한국수학사학회지 제20권 제4호(2007년 11월), 1 - 22

18世紀 朝鮮의 句股術

서강대학교 수학과 홍성사
sshong@sogang.ac.kr
숙명여자대학교 수학과 홍영희
yhhong@sookmyung.ac.kr
단국대학교 수학교육과 김창일
kci206@dankook.ac.kr

茶泉 姜信元 박사님의 75회 생신을 축하드리며 헌정합니다.

18세기 초 中人 洪正夏(1684～?)의 九一集과 兩班 趙泰耉(1660～1723)의 籌書管見에 들어 있는 句股術을 조사한다. 구조적 접근과 天元術을 통하여 洪正夏는 東洋에서 가장 앞선 句股術의 결과를 얻어내었다. 또 17세기 중엽에 西洋 數學이 朝鮮에 유입된 후 朝鮮 算學에 이론적 접근이 이루어지는 과정을 趙泰耉의 句股術을 통하여 연구한다.

주제어 : 句股術, 洪正夏, 九一集, 趙泰耉, 籌書管見, 黃胤錫, 洪大容

0. 서론

九章算術(Jiu zhang suan shu)과 **周髀算經**(Zhou bi suan jing)에서 비롯된 句股術은 동양 수학에서 가장 중요한 분야 중에 하나임은 잘 알려져 있다. 句股術은 단순한 Pythagoras 정리에서 벗어나 직각 삼각형의 세 변들 사이의 문제와 이에 내접하는 직사각형과 원의 문제를 대수적으로 해결하고 또 이를 통하여 측량 문제를 해결할 수 있기 때문에 **九章算術**이래 모든 算書에서 취급하고 있다([2], [9]).

九章算術은 초기부터 句股術을 이용하여 일반 2차방정식을 구성하였다. 唐代 王孝通(Wang Xiao Tong)의 **緝古算經**(Ji gu suan jing)은 직각삼각형의 변에 관한 문제를 일반 3차방정식과 4차방정식을 통하여 해결하고 있다. 그러나 王孝通은 방정식의 구성 방법에 대하여 전혀 언급을 하지 않아 매우 어려운 算書로 취급되었다([7]).

한편 宋代에 도입된 天元術을 이용하여 句股術의 代數的 접근이 가능해졌다. 특히 秦九韶(Qin Jiu Shao, 1202～1261)의 **數書九章**(Shu shu jiu zhang, 1247)과 李冶(Li Ye, 1192～1279)의 **測圓海鏡**(Ce yuan hai jing, 1248년 완성, 1282년 간행), 朱世傑

(Zhu Shi Jie)의 **算學啓蒙**(Suan xue qi meng, 1299)에서 天元術을 이용하여 句股術의 代數化가 이루어졌다. 한편 朱世傑은 **四元玉鑑**(Si yuan yu jian, 1303)에서 天元術을 四元術로 확장하여 句股術의 완전한 代數化를 이루었다([6]).

天元術과 四元術을 통하여 word problem으로 주어진 문제에 적합한 다항방정식을 구성할 수 있었지만 그 풀이에서 增乘開方法에 의존하여 현재 사용하고 있는 다항식의 인수분해를 통한 방정식의 이론으로 발전되지 못하였다. 따라서 서양 수학의 방정식 이론과 완전히 다른 길을 걷게 되었다. 더욱이 朱世傑의 업적은 明代에 들어와 실전되고 또 天元術마저 사용되지 않게 되어, 19세기 이들의 업적이 재발견되기까지 宋, 元代에 이루어 놓은 句股術의 代數化가 더 이상 발전하지 못하게 되었다.

한편 南宋의 楊輝(Yang Hui)는 그의 **詳解九章算法**(Xiang jie jiu zhang suan fa, 1261)에서 **九章算術**의 句股術을 다시 정리하고, "句股生變十三名"을 통하여 直角三角形의 세 변에서 만들어지는 "和", "較" 계열, 즉 句股和, 句弦和, 股弦和, 弦和和, 弦較和, 句股較, 句弦較, 股弦較, 弦和較, 弦較較를 도입하고, 이들을 사용하여 **九章算術**의 문제를 해설하는데 다항식의 연산에 해당되는 부분을 사각형의 넓이를 이용하여 설명하였다. 특히 직각삼각형에 내접하는 정사각형, 즉 容方의 한 변을 구하는 문제를 직사각형의 대각선과 한 변에 평행인 선분으로 나누어지는 사각형의 넓이를 이용하여 구하였다(p.789, [4]). 이는 현재 우리가 사용하는 닮은 삼각형의 변의 비를 이용하는 것과 결과는 같지만 접근 방법은 전혀 다른 것이다. 이는 이미 **九章算術**에 注를 단 劉徽(Liu Hui)의 방법으로 **九章算術**에 들어있었던 도형이 후에 실전된 것으로 알려져 있다. 이 방법을 이용하여 楊輝는 그의 **續古摘奇算法**(Xu gu zhai qi suan fa, 1275)에서 劉徽의 **海島算經**(Hai dao suan jing)의 重差 방법에 대한 증명을 첨가하였다. 1660년 朝鮮의 金始振이 **算學啓蒙**을 간행하면서 마지막 부분에 이 증명을 첨가하여, **楊輝算法**(Yang Hui suan fa, 1274～1275)과 함께 朝鮮에서 연구되었다. 楊輝는 天元術을 이용한 방정식의 구성을 하지 않고 기하적으로 이를 설명하여 앞에 언급한 학자들의 句股術과 구별된다.

전술한 대로 朝鮮에서는 **算學啓蒙**과 **楊輝算法**이 함께 연구되어, 天元術을 통한 대수적 접근이 가능한 朝鮮의 句股術과 중국의 句股術은 다른 방향으로 발전하였다.

본 논문은 洪正夏(1684～?)의 저서 **九一集**([5])과 趙泰耇(1660～1723)의 **籌書管見**([5])에 들어 있는 句股術을 조사하여 18세기 朝鮮의 句股術의 발전 과정을 연구한다.

첫째 절에서는 朝鮮과 中國의 句股術을 비교하기 위하여, 明代와 초기 淸까지 중국의 句股術의 발전 과정을 조사한다.

둘째 절은 洪正夏의 句股術을 조사하여, 明代와 18세기 淸의 句股術에 비하여 그의 결과는 매우 구조적이며 독창적으로 그의 업적은 가장 뛰어난 것을 확인하고, 또 句股術을 통한 그의 방정식에 대한 이해가 매우 발전된 것도 확인한다.

셋째 절은 中人인 洪正夏와 달리 兩班인 趙泰耉의 **籌書管見**(1718)을 조사한다. 西洋數學의 내용을 최초로 소개한 책은 崔錫鼎(1646～1715)의 **九數略**([5])으로 그는 **同文算指**(Tong wen suan zhi, 1613)의 내용을 인용하였다. 그러나 그는 幾何에 관한 명제에 대한 論證을 전혀 취급하지 않고 다만 명제를 인용하는데 그치고 있다. **籌書管見**은 論證까지 포함한 朝鮮 算書로 최초의 것이며, 또 **九章算術**에 대한 해설서로도 최초의 算書로 매우 중요한 사료이다. 18세기에 출간된 黃胤錫(1729～1791)의 **算學入門**([5])과 洪大容(1731～1783)의 **籌解需用**([5])에서 취급된 句股術도 논한다.

19세기 朝鮮의 句股術에 관한 연구는 다음 기회에 논하기로 한다. 또 이 논문에서 직각삼각형의 句, 股, 弦은 각각 a, b, c로 나타내기로 한다.

조선 산학에 관한 史料는 **韓國科學技術史資料大系 數學編**([5]), 중국 산학은 **中國科學技術典籍通彙**(Zhong guo ke xue ji shu dian ji tong hui) **數學卷**(Shu xue juan, [3])과 **中國歷代算學集成**(Zhong guo li dai suan xue ji cheng, [4])을 사용한다.
朝鮮과 中國의 算書로 참고문헌의 번호가 없는 경우 이들에 들어 있는 것을 뜻한다.

1. 明과 초기 淸의 句股術

이 절에서는 明代의 산서 吳敬(Wu Jing)의 **九章詳注比類**(Jiu zhang xiang zhu bi lei, 1450), 王文素(Wang Wen Su, 1465～?)의 **算學寶鑑**(Suan xue bao jian, 1524, [3]), 顧應祥(Gu Ying Xiang, 1483～1565)의 **句股算術**(Gou gu suan shu, 1533, [3]), 程大位(Cheng Da Wei, 1533～1606)의 **算法統宗**(Suan fa tong zong, 1592) 등과, 明末에 들어온 서양 수학의 영향을 받은 徐光啓(Xu Guang Qi, 1562～1633)의 **句股義**(Ju gu yi, 1605, [3]), **測量異同**(Ce liang yi tong, 1608, [3]), 李之藻(Li Zhi Zao, 1565～1630)의 **同文算指**와 梅文鼎(Mei Wen Ding, 1633 ～1721)이 그의 제자 楊作枚(Yang Zuo Mei)의 저서 **句股正義**(Gou gu zheng yi)를 포함하여 출판한 **句股闡微**(Gou gu chan mei [1])와 이를 후에 그의 손자 梅瑴成(Mei Ke Cheng, 1681～1763)이 **句股正義**를 빼고 나머지를 다시 정리하여 출판한 **句股擧隅**(Gou gu ju yu, 1759,[3]), 方中通(Fang Zhong Tong, 1634～1698)의 **數度衍**(Shu du yan, 1661, [4]), 杜知耕(Du Zhi Jing)의 **數學鑰**(Shu xue yao, 1681, [4])에 들어 있는 句股術을 조사한다. 그 이유는 전술한대로 18세기 초에 발간된 洪正夏의 **九一集**과 趙泰耉의 **籌書管見**의 句股術을 비교하기 위하여 그 이후에 발간된 중국의 句股術에 대한 조사는 이 논문에서 제외하기로 하기 때문이다. 한편, 이들의 결과가 종합되어 발간된 **數理精蘊**(Shu li jing yun, 1723, [3])의 내용은 洪正夏와 趙泰耉가 이들을 접할 기회가 없었겠지만 우리는 **數理精蘊**의 결과도 함께 사용하기로 한다.

吳敬의 **九章詳注比類**(1450)는 **九章算術**을 원전으로 하여 해설한 楊輝의 **詳解九章算法**을 기초로 하여 저술한 算書이다. 실제로 **詳解九章算法**은 **九章算術**의 句股章의 24問과 類題 9問으로 이루어져 있다. 다른 章과 마찬 가지로, **九章詳注比類**의 句股章은 古問(24問), 比類(29問), 詞詩(48問) 등으로 분류하여 문제를 나열하고 있다. 이 중에 古問은 모두 楊輝의 **詳解九章算法**에서 인용하였다. 그 순서는 문제의 성격에 따라 달리 나열하고 있는데 **九章算術**의 문제는 인용하지 않고 楊輝가 더한 類題를 인용한 것이 세 곳이다. 吳敬은 **九章算術**을 보지 못한 것으로 보인다. 우리가 가지고 있는 **詳解九章算法**은 盈不足, 方程, 句股 세 章으로 이루어진 것 밖에 없지만, 吳敬의 **九章算術**에 대한 기본적인 정보는 楊輝의 것을 그대로 답습하고 있는 것으로 추정된다. 한편 比類의 처음 두 문항은 朱世傑의 **算學啓蒙** 下卷 方程正負門의 마지막 第8, 9問을 인용한 것이다. 이는 直田, 즉 직사각형의 句弦和($=a+c$), 股弦和($=b+c$)에 대한 연립방정식을 통하여 句弦和, 股弦和를 구한 후 句, 股, 弦을 구하는 문제이다. 朱世傑은 第8問에서는 句弦和, 股弦和의 곱의 두 배가 弦和和($=a+b+c$)의 제곱, 즉 $2(a+c)(b+c)=(a+b+c)^2$을 이용하여 먼저 弦和和를 구한 후 句, 股, 弦을 구하고, 第9問에서는 句弦和, 股弦和를 구한 후 弦 c를 天元($=x$)으로 하여 句弦和, 股弦和의 값에서 句와 弦을 x의 일차식으로 표시한 후 $a^2+b^2=c^2$을 사용하여 2차방정식을 구하여 弦을 구한 후 句, 股를 구하였다. 변에 관한 句股術 문제의 대수적 해법을 최초로 언급한 문제이다. 그러나 吳敬은 두 문제 모두 朱世傑의 第8問 형태로 풀고 天元術을 전혀 언급하지 않고 있다. 梅穀成은 그의 **赤水遺珍**(Chi shui yi zhen)에서 唐順之(Tang Shun Zhi, 1507 ~1560)와 顧應祥이 天元術을 폄하한 것에 대하여 이해할 수 없다고 공격하였는데([7]), 이미 吳敬은 그들 보다 앞서서 天元術을 사용하지 않기로 한 것을 알 수 있고, 그 후 明代의 算學에서 천원술이 잊혀졌다. 比類는 이어서, 句股田을 예를 들어 문제를 구성하고 있는데, 특히 두 변의 곱과 그들의 合(和)이나 差(較)가 주어진 경우 句, 股, 弦을 구하는 문제를 다루고 있다. 이는 일반 2차방정식을 직사각형의 문제로 도입한 중국 산학에서 파생된 것으로 직사각형의 넓이로 이론을 전개하여야 하지만, 이해를 쉽게 하기 위하여 우리가 익숙한 근과 계수의 관계로 설명하기로 하자. $b-a$($b+a$, resp.)와 ab가 주어진 경우 b에 대한 방정식은 두 근 $b, -a$(a, b, resp)와 그들의 곱 $-ab$(ab, resp.)를 생각하여 減從方程式 $x^2-(b-a)x-ab=0$ ($x^2-(b+a)x+ab=0$, resp.)을 얻고, 다만 $b-a$와 ab가 주어진 경우 a에 대한 방정식은 두 근 $a, -b$와 그들의 곱 $-ab$를 생각하여 帶從方程式 $x^2+(b-a)x-ab=0$을 얻는데 이를 句股術의 문제에 활용한 것이다. 다만 第16問에 句股田의 넓이와 句弦相差, 즉 句弦較가 주어진 것으로 되어 있지만 풀이를 보면 句弦較가 아니고 句股較를 뜻하는 것이다. 이 후에 **海島算經**의 문제와 같은 유형들을 취급하고 있다. 마지막으로 詞詩에 들어 있는 문제는 같은 유형의 문제를 운문 형태로 나타낸 것들이다. 吳敬의 句股術은 楊輝의 句股術에서 크게 벗어난 것이 없다. 句股術 이후에 제10권으로 還源開方算法을 넣어 다항방정식의 해법을 포함하고 있는데

위에서 언급한 2차방정식과 함께 3차방정식의 해법과 六乘根까지 구하는 법을 자세히 설명하였다.

王文素의 **算學寶鑑**(1524)의 句股術은 第28～30卷에 들어 있는데 모두 113問으로 이루어져 있다. 吳敬의 句股術보다 발전된 것을 포함하고 있다. 비교적 논리적으로 문항들을 정리하였고, 또 **九章算術**의 문제를 九章題라는 이름으로 따로 나타낸 것도 있지만 일반으로 述古佳題라는 이름으로 나타내었고, 그 자신이 만든 것들은 比證新題 등으로 그의 의견을 나타내고, 또 이전 算書에 들어 있는 오류를 지적하였다. 분수가 포함되어 있는 변들에서 나타나는 제곱근을 구하는 문제를 포함하고, 또 제곱근의 일차 보간법을 포함하고 있는 것은 明代의 산서로 앞서 있는 부분이다. **九章算術**의 第24問을 第9問으로 인용하는데 九章의 "戶"를 "廳門"으로 나타내고 있는데, 이와 같이 문제의 용어 변형은 거의 모든 九章의 문제에서 나타난다. 이 문제는 句弦較, 股弦較가 주어진 경우에 세 변을 구하는 문제인데, 세 변의 비가 3 : 4 : 5인 경우에서 $2(c-b)=(c-a)$, $a+b-c=c-a$를 얻어서, a, b, c가 $(c-b)$의 3배, 4배, 5배로 구할 수 있음을 "證曰"에 포함시키고 이어서 比證新題로 $c-a=3.4$, $c-b=1.7$의 경우를 들어 문제를 해결하고 있다. 盈不足題라는 항목으로 세 문항을 취급하고 있는데 이는 九章의 盈不足 문제와 전혀 상관없고 다만 세 변이 한 값에서 모자라든지 남든지 하는 문제로 모두 句弦較, 股弦較를 구하여 문제를 해결하고 있다. 앞에서 언급한 두 변의 곱이 주어진 문제에 대하여 王文素는 ab, c가 주어진 문제를 第22, 63問에서 다루고 있는데 이는 $c^2-2ab=(b-a)^2$을 이용하여 句股較를 구하여 2차방정식을 구성하여 해결하였다. 가장 흥미 있는 분야는 句股率에 들어 있는 16문제들로, **九章算術**의 第14, 21問의 변형이다. 九章의 문제는 비례값 $b: a+c(a: b+c)$와 $a(b)$를 주고 세 변을 구하는 문제이다. 王文素는 먼저 두 변의 비례값을 주고 나머지 변들에 관한 조건을 주고 세 변을 구하는 문제들을 다루었다. 예를 들면 句股率의 第1問은 다음과 같다.

句如股十二分之五 且只股不及弦一丈七尺 問句股弦幾何, 즉 $a: b=5: 12$와 $c-b$가 주어지고 세 변을 구하는 문제이다. 이와 같은 문항을 모두 6개를 취급하고, 또 두 변의 비례값과 나머지 한 변을 준 3문항을 다루고, $a: b$, a를 조건으로 준 문제도 같은 방법으로 해결하고 있다. 마지막 문항은 비례문제로 해결할 필요가 없는 문제이다. 이들의 경우 모두 $a: b: c$를 구한 후 조건에 맞게 변을 구하고 있다. 이 경우 사용하는 이론은 위의 예의 경우 $a: b: c=5: 12: \sqrt{5^2+12^2}$과 같은 방법으로 구하는 비를 구하였다. 이 후에 전술한 九章의 문제의 類型을 모두 6문항 취급하는데, 九章의 방법과 같이 $(a+c)^2+b^2=2c(a+c)$를 이용하여 $b: c=b(a+c): c(a+c)$를 구한 후 위의 방법을 사용하여 $a: b: c$를 구할 수 있지만, 비 $c(a+c): (a+c)^2$, 즉 비 $c: a+c$를 구한 후, 바로 비 $c: a$를 구하여 세 변을 구하였다. 이는 九章의 방법을 그대로 인용한 것이다. 다음에 方程入句股에서는 세 변에 대한 1차연립방정식을 다루는데 전술한 **算學啓蒙**의 두 문제도 포함하고 있고, 吳敬과 같이 天元術을 사용한 해법은 포함하고

있지 않다. 나머지 문항들은 전술한 문제들의 유형과 크게 다르지 않고, 容方, 容圓의 문제와 이들의 확장으로 내접하는 직사각형과, 이등변삼각형과 마름모꼴에 내접하는 사각형의 문제를 다루고, 특이한 것은 원에 내접하는 정삼각형, 정육각형의 문제로 그 넓이를 구한 것이다. **海島算經**의 문제는 楊輝의 문항들을 그대로 인용하였다.

九章算術의 句股術은 楊輝가 그의 **詳解九章算法**에 들어 있는 **詳解九章算法纂類**에 모두 12항목으로 정리하고 그 항목에 들어 있는 **九章算術**의 문제를 들어 놓음으로 九章의 句股術을 완전히 정리하였다. **九章算術** 이후에 발전된 句股術을 楊輝의 방법으로 재정리한 算書가 顧應祥의 **句股算術**이다. 그는 서문에서 "九數之中 惟句股一法幽深玄"이라 하여 句股術의 중요성을 강조하고 있고, 전술한 周髀, **四元玉鑑**을 언급하였으나, **四元玉鑑**의 四元術은 완전히 배제하고 있다. 이어서 그는 句股論說에 정의와 句股術의 기본 법칙을 12 항목으로 포함하고 있다. "橫曰句 直曰股 斜之爲弦"으로 정의하고 楊輝의 和 較 계열을 정의하고 九章과 周髀에 들어있는 공식들을 나열한다. 이 후에 三較, 즉 弦和較, 弦較較, 三和, 즉 弦和和, 弦較和 등에 대한 공식, 예를 들면 $c^2-(b-a)^2=\{c-(b-a)\}\{c+(b-a)\}$ 등과 같은 것을 모두 포함하였다. 다항식의 인수분해에 대한 개념이 없는 것을 잘 나타내고 있다. 또 후에 언급하겠지만 "句較和", 즉 句와 股弦較의 합, 즉 $a+(c-b)$가 弦較較 $c-(b-a)$와 같다는 것과 같은 것을 모두 6 항목을 넣어 놓았는데 이도 다항식의 연산에 익숙하지 않은 것을 나타내고 있다. 四元術을 사용하면 당연한 것들인데 이를 언급하고 있고, 그 밖에 이와 같은 당연한 등식들을 나열하고 마지막에 "變而通之神而明之存乎 其人焉"이라 언급하고 있는 것을 보면 四元術을 통한 代數化가 얼마나 중요한지 알 수 있다. 이어서 顧應祥은 上, 下 두 권으로 나누어 句股術과 **海島算經**의 문제를 모두 39 項目으로 나누어 정리하고 각 경우에 예를 들어 문제를 해결하였다. 楊輝의 **九章算術**의 句股術의 분류는 모두 포함하고, 句와 股의 문제의 대칭성을 하나로 묶지 않고 따로 분류하였다. 예를 들면 句與股弦較求股弦, 股與句弦較求句弦과 같은 것이다. 楊輝와 마찬가지로 여러 가지 방법으로 풀이가 있는 경우 모두 다항식의 연산에 의하여 동치인 것들이다. 제10항부터 제17항까지는 모두 三和 三較 계열에 대한 것들인데 이는 모두 간단히 二較, 二和로 변형하여 이들 문제로 해결하는 것들이다. 九章에서는 句弦較與股弦較求句股弦만 취급하였는데 句弦和與股弦和求句股弦을 제19항으로 포함하고 있다. 넓이가 주어진 경우는 전술한 王文素의 것과 일치하는 경우를 취급하고 있다. 현재 닮은 삼각형을 이용한 문제에 해당되는 것을 楊輝는 모두 마지막 항목으로 정리하였는데 顧應祥은 이들을 세분화하고, 또 **海島算經**의 문제를 測望 항으로 세분화한 것과 마지막으로 전술한 九章 제14問의 비례 문제를 더하여 下卷에 정리하였다. 실제로 九章의 문제에서 크게 진전된 것은 없고, 楊輝의 **續古摘奇算法**에 도입된 제곱근의 근사값 구하는 방법과 이 방법으로 풀어진 해의 원래 제곱을 구하는 환원 문제를 자세히 설명한 것과 2차방정식의 근과 계수 관계를 적절히 사용한 것이 특징이라 할 수 있고, 당시 句股術을 완벽하게 분류한 算書이다. 한편 顧應祥은 그의 잘 정리된 句股術에 바탕을 두고

測圓海鏡分類釋術(Ce yuan hai jing fen lei shi shu, 1550)을 저술하였다. 전술한 대로 天元術을 완전히 배제한 채 內接圓의 지름과 傍接圓의 지름이 三和, 三較로 나타나는 것과 근과 계수의 관계를 사용하여 구하는 圓의 지름을 구하였다. 예를 들어 **測圓海鏡** 第2問을

$2a(c-a)=b^2-(c-a)^2=(a+b-c)(c+b-a),\ (c+b-a)-(a+b-c)=2(c-a),$

즉 弦和較와 $-$(弦較和)를 두 근으로 하는 2차방정식의 근으로 弦和較, 즉 내접원의 지름을 구할 수 있음을 보이고 있다. 이는 顧應祥이 天元術을 사용하지 않고도 **測圓海鏡**의 문제를 해결할 수 있음을 보인 것으로 매우 큰 의미가 있지만 天元術을 통한 代數化의 길을 막은 것은 틀림없다. 顧應祥은 분류는 정확하게 하였지만 모든 항목의 명제가 성립하는 이유에 대하여 전혀 언급하지 않고 있다.

위에서 든 明代의 算書가 朝鮮에 들어온 흔적은 전혀 찾을 수 없다. 그러나 程大位의 **算法統宗**은 崔錫鼎(1646～1715)이 그의 **九數略**에 참고도서로 인용하고 있는 것으로 보아 朝鮮에 들어와 있었음을 알 수 있는 明代의 算書이다. 그의 句股術은 顧應祥의 句股術을 넘지 못하고 있다. 그는 "横濶謂之句 直長謂之股 兩隅斜去爲之弦"이라 하여 다시 句를 짧은 변 濶, 股를 긴 변 長으로 정의하고 顧應祥의 **句股算術**의 句股論說을 그대로 인용하고, 그의 여러 항목들에 대한 口訣을 첨가하고 나머지는 모두 顧應祥 수준의 문제만 취급하고 있다. 오히려 九章의 第14, 21問과 같은 문제는 삭제되었다. 따라서 **九章算術**이 失傳된 상태에서 楊輝의 **詳解九章算法**과 위에서 언급한 明代의 산서가 조선에 들어오지 않고, 다만 程大位의 **算法統宗**만 참고할 수 있어서 九章의 第14, 21問은 18세기 초 朝鮮에서는 전혀 취급되지 않게 되었다.

1583년 Matteo Ricci(利瑪竇, 1552～1610)가 중국 廣東에 도착하고, 1595년 南京에 들어 온 후 많은 예수회 신부들이 천문 역법과 서양 수학을 중국에 들여와 그들이 많은 算書를 출판한 것은 잘 알려져 있다([8]). 특히 Ricci와 徐光啓는 Euclid의 **幾何原本** 처음 6권을 번역하여 1607년에 출판하게 되어 論證幾何가 제자리를 차지하고, 또 명제에 대한 증명이 따르는 算學이 시작되었다. 句股術도 당연히 論證幾何의 일부분이 될 수밖에 없게 되었다. 특히 닮은 삼각형의 성질을 사용하는 九章의 마지막 세 문제와 **海島算經**에 들어 있는 문제는 모두 測量에 관계되는 것이므로 이에 대한 논증기하적 접근이 대두되었다. 이 문제를 집중적으로 취급한 算書인 徐光啓의 **測量法義**(Ce liang fa yi, 1608), **測量異同**(1608), **句股義**에 대하여 조사한다. 徐光啓는 전통적 중국 산학에서 문제 해결하는 방법인 "法"과 그의 논리적 근거인 "義"를 대비하여 "義"를 강조하고 있다. **測量法義**의 서문에서 "*法而系之義也*"라 하고 **幾何原本**이 출판된 후 "至是以後能傳其義也是法也與周髀九章之句股測望異乎 不異也 不異何貴焉 *亦貴其義也*"라 하여 논증의 중요성을 강조하고 있다. **測量法義**에서 취급한 句股術은 모두 九章과 **海島算經**에서 취급한 것들이다. 다만 그는 **幾何原本**에서 다룬 平行線, 닮은 三角形의 성질들을 사용하여 그들의 방법에 대한 논증을 첨가하고 있다. 이어서 **測量異同**에서는 **測量法義**에서 취급한 내용과 九章의 마지막 세 문항과 **海島算經**의 방법을 비교하

기 위하여 6 문항을 택하여 同法同論, 즉 이들이 일치함을 증명하였다. 한편 **測量法義**의 내용은 논증 부분을 제외하고 그대로 **同文算指**에 인용되는데 이는 조선에 들어와 崔錫鼎이 그의 **九數略**에 재인용하여, 논증을 포함한 **測量法義** 대신에 **同文算指**를 연구하게 되었다. 그는 이 문제를 다루면서 닮은 삼각형의 성질 대신에 전술한 楊輝의 **續古摘奇算法**에 들어 있는 楊輝의 증명을 참조하여 이를 이해하려고 한 것으로 보인다([8]). **測量法義**는 較, 和를 사용하여 세 변을 구하는 문제는 다루지 않는데 이 문제들에 대한 논리적 근거를 취급한 算書가 **句股義**이다. 그는 이 문제에 대하여도 "舊九章中亦有之*第能言其法 不能言其義也*"라 하여 九章이 다만 문제 해결 방법만 취급한 것으로 이해하고 있다. 孫元化(Sun Yuan Hua, ?～1633)가 모은 句股術에 대한 15 항목을 차례로 그 이유를 그림을 그려서 밝히고 있다. 항목을 나타내는 방법은 程大位의 방법과 일치한다. 예를 들어 第8題의 제목은 "句股較求股求句"인데, 求股求句에 弦이 빠진 것으로 弦이 조건으로 주어진 것을 뜻하고 있다. 또 **幾何原本**에서 인용하는 이론적 배경을 注 형태로 나타내어 **幾何原本**을 참고하게 하였다. 증명을 제외하고 다루는 문제는 전혀 새로운 것은 없다. 증명도 실제로 다항식의 연산에 관한 것들이다. **四元玉鑑**에 들어 있는 四元自乘演段之圖, 五和自乘演段之圖, 五較自乘演段之圖와 같이 서로 다른 길이를 가지는 선분으로 a, b, c를 나타내고 그들의 곱을 사각형의 넓이로 나타내는 방법으로 이는 다항식의 연산을 설명한 것이다. 이와 같은 방법은 **九章算術**에 이미 사용되었으나 실전되고, **周髀算經**에도 들어 있는 것은 잘 알려져 있다([7]). 天元術을 사용하는 경우는 방정식은 정확하게 구성되지만 근을 구해야 한다. 그러나 사각형의 넓이를 사용하면 두 변의 곱으로 그 넓이가 주어지므로 두 변으로 그 넓이의 인수분해를 한 것이므로 매우 쉽게 문제를 해결할 수 있어서 代數化의 방법 보다 문제 해결에서는 한결 좋은 방법이라 할 수 있다. 구하는 방정식이 3차 이상이면 그림으로 나타내는 것은 매우 번거롭고, 실제로 4차 이상이면 불가능하다. **輯古算經**의 문제를 후에 天元術이나 借根方을 사용하여 쉽게 문제를 해결할 수 있는 것을 보면 쉽게 알 수 있다([7]). **幾何原本**에 기초를 두고 句股術에 대한 증명을 포함한 **句股義**는 중국 산학에 큰 영향을 끼친 것은 틀림없다. 이후의 모든 句股術은 이 방법을 그대로 답습하고 있다.

서양 수학과 중국 수학을 함께 연구한 산학자로 가장 유명한 梅文鼎은 1702년에 60권으로 이루어진 **歷算全書**(Li xuan quan shu)라는 대작을 편찬하여 康熙(Kang Xi)에게 증정하였다. **歷算全書** 제46-49권으로 **句股闡微** 네 권이 포함되어 있다. 1권 **句股正義**는 梅文鼎의 제자 楊作枚의 저술을 그대로 사용한 것이다. 후에 梅文鼎의 손자 梅瑴成은 **句股闡微** 네 권에서 1권을 삭제하고 2권 句股積求句股弦 句股積與弦較求諸數, 3권 句股法解幾何原本之根 4권 幾何增解를 재정리하고 또 새로운 문제를 첨가하여 **梅氏叢書輯要**(1759)의 제18, 19권 **句股擧隅**, **幾何通解**로 출판하였다.

楊作枚의 1권에서 그는 17 항목으로 나누어 句股術을 정리하였다. 전술한 句股術과 다른 점은 句와 股의 대칭성을 인지하여 항목은 나누어 놓았지만 "法同"이라 하여 더

이상 다루지 않았다. 句股術의 문제 해결 방법은 "法曰", 그 증명은 "論曰"로 시작하였고, 여러 방법이 있는 경우 이를 나누어 들고 있다. Pythagoras 정리의 증명도 포함하고 있는데 劉徽의 相補法과 같은 방법으로 증명하였다. 그 밖의 증명은 전술한 **句股義**와 마찬가지로 넓이를 이용한 다항식의 연산에 대한 것들이다. 楊作枚는 닮은 삼각형의 조건과 그 성질을 사용하고 있는데, 닮은 삼각형을 同式이라 하지 않고 相似라는 단어를 사용하고 있다. 한편 근과 계수의 관계를 長闊相差法, 長闊相和法으로 도입하고 이를 사용하였다. 예를 들면 第1題 句股求弦에서 전통적인 $c=\sqrt{a^2+b^2}$ 이외에 $c=\sqrt{(b-a)^2+2ab}$ 와 함께, $(c-a)(c+a)=b^2$, $(c+a)-(c-a)=2a$를 이용하여 방정식 $x^2+2ax-b^2=0$의 해로 $c-a$를 구한 후 $c=(c-a)+a$로 구하는 것도 포함시키고 있는데, 이는 다른 항목에서도 가능한 모든 경우에 포함시키고 있다. 전술한 句股術에 포함되지 않은 항목은 句股較, 句弦較가 주어진 경우와 句股和, 句弦和가 주어진 경우에 세 변을 구하는 것이다. 물론 句를 股로 대치한 경우도 항목으로 넣고 있다. 전자의 경우 바로 股弦較가 얻어지므로 전술한 방법으로 구하는 경우와 함께,

$$(c-a)^2-(b-a)^2=a\{a-2(c-b)\},\ a-\{a-2(c-b)\}=2(c-b)$$

를 이용하여 2차방정식을 구성하여 a를 구하는 방법을 함께 넣어 놓았다. 이 경우에 a를 天元$(=x)$으로 놓으면 $b=x+\alpha, c=x+\beta$ (α,β는 각각 주어진 句股較, 句弦較)를 이용하여 **算學啓蒙**의 풀이와 같이 하면 같은 방정식을 얻을 수 있다. 위의 前式을 복잡한 그림을 통하여 증명한 것과 비교하면 天元術이 매우 유용함을 쉽게 알 수 있다. 句股和와 句弦和가 주어진 경우도 마찬가지로 풀었다. 餘句, 餘股의 문제, 넓이가 주어진 문제, 垂線의 문제, 일반삼각형의 내접원, 내접사각형, 측량문제를 모두 句股之變이라는 항목으로 모두 14 항목으로 나누어 다루었다. 넓이가 주어진 경우에는 句股較, 句股和가 주어진 경우만 취급하였다. 원에서 원주각, 접선 등의 성질을 이용하여 문제를 해결하였다. 또 測量 문제에서 句股測高의 경우 測遠, 測廣, 測深 모두를 同法으로 정리하고, 마지막 항목인 **海島算經**의 重差를 사용한 句股重測高遠의 경우도 測廣, 測深을 同法으로 정리한 것은 顧應祥보다 楊作枚가 구조적으로 이들을 이해하고 있음을 보이는 것이다. 그는 모든 경우를 정리하면서 句較較, 句和較, 句較和와 대응되는 股 계열을 정의하였는데, 이는 두 번째 較, 和는 弦과 股의 差와 合을 뜻하고 마지막 較와 和는 句와 두 번째의 값과의 差와 합을 뜻하는 것으로, 이는 顧應祥이 언급한 대로 弦和較, 弦較和, 弦較較이다. 닮은 삼각형의 이론은 **句股義**의 것보다 더 자세하게 취급되고, 근과 계수의 관계를 정확하게 이해하고 있는 것을 알 수 있다. 2권에서 특징적인 내용은 넓이와 三較, 三和를 주고 세 변을 구하는 문제들이다. 이 때 사용한 도구는 다음과 같다.

$$c^2-(b-a)^2=2ab,\ (a+b)^2-c^2=2ab;$$

$$2(b-a)(c-b+a)=2ab-(c-b+a)^2,\quad 2(b-a)(c+b-a)=(c+b-a)^2-2ab;$$

$$2(a+b)(a+b-c)^2=(a+b-c)^2+2ab,\ 2(a+b)(a+b+c)=(a+b+c)^2+2ab;$$

$$2c(c-b+a)=2ab+(c-b+a)^2,\ 2c(c+b-a)=2ab+(c+b-a)^2;$$
$$2c(a+b-c)=2ab-(a+b-c)^2,\ 2c(a+b+c)=(a+b+c)^2-2ab$$

등이다. 첫째 항목은 顧應祥이 언급한 대로 因數分解하여 三和, 三較로 사용하고, 그 나머지는 주어진 조건으로 나누어 句股較, 句股和, 弦 등을 구할 수 있는 방법으로 이를 이용하여 세 변을 구하는 것이다. 이들 등식에 대한 증명을 모두 포함시켜서 각 경우에 4가지 방법을 구성하였는데 簡法이라는 네 번째 방법은 첫 번째 방법에서 弦較和와 弦較較, 弦和和, 弦和較의 관계를 넓이를 통하여 나타내는 것으로 한 쪽에서 다른 쪽을 구할 수 있음을 뜻하는데, 이들의 半에 대한 공식, 즉 번분수로 표시한 것을 簡法이라고 하였다. 容方, 즉 내접정사각형을 구하는 문제에서 鮑燕翌(Bao Yan Yi)이라는 사람의 방법을 소개하고 있다. 직각삼각형의 股와 弦의 연장선으로 새로운 직각삼각형을 만들어, 이 삼각형의 句와 두 삼각형의 股의 差가 같아지는 삼각형을 구하는 문제이다. 그 길이를 x라 하면 $ab=bx-ax$가 되어 $x=\dfrac{ab}{b-a}$를 구할 수 있는데, 이를 $\dfrac{b}{\frac{b}{a}-1}=\dfrac{a}{1-\frac{a}{b}}$로 구하는 방법이다. 또 容方의 길이도 $\dfrac{ab}{a+b}=\dfrac{b}{\frac{b}{a}+1}$로 구할 수 있음을 포함하고 있는데, 이들 모두 번분수에 대한 이해가 부족한 데서 일어나는 현상으로 볼 수 있다. 이 밖에도 흥미 있는 기하 문제를 포함하고 있다. 3권은 **幾何原本**의 문제를 택하여 해설한 것이고, 4권도 기하 문제, 특히 원과 삼각형의 문제를 다루고 있고, 句股測遠과 重測 두 항목은 전술한 句股測高, 句股重測高遠에 대한 자세한 증명도 다시 포함하였다.

梅瑴成이 재정리한 전술한 **句股擧隅**를 알아보자. 우선 梅瑴成은 그의 서문에서 句股의 역사를 **周髀算經**에서 언급된 偃矩, 覆矩, 臥矩를 사용하여 높이(望高), 깊이(測深), 거리(知遠)를 측정할 수 있다는 사실과, 劉徽, 祖冲之(Zu Chong Zhi)가 割圓術을 사용하여 密率을 얻어낸 것을 언급하고, "西人六宗以求八線 可謂*精義入神矣*"라 하여 삼각함수를 통한 문제 해결을 매우 높이 평가하였다. 句, 股, 弦과 넓이를 四端이라 하고 이중에 둘을 알면 나머지를 구할 수 있다고 하고, 和, 較 계열까지 확장하여 이를 相求라 하였다. 그 내용은 전술한 **句股闡微**의 내용과 함께 句股較弦和和求諸數와 句股較弦和較求諸數 두 항목을 첨가하였다. 前者는

$$(a+b+c)-(b-a)=2a+c,\ (2a+c)^2-(b-a)^2=2a(2a+2c+b),$$
$$a+(2a+2c+b)=2(a+b+c)-(b-a)$$

를 사용하여 句 a를 해로 가지는 2차방정식을 구성하였다. 또 다른 방법으로

$$2(a+c)(b+c)=(a+b+c)^2,\ (b+c)-(a+c)=b-a$$

를 사용하여 句弦和를 해로 가지는 2차방정식을 구성하였다. 後者의 경우는 위의 또 다른 방법과 같은 방법으로 방정식을 구성하였다. 물론 위의 등식들은 다항식의 연산으로 증명된 것이 아니고 예의 넓이를 이용하여 증명하였다. 또, 測遠과 重測의 경우

역시 程大位의 **算法統宗**에서 언급한 九章과 **海島算經**에 대한 李淳風(Li Chun Feng), 楊輝의 圖解를 말하고, **孫子算經**(Sun Zi suan jing)의 度影量竿之術을 언급하였다. **句股闡微**에서는 예제를 넣지 않고 있는데, 梅瑴成은 程大位의 **算法統宗**의 度影量竿, 隔水量高의 예를 그대로 인용하여 설명하고 있다.

위의 결과들은 淸 초기 산학자들에 의하여 연구되었다. 예를 들면 方中通(1634~1698)의 **數度衍**(1661)에 그대로 나타난다. **數度衍**은 모두 26卷으로 이루어진 방대한 算書이다. 그는 句股와 測量을 6卷, 7卷으로 나누었다. 句股章은 趙爽(Zhao Shuang)의 周髀句股圓方圖와 함께 그의 注를 그대로 인용하는 것으로 시작하였다. 方中通은 句와 股의 대칭성을 "通曰 *句股可互換* 然必以長者爲股 短者爲股也"라 하여 이를 인지하고 있음을 나타내었다. 徐光啓의 **句股義**에 들어있는 증명을 그대로 인용하였다. 또 句較較, 句和較, 句較和에 해당되는 문제를 따로 항목으로 설정하였다. 그는 三和, 三較와의 관계를 알고 있었는데 이를 구별하여 놓았다. 測量은 容方의 문제로 시작하여 徐光啓의 **測量法義**와 **測量異同**의 내용을 그대로 인용하고 있다.

한편 淸初 杜知耕은 1681년 **數學鑰**을 저술하였는데, 이 算書도 위의 方中通의 **數度衍**과 같이 서양수학의 영향을 받아 그림을 통한 증명을 포함하고 있다. 제6권이 句股인데, 그는 측량까지 포함하여 모두 40 항목으로 나누어 句股術을 정리하였다. 그는 전술한 算書에서 중간 과정으로 사용된 等式을 따로 항목으로 넣고 있다. 예를 들어 $c^2-(b-a)^2=2ab$를 "第五則 弦及句股較求句股積"으로 넣고 있다. 또 第21-23則은 모두 "相連"으로 시작되는 것인데, **九章算術**의 第5問의 문제를 句股, 股弦, 句弦으로 나누어 그 나머지 변을 구하는 문제이다. 第27則은 西法 句股形求容方二法인데 이는 弦과 弦에 내린 垂線의 길이를 주고, 弦에 한 변을 가지는 내접 정사각형을 구하는 문제이다. **幾何原本**에 들어 있는 닮은 삼각형을 사용하여 해결하였다. 가장 특이한 것은 마지막 제40則 測遠之遠인데 이는 직각삼각형이 아니고 일반 삼각형의 닮은꼴을 사용하여 구하는 것이다. 그 나머지는 모두 전술한 내용에서 벗어나지 않고 있다.

위의 내용들은 모두 정리되어 **數理精蘊** 下編 제12, 13권에 들어있다. 특히 세 변에 관한 문제는 12권부터 시작하여 13권까지 句股弦和較相求法으로 들어 있다. 相求法으로 모두 60 항목을 들었는데, 이 중에는 넓이에 관한 조건은 들어 있지 않다. 특이한 것은 三和, 三較에 대한 전통적 용어를 사용하지 않고, 예를 들어 弦較較를 "弦與句股較之較"와 같이 나타내고 있다. 이들에 관한 것을 모두 45개의 예제를 들어 설명하고 있는데, 모든 경우에 전술한 넓이를 이용한 도형을 이용한 증명을 포함하고 있다. 근과 계수를 사용한 방정식도 넓이를 이용하여 구성하였다. 句와 股의 대칭성, 즉 互換性은 전혀 생각하지 않고, 같은 방법으로 풀 수 있는 문제를 함께 포함하고 있다. 넓이를 조건으로 가지는 문제는 따로 句股積與句股弦和較相求法으로 마지막에 넣었는데 이는 전통적인 경우와, 전술한 **句股闡微** 2권과 그를 재정리한 **句股擧隅**에 들어 있는 경우, 즉 넓이와 三和, 三較가 주어진 경우만 취급하고 있다. 세 변의 비가 3 : 4 : 5인 직각삼각형을 正句股라 하는데 이 경우에 대하여 위에서 취급한 종류의 문제를 넣고

있다. 이는 九章의 第14, 21問의 변형으로 王文素가 취급한 문제에 비하면 별로 의미가 없는 것이다.

한편 測量의 문제는 第18卷 測量에 句股測量으로 들어 있다. 전술한 방법과 다른 것은 없다.

이상에서 明과 淸 초기의 句股術을 조사하였는데 論證을 포함하고 있다는 것을 제외하고 취급된 문제로 보면 **九章算術**, **周髀算經**에서 크게 벗어나지 못하고 있다. 특히 天元術, 四元術을 통한 代數化에 대한 연구는 전혀 이루어지지 못하고, 넓이를 통한 다항식의 연산을 통하여 문제를 해결하였기 때문에 많은 제약을 받고 있음을 알 수 있다. 따라서, 7세기 唐代의 王孝通이 **輯古算經**에서 넓이를 포함한 두 변의 곱이 조건으로 주어진 경우에 대한 句股術은 전혀 취급되지 못하고 있음을 알 수 있다.

2. 洪正夏의 句股術

조선 시대 算書를 남긴 中人 算學者는 **默思集算法**의 저자 慶善徵(1616～?), **算術管見**, **借根方蒙求**, **翼算**의 저자 李尙爀(1810～?)과 함께 九一集의 저자 洪正夏(1684～?) 등 세 사람이 있다. 이들 중에 李尙爀의 저서는 특정한 분야에 대한 算書이고, 慶善徵은 셈법부터 시작하여 방정식까지 취급하였다. 天元術은 전혀 사용하지 않고, 增乘開方法을 사용하지 않고 있다. 地卷의 測量高遠門의 9問에서 孫子의 度影量竿부터 劉徽의 **海島算經** 문제까지 증명 없이 취급하였다. 人卷의 和取互該門에서 句弦和, 股弦和에 대한 한 개의 1차식을 주고 句, 股, 弦을 구하는 문제를 모두 네 문제 취급하고 있는데, 이는 正句股의 문제로 **算學啓蒙**의 句股術의 문제와 전혀 상관이 없는 것이고, 그 다음에 句, 股를 주고 弦을 구하는 문제를 첨가하였다. 마지막 章인 開方解隱門의 第30-34問에서 句, 股, 弦 세 변 중에 두 변을 주고 나머지 한 변을 구하는 문제를 다루고 있다. 그는 당시의 句股術을 제대로 사용하지 못하고 있다. 한 가지 흥미 있는 것은 전술한 楊作枚의 $c=\sqrt{(b-a)^2+2ab}$ 대신에 $c=\sqrt{(b+a)^2-2ab}$ 를 사용하여 弦을 구하는 방법을 사용하였다.

17세기의 **默思集算法**에 비하여 洪正夏의 **九一集**은 모든 면에서 장족의 발전을 보인 算書이다. **九一集**도 **默思集算法**과 같이 天, 地, 人 세 권, 20門으로 이루어져 있는데 이 중에 開方各術門은 上, 中, 下 세 권으로 이루어지고 마지막에 雜錄을 첨가하였다. 산학 전반에 걸쳐 정리한 조선의 算書로 가장 수학적 구조를 잘 나타낸 산서이다.

그의 句股術은 地卷 卷之五의 句股互隱門 78問, 望海島術門 6問에 나타난다. 望海島術門은 예의 測高, 重測 문제로 전술한 내용과 완전히 일치한다. 그는 증명에 관한 언급은 전혀 하지 않았다.

句股互隱門에 대하여 자세히 알아보자. 모두 78問으로 되어 있는데, 이중에 같은 종류의 문제는 第5, 8, 9問 세 문제로 이는 모두 句와 股弦較를 주고 第5問은 股, 弦, 第

8問은 九章 第10問인데 그는 弦을 구하지 않고 股를 구하였고, 第9問은 九章 第9問으로 弦을 구하는 문제이다. 세 변에 관한 문제 68問 중에 九章 문제 형태를 가지는 것은 이 세 문제와 第10問 네 문제뿐이고, 그 나머지는 모두 숫자를 조건으로 주고 있다. 그는 和 계열인 句股和, 句弦和, 股弦和는 사용하고 있는데, 較 계열은 사용하지 않고 이를 句股差나 弦多句27尺(第6問), 또는 股弦較를 다만 股較(第5問) 등으로 사용하였다. 또 三和 계열은 거의 사용하지 않고, 第14-16問에서는 弦和較를 弦較較로 잘못 사용하고, 第33問과 雜錄에서 弦和較를 제대로 사용한 예만 있고, 그 나머지는 전혀 사용하지 않고 있다. 그 이유는 알 수 없지만, 그가 中人이기 때문에 중국에서 유입된 算書를 접촉할 기회가 매우 적었을 가능성이 있다. 특히 雜錄에 들어 있는 1713년 何國柱(He Guo Zhu)와의 대화록에 **幾何原本**, **測量全儀**(= **測量全義**), 삼각함수, 八線表(=삼각함수표) 등을 何國柱가 언급하였는데 이에 대한 정보를 洪正夏는 전혀 가지고 있지 않음을 나타내고 있다. 洪正夏와 비슷한 시기의 崔錫鼎이 전술한 대로 **九章算術**, **算法統宗**, **同文算指** 등을 참고한 것과 비교가 된다([8]). 따라서, 그는 **算法統宗**도 보지 못한 것으로 추정된다.

문제의 구조를 조사하기 위하여 우리는 句股術의 해법을 세 가지 유형으로 나누기로 한다. 즉 九章과 周髀에서 시작된 전통적 방법, 즉 넓이를 이용한 다항식의 연산 형태를 사용한 해법과, 근과 계수의 관계를 이용한 2차방정식을 통한 해법과, 天元術을 이용한 방정식의 구성을 통한 해법으로 나누어 조사한다.

第1-16問은 모두 전통적 방법으로 해결하였다. 이는 전술한 모든 산서에 들어 있는 방법이다. 흥미 있는 것은 第5問에서 등식 $a^2-(c-b)^2=2b(c-b)$를 사용하여 b를 구하는 방법을 먼저 들고, 등식 $a^2=(c+b)(c-b)$을 통하여 $c+b$를 구하여, b, c를 구한 것을 다른 방법으로 들고 있다. 물론 전자는 바로 b를 구할 수 있지만, c를 구하려면 제곱근을 구하여야 하고, 후자는 제곱근을 구하지 않고 두 변을 구할 수 있다. 흔히 후자의 방법을 사용하는데, 이를 위한 증명에 c를 한 변으로 하는 정사각형 속에 b와 $c-b$를 한 변으로 하는 정사각형들로 나누어 보면 전자는 바로 보이지만, 후자는 $b, c-b$를 두 변으로 하는 직사각형을 붙여야 보이는 것이다. 따라서 다항식의 연산과 인수분해에 익숙한 현대적 방법으로 후자가 더 좋은 방법이지만 당시의 算學者들에게는 전자가 이해하기 쉬운 방법이었다. 第6問은 第5問에서 句와 股를 互換한 문제이다.

第17-19問은 근과 계수의 방법으로 문제를 해결하였다. 다만 第7問($c, b-a \Rightarrow a, b$)은 전통적인 방법으로 해결한 후, $c^2-(b-a)^2=2ab$를 이용하여 ab를 구하고 $a, -b$를 근으로 가지는 2차방정식을 구하는 것이 보통인데, 그는 $2ab$를 사용하기 위하여 2를 곱하여 방정식 $2x^2+2(b-a)x-2ab=0$을 구성하고 있다. 이도 洪正夏의 방정식에 대한 높은 이해를 나타낸 것이다.

第20-25問은 쉽게 第17-19問으로 변형할 수 있는 문제들이므로, 第17-25問은 모두 근과 계수의 방법으로 해결한 문항들이다. 第17問은 바로 **算學啓蒙**의 문제로 그는 전통적인 방법으로 해결하고, 또

$(a+c)^2+(b+c)^2=c(3c+2a+2b),\ 2\{(a+c)+(b+c)\}=c+(3c+2a+2b)$
를 이용하여 c를 근으로 가지는 2차방정식을 구성하여 해결하였다. 전식은 사각형의 넓이를 이용하여 간단히 증명된다. 물론 **算學啓蒙**에서 천원술을 사용하여 구성한 방정식과 같은 것이다. 나머지 문제들도 이와 같이 하여 방정식을 구성하였다.

第26-68問은 두 변의 곱이나 나눗셈이 조건에 들어 있는 문제들이다. 이 경우에 넓이 $\frac{ab}{2}$를 조건으로 주고 있지만 우리는 편의상 ab를 조건으로 준 것으로 상정하여 논의를 전개하기로 한다. 이 중에서 第26, 27, 30, 33問이 전통적으로 취급되었던 문제, 즉 조건이 ab와 $c, b-a, b+a, a+b+c$ 등으로, 전술한 방법으로 해결할 수 있는 문제이고, 그 나머지는 모두 洪正夏가 최초로 시도한 문제들이다. 흥미 있는 해법으로 ab, c를 조건으로 준 第26問을 그는 $b-a$를 구하여 근과 계수의 방법을 사용한 전통적인 방법과 함께, $c^2=a^2+b^2$을 이용하여 a^2, b^2을 근으로 가지는 2차방정식 $x^2-c^2x+a^2b^2=0$을 구성하여 a, b를 구하였다. 그의 독창성을 나타내는 좋은 예이다.

第28, 29問은 **緝古算經**의 第14, 15問과 같은 종류의 문제, 즉 곱과 句弦較, 股弦較가 주어진 문제들로 天元術로 해결하였다([7]). 第31, 32問도 위의 문제에서 較를 모두 和로 변형하여 구성한 문제들이다. 第33問은 곱과 弦和和가 주어진 문제인데, 洪正夏는 내접원의 지름이 $\frac{2ab}{a+b+c}=a+b-c$인 것을 이용하여 弦和較를 구하여 弦和和와 함께 간단히 세 변을 구하는 방법을 사용하고, 제2방법으로 전술한 **句股闡微** 2권의 마지막 방법을 사용하여 弦을 구하였다. **句股闡微**에서는 句股和를 구하여 해결하는 방법도 함께 들었으나, 洪正夏는 위의 두 방법만 사용하였다. 그러나 전자의 방법이 가장 간단한 방법인 것은 명백하다. **句股闡微**와 달리 三和, 三較의 문제 가운데 이 문제만 취급하고 나머지는 다루지 않았다. 물론 위의 전자의 방법으로 弦和較가 주어진 경우도 같은 방법으로 해결되는데 이를 생략하였을 수도 있다.

第34-39問은 곱이 두 가지로 주어진 경우, 즉
$ab,\ ac;\ ab,\ bc;\ ac,\ bc;\ ab$와 $(c-a)(c+a), (c-b)(c+b), (b+a)(b-a)$ 등으로 주어진 경우인데, 第34問은 $a^2c^2-a^2b^2=a^4$을 사용하여 해결하였는데 이 경우 因數分解를 이용하여 등식을 얻었을 가능성이 있다. 왜냐하면 넓이를 이용하여 이 등식을 증명할 수 있는 가능성이 없기 때문이다. 마지막 세 문제는 모두 b^2, a^2, b^2-a^2 등이 주어진 것이므로 第37, 38問은 간단하고, 第39問은 第26問과 같이 a^2이나 b^2을 근으로 가지는 2차방정식으로 해결하지 않고, 天元術을 통하여 句에 대한 4차방정식을 구성하였다.

第40-45問은 넓이와 두 변의 나눗셈이 주어진 경우로 분수식 $ab\times\frac{b}{a}=b^2,\ \frac{ab}{\frac{b}{a}}=a^2$ 등을 사용하여 第40問을 해결하고, 第41問은 전자의 句와 股를 互換한 문제이다. 한편 第42問($ab, \frac{c}{a}\Rightarrow a, b, c$)은 天元術을 사용하여 句에 대한 방정식을 구성하는 방법과

$\left\{\left(\frac{c}{a}\right)^2-1\right\}(ab)^2=b^4$을 이용하여 股를 구하였다. 第43問 역시 전자의 句와 股를 互換한 문제이다. 第44, 45問도 분수식의 성질을 사용하여 第35, 34問으로 변형하여 해결하였다. 이로 보아 洪正夏는 분수식의 연산에도 매우 능하였음을 추정할 수 있다.

第46-51問은 다시 **輯古算經**의 문제 유형으로 모두 천원술을 이용하여 방정식을 구성하였다. 第46問은 **輯古算經** 第18問의 유형으로 洪正夏는 天元術로 b^2를 근으로 가지는 방정식을 구하여 문제를 해결하였지만 이 문제도 第26問과 같이 근과 계수를 사용하여 방정식을 구성할 수 있다. 第46問 이전에는 句와 股의 대칭성이 있는 경우 두 문제를 나란히 늘어놓고 있다. 그러나 第46問(a, $bc \Rightarrow b$, c)에서 "若問股若干句乘弦若干之法亦倣此 先得句冪也"라 하여 같은 방법으로 句와 股를 호환한 문제를 해결할 수 있다고 하고, 이 후의 문제들에 같은 언급으로 문제의 수를 줄여놓았다. 그가 문제에 대한 구조적 접근을 하고 있음을 보여주는 대목이다. 第46問의 句股 互換 문제가 **輯古算經** 第19問이다. 第47問($b-a=\alpha$, $ac=\beta \Rightarrow a$, b, c)의 해를 구하는 과정을 천원술의 방법으로 설명하여 보자. a를 天元($=x$)이라 하면 $b=x+\alpha$, $c=\frac{\beta}{x}$이다. 이 때 모든 항을 다항식으로 만들기 위하여 $ax=a^2$, $bx=x^2+\alpha x$, $cx=\beta$를 생각한다. 다항식 $(ax)^2+(bx)^2=x^4+x^4+2\alpha x^3+\alpha^2x^2$을 천원술을 사용하여 계산하여 左에 둔다. 한편 $(cx)^2=\beta^2$이고 이를 위에 둔 좌식과 相消하여 방정식 $2x^4+2\alpha x^3+\alpha^2x^2-\beta^2(=0)$을 구하여 이를 풀어 句를 구한다. 천원술의 산대 표시가 번거로우므로 이를 현대 방법으로 나타낸 것이다. 第48問은 위 문제의 句股 互換 문제이다. 이 두 문제에서 1차항은 0이지만 매우 일반적인 4차방정식이 구성되었다. **輯古算經**에 나타나는 4차방정식은 모두 짝수차 항만으로 이루어진 것들이다. 第49問은 **輯古算經** 第16問의 유형이고, 第17問은 이 문제의 句股 互換 문제로 생략하였다.

第52-68問은 모두 앞에서 다룬 第26-33問에서 두 변의 곱의 조건을 두 변의 나눗셈으로 치환하여 구성한 문제들이다. 第55, 61問을 제외하고 나머지는 모두 天元術을 사용하여 방정식을 구성하여 해결하였다. 이들은 각각 분수식 $\dfrac{a+b}{\frac{b}{a}+1}=a$, $\dfrac{b-a}{\frac{b}{a}-1}=a$를 이용하여 문제를 해결하였다. 전술한 鮑燕翌과 비교가 된다.

이 문항들은 王文素의 방법으로 접근할 수 있다. 예를 들어, 第56問의 경우 $(b+c=\alpha,\ \frac{a}{b}=\beta \Rightarrow a, b, c)$를 알아보자.

洪正夏는 天元($=x$)을 b라 하여, $c=x-\alpha$, $a=\beta x$이므로 바로 2차방정식을 구성하였다. 한편 이 문제를 $a:b=\beta:1$에서, $a:b:c=\beta:1:\sqrt{1+\beta^2}$이므로, $b+c=\alpha$와, $b:b+c=1:1+\sqrt{1+\beta^2}$을 사용하여 문제를 해결할 수 있다. 2차방정식을 풀고, 이어서 나머지 변을 구하는 과정이 있지만 천원술 방법이 우리에게는 간단해 보인다.

洪正夏는 王文素의 방법은 전혀 사용하지 않고 있다. 특히, 이 문제의 群의 여러 문제에서 句股 互換에 대한 언급을 하여 문항 수를 줄이고 있다. 또 第64, 65問의 방정식은 모두 2차방정식인데 洪正夏는 增乘開方法을 사용하여 두 문제의 해를 구하는 과정을 자세히 나타내고, 또 각각 益積, 飜積이 되는 것을 보였다. 그의 增乘開方法은 완전히 현재 우리가 사용하고 있는 방법과 일치한다. 전술한 吳敬, 王文素 등이 增乘開方法을 설명하여 놓은 것과 비교하면 洪正夏의 방법만 현대적인 것이다.

마지막 第69-78問은 내접하는 사각형의 문제를 다루고 있는데, 第76問은 넓이와 餘股, 餘句를 주고 두 변을 구하는 문제로 이 역시 천원술로 방정식을 구성하고, 圭田, 梯田의 경우도 같은 방법으로 해결할 수 있다는 언급을 하였다. 그 나머지 문제는 모두 전통적인 방법을 사용하고 있다.

이상에서 洪正夏는 문제의 배열에서부터 그 해법에 이르기 까지 句股術을 완전히 구조적으로 접근하고, 또 독창적인 해법을 만들었다. 전술한 明代와 洪正夏의 **九一集**이 출판된 시기까지의 淸代의 句股術과 비교하면 그의 句股術은 가장 앞서 있다. 天元術을 사용하여 句股術의 代數化에도 성공하였다. 당시에 실전된 朱世傑의 **四元玉鑑**을 제외하면 句股術에 관한 한 洪正夏의 업적은 동양 수학에서 가장 뛰어난 것이다.

전술한 雜錄의 何國柱와의 대담에서 그는 何國柱에게 第29, 31, 47, 49問의 유형을 그에게 물었으나 천원술을 이해하지 못한 何國柱에게는 매우 충격적이었을 것임이 틀림없다. 그가 제대로 이를 이해하지 못하여서, 天元術을 사용하지 않고 해결할 수 있는 第40, 43, 35問의 유형을 이어서 설명한 것으로 보인다. 이 문제를 雜錄에 넣기 전에 "余與劉生句股法二十餘*問幷法示之*司曆持去"라 하여 何國柱가 문제와 풀이를 모두 가지고 갔다고 적었다. **曆象考成**(Li xiang kao cheng), **數理精蘊**, **律呂正義**(Lu lu zheng yi)로 이루어진 **律曆淵源**(Lu li yuan yuan, 1723)의 서문에 梅瑴成은 何國柱의 형인 何國宗(He Guo Zong, ?~1766)과 함께 彙編으로, 何國柱 자신은 校算으로 일한 것이 나타나 있다. 이를 보아 何國柱는 梅瑴成과 가까운 사이였을 가능성이 대단히 크고, 梅瑴成에게 天元術의 중요성을 전달하여, 梅瑴成으로 하여금 天元術과 借根方이 같다는 것을 인지하게 하였을 가능성은 충분히 있다고 본다.

3. 趙泰耉와 18세기 朝鮮 算學者의 句股術

이 절에서는 洪正夏의 **九一集** 이후 18세기 조선의 句股術을 조사한다.

이 중에서 가장 흥미 있는 算書는 趙泰耉(1660~1723)의 **籌書管見**(1718)이다. 趙泰耉(字 德叟, 號 素軒, 霞谷)는 우의정 趙師錫의 아들로, 1686년 문과에 급제하고, 충청도관찰사(1702), 형조참의. 대사성(1705), 우의정(1720)을 거쳐 신임사화 후에 영의정(1722)에 올랐다. 1725년 신임사화의 원흉으로 탄핵을 받고 관작이 추탈되었다. 그는 1710년 冬至使로 청나라에 다녀왔다. 그는 崔錫鼎, 南秉吉, 南秉哲 형제와 함께 양반

산학자를 대표하는 사람이다. 그의 **籌書管見**은 197쪽으로 이루어진 필사본으로, 전통적인 셈법과 함께 **同文算指**를 인용한 崔錫鼎의 **九數略**에 들어 있는 之分約法, 즉 분수 계산법을 之分論으로 재인용하고, 이어서 비례에 관한 四率法을 정리하고 나서, 九章名義부터 **九章算術**의 내용을 정리하였다. 朝鮮에서 **九章算術**을 제대로 연구한 최초의 算書가 **籌書管見**이다. 그러나 趙泰耉가 **九章算術** 原本을 연구하였는지 알 수 없다. 왜냐하면 그의 九章名義에서 다루는 문제와 용어가 **九章算術**에 들어 있는 것들과 다르기 때문이다. **楊輝算法**, **算法統宗** 등에 나타나는 용어와 문제를 많이 사용하고, 그 밖에 그 당시의 사회 현상을 나타내는 문제들을 포함하고 있다. 예를 들어 九章의 粟米章 을 **算法統宗**과 같이 粟布章이라 하고, 다음과 같은 문제도 포함하고 있다.

今有商人貸銀二白四十兩 每兩每年利息四錢五分 今至三年七箇月二十四日 問本利幷該還幾何. 이를 통하여 그가 다룬 문제와 九章의 것이 얼마나 다른지 알 수 있다.
가장 차이가 나는 것은 少廣章으로 九章과 달리 제곱근, 세제곱근을 구하는 방법만 다루고, 그 밖에 전술한 일반 2차방정식과 여러 정사각형의 넓이의 합과 변들의 관계를 주고 그 변을 구하는 **算學啓蒙**의 문제와 함께 四乘根, 五乘根을 구하는 방법까지 포함하고 있다. 이는 **九章算術**에서 시작되어 송, 원대에 이룬 방정식의 문제까지를 다룬 것이다. 그는 천원술은 사용하지 않았지만, 후술할 九章問答에서 "朱氏立天元之法"이라 하고 "然天元者少廣之演也"라 하여 **算學啓蒙**의 開方釋鎖門과 少廣을 같은 것으로 보고 있다. 그의 開方法은 增乘開方法과 같은 것이고, 또 일차 보간법도 함께 취급하였다. 商功章에는 부피 문제와 함께 堆垜術을 다루어 3차방정식의 문제를 포함하고 있다. 우리의 주제인 句股術은 모두 17 문항을 다루었는데, 이 중에 **九章算術** 형태의 문제는 모두 6개이고 그 나머지는 和, 較 계열의 용어를 사용하고 있다. 모두 초보적인 문제들로 洪正夏의 第1群에 속하는 것만 취급하고 있다. 마지막으로 測高, 重測 문제를 포함하고 있는데, 測高 문제는 楊輝의 증명 방법과 함께 이를 三角形의 닮음을 사용하여 설명하고 이는 異乘同除에 의하여 楊輝의 이론과 일치함을 설명하였다. 그는 닮은 삼각형을 相似라는 용어를 사용하였다. 한편 楊輝의 방법을 내접하는 사각형의 餘句, 餘股의 문제로 해결할 수 있음도 보였다. 重測, 즉 **海島算經**의 문제에 대한 증명은 후술하는 九章問答에 들어있다. **同文算指**의 내용과 닮은 삼각형을 이용한 것을 보면, 趙泰耉가 서양 수학을 많이 연구한 것을 알 수 있다. 마지막 문제는 서양 수학을 통하여 들어온 삼각형의 넓이에 관한 문제를 다루고 있다. 세 변을 주고 높이를 구하여 면적을 구하는 것으로 이는 바로 Heron의 공식이다. 서양 수학을 취급하는 算書에 항상 들어 있는 문제인데, 그는 이 문제를 正句股인 30, 40, 50을 세 변으로 하는 삼각형에 적용하여 설명하고 있다. 증명은 포함하지 않고 높이를 구하는 방법을 들어 놓았는데, 正句股이므로 바로 넓이를 구할 수 있는데, 이 방법을 사용하여 확인하는 과정으로 삽입하였는지 알 수 없다. 이상에서 그의 **九章算術**에 대한 이론은 原本과 달리 발전된 이론을 포함하고 있는데 반하여 句股術은 오히려 축소된 것을 알 수 있다. 그는 이어서, 九章問答이라는 항목을 넣어 70쪽의 분량으로 그의 九章에 대

한 이론을 밝히고 있다. 시작부터 "或問九章之名 可得問其義"라 하여 이론에 관점을 두고 해설하였다. 예를 들어 句股를 다음과 같이 설명하였다.

"句股者是曲尺之形 長而伸者爲股 曲而鉤者爲句 自句端至股端爲弦 其法 或以句股知弦 或以弦知句股 或以和得較 或以較得和 或以此形求彼形 或以順形求倒形 以之端高絜廣 窺深測遠無乎 不可數之爲數至此而能事必矣" 이와 같이 그 나름으로 정의한 후 각 章에 대한 해설을 예제와 함께 설명하고 있다.

그는 서양 수학에 대한 연구를 한 후 問答을 기술한 것이 틀림없다. 예를 들어 方田장의 넓이를 설명하면서 먼저 선분과 이들의 곱으로 면적을 설명하는데, "卽*西士*所謂*線*也"와 함께 "*西士*所謂*面*也"와 같이 서양 수학의 용어를 함께 도입하였다.

句股 부분도 다른 章과 마찬가지로 왜 주어진 명제가 성립하는지를 묻고, 이에 따르는 증명을 넣고 있다. 예를 들어 제곱근의 보간법에 대하여 "問開方命分*之法其意(義)何居*"와 "問開方分母旣有不合之數矣 如欲以方面還原而求積及*奈何*"와 같이 시작하고 이에 대하여 해설하였다. 이와 같은 형태를 택한 최초의 朝鮮 算書가 **籌書管見**이다. 따라서 **籌書管見**은 매우 중요한 사료이다. 때때로 그 증명이 불분명한 곳이 나타나지만, 이와 같은 사고에 처음 접하는 것을 감안하면 그의 시도는 충분히 역사적으로 의미 있는 작업이었다. 句股術에서도 "或問句股*之術* 幷兩冪開方得弦是*何理*也" 또 이를 해설하는 과정에서 "以其和與較*相求者*又*何理*也"라 하여 그 원리, 즉 증명을 하려고 한다. 이 문장에서 相求法이라는 단어가 나오는데 이는 전술한 대로 서양 수학을 통하여 들어온 용어이다. 앞에서 다룬 容方, 容圓 문제에 대하여 증명을 첨가하고 있는데 容方의 경우 "問句股容方何以得其數*之必然*也 曰此難用言 喩可*以圖明之*"와 같이 시작한다. 그림을 통하면 명백함을 나타내고 있는데, 그의 설명은 증명이 아니고, 일종의 작도 문제로 설명하고 있다. 容圓의 경우도 마찬가지이다. 餘句, 餘股에 대한 문제에서 容方의 윗변과 餘句에 의하여 생기는 두 삼각형이 원래 삼각형의 빗변을 공통으로 가지고 있어서 닮은 삼각형 - 其形之大小不同 以皆以甲丙線爲弦 故爲相似之形 - 이 된다고 하였는데, 이 문제의 경우 직각을 이루는 두 변이 평행이기 때문이지, 단지 같은 직선 위에 현을 가진다고 하여 두 직각삼각형이 닮은꼴이 될 필요는 없다. 전술한 대로 **海島算經**의 重測 문제에 대하여 그 法만 언급하고 증명은 하지 않았다고 하였는데 그는 問答에 楊輝의 증명과 함께 닮은 삼각형을 이용하여 증명하고 이들이 일치함을 자세히 설명하고 있다. 이 경우에도 "兩句股同用一弦 則其*形必相似*"를 사용하고 있다. 다음으로 세 변을 주고 넓이를 구하는 문제에 대한 전술한 방법에 대한 증명을 하였다. 높이를 中長이라 하였는데, 그는 垂線이라는 용어를 함께 사용하고 있다. **數理精蘊** 下編 14권 第2問에서 원의 성질을 사용하는 방법과 대수적 방법을 이용하여 수선을 구한 방법을 증명하고 있는데, 이 중에서 趙泰耉는 대수적 방법을 택하였다. 句股術을 사용하여 높이를 구하는데 조건을 차례로 생각하여 바로 사용할 수 없음을 지적하고 이를 垂線으로 나눈 두 삼각형의 빗변(= 주어진 두 변)과 구하는 높이를 생각하여 문제를 해결한 것으로 **數理精蘊**에 들어 있는 圖解는 없지만 그의 논

리적 접근이 잘 나타나 있다. 18세기 朝鮮 算學에서 三角形의 기하는 비교적 정리가 되었는데, 圓의 기하는 거의 사용하지 못하고 있다. 이어서 둔각삼각형에 대한 문제(전술한 **數理精蘊**의 第3-4問)에 대하여 해설하였다.

趙泰耉의 **籌書管見**에 들어 있는 句股術은 새로운 것이 없고, 2차방정식과 天元術에 의한 해법은 다루지 않았지만 朝鮮의 算書로 증명이라는 과정을 처음 시도한 중요한 史料이다.

黃胤錫(1729～1791)의 **理藪新編**의 第21, 22卷인 **算學入門**에 들어 있는 句股術에 대하여 알아보자. 22卷 方程正負法은 **算學啓蒙**의 方程正負門에 들어 있는 9問을 그대로 인용하여, 전술한 마지막 두 문제를 **算學啓蒙**에 들어 있는 대로 인용하여 句股術을 天元術로 해결한 것을 최초로 들어 놓은 朝鮮 算書가 되었다. 그러나 그는 이 방법의 역할을 충분히 이해하지 못하였다. 이어서, 그는 句股弦法을 "出同文算指"라 하여 **同文算指**에서 인용한 것을 方程正負法(啓蒙)과 같이 나타내고 있다. **同文算指**의 전술한 句股術은 同文算指 通編 卷六 測量 三率法에 들어 있다. 測量은 徐光啓의 **測量法義**를 인용하고, 이어서 附句股略으로 句股術에 대한 것을 싣고 있다. 먼저 徐光啓의 **句股義**의 15항목을 그대로 인용하고, 다만 간단히 그 중의 하나로 변형할 수 있는 경우, 예를 들면 弦和較와 股에서 바로 句弦較를 구할 수 있는 경우를 해당되는 항목에 포함하였다. 물론 徐光啓의 증명도 모두 그대로 인용하고 있다. 이어서, "論曰"로 시작하여 顧應祥의 **句股算術**에 들어 있는 句股論說을 인용한 程大位의 **算法統宗**을 재인용하였다. 黃胤錫은 이 부분을 다시 그대로 인용하고, 이어서 句股義라는 제목으로 **同文算指**를 인용하는데, 그는 "義", 즉 증명 부분은 완전히 무시하고, 그 法만 인용하였다. **同文算指**에서는 **句股義**라는 제목을 찾을 수 없어서, 黃胤錫이 徐光啓의 句股術도 참고하였을 가능성을 배제할 수 없다. 그러나 黃胤錫은 幾何에 대한 연구는 하지 못하였을 것으로 추정된다. 22卷 마지막 절인 竹竿術, 窺竿望遠術, 望海島術, 望海島別術에서 測高, 重測 문제를 다루었는데 역시 法만 다루었다.

마지막으로 洪大容(1731～1783)의 **籌解需用**에 들어 있는 句股術을 조사하자. 洪大容은 **算學啓蒙**의 開方釋鎖의 문제들의 풀이를 增乘開方法으로 다룬 반면, 서양 수학은 **數理精蘊** 등을 통하여 받아들인 사람이다. 그러나 黃胤錫과 마찬가지로 法만 사용하고 義 부분은 다루지 못하여 論證幾何를 다루지 못하였다. 삼각함수를 다룬 조선의 최초의 산서가 **籌解需用**이다. 그의 句股術은 다만 Pythagoras 정리를 사용하여 두 변을 알고 나머지를 구하는 것과 容方, 容圓의 문제만 다루어 이를 활용하는데 그치고 있다. 이를 平句股라 하고, 닮은 삼각형을 이용한 測高 문제를 比例句股, 重測의 문제를 重比例句股라 하여 이를 합하여 句股總率이라 하였다. 이들을 사용하여 세 변을 주고 높이를 구하는 문제와 측량 문제를 다루었다. 이들 경우 닮은 삼각형(同式)을 사용한다고 하였지만 이에 대한 조건이나 증명은 전혀 취급하지 않았다. 따라서 그의 句股術은 전술한 산서의 내용과 비교하여 새로운 것은 없다. 특히 和, 較 계열을 전혀 취급하지 않고, 다만 서양 수학의 비례식을 사용하고, 넓이를 통한 접근은 전혀 나타

나지 않고 있다.

1786년 裵相說이 저술한 **書計瑣錄**이 있지만 이는 **同文算指**와 崔錫鼎의 **九數略**을 재정리한 산서로, 句股術은 전술한 崔錫鼎의 句股術를 그대로 인용한 것이 모두이다.

4. 結論

句股術은 방정식 이론과 함께 幾何的 이론이 함께 들어 있고, 또 광범위한 응용이 가능하여, **九章算術**에서 비롯된 동양의 算學에서 가장 중요한 자리를 차지하고 있다. 句股術의 발전을 통하여 18세기 朝鮮 算學의 역사를 조명한 것이 이 논문이다. 이를 위하여 우리는 18세기 이전에 일어난 中國의 句股術, 특히 明代와 初期 淸代의 句股術의 발전과 함께 朝鮮의 句股術의 발전을 조사하였다. 朝鮮 算學者는 이 당시 중국의 算學者와 달리 天元術을 익숙하게 도구로 사용할 수 있었다. 또 洪正夏와 같은 걸출한 中人 算學者가 나타나 이를 활용하여 그의 저서 **九一集**에서 句股術에 대한 완벽한 代數化를 이루어, 그 당시 어떤 句股術에 비하여 가장 뛰어난 업적을 이루었다. 불행하게도 그의 算書는 19세기 중엽에 이르기 까지 읽힌 흔적을 찾을 수 없었다. 거의 같은 시기에 趙泰耉는 **籌書管見**을 저술하였는데, 그는 **九章算術**의 내용을 그 당시의 산학의 발전까지 포함하여 정리하고, 또 서양 수학을 함께 연구하였다. 그의 저서는 증명을 포함하는 최초의 조선 算書로 매우 중요한 의미를 가지고 있다. 그는 말년에 관직을 추탈당하는 어려움을 겪었는데, 이러한 이유인지 알 수 없지만 그의 **籌書管見**도 더 이상 연구된 흔적이 보이지 않는다. 이후에 黃胤錫, 洪大容 등이 산서를 출판하지만 洪正夏와 趙泰耉의 업적과 비교하면 이들의 업적은 미미하다. 다만 洪大容은 三角函數와 함께 측량 문제를 많이 취급하여 응용은 많이 되었을 가능성은 있지만, 洪正夏와 趙泰耉가 발전시킨 算學을 더 이상 발전시키지 못하였다.

참고 문헌

1. 文淵閣 *四庫全書* 子部 天文算法類, 104권, 商務印書館, 1986.
2. 吳文俊 主編, *中國數學史大系*, 1卷-8卷, 北京師範大學出版社, 1998.
3. *中國科學技術典籍通彙* 數學卷 全五卷, 河南敎育出版社, 1993.
4. *中國歷代算學集成*, 上, 中, 下, 山東人民出版社, 1994.
5. *韓國科學技術史資料大系*, 數學編, 1卷 - 10卷, 驪江出版社, 1985.
6. 홍성사, 홍영희, 朝鮮 算學과 四元玉鑑, **한국수학사학회지** 20(2007), No. 1, 1-16.
7. 홍성사, 홍영희, 南秉吉의 方程式論, **한국수학사학회지** 20(2007), No. 2, 1-18.

8. 홍영희, 朝鮮 算學과 數理精蘊, 한국수학사학회지 19(2006), No. 2, 25-46.
9. K. Shen, J. N. Crossley, A. W.-C. Lun, *The Nine Chapters on the Mathematical Arts*, Oxford University Press, 1999.

Gou Gu Shu in the 18th century Chosun

Dedicated to Dr. Kang Shin Won on his 75th birthday

Department of Mathematics, Sogang University **Sung Sa Hong**
Department of Mathematics, Sookmyung Women's University **Young Hee Hong**
Department of Mathematical Education, Dankook University **Chang Il Kim**

We investigate the Gou Gu Shu(句股術) in Hong Jung Ha's Gu Il Jib(九一集) and Cho Tae Gu's Ju Su Gwan Gyun(籌書管見) published in the early 18th century. Using a structural approach and Tien Yuan Shu(天元術), Hong has obtained the most advanced results on the subject in Asia. Using Cho's result influenced by the western mathematics introduced in the middle of the 17th century, we study a process of a theoretical approach in Chosun mathematics in the period.

Key Words: Gou Gu Shu(句股術), Hong Jung Ha(洪正夏), Gu Il Jib(九一集), Cho Tae Gu(趙泰耇), Ju Su Gwan Gyun(籌書管見)

2000 Mathematics Subject Classification: 01A13, 01A25, 01A50, 12-03, 12E12

논문 접수: 2007년 10월 10일 심사 완료: 2007년 10월 31일