연결성(2-connectivity)를 보장하는 전송구조로써 WDM 링은 OADM(Optical Add-Drop Multiplexer)으로 구성되며 SONET 링은 SONET ADM 전송장비로 구성된다. WDM 링과 SONET 링이 혼재할 경우 WDM 링을 구성하는 OADM에는 파장분할이 가능한 만큼의 SONET ADM이 연결될 수 있다[10].

이러한 통신망을 효율적으로 운영하기 위해서는 주어진 링수요2)에 대하여 파장-연속 제약식3)(wavelength-continuity constraint)을 만족하도록 경로를 설정하고 파장을 할당하는 문제(RWA : Routing and Wavelength Assignment)가 남아있다.

과거 많은 연구자들은 파장 수를 제한된 자원으로 생각하고 이를 최소화 하는 연구를 진행하였다.[5, 7] 그러나 Gerstel et al.[4]의 연구에 의하면 WDM 링과 SONET 링이 혼재한 망을 구축할 경우 파장 수 보다는 SONET ADM 장비 수를 줄이는 것이 보다 경제적이므로 연구의 목표가 파장 수 최소화 보다는 ADM4) 수 최소화에 있어야 한다고 주장한다(이를 *ADM 최소화 문제*로 부른다).

각각의 광경로5)(lightpath)는 시작 노드와 끝 노드에 각각 1개씩 모두 2개의 ADM을 필요로 하지만 만약 2개의 광경로가 시작 또는 끝 노드를 공유하면서 같은 파장이 할당된다면 2개의 광경로 사이에는 ADM 공유(sharing)가 가능하게 되어 ADM 수를 1개 줄 일 수 있다([그림 1] 참조). 따라서 ADM 최소화 문제는 광경로들 사이의 ADM 공유 횟수를 최대화 하도록 경로를 설정하고 파장을 할당하는 문제와 쌍대관계를 가지고 있다. 따라서 각각의 파장에 대하여 가급적 ADM 공유가 많이 발생할 수 있도록 광경로를 선택할 필요가 있다.

[그림 1]의 예제를 보면 WDM 링 노드 수는 6개이고 링수요는 3개이다. 각각의 링수요는 시계방향 또는 반시계방향으로 경로를 정할 수 있기 때문에 모두 8개의 가능한 경로조합이 있다. 한편, 이 수요들이 모두 시계방향이라고 가정할 경우, [그림 1]의 a)에서와 같이 광경로 (0, 2)와 (3, 5)에 같은 파장을, 광경로 (2, 4)에 다른 파장을 할당하면 ADM 공유가 전혀 발생하지 않기 때문에 전체적으로 2개의 파장과 6개의 ADM이 필요하다. 반면에 [그림 1]의 b)에서와 같이 광경로 (0, 2)와 (2, 4)에 같은 파장을, 광경로 (3, 5)에 다른 파장을 할당하면 링 노드 2에서 ADM 공유가 가능해지므로 파장 수는 똑같이 2개 필요하지만 5개의 ADM이 필요하게 된다. 따라서 경로설정과 파장할당을 동시에 고려하는 최적화 모형이 필요하게 된다.



[그림 1] ADM 공유 예제

이와 관련하여 과거의 많은 연구들은 링수요가 시계방향 또는 반시계방향으로 미리 정해져 있다는 가정 하에서 파장할당 문제만을 다루었다[4, 6, 11, 3]. Gerstel et al.[4]은 ADM 최소화문제를 처음으로 제안하면서 3가지 파장할당 휴리스틱을 제안한 바 있다. Liu et al.[6]은 ADM 최소화 문제의 계산복잡도가 NP-Hard에 속함을 증명하였다. Yuan et al.[11]은 정수계획법 모형을 제안하였으나 모형의 복잡성으로 인해 작은 크기의 문제에 한하여 최

1) 북미를 중심으로 제안된 전송기술로, 유럽 및 아시아에서는 SDH라는 용어를 사용한다.
2) WDM 링을 구성하는 노드 중에서 광경로를 요구하는 노드 쌍의 집합
3) 특정 링크를 지나는 광경로들은 같은 파장 사용할 수 없다.
4) 이하 논문에서 ADM은 SONET ADM을 의미한다.
5) 시계방향 또는 반시계방향으로 경로가 정해진 링수요의 경로

적해를 구할 수 있었다. Chung et al.[3]은 열 생성(column generation) 모형과 분지평가법(branch-and-price approach)을 제안하여 링 크기가 20개로 충분히 큰 문제에 대하여 최적해를 구할 수 있었다.

Calinescu et al.[2]은 ADM 수 최소화문제의 계산복잡도가 NP-Hard임을 증명하고 2개의 휴리스틱에 대한 근사도(approximation ratio)를 제시하였다. 그러나 최적화 모형은 제시하고 있지 못한 한계를 가지고 있다.

본 논문은 파장할당만을 다루고 있는 Chung et al.[3]의 연구모형을 확장하여 ADM 수 최소화 문제를 위한 경로설정과 파장할당 최적화 모형과 해법을 제안하고 있다.

〈표 1〉 기존 문제와의 차별성

결정변수 \ 목적함수	파장 수 최소화	ADM 수 최소화
파장할당(WA)	graph coloring problem	[4, 6, 11, 3]
경로설정 및 파장할당(RWA)	[5, 7]	[2] [This paper]

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 2장에서는 ADM 최소화 문제에 대한 수학적 모형을 제안한다. 제 3장에서는 제 2장에서 제안한 모형에 대한 분지평가해법을 제시하며 제 4장에서는 전산실험 결과를 제시하고 마지막 제 5장에서는 결론 및 향후 연구 방향을 제시하겠다.

2. 용어의 정의 및 수학적 모형

앞에서 정의한 ADM 최소화 문제는 다음과 같이 수리모형 할 수 있다. 주어진 링 G는 n개의 노드로 구성되어 있으며 시계방향으로 1부터 n까지 표시되어 있다. 주어진 링수요 쌍의 집합 K = {(o(k), d(k))}는 2개의 노드 o(k)와 d(k)로 구별되어 지는데 o(k)와 d(k)는 링수요 쌍 k의 출발노드와 도착노드를 의미한다. 링의 특성상 각각의 링수요는 시계방향 또는 반시계방향으로 광경로를 설정할 수 있다. 만약 수요 쌍 k의 흐름이 {o(k), o(k)+1, … d(k)-1, d(k)} 방향으로 움직이면 시계방향의 광경로를 의미하고 반대로 {d(k), d(k) + 1, …, o(k)-1, o(k)}로 움직이면 반시계방향의 광경로를 의미한다. S를 주어진 링수요에 대하여 1개의 파장으로 할당이 가능한 모든 광경로의 집합으로 정의하고 x_s를 임의의 집합 s∈S에 속하는 광경로의 집합으로 정의한다. w_s를 x_s에 속하는 광경로 집합에 필요한 ADM 수라고 정의하면 w_s는 x_s에 속한 광경로 갯수의 2배에서 ADM 공유 횟수를 뺀 값이 됨을 알 수 있다.

위의 용어와 정의를 사용하여 ADM 최소화 문제를 수리적으로 모형화하면 다음과 같다.

(MP)

$$\text{Minimize} \ \sum_s w_s x_s \quad (1)$$

$$\text{s.t} \ \sum_{s: i \in s} x_s = 1, \forall i \in K \quad (2)$$

$$x_s = 0/1, \forall s \in S \quad (3)$$

목적함수 (1)은 ADM 개수의 최소화를 의미하며 제약식 (2), 제약식 (3)은 각각의 링수요는 반듯이 하나의 광경로 집합에 속해야 함을 의미한다.

예를 들어 [그림 1]과 같이 링수요가 주어진 경우, 광경로 집합 S = {x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8}, $x_1 = (0 \rightarrow 2)$, $x_2 = (3 \rightarrow 5)$, $x_3 = (2 \rightarrow 4)$, $x_4 = (2 \rightarrow 0)$, $x_5 = (5 \rightarrow 3)$, $x_6 = (4 \rightarrow 2)$, $x_7 = (0 \rightarrow 2,\ 2 \rightarrow 4)$, $x_8 = (0 \rightarrow 2,\ 3 \rightarrow 5)$는 모두 8개의 광경로 조합이 가능하고 각각의 가중치는 $w_1 = 2$, $w_2 = 2$, $w_3 = 2$, $w_4 = 2$, $w_5 = 2$, $w_6 = 2$, $w_7 = 3$, $w_8 = 4$임을 알 수 있다. 그리고 이를 수리모형화 한(MP)는 다음과 같다.

(MP)

$$\text{Minimize} \ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 + 2x_6 + 3x_7 + 4x_8$$

$$\text{s.t} \quad x_1 + x_4 + x_7 + x_8 = 1$$

$$x_2 + x_5 + x_8 = 1$$
$$x_3 + x_6 + x_7 = 1$$
$$x_i = 0/1,\ i = 1, \cdots, 8$$

본 논문에서 제시하는 열 생성 모형 (MP)는 일반적으로 제약식의 수가 비교적 적으며 대칭적 특성을 가지고 있지 않아 정수계획법(IP) 모형의 목적함수 값과 정수조건이 완화된 LP 모형의 목적함수 값 차이가 적다는 장점을 가지고 있다[1, 8].

3. 분지평가해법

제 2장에서 제시한 열 생성 모형 (MP)는 각각의 링수요마다 제약식이 1개뿐이지만, 컬럼(열) 은 모든 가능한 광경로조합의 집합으로써 링수요에 따라 지수적으로(exponentially) 많아지기 때문에 이를 모두 나열하여 모형화 하는 것은 바람직하지 않다. 따라서 초기에 몇 개의 컬럼에서 출발하여 필요한 컬럼을 추가해 나가는 열 생성 기법(column generation technique)은 본 모형과 같이 제약식은 비교적 적으면서 많은 컬럼을 가지고 있는 정수계획법 모형의 효과적인 해법으로 알려져 있다[1, 5, 8]. 분지평가법의 일반적인 설명은 Barnahrt et al.[1]의 연구를 참조하기 바란다.

3.1 열 생성과정

(MP) 모형에서 제약식 (3)을 완화한 모형을 (RMP)라고 하자. (RMP)에 대한 열 생성 절차는 다음과 같다. 우선 초기의 광경로 집합 S′가 주어져 있다고 가정하자. 그러면 (RMP)는 선형계획법 모형이 되므로 S 대신에 S′에 대하여 최적해 z^*와 쌍대해 d^*를 쉽게 구할 수 있다. LP의 쌍대이론에 의하여 현재의 해 z^*가 S에 대해서 최적해인지의 여부를 아래의 조건을 통하여 확인할 수 있다[9].

$$\sum_{i \in s} d^*_i \leq w_s, \forall s \in S\, S' \qquad (4)$$

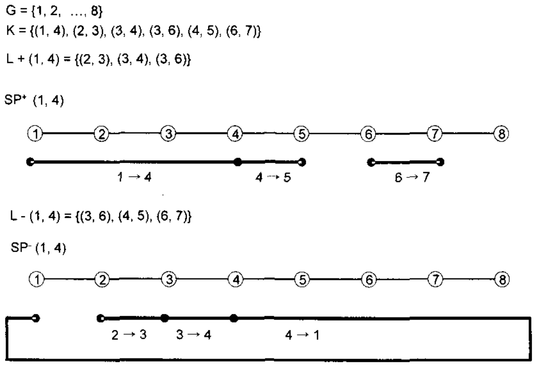
즉, z^*가 (RMP)의 최적해인지의 여부는 아래의 부문제 (SP)를 통하여 확인할 수 있다.

(SP)

$$\text{Maximize} \quad \sum_{i \in s} d_i - w_s, \forall s \in S\, S' \qquad (5)$$

부문제 (SP)의 목적함수 (5)에서 첫 번째 항은 광경로 집합 s에 속하는 광경로의 쌍대변수 값의 합을 의미하고 두 번째 항은 광경로집합 s에 속하는 광경로에 필요한 ADM 개수를 의미한다. Chung et al.[3]은 링수요가 시계방향 또는 반시계방향으로 사전에 정해져 있는 경우에 (SP)를 풀 수 있는 해법을 제시한바 있다. Chung et al.[3]은 (SP)가 환이 없는 그래프에서의 최장경로(longest path)를 찾는 문제로 변환이 가능함을 보이고 위상순서화(topological ordering) 해법을 이용한 다항시간의 해법을 제시한 바 있다. 본 논문에서는 이를 활용하여 경로설정을 포함하고 있는 부문제 (SP)의 해법을 제시하고자 한다.

임의의 링수요 k를 시계방향(또는 반시계방향)으로 고정할 경우, 링수요 k와 ADM을 공유하기 위해서 k 이외의 모든 링수요는 시계방향 또는 반시계방향으로 자신들의 경로를 결정할 수밖에 없다. 왜냐하면 시계방향과 반시계방향, 양방향 모두 링수요 k와 겹치지 않는 것은 불가능하기 때문이다. $L^+(k)(L^-(k))$를 링수요 k를 시계방향(반시계방향)으로 고정할 경우 k와 겹치는 링수요의 집합으로 정의하면, Chung et al.[3]의 연구에서와 같이 $K-L^+(k)(L^-(k))$는 구간그래프(interval graph)가 됨을 쉽게 알 수 있다(아래 [그림 2] 참조). 또한 $SP^+(k)(SP^-(k))$를 (SP)에서 링수요 k의 방향을 시계방향(반시계방향)으로 고정한 부문제라고 할 경우 (SP)는 2K개의 부문제로 분해될 수 있다. 즉, $(SP) = \cup_k SP^+(k) + \cup_k SP^-(k)$의 관계가 성립한다. 한편 Chung et al.[3]은 $SP^+(k)(SP^-(k))$에 대한 다항식 해법을 제시한 바 있다. 따라서 Chung et al.[3]의 해법을 반복적으로 적용하면 (SP)는 효과적으로 해결될 수 있다.



[그림 2] 부문제 $SP^{+}(k)(SP^{-}(k))$의 구성 예제

알고리듬 CGP(Column Generation Procedure)

단계 0 : 초기화. 모든 링수요의 라벨을 "unmarked" 상태로 초기화. wt_max 값을 0으로 하고 $wt^{+}(k)(wt^{-}(k))$는 $SP^{+}(k)(SP^{-}(k))$의 최적해 값으로 정의하고 $wt^{*}(k) = \max\{wt^{+}(k), (wt^{-}(k)\}$로 정의.

단계 1 : 링수요 선택. "unmarked" 상태인 임의의 링수요 k를 선택.

단계 2 : 부문제를 해결함.
링수요 k의 경로를 시계방향(반시계방향)으로 고정하고 부문제 $SP^{+}(k)(SP^{-}(k))$를 풀어서 최적해 $wt^{+}(k)(wt^{-}(k))$를 구함.

단계 3 : 해 개선. 만약 $wt*(k)$ > wt_max이면 wt_max = $wt*(k)$로 개선

단계 4 : 종료. 만약 모든 링수요의 라벨이 "marked"이면 종료. 아니면 링수요 k의 라벨을 "marked"로 바꾸고 단계 1로 감.

정리 1 : 알고리듬 CGP는 $O(|K|^3)$안에 (SP)를 풀 수 있다.

(증명)

단계 2에서 Chung 등[3]의 알고리듬 계산복잡도는 $O(n^2)$, n은 광경로의 개수. $SP^{+}(k)$(또는 $SP^{-}(k)$)에는 많아야 |K|의 광경로가 있으므로 단계 2의 계산복잡도는 $O(|K|^2)$이다. 단계 2는 $2^{*}|K|$번 반복되기 때문에 알고리듬 CGP의 계산복잡도는 $O(|K|^3)$이다.

3.2 분지평가 과정

분지평가법은 각 분지노드에서 열 생성 과정이 이루진다는 점을 제외하고는 분지한계법(branch-and-bound)과 동일하다. 그러나 분지노드에서의 열 생성 과정에 많은 어려움이 존재하고 있다. 왜냐하면 일반적인 분지한계법처럼 실수값을 갖는 변수(광경로 집합) $x*_i$를 1로 분지($x*_i = 1$)한다면 이 변수에 속하는 광경로는 반듯이 선택해야 하기 때문에 하위 노드에서 이를 반영하는데 전혀 어려움이 있다. 반면에 실수값을 갖는 변수(광경로 집합)를 0으로 분지($x*_i = 0$)할 경우, 하위 노드에서의 열 생성 과정에서 앞서 0으로 분지한 $x*_i$ 변수가 또다시 생성될 가능성이 있기 때문이다. 이와 관련하여 Barnhart et al.[1]과 Mehrotra[8] 연구를 참조하기 바란다. 본 논문에서는 이 부분을 해결하기 위하여 부문제 (SP)의 m번째(m = 1, 2, …) 해를 찾는 방법을 제시하고자 한다.

$S(L_1 ; L_2)$를 집합 L_1에 속하는 광경로는 모두 포함하되 집합 L_2에 속하는 광경로는 포함하지 않은 S의 부분집합으로 정의하고 $SP(L_1 ; L_2)$를 (SP)에서 S대신 $S(L_1 ; L_2)$를 고려하는 부문제로 정의하자. 만약 $L_1 = L_2 =$ NULL이면 $SP(L_1 ; L_2)$와 (SP)는 동일하다.

3.1의 알고리듬 CGP로 (SP)의 최초 최적해 $z^{*} = \{l_1, l_2, \cdots, l_n\}$를 구했다고 가정하고 $S_1 = S(NULL ; \{l_1\})$, $S_2 = S(\{l_1\} ; \{l_2\})$, $S_3 = S(\{l_1, 12\} ; \{13\})$, …, $S_n = S(\{l_1, l_n-1\} ; \{l_n\})$를 구성한다.

명제 1. $S_1, \cdots, S_n$은 $S \backslash z*$의 분할(partition)이다.

(증명)

$S \backslash z*$에서 $S_1, \cdots, S_n$에 포함되지 않은 광경로집합 z'이 있다면 z'는 $z*$에 속한 모든 광경로 집합을 포함하고 있다. 만약 z'의 값이 $z*$보다 크다면, $z*$이 (SP)의 최초 최적해라는 가정에 위배된다. 따라서 $\cup_i Si = S \backslash z*$가 된다.

명제 1에 의해 (SP)의 두 번째 최적해를 구하기 위해서는 첫 번째 최적해 z*로부터 SP(NULL ; $\{l_1\}$), SP($\{l_1\}$; $\{l_2\}$), SP($\{l_1, l_2\}$; $\{l_3\}$), …, SP($\{l_1, \cdots, l_n-1\}$; $\{l_n\}$)의 부문제를 연속적으로 구하면 된다.

정리 2 : (SP)의 m번째 최적해는 O(m$|K|^3$) 안에 구할 수 있다.

(증명)
정리 1에 따라 (SP)의 최초 최적해를 구하기 위해서는 O($|K|^3$)시간이 필요하다. 최초 최적해에는 많아야 |K|개의 광경로가 있으므로 두 번째 최적해를 구하기 위해서는 많아야 |K|의 부문제를 풀면 된다. 따라서 Chung et al.[2]의 알고리듬으로 O($|K|*|K|^2$)의 시간이 추가적으로 요구된다. 이와 같은 식으로 세 번째 최적해를 구하기 위해서는 O($|K|*|K|^2$)의 시간이 추가적으로 요구되며 m번째 최적해는 O(m$|K|^3$) 안에 구할 수 있다.

3.3 초기해를 위한 greedy 휴리스틱

초기해 S′를 구하고 최적해와의 성능비교를 위하여 다음의 greedy 휴리스틱을 사용하였다. 이 방법은 First-Fit 형태의 휴리스틱으로 ADM 공유가 가능한 광경로를 우선적으로 선택해 나가는 방법이다.

3.3.1 Greedy 휴리스틱

단계 0 : 초기화. 모든 링수요의 라벨을 “unmarked” 상태로 초기화

단계 1 : 링수요 선택. “unmarked” 상태인 임의의 링수요 k를 선택

단계 2 : 공유 최대화. 단계 1에서 선택한 링수요 k와 ADM 공유가 가능한 링수요를 연속적으로 찾아 추가함. 단계 2에서 선택된 링수요 라벨을 “marked”로 바꿈.

단계 2 : 종료조건. 모든 링수요의 라벨이 “marked”이면 종료. 아니면 단계 1로 감.

4. 실험 결과

제 3장에서 제안하는 알고리듬은 C언어를 사용하여 PC(CPU 1.73GHz)에서 상용 IP 패키지인 CPLEX 10.0을 사용하여 전산 실험하였다. 전산실험을 통하여 제안하는 최적화 알고리즘이 현실적인 크기의 ADM 최소화 문제를 효율적으로 풀 수 있다는 사실을 보이고, greedy 휴리스틱 방법과의 성능을 비교하고자 한다.

4.1 실험 데이타

실험망은 SONET 링의 크기를 고려하여 노드수를 10, 15, 20으로 제한하였고 각 링마다 링수요 수를 다르게 하여 트래픽 부하(traffic load)에 따른 성능변화를 살펴보았다. 각각의 문제(instance)에 대하여 10개의 데이터를 임의로 생성하여 반복실험하였다(단 분지평가 노드의 수를 5000개로 제한함). 실험 데이터 및 실험 결과는 <표 2>~<표-4>에 정리되어 있다.

4.2 실험 결과

<표 2>에서 보는바와 같이 NR = 10인 경우, 30개의 모든 instance에 대하여 3초 이내에 최적해를 구할 수 있었다(단 최악의 경우는 147초 소요). GAP1은 평균 3.9%로 본 연구에서 제안하는 수리모형이 강(strong)하다는 것을 알 수 있다. 또한 대부분의 경우 LP 최적해와 OPT의 차이가 2이내임을 알 수 있다. 반면 GAP2를 보면 greedy 휴리스틱과의 성능차이가 평균 20.2% 발생하는 것을 알 수 있다. <표 3>을 보면 NR = 15인 경우, 평균적으로 149초, 최대 4분 이내에 해를 구할 수 있었다(단 분지평가 노드의 개수를 5000으로 제한함). GAP1, GAP2는 각각 평균 3.5%와 25.9%를 보임

〈표 2〉 실험결과(NR = 10)

NR	ND	AD	LP	OPT	# of col	# of B&P	Heuri	Time	GAP1	GAP2
10	15	2.73	19.00	20	21	19	20	0	5.26%	0.00%
10	15	3.07	18.50	19	25	1	21	0	2.70%	10.53%
10	15	2.87	19.00	19	19	0	20	0	0.00%	5.26%
10	15	2.80	18.00	19	17	3	24	0	5.56%	26.32%
10	15	2.67	18.20	19	24	1	23	0	4.40%	21.05%
10	15	3.07	19.00	19	21	11	24	0	0.00%	26.32%
10	15	2.93	18.00	18	22	1	22	0	0.00%	22.22%
10	15	2.67	17.67	18	22	1	20	0	1.89%	11.11%
10	15	3.13	18.60	19	24	7	22	0	2.15%	15.79%
10	15	2.53	17.43	19	30	17	20	0	9.02%	5.26%
10	20	2.45	21.57	23	67	31	27	1	6.62%	17.39%
10	20	3.10	26.00	26	53	26	30	1	0.00%	15.38%
10	20	2.55	22.25	23	40	4	28	0	3.37%	21.74%
10	20	2.90	22.75	24	30	15	30	0	5.49%	25.00%
10	20	2.70	22.00	23	76	35	27	0	4.55%	17.39%
10	20	2.85	21.50	22	63	37	30	0	2.33%	36.36%
10	20	2.85	23.00	24	48	15	28	1	4.35%	16.67%
10	20	2.85	22.13	23	37	3	28	0	3.95%	21.74%
10	20	3.00	22.50	23	44	10	26	0	2.22%	13.04%
10	20	2.60	22.00	23	41	19	28	0	4.55%	21.74%
10	30	2.73	30.00	32	117	45	40	3	6.67%	25.00%
10	30	2.77	30.75	33	670	2991	41	147	7.32%	24.24%
10	30	2.87	30.00	31	117	37	42	0	3.33%	35.48%
10	30	2.93	32.50	33	64	4	39	0	1.54%	18.18%
10	30	2.73	30.00	31	150	149	39	1	3.33%	25.81%
10	30	2.80	30.10	32	324	325	43	3	6.31%	34.38%
10	30	2.90	30.50	32	77	29	43	3	4.92%	34.38%
10	30	2.67	30.00	32	249	285	40	2	6.67%	25.00%
10	30	2.87	30.50	32	146	141	39	1	4.92%	21.88%
10	30	2.77	30.50	32	200	165	36	3	4.92%	12.50%
평균					94.6	147.5			3.9%	20.2%

주) NR : 링 노드 수, ND : 링수요 개수, AD : 각 수요쌍의 평균 최단거리, LP : 정수조건을 완화한 (RMP)의 최적해, OPT : 분지평가법으로 구한 최적정수해, Heuri : greedy 휴리스틱으로 구한 값, # of col : 분지평가과정에 생성된 컬럼 수, # of B&P : 분지평가과정에 생성된 분지노드 수, Time : 전체 알고리듬 소요시간, GAP1 = (OPT-LP)/LP*100, GAP2 = (Heuri-OPT)/OPT*100.

〈표 3〉 실험결과(NR = 15)

NR	ND	AD	LP	OPT	# of col	# of B&P	Heuri	Time	GAP1	GAP2
15	30	3.70	32.50	34	111	11	39	1	4.62%	14.71%
15	30	4.50	34.82	35	51	1	42	0	0.52%	20.00%
15	30	4.77	36.50	37	61	1	44	0	1.37%	18.92%
15	30	4.07	34.75	36	110	51	40	0	3.60%	11.11%
15	30	3.97	34.43	36	94	57	44	0	4.56%	22.22%
15	30	4.47	37.00	37	54	0	45	0	0.00%	21.62%
15	30	3.87	34.75	36	168	199	42	10	3.60%	16.67%
15	30	3.10	34.40	35	149	55	44	0	1.74%	25.71%
15	30	3.33	34.50	35	95	5	39	0	1.45%	11.43%
15	30	3.43	33.71	34	101	9	41	0	0.85%	20.59%
15	50	3.76	52.89	53	196	4	68	2	0.21%	28.30%
15	50	3.84	51.00	52	351	57	69	15	1.96%	32.69%
15	50	4.78	52.50	54	231	125	72	2	2.86%	33.33%
15	50	3.78	51.27	53	2119	5000*	67	127	3.37%	26.42%
15	50	4.20	53.33	54	1344	1977	72	39	1.25%	33.33%
15	50	4.54	51.67	54	189	127	72	2	4.52%	33.33%
15	50	3.94	51.62	54	1679	5000*	71	138	4.61%	31.48%
15	50	3.68	52.33	53	136	3	68	0	1.27%	28.30%
15	50	3.70	50.99	54	2826	5000*	67	177	5.91%	24.07%
15	50	3.60	51.20	53	2586	5000*	68	148	3.52%	28.30%
15	70	3.90	70.00	73	2320	5000*	92	335	4.29%	26.03%
15	70	3.81	70.00	75	3787	5000*	94	1440	7.14%	25.33%
15	70	4.26	70.00	74	1988	5000*	97	163	5.71%	31.08%
15	70	3.90	70.00	75	2445	5000*	92	177	7.14%	22.67%
15	70	4.13	70.13	73	2550	5000*	97	184	4.10%	32.88%
15	70	4.17	70.00	73	1723	5000*	98	160	4.29%	34.25%
15	70	4.00	70.00	72	2413	5000*	101	689	2.86%	40.28%
15	70	3.74	70.00	75	2604	5000*	93	220	7.14%	24.00%
15	70	3.99	70.00	74	2143	5000*	98	253	5.71%	32.43%
15	70	3.90	70.00	73	2511	5000*	92	195	4.29%	26.03%
평균					1237	2422		149.2	3.5%	25.9%

주) NR : 링 노드 수, ND : 링수요 개수, AD : 각 수요쌍의 평균 최단거리, LP : 정수조건을 완화한 (RMP)의 최적해, OPT : 분지평가법으로 구한 최적정수해, Heuri : greedy 휴리스틱으로 구한 값, # of col : 분지평가과정에 생성된 컬럼 수, # of B&P : 분지평가과정에 생성된 분지노드 수, Time : 전체 알고리듬 소요시간, GAP1 = (OPT-LP)/LP*100, GAP2 = (Heuri-OPT)/OPT*100, 5000* : 분지평가 노드수를 5000개로 제한한 결과임.

〈표 4〉 실험결과(NR = 20)

NR	ND	AD	LP	OPT	# of col	# of B&P	Heuri	Time	GAP1	GAP2
20	60	4.52	63.80	67	2162	5000*	82	470	5.02%	22.39%
20	60	5.33	64.67	65	987	1846	84	225	0.52%	29.23%
20	60	5.85	68.50	70	1721	5000*	85	101	2.19%	21.43%
20	60	5.47	66.07	67	779	1907	84	36	1.41%	25.37%
20	60	5.32	65.28	66	379	124	80	5	1.10%	21.21%
20	60	5.35	66.36	67	303	75	93	3	0.96%	38.81%
20	60	5.60	65.50	66	144	2	85	5	0.76%	28.79%
20	60	5.20	67.28	69	1826	5000*	79	131	2.56%	14.49%
20	60	5.17	64.92	66	2530	5000*	85	179	1.67%	28.79%
20	60	5.28	66.50	70	1596	5000*	86	136	5.26%	22.86%
20	100	5.26	100.00	105	2566	5000*	140	669	5.00%	33.33%
20	100	5.13	100.00	106	3369	5000*	141	575	6.00%	33.02%
20	100	5.59	100.00	106	2793	5000*	144	320	6.00%	35.85%
20	100	5.51	100.69	105	2823	5000*	137	331	4.28%	30.48%
20	100	5.44	100.00	106	3079	5000*	138	350	6.00%	30.19%
20	100	5.60	100.50	106	3258	5000*	135	349	5.47%	27.36%
20	100	5.24	100.00	106	2687	5000*	138	644	6.00%	30.19%
20	100	5.14	100.00	106	3584	5000*	138	429	6.00%	30.19%
20	100	5.36	100.78	105	3005	5000*	141	419	4.19%	34.29%
20	100	5.46	100.00	106	3228	5000*	146	401	6.00%	37.74%
20	120	5.30	120.00	129	3547	5000*	170	1256	7.50%	31.78%
20	120	5.14	120.00	125	4500	5000*	161	640	4.17%	28.80%
20	120	5.68	120.00	128	3677	5000*	165	456	6.67%	28.91%
20	120	5.45	120.00	126	3540	5000*	167	550	5.00%	32.54%
20	120	5.38	120.00	127	3842	5000*	161	576	5.83%	26.77%
20	120	5.34	120.00	124	4353	5000*	170	625	3.33%	37.10%
20	120	5.47	120.00	125	3945	5000*	168	597	4.17%	34.40%
20	120	5.10	120.00	125	4052	5000*	165	683	4.17%	32.00%
20	120	5.36	120.00	123	3967	5000*	162	622	2.50%	31.71%
20	120	5.43	120.00	136	3357	5000*	168	412	13.33%	23.53%
평균					2719	4298		406.5	4.4%	29.5%

주) NR : 링 노드 수, ND : 링수요 개수, AD : 각 수요쌍의 평균 최단거리, LP : 정수조건을 완화한 (RMP)의 최적해, OPT : 분지평가법으로 구한 최적정수해, Heuri : greedy 휴리스틱으로 구한 값, # of col : 분지평가과정에 생성된 컬럼 수, # of B&P : 분지평가과정에 생성된 분지노드 수, Time : 전체 알고리듬 소요시간, GAP1 = (OPT-LP)/LP*100, GAP2 = (Heuri-OPT)/OPT*100, 5000* : 분지평가 노드수를 5000개로 제한한 결과임.

으로써 제안하는 수리모형이 강(strong)하다는 점과 휴리스틱과의 성능차이가 점차 증가함을 확인할 수 있다. <표 4>를 보면 NR = 20인 경우, 평균적으로 406초 소요되었으며 분지평가 노드 5000개 이하에서 최적해를 구하지 못하는 경우가 종종 발생하였다. 그러나 비록 최적해는 아니지만 LP 최적해와의 차이가 평균 4.4%, 최대 13%이내인 좋은 정수해를 구할 수 있었으며 휴리스틱에 비하여서는 평균 29.5%이상 좋은 성능을 보임을 알 수 있었다.

5. 결론 및 기대효과

SONET 장비와 WDM 장비가 혼재된 링을 비용-효과적으로 구축하기 위해서는 SONET ADM 개수를 최소화 하는 문제(일명 *ADM 최소화 문제*)를 해결할 필요하다.

본 논문에서는 ADM 최소화 문제에 대한 수리적 모형과 해법을 제시하였다. 제안하는 수리적 모형은 열 생성 모형에 기초를 두고 있으며 본 논문에서는 다항시간의 열 생성 알고리듬과 효과적인 분지평가법을 제시하였다. 다양한 크기의 링(10, 15, 20)을 대상으로 한 전산실험 결과 제안하는 모형과 해법이 최대 4분 이내에 최적해를 구할 수 있었으며 greedy 휴리스틱과 비교할 때 평균 20%~29%정도 해의 품질이 우수함을 확인할 수 있었다. 본 논문에서는 ADM의 처리용량을 고려하고 있지 않다. 향후 이를 반영한 모형의 확장과 알고리듬 개발이 필요하다.

참 고 문 헌

[1] Barnhart, C. et al., "Branch-and-Price : Column Generation for Solving Huge Integer Programs," *Operations Research*, Vol.46, No.3(1998), pp.316-329.

[2] Calinescu, G. and P.J. Wan, "Traffic Partition in WDM/SONET Rings to Minimize SONET ADMs," *Journal of Combinatorial Optimization*, Vol.6, No.4(2001), pp.425-453.

[3] Chung, J. et.al., "Cost Effective Design of TDM ADM Embedded in WDM Ring Networks," *Lecture Notes on Computer Science*, 3262(2004), pp.115-124.

[4] Gerstel, O. et al, "Wavelength Assignment in a WDM Ring to Minimize Cost of Embedded SONET Rings," *Proc. of IEEE Infocom*, (1998).

[5] Lee, T. et al., "Optimal Routing and Wavelength Assignment in WDM Ring Networks," *IEEE Journal of Selected Area on Communication*, Vol18, No.10(2000), pp.2146-2154.

[6] Liu, L. et al., "Wavelength Assignment in WDM Rings to Minimize SONET ADMs," *Proc. of IEEE Infocom*, (2000).

[7] Lu, X and S.He, "Wavelength assignment for WDM ring," *ELECTRONICS LETTERS* Vol.3, No.19(2003), pp.1400-1402.

[8] Mehrotra, A. and M.A. Trick, "A Column Generation Approach for Graph Coloring," *INFORMS Journal on Computing*, No.8 (1996), pp.344-354.

[9] Murty, K.G., *Linear Programming*, John Wiley &Sons Inc, (1983).

[10] Stern, T.E. and K.Bala, *Multiwavelength Optical Networks : A layered approach*, Addison-Wesley, (1999).

[11] Yuan, X. and A. Fulay, "Wavelength Assignment to Minimize the Number of SONET ADMs in WDM Rings," *J.of Photonic Network Communications*, Vol.5, No.1(2003), pp.59-68.