

IIR(SPKF)/FIR(MRHKF 필터) 융합 필터 및 성능 분석

IIR(SPKF)/FIR(MRHKF Filter) Fusion Filter and Its Performance Analysis

조성윤*
(Seong Yun Cho)

Abstract : This paper describes an IIR/FIR fusion filter for a nonlinear system, and analyzes the stability of the fusion filter. The fusion filter is applied to INS/GPS integrated system, and the performance is verified by simulation and experiment. In the fusion filter, an IIR-type filter (SPKF) and FIR-type filter (MRHKF filter) are processed independently, then the two filters are merged using the mixing probability calculated using the residuals and residual covariance information of the two filters. The merits of the SPKF and the MRHKF filter are embossed and the demerits of the filters are diminished via the filter fusion. Consequently, the proposed fusion filter has robustness against to model uncertainty, temporary disturbing noise, large initial estimation error, etc. The stability of the fusion filter is verified by showing the closeness of the states of the two sub filters in the mixing/redistribution process and the upper bound of the error covariance matrices. This fusion filter is applied into INS/GPS integrated system, and important factors for filter processing are presented. The performance of the INS/GPS integrated system designed using the fusion filter is verified by simulation under various error environments and is confirmed by experiment.

Keywords : IIR/FIR fusion filter, EKF, SPKF, MRHKF filter, INS/GPS

I. 서론

1960년 Kalman의 논문[1]에 시초를 둔 칼만필터는 현재까지 Gaussian 잡음을 갖는 선형시스템에서 최적의 추정치를 제공하는 필터로 사용되고 있다. 이 필터는 1979년 Anderson과 Moore가 제시한 확장 칼만필터(EKF: Extended Kalman Filter)를 통해 비선형시스템에 사용하게 되었다[2]. 최근 이 칼만 기반 필터들이 여러 형태로 변형되어 연구 개발되고 있으며, 그 중에 그림 1과 같은 한 흐름을 들 수 있다.

그림 1에서 볼 수 있듯이 칼만필터의 변형은 비선형시스템으로의 확장과 FIR(Finite Impulse Response) 영역으로의 확장으로 나누어 볼 수 있다. 비선형시스템에서 가장 많이 사용되어오던 EKF의 뒤를 Julier, et al.에 의하여 제시된 SPKF(Sigma Point Kalman Filter)가 따르고 있다. 초기 큰 추정 오차에 의하여 Jacobian 행렬에 큰 오차를 유발함으로써 필터의 발산을 야기하는 EKF의 최대 단점이 SPKF에 의하여 극복된 것이다[3-9]. 또 다른 방향으로의 확장인 FIR 필터는 IIR 형태의 칼만필터가 모델링 오차 및 일시적인 외란(disturbance) 등에 약한 단점을 보완하기 위해 연구되었다. 물론 이런 오차들에 강인한(robust) 특성을 가진 강인 H_2/H_∞ 필터 개발도 이루어졌다[10]. Kwon에 의하여 제시된 RHKF(Receding Horizon Kalman FIR) 필터는 선형시스템에서 일시적으로 나타나는 모델링 오차 및 수치오차에 강인한 특성을 가진 필터로 소개되었다[11-13]. 이 필터는 비선형시스템에 사용되기 위해 Cho에 의하여 수정되었다[14]. 본 논문에서 이 필터를 MRHKF(Modified RHKF) 필터로 부르기로 한다. 이 필터는 비선형시스템에 사용되기 위해 한 가지 제약조건을 갖는다.

즉 이동구간 초기에 필터 선형화를 위한 상태변수 추정치 오차가 작아야 한다. 이 문제는 다시 Cho에 의해 시그마 포인트 기반의 RHKF(SPRHKF: Sigma Point based RHKF) 필터가 제시됨으로써 해결되었다[15].

IIR 필터의 SPKF와 FIR 필터의 SPRHKF 필터는 각각 칼만필터의 약점을 보완하기 위해 제시된 필터이다. 그러나 IIR 필터와 FIR 필터는 각각 고유의 특성을 가지고 있다. IIR 필터는 모델링 오차에 약하지만 정상적인 경우 시간에 따라 오차가 작아지는 장점을 갖는다. 반면 FIR 필터는 모델링 오차 및 일시적인 외란 오차에 강인한 특성을 갖지만 오차 수렴 특성이 IIR 필터에 비해 나쁘다. 즉 IIR 필터와 FIR 필터는 서로 상호보완적인 특성을 갖는다. 이 두 필터를 결합함으로써 오차 수렴 특성이 좋으며 모델링 오차 및 일시적인 외란 오차에 강인한 특성을 모두 갖는 필터가 Cho에 의해 제시되었다[16]. 이 논문에서는 EKF와 MRHKF 필터를 결합하였다. 본 논문에서는 SPKF와 MRHKF 필터를 결합한다. 그 결과 모델링 오차뿐 아니라 초기 큰 추정오차에도 강인한 특성을 보이며 오차 수렴 특성도 좋은 IIR/FIR 필터 융합의 최종 결론을 얻을 수 있다. 또한 제시된 적응형(adaptive) 융합 필터의 성능을 해석적으로 보임으로써 필터의 안정성(stability)을 증명한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 SPKF/MRHKF 필터 융합 필터를 설계하고, 이 융합 필터의 특성을

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2006. 11. 2., 채택확정 : 2007. 10. 23.

조성윤 : 한국전자통신연구원 텔레매틱스-USN연구단(sycho@etri.re.kr)

※ 본 연구는 정보통신부 및 정보통신연구진흥원의 IT신성장동력핵심 기술 개발사업의 일환으로 수행하였음(2007-F-040-01, 실내외의 연속 측위 기술 개발).

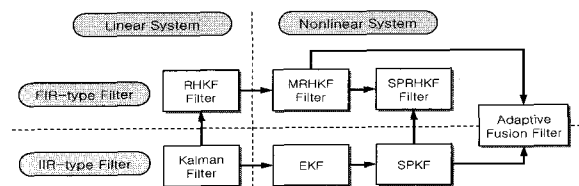


그림 1. 필터 연구 흐름.

Fig. 1. The filter research flow.

3장에서 분석한다. 4장에서는 제시된 융합 필터를 INS/GPS 결합시스템에 적용하고 그 성능을 시뮬레이션과 실시험을 통해 5장에서 확인한다. 그리고 6장에서 결론을 맺는다.

II. SPKF/MRHKF 필터 융합 필터

필터링은 시스템의 상태변수를 추정하는 기법이다. 필터를 구동하기 위해서는 시스템의 동적(dynamic) 모델과 측정치 잡음 모델이 필요하다. 실 환경에서 그 모델들은 비선형성을 갖는 경우가 많다. 비선형 시스템에서 상태 추정의 최적해(optimal solution)는 재귀적 Bayesian 추정기로 구할 수 있다. 그러나 고차 시스템에서 재귀적 Bayesian 추정기의 구현은 어려움을 갖는다. 실 시스템 구현을 위한 근사적 접근에 EKF가 있다[2]. 이 필터는 Taylor 급수 전개를 통한 비선형 함수의 선형화의 원리에 기반을 갖는다. 그러나 이 선형화가 EKF의 단점을 발생시킨다. EKF의 추정오차는 특정 조건 하에서 상계(upper bound)를 갖는다. 초기 추정값과 외란 잡음이 작으며 Riccati 차분방정식의 해가 positive definite이며 상계를 갖는 것이 그 조건에 포함된다[17]. 또한 필터 모델에 불확실성이 없어야 한다[11,14].

선형화에 의한 문제는 설정한 확률 분포 기반으로 결정된 유한개의 샘플을 사용하는 파티클 필터(particle filter)에 의해 해결할 수 있다. 그러나 파티클 필터의 샘플 개수는 신뢰성 있는 추정을 위해 많아야 한다. 이것은 구현상의 문제를 야기한다. 이런 문제를 해결하기 위해 re-sampling 기법이 개발되었지만 계산량과 신뢰성 사이의 tradeoff은 여전히 존재한다. 최근 EKF와 파티클 필터의 단점을 보완하기 위해 UT(Unscented Transformation) 개념이 개발되었다. UT 개념은 시그마 포인트라고 불리는 작은 수의 샘플을 사용하여 가우시안 분포를 근사화한다. SPKF는 UT 개념을 사용하여 구성된 특별한 형태의 칼만 필터이다. SPKF는 다음과 같은 여러 형태로 구현될 수 있다: UKF(Unscented Kalman Filter), CDKF(Central Difference Kalman Filter), SRUKF(Square-Root UKF), SRCDKF(Square-Root CDKF), RSPF(Reduced Sigma point Filter). 일반적으로 시그마 포인트의 개수는 $2L+1$ 로 설정된다. 여기서 L 은 시스템의 차수이다. 그러나 RSPF에서는 $L+2$ 개의 샘플만으로 확률분포를 나타낼 수 있다. RSPF에는 시그마 포인트의 설정 방법에 따라 spherical simplex UT, scaled UT 등의 방식으로 나눌 수 있다[3,9].

필터 모델의 불확실성 및 일시적인 모델링 되지 않은 외란 등에 의해 발생하는 문제는 FIR 형태의 필터인 RH(Receding Horizon) 필터에 의해 감소될 수 있다. 그러나 RH 필터는 큰 계산량과 약한 수렴 특성, 그리고 비선형 시스템에서 구간 초기값의 문제점을 갖고 있다. 항상 완전 가관측성(complete observability)이 만족되면 RH 필터는 위에서 언급한 오차 요인들에 강인한 특성을 보인다. 그러나 가관측성 조건은 응용 모델에 따라 부분적으로 만족되지 않을 수도 있다.

EKF의 대체필터인 SPKF와 RH 필터는 초기 추정오차가 큰 경우, 모델링 불확실성이 있는 경우 등과 같은 나쁜 조건에서 EKF보다 좋은 특성을 갖는다. 그러나 각각의 필터는 서로 다른 단점을 갖고 있다. 결론적으로 IIR 형태의 SPKF와 FIR 형태의 RH 필터의 상호 보완성은 시너지 효과를 야기할 수 있다. 본 논문에서는 두 필터의 상호 보완적인 결합을 위

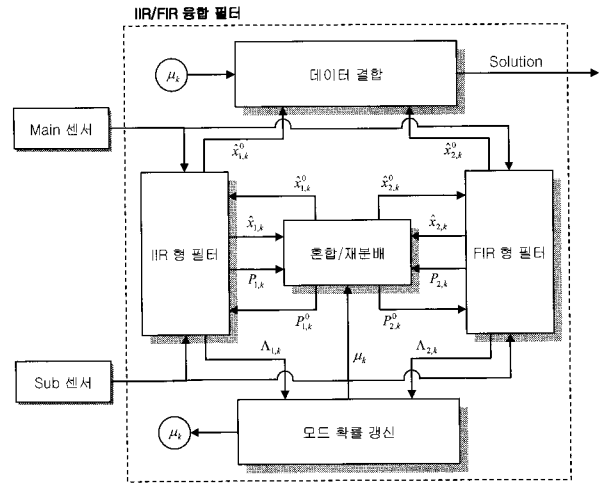


그림 2. IIR/FIR 융합 필터의 구조.
Fig. 2. Architecture of the IIR/FIR fusion filter.

해 그림 2와 같은 구조로 두 필터를 결합한다.

본 논문에서 채택한 RH 필터는 기존의 RHKF 필터보다 수렴 특성을 향상시키고 계산량을 감소시킨 MRHKF 필터이다. MRHKF 필터는 HS(Hidden Section)와 AS(Active Section)으로 구성된다. 기본 구간을 $N (\geq L)$ 으로 설정하면 첫 추정 블록(block)은 구간 $[t_0, t_{2N}]$ 안에서 수행된다. Receding interval 이 N 이므로 두 번째 추정 블록은 구간 $[t_N, t_{3N}]$ 안에서 수행된다. 여기서 추정치는 구간 $[t_{2N+1}, t_{3N}]$ 안에서만 제공된다. 구간 $[t_N, t_{3N}]$ 내에서 추정치를 제공하지 않는 구간 $[t_N, t_{2N}]$ 을 HS라 부르고 추정치를 제공하는 구간 $[t_{2N+1}, t_{3N}]$ 을 AS으로 부른다. HS은 일반적인 RHKF 필터로 구현되고 AS은 EKF로 구현된다. 그림 2에서 main 센서의 출력 주파수는 Sub 센서보다 큰 것으로 가정한다. 본 논문에서 사용하는 식에서 하위첨자 $(0, 1, \dots, N, N+1, \dots)$ 는 Sub 센서의 출력 시간을 의미하며, 괄호는 main 센서의 데이터 출력 시간을 의미한다. 그리고 τ 는 Sub 센서의 출력간 main 센서의 출력 개수를 의미한다. 하위첨자에서 S, R, Rh 그리고 Ra 는 각각 SPKF, MRHKF 필터, HS, 그리고 AS을 의미한다.

1. 초기화

다중 필터 융합을 위해 먼저 다음과 같이 MTM (Markov Transition Matrix)을 정의한다[16,18].

$$M := \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 m_{ij} 는 필터 i 에서 필터 j 로의 Markov 변환 확률을 의미하며 각 열(column)의 합은 1이 된다. MTM은 다중 필터 융합에서 중요한 조정 파라미터가 되며 이 값에 의해 필터 융합의 성능이 크게 달라질 수 있다. 이 값은 필터 구동 전에 설정되어 사용될 수 있으며 최근 퍼지 기법에 의해 시변(time-varying) 파라미터로 설정하는 방법도 발표되었다[20].

그림 2에서 나타낸 모드 확률의 초기값을 다음과 같이 설정한다.

$$\mu_0 := \begin{bmatrix} n_{1,0} \\ n_{2,0} \end{bmatrix} \quad (2)$$

모드 확률은 현 시점에서 각 필터의 신뢰성을 확률로 나타낸 것으로 두 값의 합은 1이다.

마지막으로 정규화 인자를 다음과 같이 설정한다.

$$\bar{c}_0 = M^T \mu_0 := \begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{2,0} \end{bmatrix} \quad (3)$$

SPKF의 초기화는 가중치(상태변수를 위한 $W_i^{(s)}$ 와 공분산 행렬을 위한 $W_i^{(c)}$) 와 시그마 포인트 생성으로 이루어진다. 본 논문에서는 scaled UT가 사용되므로 시그마 포인트($\chi_{k(0)}$)의 수는 $L+2$ 이다[6].

MRHKF 필터의 구간 초기화가 다음과 같이 된다. 시간이 t_{2N} 인 경우 새로운 MRHKF 필터가 다음과 같이 초기화 된다.

$$P_{Rh,2N(0)}^{-1} = [diag(0 \quad 0 \quad \dots \quad 0)], \quad \hat{\xi}_{Rh,2N(0)} = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \quad (4)$$

여기서 ξ 는 의사 오차상태변수로 다음과 같이 정의된다.

$$\xi = P_R^{-1} \delta x_R \quad (5)$$

동시에 이전 추정 블록의 HS을 이어받아 AS을 구성하는 EKF를 위해 다음과 같이 초기화 한다.

$$P_{Ra,2N(0)} = (P_{Rh,2N-1(\tau)}^{-1})^{-1} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{Ra,2N(0)} &= \hat{x}_{Rh,2N-1(\tau)} - \delta \hat{x}_{Rh,2N-1(\tau)} \\ &= \hat{x}_{Rh,2N-1(\tau)} - P_{Ra,2N-1(\tau)} \hat{\xi}_{Rh,2N-1(\tau)} \end{aligned} \quad (6b)$$

2. 시간 전파(time-propagation)

각 서브 필터들은 main 센서의 출력 주기에 동기 되어 시간 전파된다.

SPKF에서는 시그마 포인트들이 각각 다음과 같이 전파된다.

$$\chi_{k-1(t)} = f(\chi_{k-1(t-1)}) \quad (7)$$

여기서 $f()$ 는 비선형 시스템의 시스템 함수이다.

만약 $t = \tau$ 이면 상태변수와 오차 공분산 행렬, 그리고 측정치 벡터 추정치는 다음과 같이 시간 전파된 시그마 포인트들과 가중치를 사용하여 계산된다.

$$\hat{x}_{S,k-1(\tau)}^- = \sum_{i=0}^{L+1} W_i^{(s)} \chi_{k-1(\tau)}(1:L,i) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} P_{S,k-1(\tau)}^- &= \sum_{i=0}^{L+1} W_i^{(c)} [\chi_{k-1(\tau)}(1:L,i) - \hat{x}_{S,k-1(\tau)}^-] \\ &\quad \times [\chi_{k-1(\tau)}(1:L,i) - \hat{x}_{S,k-1(\tau)}^-]^T \end{aligned} \quad (9)$$

$$\hat{y}_{S,k-1(\tau)}^- = \sum_{i=0}^{L+1} W_i^{(s)} h(\chi_{k-1(\tau)}(1:L,i)) \quad (10)$$

여기서 $h()$ 는 비선형 측정치 함수이다.

MRHKF 필터에서는 HS과 AS이 각각 다음과 같이 시간

전파된다.

$$\hat{x}_{Rh,k-1(t)} = f(\hat{x}_{Rh,k-1(t-1)}) \quad (11a)$$

$$\hat{x}_{Ra,k-1(t)} = f(\hat{x}_{Ra,k-1(t-1)}) \quad (11b)$$

만약 $t=0$ 이면 AS에서 오차 공분산 행렬이 다음과 같이 시간 전파된다.

$$P_{Ra,k(0)}^- = F_{Ra,k-1(0)} P_{Ra,k-1(0)} F_{Ra,k-1(0)}^T + Q_R \quad (12)$$

여기서 F 는 다음과 같이 비선형 함수의 선형화된 시스템 행렬이다.

$$F_{Ra,k-1(0)} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{Ra,k-1(0)}} \quad (13)$$

3. 측정치 갱신(measurement-update)

각 서브 필터들은 서브 센서로부터 출력값을 획득한 다음 측정치 갱신을 수행한다.

SPKF 에서는 상태 변수와 오차 공분산 행렬을 다음과 같이 갱신한다.

$$\hat{x}_{S,k(0)} = \hat{x}_{S,k-1(\tau)}^- + K_{S,k} (y_k - \hat{y}_{S,k-1(\tau)}^-) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} P_{S,k(0)} &= P_{S,k-1(\tau)}^- - K_{S,k(0)} \left\{ \sum_{i=0}^{L+1} W_i^{(c)} [h(\chi_{k-1(\tau)}(1:L,i)) - \hat{y}_{S,k-1(\tau)}^-] \right. \\ &\quad \left. \times [h(\chi_{k-1(\tau)}(1:L,i)) - \hat{y}_{S,k-1(\tau)}^-]^T \right\} K_{S,k(0)}^T \end{aligned} \quad (15)$$

여기서

$$\begin{aligned} K_{S,k(0)} &= \left\{ \sum_{i=0}^{L+1} W_i^{(c)} [\chi_{k-1(\tau)}(1:L,i) - \hat{x}_{S,k-1(\tau)}^-] \right. \\ &\quad \left. \times [h(\chi_{k-1(\tau)}(1:L,i)) - \hat{y}_{S,k-1(\tau)}^-]^T \right\} \\ &\quad \times \left\{ \sum_{i=0}^{L+1} W_i^{(c)} [h(\chi_{k-1(\tau)}(1:L,i)) - \hat{y}_{S,k-1(\tau)}^-] \right. \\ &\quad \left. \times [h(\chi_{k-1(\tau)}(1:L,i)) - \hat{y}_{S,k-1(\tau)}^-]^T + R_S \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (16)$$

MRHKF 필터에서는 HS에서 오차 공분산 행렬의 역행렬 형태와 AS에서 오차 공분산 행렬이 각각 갱신된다.

$$P_{Rh,k(0)}^{-1} = (I - \Gamma_{Rh,k(0)}) \Psi_{Rh,k(0)} + H_{Rh,k(0)}^T R_R^{-1} H_{Rh,k(0)} \quad (17a)$$

$$P_{Ra,k(0)} = (I - K_{Ra,k(0)} H_{Ra,k(0)}) P_{Ra,k(0)}^- \quad (17b)$$

여기서

$$\Psi_{Rh,k(0)} = F_{Rh,k(0)}^{-T} P_{Rh,k-1(0)}^{-1} F_{Rh,k(0)}^{-1} \quad (18a)$$

$$\Gamma_{Rh,k(0)} = \Psi_{Rh,k(0)} (Q_R^{-1} + \Psi_{Rh,k(0)})^{-1} \quad (18b)$$

$$H_{Rh,k(0)} = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{Rh,k(0)}}, \quad H_{Ra,k(0)} = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{Ra,k(0)}} \quad (18c)$$

$$K_{Ra,k(0)} = P_{Ra,k(0)}^- H_{Ra,k(0)}^T (H_{Ra,k(0)} P_{Ra,k(0)}^- H_{Ra,k(0)}^T + R_R)^{-1} \quad (18d)$$

HS에서 의사 오차상태변수와 AS에서 상태변수는 각각 다

음과 같이 갱신된다.

$$\hat{\xi}_{Rh,k(0)} = (I - \Gamma_{Rh,k-1(0)})F_{Rh,k-1(0)}^T \hat{\xi}_{Rh,k-1(0)} + H_{Rh,k(0)}^T R_R^{-1} (y_k - \hat{y}_{Rh,k(0)}) \quad (19a)$$

$$\hat{x}_{Ra,k(0)} = \hat{x}_{Ra,k-1(\tau)} - K_{Ra,k(0)} (y_k - \hat{y}_{Ra,k(0)}) \quad (19b)$$

4. 필터 융합

측정치 갱신 후 각 서브 필터들의 상태변수와 오차 공분산 행렬은 그림 2에서 나타낸 것과 같이 혼합/재분배된다. 이를 위해 먼저 (20)과 같이 모드 확률을 갱신한다. 모드 확률은 두 서브 필터의 잉여값(residual)과 잉여값 공분산을 사용하여 갱신된다. 여기서 각 서브 필터들의 잉여값의 수열은 영평균을 갖는 백색 가우시안으로 가정하였다.

$$n_{j,k(0)} = \frac{1}{\hat{c}_{k(0)}} \lambda_{j,k(0)} c_{j,k-1(0)} \quad (20)$$

여기서 $n_{j,k}$ 는 (2)에서 정의한 모드 확률의 구성요소이며 $\lambda_{j,k(0)}$ 는 시간 $k(0)$ 에서 필터 j (1: SPKF, 2: MRHKF filter)의 우도 비율(likelihood ratio)을 의미하며 (21)과 같이 계산된다.

그리고 $\hat{c}_{k(0)} = \sum_{i=1}^2 \lambda_{i,k(0)} c_{i,k-1(0)}$ 는 정규화 인자이다.

$$\Lambda_{k(0)} := \begin{bmatrix} \lambda_{1,k(0)} \\ \lambda_{2,k(0)} \end{bmatrix}, \quad \lambda_{j,k(0)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \|C_{j,k(0)}\|} \exp \left\{ -\frac{1}{2k} \sum_{i=1(0)}^{k(0)} r_{j,i}^T C_{j,i}^{-1} r_{j,i} \right\} \quad (21)$$

여기서 $r_{j,i}$ 는 시간 i 에서 서브 필터 j 의 잉여값을 의미하며 $C_{j,i}$ 는 잉여값 공분산으로 다음과 같이 계산된다.

$$C_{1,i} = \sum_{l=0}^{L-1} W_l^{(c)} [h_{S,i}(\chi_{S,i}(1:L,L)) - \hat{y}_{S,i}^-] \times [h_{S,i}(\chi_{S,i}(1:L,L)) - \hat{y}_{S,i}^-]^T + R_S \quad (22a)$$

$$C_{2,i} = H_{Ra,i} P_{Ra,i}^- H_{Ra,i}^T + R_R \quad (22b)$$

각 서브 필터들의 상태변수와 오차 공분산 행렬은 다음과 같이 혼합/재분배된다.

$$\hat{x}_{j,k(0)} = \sum_{i=1}^2 \hat{x}_{i,k(0)} g_{ij,k(0)} \quad (23)$$

$$P_{j,k(0)} = \sum_{i=1}^2 \left\{ P_{i,k(0)} + [\hat{x}_{i,k(0)} - \hat{x}_{j,k(0)}] [\hat{x}_{i,k(0)} - \hat{x}_{j,k(0)}]^T \right\} g_{ij,k(0)} \quad (24)$$

여기서 $g_{ij,k(0)}$ 는 혼합 확률(mixing probability)이라고 부르며 갱신된 모드 확률과 MTM을 사용하여 다음과 같이 계산된다.

$$n_{k(0)} := \begin{bmatrix} g_{11,k(0)} & g_{12,k(0)} \\ g_{21,k(0)} & g_{22,k(0)} \end{bmatrix}, \quad g_{ij,k(0)} = \frac{1}{\hat{c}_j} m_{ij} n_{i,k(0)} \quad (25)$$

여기서 $\hat{c}_j = \sum_{i=1}^2 m_{ij} n_{i,k(0)}$ 는 정규화 인자이며 다음 모드 확률

갱신에서 사용된다.

혼합/재분배된 상태변수와 오차 공분산 행렬은 각 서브 필터들로 귀환(feedback)된다.

마지막으로 융합된 필터의 해와 오차 공분산은 그림 2에서 데이터 결합(data combination) 부분에서 각 서브 필터들의 혼합/재분배된 상태변수와 오차 공분산 행렬 그리고 모드 확률을 사용하여 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{x}_{k(0)} = \sum_{i=1}^2 \hat{x}_{i,k(0)} n_{i,k(0)} \quad (26)$$

$$P_{k(0)} = \sum_{i=1}^2 \left\{ P_{i,k(0)} + [\hat{x}_{i,k(0)} - \hat{x}_{k(0)}] [\hat{x}_{i,k(0)} - \hat{x}_{k(0)}]^T \right\} n_{i,k(0)} \quad (27)$$

III. 융합 필터의 특성 분석

MTM은 융합 필터에서 중요한 조정 파라미터이다. 만약 m_{ij} 이 1에 가까우면 해당 서브 필터 자체에 강하게 의미를 부여하므로 두 필터의 융합이 약해진다. 그러므로 적절한 값으로 조정하는 것이 필요하다. 모드 확률 갱신식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_{k(0)} = \frac{\begin{bmatrix} a \\ a + \lambda_{2,k(0)} (m_{12} n_{1,k-1(0)} + m_{22} n_{2,k-1(0)}) \\ b \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \lambda_{1,k(0)} (m_{11} n_{1,k-1(0)} + m_{21} n_{2,k-1(0)}) + b \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} n_{1,k(0)} \\ n_{2,k(0)} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$a = \lambda_{1,k(0)} (m_{11} n_{1,k-1(0)} + m_{21} n_{2,k-1(0)})$$

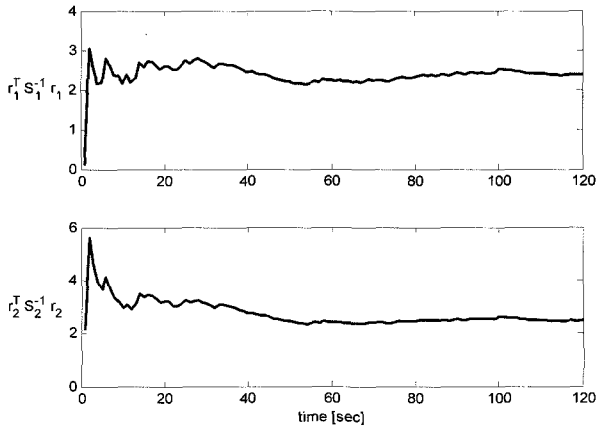
$$b = \lambda_{2,k(0)} (m_{12} n_{1,k-1(0)} + m_{22} n_{2,k-1(0)})$$

일반적으로 m_{ij} 는 m_{ji} 보다 크게 설정한다. 그러므로 (28)에서 모드 확률은 $\lambda_{i,k(0)} m_{ij} n_{i,k-1(0)}$ 에 더 크게 영향을 받으며 갱신된다. 만약 필터 i 의 우도 비율이 커지게 되면 이 필터에 해당하는 모드 확률이 커지게 된다. 정상적인 경우, 융합 필터는 시간이 지남에 따라 두 서브 필터의 균형(balance)을 이루게 되며, 그 결과 서브 필터들의 잉여값이 균형을 이루며 그림 3(a)에서 볼 수 있듯이 $r^T S^{-1} r$ 또한 서로 균형을 이루게 된다. 이로 인하여 두 서브 필터에 해당하는 모드 확률이 시간이 지남에 따라 0.5로 수렴하게 되는 것을 그림 3(b)에서 확인할 수 있다. 혼합 확률 갱신 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

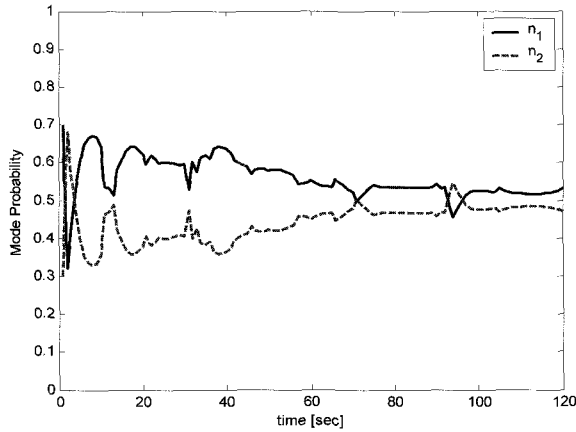
$$n_{k(0)} = \begin{bmatrix} \frac{m_{11} n_{1,k(0)}}{m_{11} n_{1,k(0)} + m_{21} n_{2,k(0)}} & \frac{m_{12} n_{1,k(0)}}{m_{12} n_{1,k(0)} + m_{22} n_{2,k(0)}} \\ \frac{m_{21} n_{2,k(0)}}{m_{11} n_{1,k(0)} + m_{21} n_{2,k(0)}} & \frac{m_{22} n_{2,k(0)}}{m_{12} n_{1,k(0)} + m_{22} n_{2,k(0)}} \end{bmatrix} \quad (29)$$

정상적인 경우, 모드 확률이 시간이 지남에 따라 균형을 이루며, 그 결과 혼합 확률은 MTM으로 수렴해 가는 것을 이 식에서 추측할 수 있으며 그림 3(c)에서 확인할 수 있다. 그림 3 시뮬레이션에서 설정된 MTM은 [0.7 0.3 ; 0.3 0.7]이다.

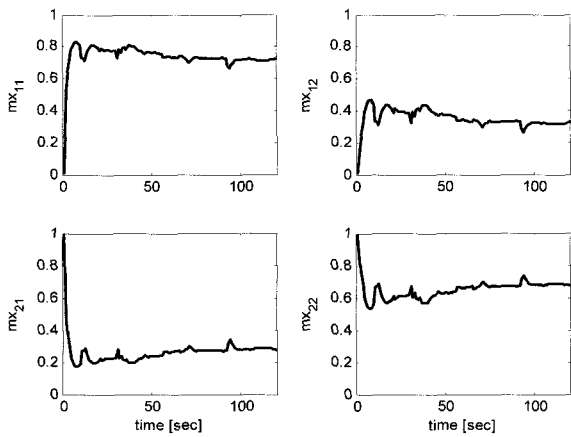
서로 다른 특성을 가진 두 서브 필터가 균형을 이루어 가는 것을 증명하기 위해 다음과 같은 두 정리(theorem)가 필요



(a) $r_i^T S_i^{-1} r_i$



(b) 모드 확률



(c) 혼합 확률

그림 3. 융합 필터의 파라미터 변화.
Fig. 3. Parameter change of the fusion filter.

하다. 정리 1은 융합 필터에서 혼합/재분배 과정을 통해 두 서브 필터의 특성이 유사하게 됨을 보여주며, 정리 2는 혼합/재분배된 오차 공분산 행렬이 상한(upper bound)을 갖는 것을 보인다.

정리 1 (state closeness of two sub-filters): 모든 k 에서 혼합/재분배 후 두 서브 필터의 상태변수들의 차는 다음과 같이 된다.

$$|\hat{x}_{1(r),k(0)}^0 - \hat{x}_{2(r),k(0)}^0| \leq |\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}| \quad (30)$$

여기서 하위첨자 $i(r)$ 은 서브 필터 i 의 상태변수에서 r ($r=1,2,\dots,L$) 번째 요소를 의미한다.

증명: 혼합/재분배된 상태변수 (23)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{j,k(0)}^0 &= \hat{x}_{1,k(0)} g_{1j,k(0)} + \hat{x}_{2,k(0)} g_{2j,k(0)} \\ &= \hat{x}_{1,k(0)} (1 - g_{2j,k(0)}) + \hat{x}_{2,k(0)} g_{2j,k(0)} \\ &= \hat{x}_{1,k(0)} - (\hat{x}_{1,k(0)} - \hat{x}_{2,k(0)}) g_{2j,k(0)} \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 $g_{ij,k(0)}$ 는 (25)에서 정의된 혼합 확률로 0과 1 사이의 값을 갖는다.

상태변수의 r 번째 요소는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{x}_{j(r),k(0)}^0 = \hat{x}_{1(r),k(0)} - (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) g_{2j,k(0)} \quad (32)$$

만약 $\hat{x}_{1(r),k(0)} \geq \hat{x}_{2(r),k(0)}$ 이면

$$\hat{x}_{1(r),k(0)}^0 = \hat{x}_{1(r),k(0)} - (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) g_{21,k(0)} \leq \hat{x}_{1(r),k(0)} \quad (33a)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{2(r),k(0)}^0 &= \hat{x}_{1(r),k(0)} - (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) g_{22,k(0)} \\ &= \hat{x}_{1(r),k(0)} - (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) (1 - g_{12,k(0)}) \\ &= \hat{x}_{2(r),k(0)} + (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) g_{12,k(0)} \geq \hat{x}_{2(r),k(0)} \end{aligned} \quad (33b)$$

만약 $\hat{x}_{1(r),k(0)} < \hat{x}_{2(r),k(0)}$ 이면

$$\hat{x}_{1(r),k(0)}^0 = \hat{x}_{1(r),k(0)} - (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) g_{21,k(0)} > \hat{x}_{1(r),k(0)} \quad (34a)$$

$$\hat{x}_{2(r),k(0)}^0 = \hat{x}_{2(r),k(0)} + (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) g_{12,k(0)} < \hat{x}_{2(r),k(0)} \quad (34b)$$

(33), (34)를 통해 혼합/재분배된 상태변수들은 두 서브 필터들의 혼합/재분배 되기 전의 상태변수들 사이에 있게 됨을 알 수 있다.

(34a)와 (34b)의 차를 통해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} |\hat{x}_{1(r),k(0)}^0 - \hat{x}_{2(r),k(0)}^0| &= |\hat{x}_{1(r),k(0)} - (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) g_{21,k(0)} \\ &\quad - \hat{x}_{2(r),k(0)} - (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) g_{12,k(0)}| \\ &= |\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)} \\ &\quad - (\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) (g_{21,k(0)} + g_{12,k(0)})| \\ &= |(\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) (1 - g_{21,k(0)} - g_{12,k(0)})| \\ &= |(\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}) (g_{11,k(0)} - g_{12,k(0)})| \\ &\leq |\hat{x}_{1(r),k(0)} - \hat{x}_{2(r),k(0)}| \end{aligned} \quad (35)$$

□

정리 1을 통해 두 서브 필터의 상태변수는 혼합/재분배 후에 서로 가까워 짐을 알 수 있다. 이로 인해 두 서브 필터의 잉여값은 균형을 이루게 되며 그림 3과 같은 융합 필터의 특성을 갖게 된다. 또한 이 현상을 통해 특정 경우에 어느 한 서브 필터의 발산을 방지해준다.

(26)은 다음과 같이 전개될 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k(0)} &= (\hat{x}_{1,k(0)}g_{11,k(0)} + \hat{x}_{2,k(0)}(1 - g_{11,k(0)}))n_{1,k(0)} \\ &\quad + (\hat{x}_{1,k(0)}g_{12,k(0)} + \hat{x}_{2,k(0)}(1 - g_{12,k(0)}))(1 - n_{1,k(0)}) \quad (36) \\ &= \hat{x}_{2,k(0)} + (\hat{x}_{1,k(0)} - \hat{x}_{2,k(0)})(g_{11,k(0)}n_{1,k(0)} + g_{12,k(0)}n_{2,k(0)}) \end{aligned}$$

여기서 $g_{11,k(0)}n_{1,k(0)} + g_{12,k(0)}n_{2,k(0)}$ 은 1보다 작다. 또한 정리 1에 의해 $\hat{x}_{1,k(0)} - \hat{x}_{2,k(0)}$ 의 값은 작은 값으로 수렴하게 되므로 그림 2에서 데이터 결합의 결과는 두 서브 필터의 상태변수 사이에 놓이게 되며 좋은 특성을 보이는 서브 필터의 상태변수 쪽으로 다가가게 된다.

정리 2 (Upper bounds of the error covariances of the mixing/redistributed sub-filters): 모든 k 에서 혼합/재분배 후 두 서브 필터의 오차 공분산 값은 상한을 갖는다. 즉 다음의 부등식을 만족한다.

$$P_{j(a,b),k(0)}^0 \leq P_{0(a,b),k(0)} + \gamma_{(a,b),k(0)} \quad (37)$$

여기서 $P_{0(a,b),k(0)}$ 는 두 서브 필터의 오차 공분산 값 중 작은 값이며, $\gamma_{(a,b),k(0)}$ 는 작은 양수로 정리 1에 의하여 시간이 지남에 따라 0에 가까운 값으로 수렴한다.

증명: 혼합/재분배된 오차 공분산 행렬 (24)는 (31)을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{j,k(0)}^0 &= P_{1,k(0)}g_{1j,k(0)} + P_{2,k(0)}g_{2j,k(0)} \\ &\quad + [\hat{x}_{1,k(0)} - \hat{x}_{2,k(0)}][\hat{x}_{1,k(0)} - \hat{x}_{2,k(0)}]^T g_{2j,k(0)}g_{1j,k(0)} \\ &\quad + [\hat{x}_{1,k(0)} - \hat{x}_{2,k(0)}][\hat{x}_{1,k(0)} - \hat{x}_{2,k(0)}]^T g_{1j,k(0)}g_{2j,k(0)} \quad (38) \\ &= P_{1,k(0)} - (P_{1,k(0)} - P_{2,k(0)})g_{2j,k(0)} \\ &\quad + [\hat{x}_{1,k(0)} - \hat{x}_{2,k(0)}][\hat{x}_{1,k(0)} - \hat{x}_{2,k(0)}]^T g_{1j,k(0)}g_{2j,k(0)} \end{aligned}$$

서브 필터 j 의 오차 공분산 행렬의 (a, b) 요소는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{j(a,b),k(0)}^0 &= P_{1(a,b),k(0)} - (P_{1(a,b),k(0)} - P_{2(a,b),k(0)})g_{2j,k(0)} \\ &\quad + [\hat{x}_{1(a),k(0)} - \hat{x}_{2(a),k(0)}][\hat{x}_{1(b),k(0)} - \hat{x}_{2(b),k(0)}]^T g_{1j,k(0)}g_{2j,k(0)} \\ &\leq P_{0(a,b),k(0)} + \frac{1}{4}[\hat{x}_{1(a),k(0)} - \hat{x}_{2(a),k(0)}][\hat{x}_{1(b),k(0)} - \hat{x}_{2(b),k(0)}]^T \quad (39) \end{aligned}$$

여기서 $P_{0(a,b),k(0)}$ 는 다음과 같은 특성을 갖는다.

만약 $P_{1(a,b),k(0)} \geq P_{2(a,b),k(0)}$ 이면

$$\begin{aligned} P_{2(a,b),k(0)} &\leq \\ P_{0(a,b),k(0)} &= P_{1(a,b),k(0)} - (P_{1(a,b),k(0)} - P_{2(a,b),k(0)})g_{2j,k(0)} \\ &= P_{2(a,b),k(0)} + (P_{1(a,b),k(0)} - P_{2(a,b),k(0)})g_{1j,k(0)} \\ &\leq P_{2(a,b),k(0)} + \delta \leq P_{1(a,b),k(0)} \quad (40) \end{aligned}$$

만약 $P_{1(a,b),k(0)} < P_{2(a,b),k(0)}$ 이면

$$\begin{aligned} P_{1(a,b),k(0)} &\leq \\ P_{0(a,b),k(0)} &= P_{1(a,b),k(0)} + (P_{2(a,b),k(0)} - P_{1(a,b),k(0)})g_{2j,k(0)} \quad (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= P_{2(a,b),k(0)} - (P_{2(a,b),k(0)} - P_{1(a,b),k(0)})g_{1j,k(0)} \\ &\leq P_{1(a,b),k(0)} + \delta \leq P_{2(a,b),k(0)} \end{aligned}$$

(40)에서는 $g_{2j,k(0)} \geq g_{1j,k(0)}$ 을 만족하며, (41)에서는 $g_{1j,k(0)} \geq g_{2j,k(0)}$ 을 만족하게 된다. 따라서 $P_{0(a,b),k(0)}$ 는 두 서브 필터 중 오차 공분산 값이 작은 쪽에 가깝게 되며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{0(a,b),k(0)} \leq P_{0(a,b),k(0)} + \delta \quad (42)$$

여기서 $P_{0(a,b),k(0)}$ 는 두 서브 필터의 오차 공분산 값 중 작은 값이다. 그리고 δ 는 작은 양의 값으로 시간이 지남에 따라 두 서브 필터의 균형에 의해 0에 가까운 값으로 수렴한다.

따라서 융합/재분배된 오차 공분산 값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{j(a,b),k(0)}^0 \leq P_{0(a,b),k(0)} + \gamma_{(a,b),k(0)} \quad (43)$$

여기서 $\gamma_{(a,b),k(0)}$ 는 작은 양의 값으로 다음과 같다.

$$\gamma_{(a,b),k(0)} := \delta + \frac{1}{4}[\hat{x}_{1(a),k(0)} - \hat{x}_{2(a),k(0)}][\hat{x}_{1(b),k(0)} - \hat{x}_{2(b),k(0)}]^T \quad (44)$$

여기서 $\gamma_{(a,b),k(0)}$ 는 정리 1에 의하여 시간에 따라 두 서브 필터의 균형에 의하여 0 행렬에 가까운 값으로 수렴할 수 있다. □

앞의 두 정리를 통해 혼합/재분배 과정에서 두 서브 필터의 상태변수는 서로 가까운 값으로 수렴하며 그 결과 필터의 잉여값이 균형을 이루어질 수 있게 된다. 그리고 오차 공분산 행렬이 상한을 가짐으로써 필터의 안정성을 보였다. 또한 이 결과를 통해 데이터 결합 후 필터의 최종 추정치 (26)은 두 필터의 혼합/재분배된 상태변수들의 적응형 확률 기반으로 평균을 함으로써 안정된 해임을 알 수 있다.

IV. 융합 필터의 INS/GPS 결합시스템에의 적용

제안된 융합 필터를 INS/GPS 약결합 시스템에 적용하였다. 이 경우 그림 2에서 Main 센서는 IMU가 되며 Sub 센서는 GPS 수신기가 된다. 먼저 INS 계산식은 [16,21,22]에서 확보할 수 있다. 자세 및 속도, 위치는 Main 센서의 출력 주기에 맞추어 갱신된다.

SPKF에서는 시그마 포인트들을 독립적으로 INS 계산식을 통해 시간 전파한다. 먼저 다음과 같이 상태변수를 정의한다.

$$x = [L \quad l \quad h \mid V_N \quad V_E \quad V_D \mid \phi \quad \theta \quad \psi \mid \nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z \mid \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z]^T \quad (45)$$

여기서 $[L \quad l \quad h]^T$ 는 위도, 경도, 고도, $[V_N \quad V_E \quad V_D]^T$ 는 항법좌표계 상의 속도, $[\phi \quad \theta \quad \psi]^T$ 는 Euler 각, $[\nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z]^T$ 는 가속도계 오차, 그리고 $[\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z]^T$ 는 자이로 오차를 의미한다.

자세를 Euler 각 미분방정식을 사용하여 시간 전파하는 것이 계산량이 작으며, 다음과 같이 수행된다.

$$\dot{\chi}(7, j) = \omega'_1(j) + \omega'_2(j) \sin \phi \tan \theta + \omega'_3(j) \cos \phi \tan \theta \quad (46a)$$

$$\dot{\chi}(8, j) = \omega'_y(j) \cos \phi - \omega'_z(j) \sin \phi \quad (46b)$$

$$\dot{\chi}(9, j) = \omega'_y(j) \sin \phi \sec \theta + \omega'_z(j) \cos \phi \sec \theta \quad (46c)$$

여기서

$$\begin{bmatrix} \omega'_x(j) \\ \omega'_y(j) \\ \omega'_z(j) \end{bmatrix} = \omega_{ib}^b - \begin{bmatrix} \chi(13, j) \\ \chi(14, j) \\ \chi(15, j) \end{bmatrix} - C_{b,j}^n (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \quad (47)$$

속도와 위치에 해당하는 시그마 포인트들의 시간 전파는 다음과 같이 수행된다.

$$\dot{\chi}(4:6, j) = C_{b,j}^n (f^b - \chi(10:12, j)) - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \chi(4:6, j) + g^n \quad (48)$$

$$\dot{\chi}(1, j) = \frac{\chi(4, j)}{R_m + \chi(3, j)} \quad (49a)$$

$$\dot{\chi}(2, j) = \frac{\chi(5, j)}{(R_t + \chi(3, j)) \cos \chi(1, j)} \quad (49b)$$

$$\dot{\chi}(3, j) = -\chi(6, j) \quad (49c)$$

MRHKF 필터는 SPKF와 달리 오차 모델을 사용하여 INS의 오차를 추정하므로 정확한 오차 모델을 사용해야 한다. INS 계산식을 선형 섭동법을 통해 오차식을 유도하여 시스템 오차 모델과 측정치 오차 모델을 구성하며 [16]의 (22)와 (23)에서 오차 상태변수와 오차 모델을 획득할 수 있다.

INS/GPS 결합시스템에 SPKF를 구현하기 위해서 다음과 같은 두 가지 추가적인 사항을 고려해야 한다.

- 방위각이 $\pm\pi$ 라디안 근처인 경우 방위각에 해당하는 시그마 포인트들의 재조정
- 방위각 추정오차에 따른 파라미터 α 의 조절

첫 번째 경우: 방위각과 관련된 시그마 포인트들이 $[-\pi, \pi]$ 의 양쪽에 나뉘어 분포될 수 있다. 이런 경우 시그마 포인트들을 그대로 사용하게 되면 필터는 큰 오차를 야기하게 된다[8]. 본 논문에서는 다음과 같이 간단한 시그마 포인트 재조정 알고리즘을 사용한다.

만약 $|\hat{x}(9)| > \frac{5}{6}\pi$ 이고 $\text{sign}(\chi(9, i)) \cdot \text{sign}(\hat{x}(9)) = -1$ 이면,

$$\chi(9, i) = \chi(9, i) - \text{sign}(\chi(9, i)) \cdot 2\pi \quad (50)$$

여기서 $i=1, \dots, L+2$, $\hat{x}(9)$ 는 (16)에서 측정치 갱신된 방위각 상태변수이다.

두 번째 경우: 초기 방위각 추정오차가 큰 경우 조정 파라미터 α 가 크게 설정되면 SPKF는 더 좋은 성능을 갖는다. 이 파라미터의 최대값은 1이다. 그러나 방위각 추정 오차가 감소되면 큰 α 값은 필터의 안정성에 손상을 주게 된다. 따라서 본 논문에서는 다음과 같이 발견적 학습법(heuristic method)으로 필터의 성능을 향상시키는 방법을 사용한다.

$$\alpha = \begin{cases} 0.001, & \sqrt{P(9,9)} < 20^\circ \\ 0.01, & 20^\circ \leq \sqrt{P(9,9)} < 40^\circ \\ 0.1, & 40^\circ \leq \sqrt{P(9,9)} < 60^\circ \\ 1, & 60^\circ \leq \sqrt{P(9,9)} \end{cases} \quad (51)$$

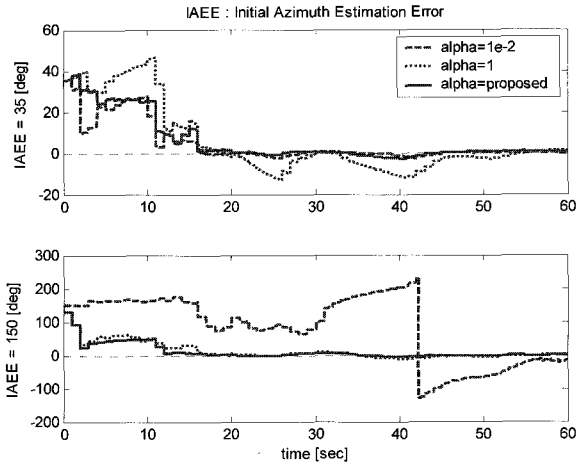


그림 4. 초기 방위각 추정오차와 조정 파라미터 α 에 따른 방위각 추정 오차.

Fig. 4. Azimuth estimation error according to the initial azimuth estimation error and the scaling parameter α .

그림 4는 위의 방법에 의한 성능을 보여준다. 그림 4의 위쪽 그림은 초기 방위각 추정오차가 30도인 경우 방위각 추정오차를 나타낸 것이다. 그리고 아래쪽 그림은 초기 방위각 추정오차가 150도인 경우 방위각 추정오차를 나타낸 것이다. 결과를 통해 제안된 방법이 초기 방위각 추정 오차에 관계없이 좋은 결과를 보이는 것을 알 수 있다.

융합 필터에서 필터의 방위각 추정치가 $\pm\pi$ 라디안 근처인 경우 SPKF와 유사한 문제가 발생한다. 예를 들어, SPKF의 방위각 해가 π 라디안 근처에 있고, MRHKF 필터의 방위각 해가 $-\pi$ 라디안 근처에 있는 경우 융합 필터는 큰 오차를 야기하게 된다. 이 문제를 해결하기 위해 융합 필터의 혼합/재분배 부분과 데이터 결합 부분을 수행하기 전에 다음과 같은 간단한 과정을 선행해야 한다.

만약 $(\hat{x}_1(9) - \hat{x}_2(9)) > \pi$ 이면,

$$\hat{x}_2(9) = \hat{x}_2(9) + 2\pi \quad (52a)$$

만약 $(\hat{x}_2(9) - \hat{x}_1(9)) > \pi$ 이면

$$\hat{x}_1(9) = \hat{x}_1(9) + 2\pi \quad (52b)$$

V. 시뮬레이션 및 실험 결과

제안된 융합 필터를 사용하는 INS/GPS 결합시스템의 성능을 분석하기 위하여 시뮬레이션 및 실험을 수행하였다.

1. 시뮬레이션

세 가지 상황을 설정한 다음 EKF, SPKF, MRHKF 필터, 그리고 제안된 융합 필터를 사용하는 INS/GPS 결합 시스템을 각각 수행하여 그 성능을 분석하였다. 시뮬레이션 체계는 그림 5와 같다. 시뮬레이션 툴은 MATLAB을 이용하였으며 GPS 데이터는 Toolbox를 사용하여 생성하였다. GPS 오차는 열잡음 외에는 보상된 것으로 가정하였다. IMU 데이터 출력은 50Hz로 하였으며 GPS 데이터 출력은 1Hz로 하였다. 그리고 MRHKF 필터의 이동구간 간격은 15초로 하였다. 시뮬레이션에서 사용된 파라미터들은 다음과 같이 설정하였다.

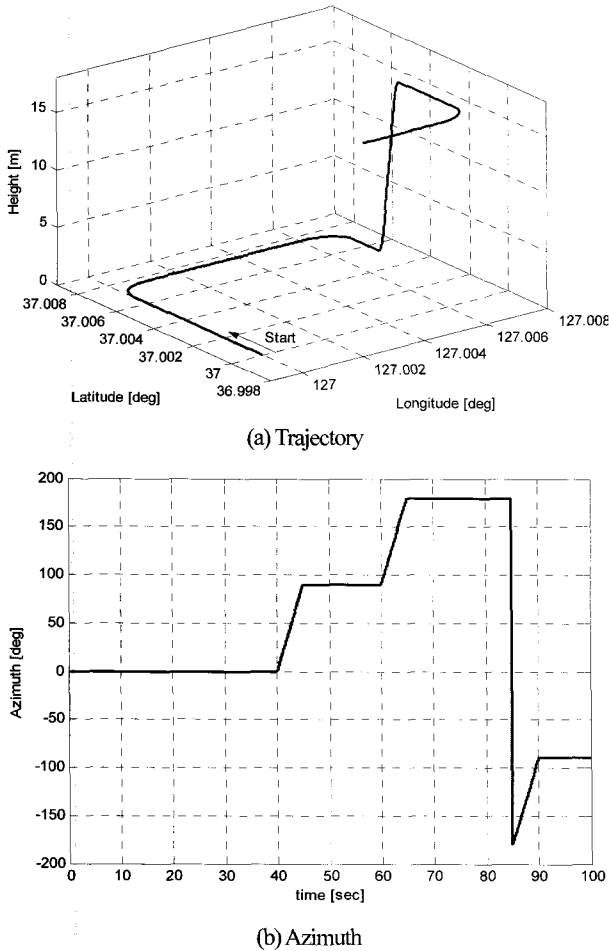


그림 5. 시뮬레이션 궤적.
Fig. 5. Simulation trajectory.

$$\nabla = 100[mg], w_v = 100[\mu g/\sqrt{Hz}], \varepsilon = 1[deg/s], w_\varepsilon = 0.01 [deg/s/\sqrt{Hz}], \tau = 50, N = 15, M = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}, \mu_0 = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

1.1 상황 I: Normal

관성센서 오차는 랜덤 상수인 것으로 모델링 하였으며 필터에서 오차 모델을 정확하게 설정하였다. 그리고 초기 방위각 오차를 10도로 하였다. 이 경우 시뮬레이션 결과를 그림 6에 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 MRHKF 필터의 위치 오차와 속도오차는 EKF와 SPKF보다 크게 나타난다. 그 이유는 구간 내에서 MRHKF 필터의 수렴 특성이 제한되기 때문이다. 특히 RHKF 필터의 오차는 항체(vehicle)가 회전하는 구간에서 증가하는 특성을 보인다. 제안된 융합 필터의 위치 및 속도 오차는 다른 필터들에 비해 작게 나타나는 것을 그림에서 볼 수 있다. EKF와 SPKF의 자세와 센서 바이어스 추정 오차는 시간에 따라 감소한다. 반면, MRHKF 필터의 오차는 수렴하지 않는다. 융합 필터의 오차는 IIR 형태의 필터들과 같이 시간에 따라 수렴하는 특성을 갖는다. 그 이유는 이 경우 IIR 형태의 필터의 강점에 더 큰 융합 필터의 적응형 이득값이 부여되기 때문이다. 그러므로 상황 I과 같이 정상적인 경우, IIR 형태의 필터가 FIR 형태의 필터보다 더 좋은 성능을 보이며, 제안된 융합 필터 또한 IIR 형태의 필터

인 SPKF의 장점을 반영하기 때문에 좋은 결과를 갖는 것을 알 수 있다.

1.2 상황 II: Temporary Modeling Error

관성센서 오차가 다음과 같은 일시적인 랜덤 워크 성분을 갖는 것으로 모델링 하였다.

$$\dot{v} = w_v, \begin{cases} w_v \sim N(0, (100mg)^2), & [30 \ 50] \\ w_v \sim N(100mg, 0), & otherwise \end{cases} \quad (53)$$

$$\dot{\varepsilon} = w_\varepsilon, \begin{cases} w_\varepsilon \sim N(0, (2^\circ/s)^2), & [30 \ 50] \\ w_\varepsilon \sim N(2^\circ/s, 0), & otherwise \end{cases}$$

그러나 필터에서 센서 오차를 랜덤 상수로 모델링 하였다. 즉 일시적으로 모델링 오차 또는 일시적인 센서 오차가 발생하는 경우이다. 이 경우 시뮬레이션 결과를 그림 7에 나타내었다. 이 경우 EKF와 SPKF의 추정 오차는 모델링 오차가 발생한 구간에서 증가하는 것을 볼 수 있다. 그리고 이 오차 구간 이후에도 추정 오차는 수렴하지 않는 것을 볼 수 있으며 그 이유는 IIR 필터의 특성 때문이다. 반면에 MRHKF 필터의 추정 오차는 발산하지 않으며 진동하는 것을 볼 수 있다. 이것이 FIR 필터의 강점이다. 이 경우 제안된 융합 필터는 FIR 필터의 장점을 이어 받으며 또한 두 필터의 융합에 의해 스무딩 효과도 갖는 것을 결과 그림에서 확인할 수 있다.

1.3 상황 III: Large Initial Estimation Error

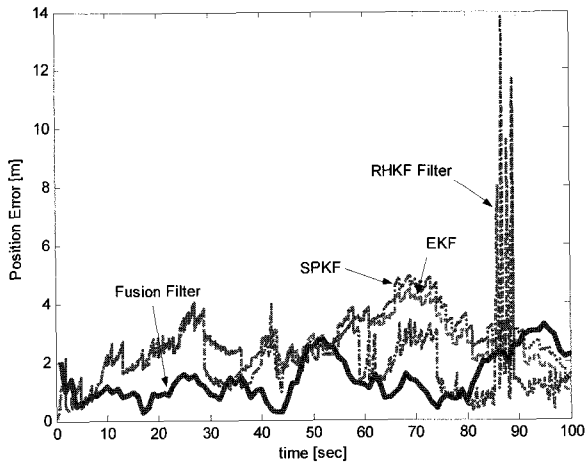
상황 I의 시뮬레이션 조건에 큰 초기 방위각 추정오차를 갖는 것으로 가정하였다. 초기방위각 추정오차는 150도로 하였다. INS에서 지금 자이로를 사용하는 경우 지구 자전 각속도를 측정할 수 없으므로 초기 방위각 정보를 계산할 수 없다. 이 경우 필터에서는 초기 방위각을 0으로 설정하므로 최대 180도의 초기 방위각 추정오차가 발생할 수 있다. 시뮬레이션 결과를 그림 8에 나타내었다. 이 경우 EKF와 MRHKF 필터의 추정 오차는 Jacobian 행렬에 큰 오차를 가지므로 시간에 따라 발산하는 것을 볼 수 있다. 반면, SPKF의 추정 오차는 수렴하는 것을 알 수 있다. 그러므로 이 경우 EKF와 MRHKF 필터의 안정성은 보장할 수 없다. 제안된 융합 필터는 IIR 필터인 SPKF의 특성을 이어받아 오차가 증가하지 않으며 안정된 필터 결과를 갖는 것을 결과 그림에서 확인할 수 있다.

세 가지 상황의 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 융합 필터는 정상적인 상황뿐 아니라 일시적인 모델링 오차와 초기 큰 추정오차가 있는 경우 모두 EKF, SPKF 그리고 MRHKF 필터보다 좋은 추정 성능을 갖는 것을 확인하였다.

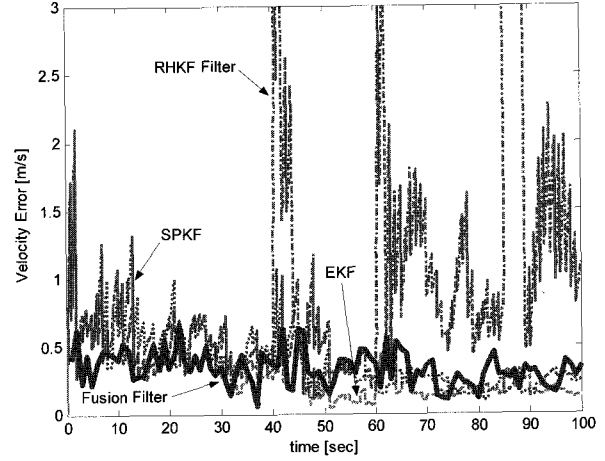
2. 실시험

제안된 융합 필터의 성능을 확인하기 위해 실시험을 수행하였다. INS/GPS 결합 시스템을 MEMS형 관성센서(ADXL 202E, ADXRS150)와 SiRF III GPS 칩셋을 사용하여 구성하고 시험 차량에 탑재하여 도로주행을 수행하였다. INS/GPS 결합 시스템에서 지금까지 가장 많이 사용되고 있는 EKF와 제안된 융합 필터의 성능을 비교하였다.

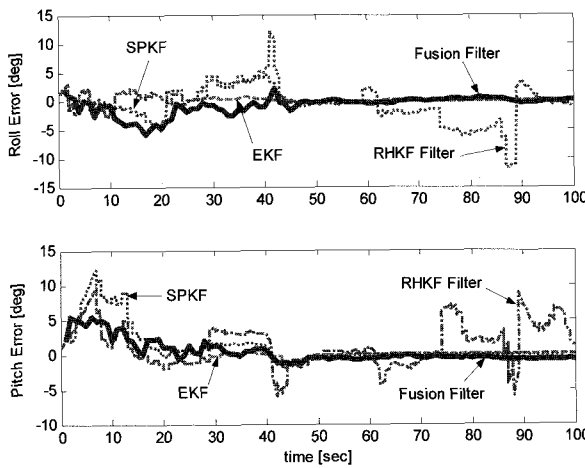
그림 9는 정상적인 경우의 시험 결과이다. 즉 시뮬레이션에서 상황 I에 해당하는 경우이다. 이 경우 EKF와 융합 필터의 결과는 유사한 것을 알 수 있다. 센서 오차 드리프트(drift)



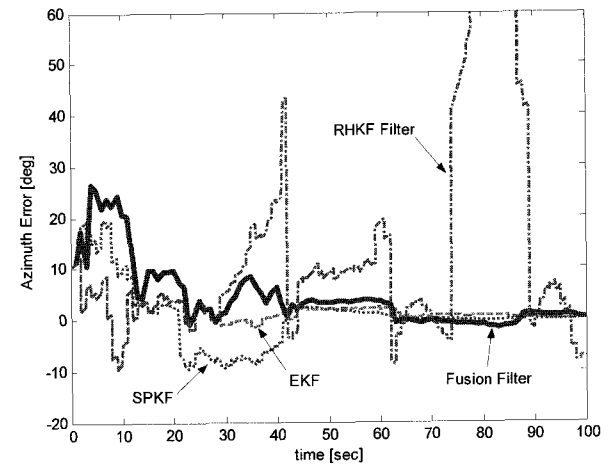
(a) 위치 추정 오차



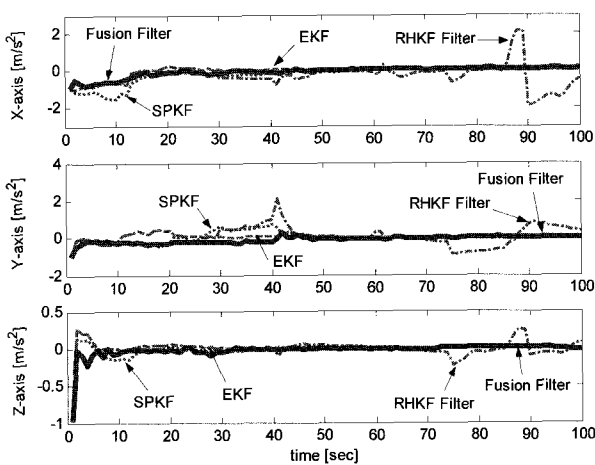
(b) 속도 추정 오차



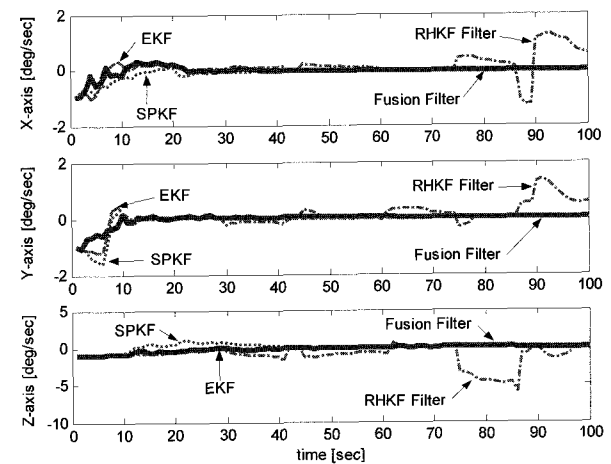
(c) 자세 추정 오차



(d) 방위각 추정 오차



(e) 가속도계 바이어스 추정 오차



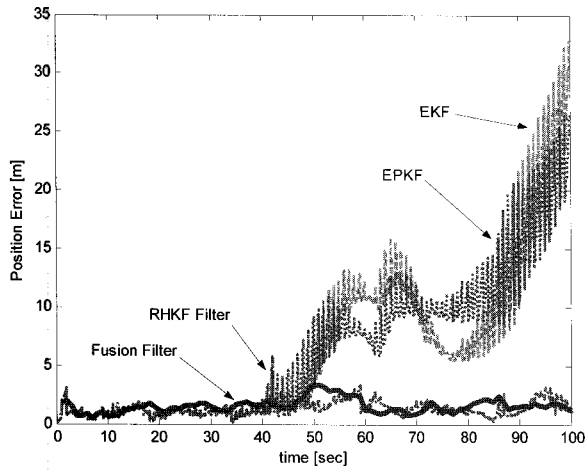
(f) 자이로 바이어스 추정 오차

그림 6. 상황 I 시뮬레이션 결과.

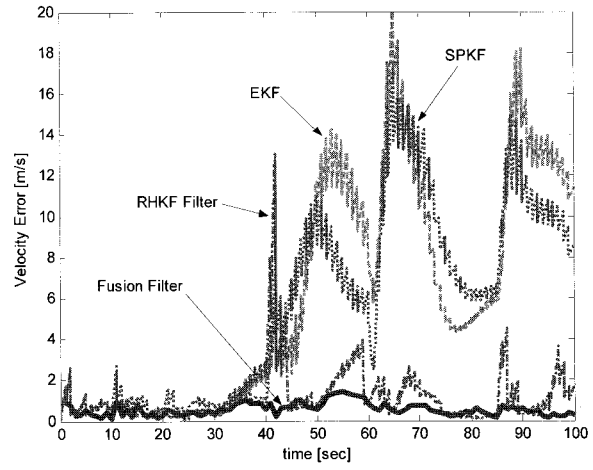
Fig. 6. Simulation results of the situation I.

가 작은 경우 랜덤 상수로 오차를 모델링한 EKF는 센서 오차 및 INS 오차를 잘 추정하는 것을 알 수 있다. 그리고 융합 필터 또한 IIR 형태의 필터 성능을 이어받아 EKF와 유사

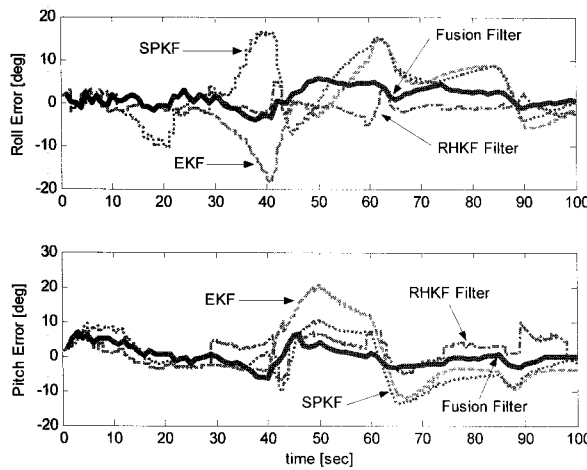
한 성능을 갖는 것을 결과 그림에서 확인할 수 있다. 그림 10은 y축 가속도계와 z축 자이로에 임의로 다음과 같은 랜덤 워크 성분을 추가한 경우의 결과이다.



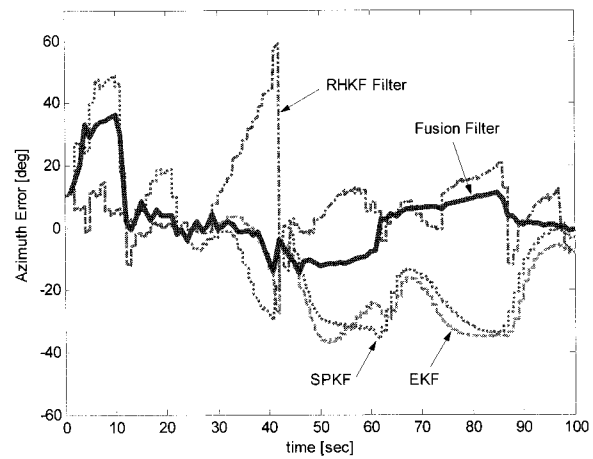
(a) 위치 추정 오차



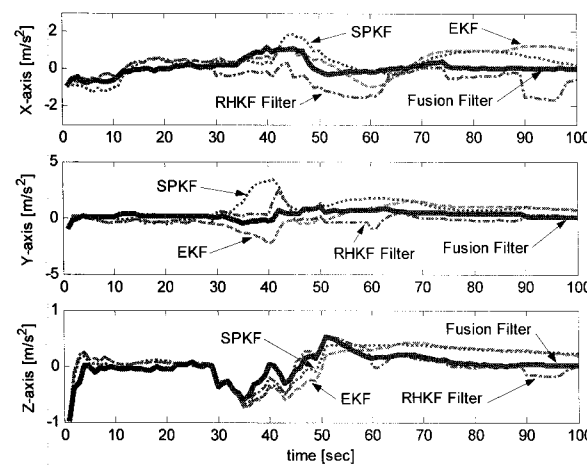
(b) 속도 추정 오차



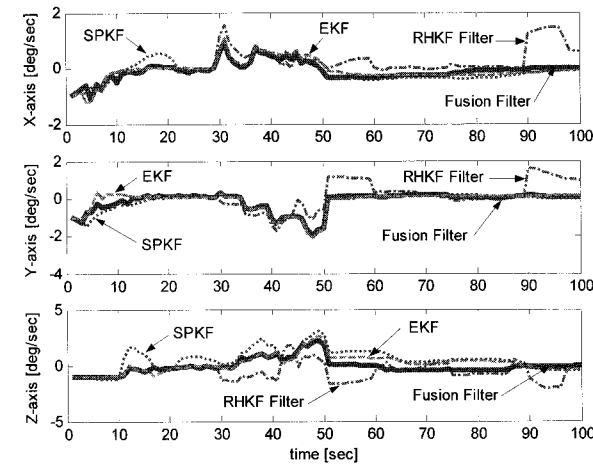
(c) 자세 추정 오차



(d) 방위각 추정 오차



(e) 가속도계 바이어스 추정 오차



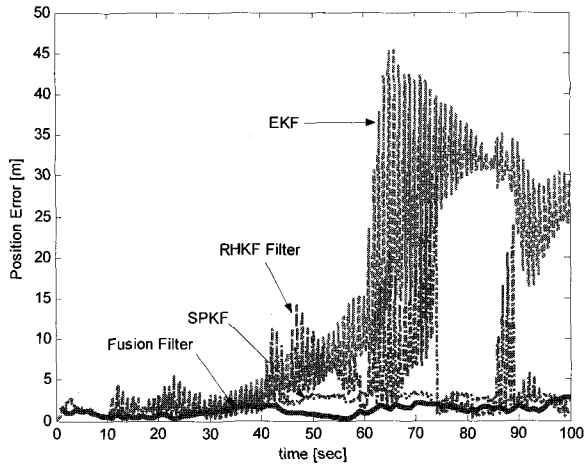
(f) 자이로 바이어스 추정 오차

그림 7. 상황 II 시뮬레이션 결과.

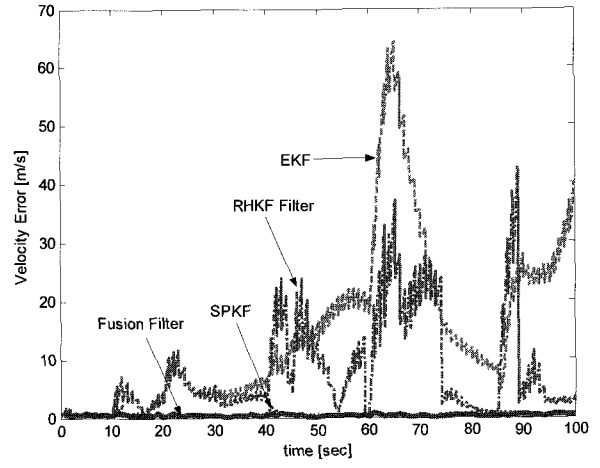
Fig. 7. Simulation results of the situation II.

$$\begin{aligned} \tilde{f}_y^b(t) &= f_y^b(t) + w_{arw}(t), \\ \dot{w}_{arw}(t) &= w_a(t), w_a(t) \sim N(0, (10mg)^2) \end{aligned} \quad (54a)$$

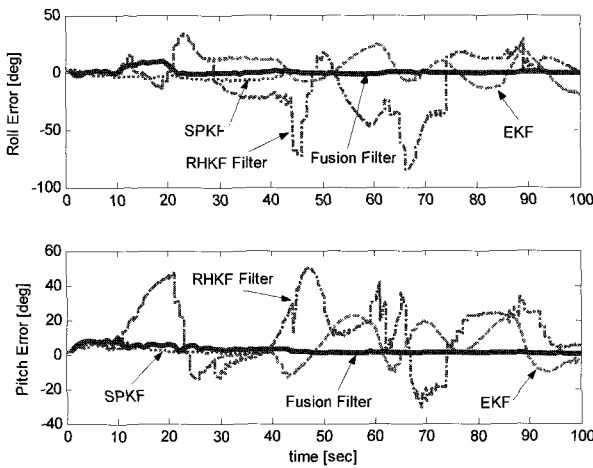
$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{ib_z}^b(t) &= \omega_{ib_z}^b(t) + w_{grw}(t), \\ \dot{w}_{grw}(t) &= w_g(t), w_g(t) \sim N(0, (0.1^\circ/s)^2) \end{aligned} \quad (54b)$$



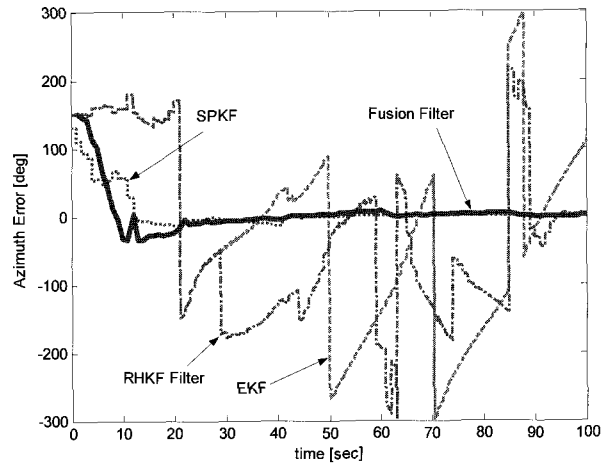
(a) 위치 추정 오차



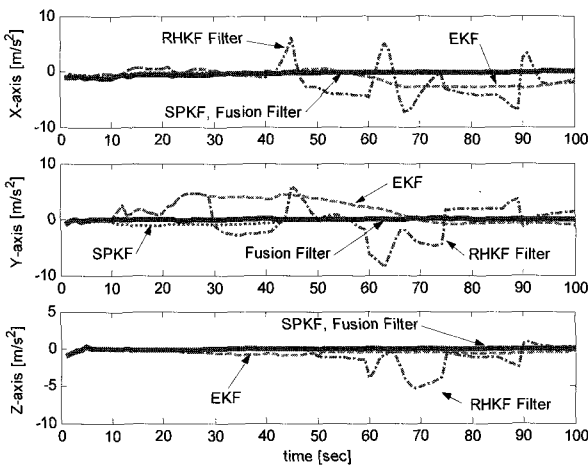
(b) 속도 추정 오차



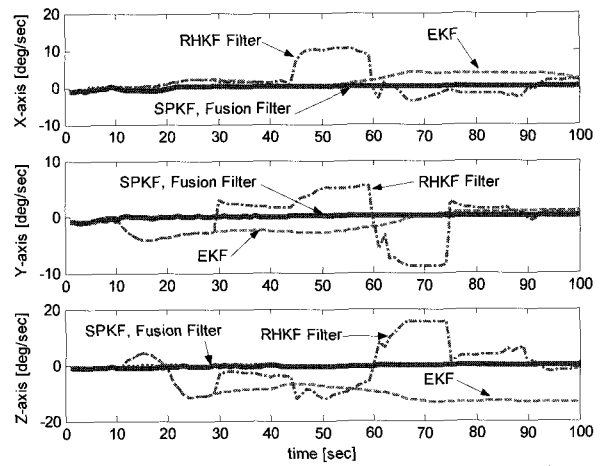
(c) 자세 추정 오차



(d) 방위각 추정 오차



(e) 가속도계 바이어스 추정 오차



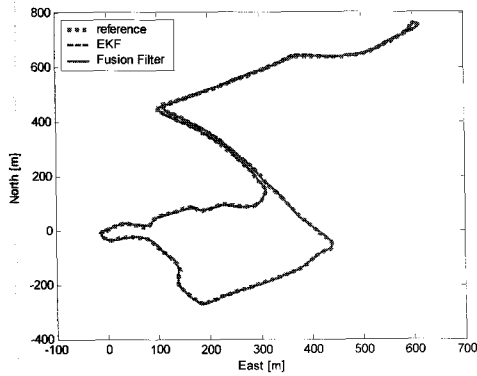
(f) 자이로 바이어스 추정 오차

그림 8. 상황 III 시뮬레이션 결과.

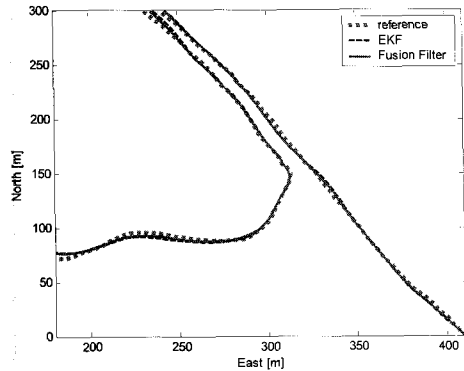
Fig. 8. Simulation results of the situation III.

모델링 오차가 존재하는 경우로 그 결과를 그림 10에 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 EKF에 의해 추정된 위치는 기준 궤적에서 크게 벗어나는 것을 볼 수 있다. 그 이유

는 모델링 오차에 의해 센서 오차 드리프트를 정확하게 추정하지 못하기 때문이다. 반면, 융합 필터는 정상적인 경우와 유사하게 기준 궤적에 가까운 위치를 추정하는 것을 볼 수



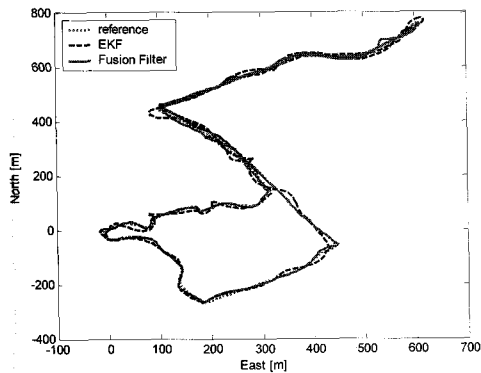
(a) 위치



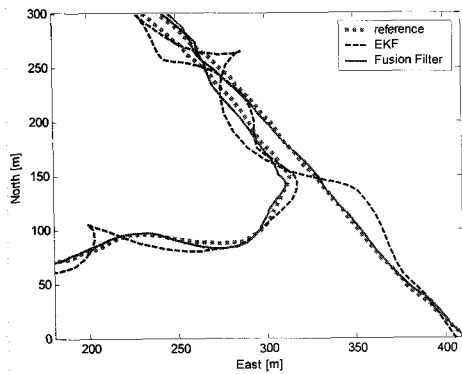
(b) 위치 (확대)

그림 9. 정상적인 경우 시험 결과.

Fig. 9. Experimental results in normal case.



(a) 위치



(b) 위치 (확대)

그림 10. 모델링 오차가 있는 경우 시험 결과.

Fig. 10. Experimental results in the case of modeling uncertainty.

표 1. 시험 결과 요약 (위치 오차).

Table 1. Summary of the experiment result (position error).

Situation		Mean Value	One-Sigma Value
I	EKF	5.46	5.40
	융합 필터	3.15	3.09
II	EKF	26.82	19.94
	융합 필터	5.81	4.36

있다. 따라서 융합 필터는 모델링 오차에 관계없이 좋은 추정 성능을 갖는 것을 확인할 수 있다.

시험 결과를 표 1에 요약하였다.

VI. 결론

본 논문에서는 IIR 필터인 SPKF와 FIR 필터인 MRHKF 필터를 적응형 기법으로 융합한 IIR/FIR 융합 필터를 제안하고 필터의 안정성을 증명하였다. 그리고 INS/GPS 결합 시스템에 적용하였다. 제안된 융합 필터는 IIR 필터와 FIR 필터를 두 필터의 잉여값과 잉여값 공분산 정보를 사용하여 융합함으로써 모델링 오차 및 일시적인 외란 오차, 큰 초기 추정오차 등에 강한 특성을 갖는다. 기존의 FIR 필터만 사용하는 경우의 수렴 특성이 나쁜 단점을 극복함으로써 FIR 필터의 장점을 IIR 필터의 장점과 같이 사용할 수 있게 되었다. 융합 필터에서 사용되는 두 서브 필터는 융합/재분배 과정을 통해서 유사한 특성을 갖도록 수렴되는 것을 보였으며, 오차 공분산 값이 상한을 갖는 것을 보임으로써 융합 필터가 안정성을 갖는 것을 보였다. 이 융합 필터를 사용한 INS/GPS 결합 시스템은 여러 오차 요인에 강한 특성을 보이며, 특히 실 시험을 통해 오차 모델이 불확실한 저급 MEMS 형 관성 센서를 사용하는 경우 안정된 항법해를 제공할 수 있음을 확인하였다.

참고문헌

- [1] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering*, 82(Series D), pp. 35-45, 1960.
- [2] B. D. Anderson, and J. B. Moore, *Optimal Filtering*, Prentice-Hall, 1979.
- [3] S. Julier, J. Uhlmann, and H. Durrant-Whyte, "A new approach for filtering nonlinear systems," *Proc. Am. Contr. Conf.*, pp. 1628-1632, 1995.
- [4] S. Julier, J. Uhlmann, and H. Durrant-Whyte, "A new method for nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 45, no. 3, pp. 477-482, 2000.
- [5] S. Julier, and J. Uhlmann, J. "Reduced sigma point filters for the propagation of means and covariances through nonlinear transformations," *Proc. Am. Contr. Conf.*, pp. 887-892, 2002.
- [6] S. Julier and J. Uhlmann, "The scaled unscented transformation," *Proc. Am. Contr. Conf.*, pp. 4555-4559, 2002.
- [7] R. van der Merwe, E. Wan, and S. Julier, "Sigma-point Kalman filters for nonlinear estimation and sensor fusion-applications to integrated navigation," In *Proceedings AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Providence, 2004.

- [8] E. H. Shin and Naser El-Sheimy, "An unscented Kalman filter for in-motion alignment of low-cost IMUs," *Proceedings of the IEEE Frames Conference*, 2004.
- [9] 김광진, 박찬국, 유명중, 박영범, "INS/GPS 강결합 기법에 대한 EKF와 UKF의 성능 비교," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제 12 권, 제 8 호, pp. 780-188, 2006.
- [10] M. J. Yu, J. G. Lee, and C. G. Park, "Nonlinear robust observer design or strapdown INS in-flight alignment," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol. 40, no. 3, pp. 797-807, July, 2004.
- [11] W. H. Kwon, P. S. Kim, and P. G. Park, "A receding horizon Kalman FIR filter for discrete time-invariant systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 44, no. 9, 1999.
- [12] K. V. Ling and K. W. Lim, "Receding horizon recursive state estimation," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 44, no. 9, 1999.
- [13] W. H. Kwon, P. S. Kim, and S. H. Han, "A receding horizon unbiased FIR filter for discrete-time state space models," *Automatica*, 38, pp. 545-551, 2002.
- [14] S. Y. Cho, "Design of a pedestrian navigation system and the error compensation using RHEKF filter," *Ph.D. Dissertation*, Department of Control and Instrumentation Engineering, Kwangwoon University, 2004.
- [15] S. Y. Cho and W. S. Choi, "Robust positioning technique in Low-cost DR/GPS for land navigation," *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, vol. 55, no. 4, pp. 1131-1142, 2006.
- [16] 조성윤, 김병두, 조영수, 최완식, "INS/GPS를 위한 다중 필터 융합 기법," 한국항공우주학회지, 제 34 권, 제 10 호, pp. 48-55, 2006.
- [17] K. Reif, S. Gunther, and E. Yaz, "Stochastic stability of the discrete-time extended Kalman filter," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 44, no. 4, 1999, pp. 714-728.
- [18] H. A. P. Blom and Y. Bar-Shalom, "The interacting multiple model algorithm for system with markovian switching coefficients," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 33, no. 8, pp. 780-783, 1988.
- [19] E. Mazor, A. Averbuch, Y. Bar-Shalom, and J. Dayan, "Interacting multiple model methods in target tracking: A survey," *IEEE Trans. Aerospace and Electronics*, vol. 34, no. 1, pp. 103-123, 1998.
- [20] H. S. Kim and S. Y. Chun, "Design of fuzzy IMM algorithm based on basis sub-models and time-varying mode transition probabilities," *IJCAS*, vol. 4, no. 5, pp. 559-566, 2006.
- [21] D. H. Titterton, and J. L. Weston, *Strapdown Inertial Navigation Technology*, Peter Peregrinus Ltd., 1997.
- [22] J. A. Farrell, and M. Barth, *The Global Positioning System & Inertial Navigation*, McGraw-Hill, 1999.

조성윤

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제 12 권 제 2 호 참조.